



HAL
open science

Comment concevoir une séquence de réinvestissement basée sur l'histoire des mathématiques pour qu'elle puisse consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération décimale écrite ?

Baptiste Loor

► To cite this version:

Baptiste Loor. Comment concevoir une séquence de réinvestissement basée sur l'histoire des mathématiques pour qu'elle puisse consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération décimale écrite ?. Education. 2023. dumas-04154452

HAL Id: dumas-04154452

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04154452>

Submitted on 6 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2022 - 2023

**MÉMOIRE
SEMESTRE 4
SESSION 1**

Prénom et Nom de l'étudiant : Baptiste Loor

Site de formation : Arras

Nom de l'enseignant : Mme. Demuro

Sommaire

Sommaire	1
Introduction	3
I - Exploitation pédagogique sur l’histoire des mathématiques à l’école primaire	4
A) Les programmes, les documents d’accompagnements, etc.	4
B) L’impact de mes lectures dans le cadre de mon mémoire	5
C) Ce que la recherche dit à ce propos (articles de recherche, ouvrages, etc)	6
II - L’apprentissage de la numération écrite à l’école primaire	8
A) Les spécificités de notre système de numération	8
B) Différencier « chiffres » et « nombres »	10
C) La numération écrite dans les programmes	12
III - L’histoire de la numération écrite	13
A) L’origine des premiers procédés arithmétiques de l’histoire et du développement des premiers systèmes de numération	14
1. Les premiers comptages de l’histoire	14
2. Les premières traces de calcul	14
3. L’apparition de deux aspects fondamentaux de la numération	15
4. L’entrée des premiers systèmes de numération de l’histoire	16
B) Évolution de la numération au cours des civilisations anciennes	17
1. Système de numération mésopotamien	17
2. Système de numération maya	18
3. Système de numération en Egypte	19
IV - Problématique, hypothèses et questionnements	20
V - Mise en place d’une séquence d’histoire des mathématiques en CE2-CM1	21
A) La numération Égyptienne : son potentiel didactique	22
B) Séquence d’histoire des mathématiques dans une classe de CE2-CM1	23

C) Traitement des données	27
1. Méthodologie de traitement de données	27
2. Analyse a priori	28
3. Analyse des données	30
D) Résultats	38
Conclusion	40
Bibliographie	41
Articles	41
Ouvrages	41
Mémoire	41
Sites internet	41
Annexes	43
Annexe 1 : Évaluation diagnostique	43
Annexe 2 : Énigme	43
Annexe 3 : Séance 2	44
Annexe 4 : Affiche co-construite	44
Annexe 5 : Séance 3	44
Annexe 6 : Séance 4	45
Annexe 7 : Productions des groupes	45
Annexe 8 : Évaluation sommative	46
Annexe 9 : Fiche de préparation	47
Annexe 10 : Tableau comparatif	53
Résumés	54
Mots-clés :	55

Introduction

Pour la rédaction de mon mémoire, j'ai trouvé pertinent de choisir un sujet rassemblant deux disciplines pour lesquelles j'ai toujours été attiré durant mon cursus scolaire : l'histoire et les mathématiques. C'est pour cela que le thème de ce mémoire porte sur la compréhension de notre système de numération grâce à l'histoire des mathématiques. Les contenus mathématiques abordés relèvent donc d'un lien entre le domaine Nombres et Calculs (numération des nombres entiers) et l'histoire des mathématiques (histoire de la numération).

Lors de ma dernière année de licence, j'ai eu la chance de suivre la licence pluridisciplinaire Métiers de l'Éducation Scientifique proposée à Lens dans laquelle j'ai rédigé un dossier sur l'histoire de la numération dans le cadre de l'unité d'enseignement « Histoire des mathématiques ». J'ai pris beaucoup de plaisir dans la production de ce dossier, étant passionné par ce thème. De plus, en tant qu'assistant d'éducation en préprofessionnalisation dans une classe de CM1 depuis septembre 2019, j'ai déjà pu apercevoir la difficulté de l'enseignement des nombres entiers. C'est donc tout naturellement que j'ai choisi ce thème dans le cadre de mon mémoire de recherche.

Qui plus est, ces expériences m'ont interrogé quant à la place de l'histoire des mathématiques dans les enseignements mathématiques présents à l'école primaire. Je me suis alors demandé comment et pourquoi enseigner l'histoire des mathématiques à l'école primaire ?

D'abord, j'aborderai la place de l'histoire des mathématiques dans la recherche. Puis, je détaillerai la place de la numération à l'école et les connaissances en lien, d'un point de vue mathématique et d'un point de vue didactique. Ensuite, je présenterai brièvement l'histoire de la numération, en étudiant divers systèmes de numération qui se sont succédés au fil de l'histoire et qui ont mené à la fondation de notre système de numération actuel. Pour finir, j'exposerai une séquence mise en place dans une classe de CE2-CM1, qui sera suivie d'une analyse fine afin de pouvoir apporter une réponse à la problématique.

I - Exploitation pédagogique sur l'histoire des mathématiques à l'école primaire

Avant d'évoquer les aspects théoriques de l'histoire des mathématiques, il paraît opportun d'identifier la place qu'elle occupe dans les instructions officielles, dans les livres, dans les articles de recherche, etc.

A) Les programmes, les documents d'accompagnements, etc.

« La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. » (Ministère de l'éducation nationale, 2020).

Comme l'extrait des instructions officielles ci-dessus le démontre, l'histoire des mathématiques n'est pas considérée comme une discipline scolaire à part entière mais aide à l'enrichissement de la culture personnelle des élèves. Elle n'est mentionnée implicitement qu'à partir du cycle 3 et occupe donc une place très minime dans les programmes. Cependant, les programmes de cycle 4 introduisent l'histoire des mathématiques dans de nombreux thèmes historiques. En effet, tous les thèmes historiques sont mis en lien explicitement avec d'autres disciplines dont les mathématiques en font partie. Cette place qui évolue au fil des cycles se développe encore plus grandement dans les programmes du lycée où un paragraphe « histoire des mathématiques » est indiqué dans tous les thèmes des mathématiques.

Ainsi, les documents officiels du ministère de l'éducation nationale m'ont permis d'éclairer la place de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, qui est une place très infime. Les programmes nous informent simplement que l'enseignement de l'histoire des mathématiques permet d'enrichir la culture scientifique des élèves. Mais les programmes du cycle 4 et du lycée nous montrent que cet enseignement occupera une place de plus en plus importante au fil des années et sera donc intéressant pour le futur des élèves.

B) L'impact de mes lectures dans le cadre de mon mémoire

Pour la réalisation de ce mémoire, j'ai lu de nombreux articles, ouvrages, mémoires d'anciens élèves, etc. Chaque lecture a été bénéfique. En effet, même si certaines lectures ne sont pas exploitables dans le cadre de mon mémoire, elles m'ont permis de m'enrichir culturellement ou de me questionner positivement sur un sujet en lien avec mon mémoire. Ainsi, chacune d'entre elles a eu son importance dans la conception de ce projet de recherche. Mais je trouve nécessaire de commencer par évoquer deux articles en particulier : l'article de Frédéric TEMPIER sur la composition et la décomposition des nombres (Tempier, 2016) et celui de Thomas De Vittori sur les bienfaits et les limites autour d'une séance d'histoire des mathématiques en classe de sixième (De Vittori et Leroy, 2017). Ces deux articles ont été primordiaux car ils m'ont aidé à soulever les premiers questionnements sur le sujet, à savoir les difficultés des élèves en numération écrite et ce qu'une séance d'histoire des mathématiques peut apporter aux élèves. C'est ainsi que j'ai décidé de joindre l'histoire des mathématiques et l'enseignement de la numération écrite décimale dans mon mémoire.

Les trois livres découverts (*Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3* (Moyon et Tournes, 2018) ; *Histoire universelle des chiffres : intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul* (Ifrah, 1994) ; *Histoire des nombres* (Chambon, 2020)) ont permis quant à eux d'enrichir mes connaissances sur l'histoire des nombres. Le livre *Passerelles* et l'article de Thomas De Vittori mentionnés précédemment, m'ont également guidé dans la conception de la séquence proposée à une classe de cycle 3 que je détaillerai plus tard.

Par la suite, la lecture de l'article de Renaud Chorlay (Chorlay, Mailloux et Masselin, 2017) a suscité mon intérêt et a remis en cause mon point de vue sur l'évolution de la séquence, notamment dans la phase d'introduction.

Les mémoires lus ont également été d'une aide précieuse, notamment celui d'Elise Charbonnier sur l'approche de l'histoire de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire à travers les nombres et la numération (Charbonnier, 2012), qui m'ont aidé dans la structuration de mon mémoire et dans l'organisation du plan.

C) Ce que la recherche dit à ce propos (articles de recherche, ouvrages, etc)

La mise en perspective historique des mathématiques énoncée plus tôt n'est pourtant pas totalement inutile, comme le mentionne Thomas De Vittori :

En particulier, quelle que soit sa forme, l'introduction de l'histoire en classe crée un apport de connaissances nouvelles sur l'évolution des mathématiques et leur inscription au sein des grandes activités humaines. Il ne fait aucun doute que tout élève qui a été mis en contact avec l'histoire en retiendra, a minima, des noms, des idées, une vue sur d'autres cultures, etc. (De Vittori T., 2017)

Bien au contraire, l'histoire des mathématiques peut apporter de réels bienfaits sur les élèves. Elle permet de donner un contexte de réinvestissement à une notion mathématique du programme déjà abordée avec les élèves dans une séance ordinaire de mathématiques. Et ce réinvestissement pourrait permettre un renforcement de la notion mathématique concernée. Par exemple, dans le cas de l'histoire de la numération, la comparaison entre les différents systèmes de numération et le nôtre permet de travailler l'aspect décimal et l'aspect positionnel de notre numération. Elle permet donc de reconsidérer sa propre compréhension du système de numération décimal. L'histoire des mathématiques peut également être utilisée en tant qu'objet culturel et peut fournir des repères historiques, géographiques et sociaux liés aux différentes civilisations dans le cas d'un travail sur les différents systèmes de numération. Elle a aussi une valeur épistémologique et permet de voir les mathématiques comme une activité humaine en constante évolution (et pas comme une discipline achevée).

De nombreux chercheurs se sont penchés sur le sujet. Certains ont développé « l'impact positif que l'apport historique peut avoir sur plusieurs niveaux, qui s'étendent de la simple culture humaniste à la compréhension fine de certains résultats mathématiques ». C'est le cas d'Évelyne Barbin en 1991, de Jean-Luc Dorier en 2000 et de bien d'autres chercheurs.

Évelyne Barbin, historienne des sciences et professeure à l'université de Nantes, argumente un triple enjeu à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques dans ses nombreux ouvrages :

- une compréhension culturelle qui relève de l'analyse des objets mathématiques dans une perspective de contexte historique et social large. L'histoire permet de reconnaître l'évolution des mathématiques et de cerner les problématiques qui ont suscité le développement ;
- un repositionnement qui consiste à percevoir un objet mathématique comme une véritable activité humaine et intellectuelle plutôt qu'un ensemble de règles immuables et intemporelles ;
- un dépaysement épistémologique qui permet aux élèves de remettre en question leurs propres conceptions et expériences associées aux objets mathématiques par la rencontre et la comparaison d'une autre culture mathématique, celle d'une autre époque.

Elle illustre ce triple enjeu et notamment le dépaysement épistémologique dans l'extrait suivant :

L'histoire a la vertu de nous dépayser, de nous « étonner de ce qui va de soi » comme l'écrit l'historien Paul Veyne. [...] le dépaysement est aussi bien mathématique que culturel. Il peut nous permettre de comprendre les difficultés de nos élèves qui ne sont pas, comme nous enseignants, en pays connu. Il nous aide aussi à mieux entendre leurs questions ou à mieux interpréter leurs erreurs. (E. Barbin, 2010).

Cet article d'Évelyne Barbin a été primordial d'un point de vue théorique et m'a permis de comprendre et de concevoir plus facilement l'enseignement de l'histoire des mathématiques à l'école primaire.

Le triple enjeu énoncé précédemment peut se faire selon trois approches détaillées par Uffe Thomas Jankvist en 2009 :

1. une approche anecdotique (introduction de faits isolés, de capsules historiques ou d'anecdotes particulières) ;
2. une approche qui considère l'histoire des mathématiques comme outil pour apprendre les mathématiques. ;

3. une approche qui considère l'histoire des mathématiques comme objectif. Cette approche n'a pas comme objectif principal l'apprentissage des mathématiques mais concerne des questionnements plutôt centrés sur l'évolution et le développement des mathématiques.

Ainsi, ces différentes lectures m'ont permis de développer un esprit critique sur le sujet mais m'ont également apporté les connaissances nécessaires à la bonne réalisation de ce mémoire.

II - L'apprentissage de la numération écrite à l'école primaire

Avant de détailler plus particulièrement l'histoire de la numération écrite, je vais tout d'abord aborder l'aspect théorique de notre numération écrite actuelle et détailler son apprentissage à l'école primaire.

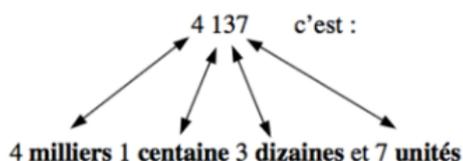
A) Les spécificités de notre système de numération

Avant toute chose, il me semble nécessaire de définir ce qu'est un système de numération. Un système de numération est « une méthode qui permet de représenter des nombres en ordonnant des symboles » (Larousse, 2006).

Le nôtre repose sur deux aspects fondamentaux : l'aspect positionnel et l'aspect décimal de la numération.

L'aspect positionnel de la numération implique que dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.

Par exemple :



Ce que l'on écrit souvent dans un tableau de numération :

Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités
4	1	3	7

Le chiffre zéro sert à marquer la position des chiffres quand une unité est absente.

L'aspect décimal de la numération indique quant à lui que 10 unités d'un certain rang sont égales à une unité du rang directement supérieur.

Par exemple, une dizaine équivaut à 10 unités, une centaine équivaut à 10 dizaines (donc 100 unités)...

De ces deux aspects principaux en découlent cinq autres utiles à l'enseignement de la numération :

- aspect ordinal : l'idée de nombre ordinal est attachée à celle de rang, de position. Il faut connaître la comptine orale (la « grande comptine » de un à dix-neuf et la « petite comptine » de un à neuf) et l'algorithme numérique écrit en chiffres ;
- aspect cardinal : l'idée de nombre cardinal est attachée à celle de quantité. Il faut connaître la comptine numérique, savoir associer un geste de la main et comprendre que le dernier mot cité indique le nombre d'objets de la collection ;
- groupements et bases de numération : il s'agit de travailler la notion d'échange afin de mettre en place la numération de position et l'écriture du nombre en chiffres (dix unités d'un ordre donné constitue une unité de l'ordre immédiatement supérieur). Tout nombre peut se décomposer selon les puissances de dix. Le chiffre zéro indique l'absence de groupement d'un ordre donné ;
- écriture du nombre en chiffres : un chiffre est un caractère d'imprimerie qui permet d'écrire les nombres. Il y a 10 chiffres qui s'utilisent dans l'ordre suivant pour écrire les nombres : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ;
- lecture du nombre : notre système oral est de type additif (vingt-deux) et multiplicatif (quatre-vingts) mais avec de nombreuses irrégularités (par exemple on dit onze au lieu de dix-un).

Il est important de distinguer notre système de numération écrit de notre système de numération oral. L'écrit est parfaitement régulier, c'est-à-dire que la valeur des chiffres dépend de sa position dans le nombre (les milliers s'écrivent au 4^e rang à partir de la droite, les centaines au 3^e rang, etc). Les différentes unités de la numération sont liées entre elles par des « relations » décimales, c'est-à-dire que 10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur (ex : 1 dizaine = 10 unités). L'oral, quant à lui, est irrégulier (de onze à seize, de soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf).

Une bonne connaissance de notre numération écrite n'est pas seulement indispensable à la désignation des nombres, à la capacité de coder et de les décoder. Elle l'est également pour bien comprendre le fonctionnement des procédures de calcul et en particulier des techniques opératoires telles que les retenues de l'addition, les retenues de la soustraction, la règle des zéros de la multiplication et les décalages qu'elle induit.

B) Différencier « chiffres » et « nombres »

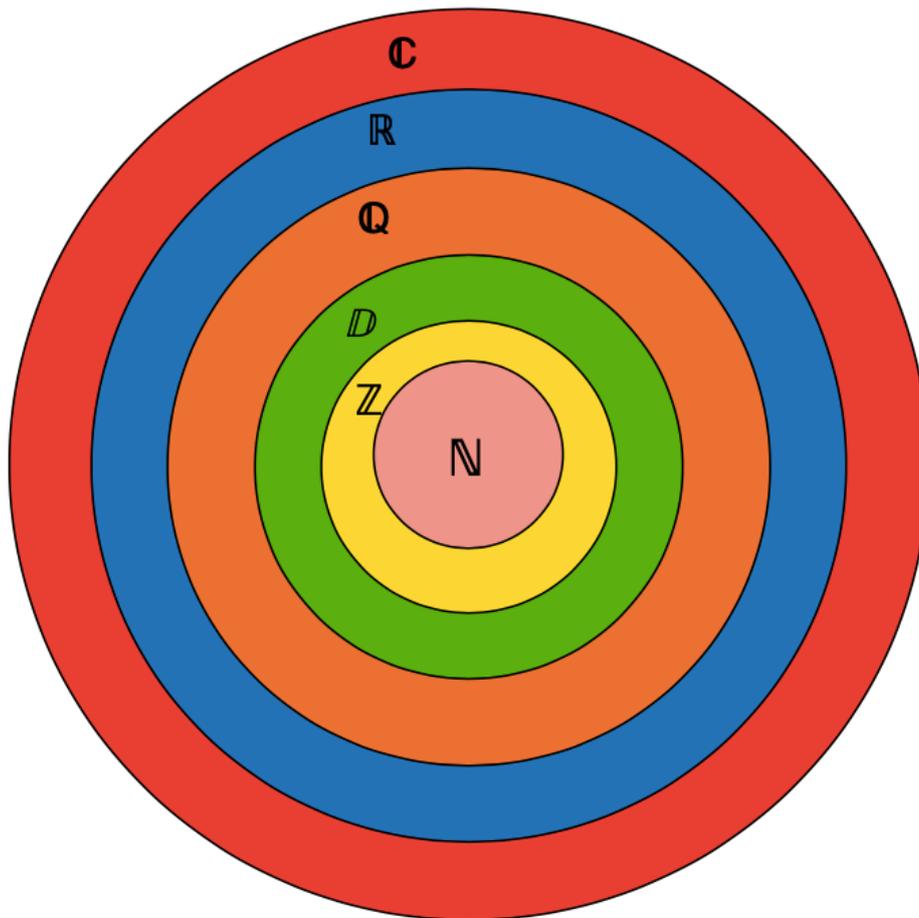
Différencier la notion de « chiffre » à celle de « nombre » me paraît nécessaire pour une meilleure compréhension du sujet.

Le mot « chiffre » est un nom commun qui provient de l'ancien français cifre emprunté à l'italien cifra lui-même issu de l'arabe sifr utilisé pour « zéro » et signifiant « le vide ». Le chiffre est à la base de notre numération. C'est ainsi que l'on définit les chiffres comme « des symboles servant à écrire les nombres dans un système de numération » (Larousse, 2007). Un chiffre désigne chacun des symboles permettant d'écrire les nombres dans un système de numération. Les chiffres utilisés de nos jours dans notre système de numération actuel sont donc 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Le dernier chiffre de notre numération à avoir été introduit est le zéro.

Le mot « nombre » est un nom commun issu du latin numerus qui signifie « la quantité ». Un nombre est défini comme « une notion mathématique répondant au besoin de dénombrer, d'ordonner les objets ou de mesurer les grandeurs. » (Larousse, 2007).

Un nombre peut donc avoir plusieurs utilités. Il permet de mesurer une quantité (aspect cardinal) ou de repérer une position dans une liste ordonnée (aspect ordinal). Il permet également de mesurer une grandeur (ex : longueur) ou encore de désigner un objet, une personne (ex : numéro INSEE). Un nombre a également différentes représentations : mot-nombre (ex : « cinq »), écriture chiffrée (ex : 5), écriture en lettre (ex : cinq) ou encore représentations analogiques (ex : face d'un dé).

L'ensemble des nombres de notre numération usuelle peut être représenté sous forme d'un schéma :



Légende :

\mathbb{N} : ensemble des entiers naturels $\{0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$

\mathbb{Z} : ensemble des entiers relatifs $\{\dots ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$

\mathbb{D} : ensemble des décimaux. Un nombre décimal est le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10.

\mathbb{Q} : ensemble des rationnels. Un nombre rationnel est le quotient d'un entier relatif par un entier naturel non nul.

\mathbb{R} : ensemble des réels. Il s'agit de l'ensemble de tous les nombres usuels. Les nombres réels non rationnels sont appelés irrationnels (comme pi par exemple).

\mathbb{C} : ensemble des nombres réels et des nombres complexes. L'élément principal de cet ensemble est i , un nombre dont la valeur est égale $\sqrt{-1}$.

La distinction entre ces deux termes (chiffre et nombre) peut s'avérer complexe, notamment pour les élèves lors de l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Il est donc nécessaire que l'enseignant maîtrise cette distinction afin d'utiliser le vocabulaire adéquat et de favoriser l'apprentissage des élèves et ce dès le plus jeune âge.

Une analogie avec l'écriture d'une langue peut être faite pour mieux comprendre cette différence : les nombres sont formés avec des chiffres tout comme les mots sont formés avec des lettres.

Il faut faire attention aux autres sens du mot « chiffre » car ce dernier peut indiquer une quantité comme le chiffre d'affaires ou le chiffre de la population.

C) La numération écrite dans les programmes

Pour aider les élèves à la compréhension de ce sujet fondamental pour la suite, l'enseignant se doit de connaître les instructions officielles en lien avec le thème abordé. La connaissance et l'utilisation des nombres entiers apparaissent dès le cycle 1. En effet, d'après le Bulletin Officiel N°31 du 30 juillet 2020, certains objectifs du cycle 1 sont en relation avec le thème choisi comme :

- stabiliser la connaissance des petits nombres ;
- utiliser le nombre pour désigner un rang, une position ;
- écrire les nombres avec les chiffres.

Ainsi, les élèves du cycle 1 commencent l'apprentissage des nombres entiers, ainsi que leur utilisation dans un rang ou une position. Ils commencent également à écrire les nombres avec les chiffres et sont donc capables d'utiliser les représentations des nombres et de passer de l'une à l'autre (passer de l'oral à l'écrit). Cependant, la compréhension et l'utilisation des nombres entiers se limitent aux dix premiers nombres. Ce n'est qu'au cycle 2 que les programmes introduisent les nombres supérieurs à 10. Les attendus de fin d'année présents sur le site Eduscol montrent que la grandeur des nombres va évoluer au fil des années. Les élèves de CP vont traiter les nombres strictement inférieurs à 100, les élèves de CE1 les nombres strictement inférieurs à 1 000 et les élèves de CE2 les nombres strictement inférieurs à 10 000 avant de travailler sur des nombres encore plus grands au cycle 3.

Maintenant que les connaissances sur notre système de numération ont été établies, il paraît désormais nécessaire de s'intéresser à l'histoire de la numération écrite.

III - L'histoire de la numération écrite

Afin d'enseigner l'histoire de la numération écrite correctement, il est indispensable d'avoir les connaissances nécessaires.

« Le nombre est [...] “senti” et “perçu” : il est appréhendé d'une manière qualitative, un peu comme on perçoit une odeur, une couleur, un bruit, ou encore la présence d'un individu ou d'une chose du monde extérieur » (G. Ifrah, 1994, p.29). Certaines peuplades au cours du temps ne possédaient pas de connaissance des nombres abstraits. Généralement, ils n'utilisaient que deux nombres qui représentent l'unité et le double et parvenaient à communiquer sur des quantités allant de un à quatre en utilisant un terme qui signifie « un » puis un second qui signifie « deux » au sein de leur langue et assembler « deux-un » pour former le trois ainsi que « deux-deux » pour former le quatre. Au-delà de quatre, ils ne sont plus capables de se représenter une quantité définie et utilise un terme qui exprime « beaucoup ». Ces peuplades avaient pourtant mis en évidence une règle arithmétique fondamentale qui aurait pu permettre d'atteindre des nombres bien plus élevés. C'est ce qu'on appelle le principe de la base deux, ce qui aurait permis d'exprimer cinq comme étant « deux-deux-un » et ainsi de suite. A leur place aurions-nous été plus performants ? Sans nous en rendre compte et d'un seul coup d'œil rapide, nous sommes capables de discerner des quantités de un, deux, trois ou même quatre sans souci. Cependant, pour discerner des quantités plus élevées nous avons recours au « comptage » des éléments présents devant nous.

On peut donc être amené à se demander par quels moyens l'Humain est arrivé d'un stade de simple repérage d'un coup d'œil d'une quantité jusqu'au système de numération que nous connaissons aujourd'hui.

Après avoir présenté l'origine des premiers procédés arithmétiques de l'histoire et du développement des premiers systèmes de numération, il s'agira ensuite d'analyser de plus près les différents systèmes de numération que j'ai décidé de détailler dans mon mémoire.

A) L'origine des premiers procédés arithmétiques de l'histoire et du développement des premiers systèmes de numération

1. Les premiers comptages de l'histoire

Au cours de l'histoire, les Humains ont eu besoin de compter pour diverses raisons et pour se faire, ils ont dû mettre diverses stratégies en place pour y parvenir. Mais alors quel a été le premier procédé arithmétique de l'histoire ? L'Humain a commencé à se familiariser avec les « nombres » en réalisant une technique de correspondance unité par unité qui consiste en une comparaison de deux collections d'êtres ou d'objets ayant ou non la même nature. Ce procédé permet de se représenter une quantité sans pour autant faire appel à un quelconque procédé de comptage abstrait. Mais alors en quoi consiste la correspondance unité par unité ? Imaginons que vous ayez une certaine quantité de bonbons et que vous souhaitiez en donner un par personne présente au sein de votre classe. Vous vous rendrez assez vite compte si l'ensemble des bonbons correspond au nombre de l'ensemble des élèves, ou bien si vous avez plus de bonbons que d'élèves ou plus d'élèves que de bonbons.

L'Humain de l'époque utilisait donc des cailloux pour connaître une quantité, sans savoir la somme elle-même de cette quantité. Imaginons que vous deviez partir à la cueillette pour nourrir votre tribu, comment faire pour savoir combien de fruits il fallait ramener pour nourrir tous les membres de votre tribu ? Pour cela, on pourrait utiliser des cailloux afin que chaque caillou représente un membre de la tribu. Nous restons donc sur notre principe de la correspondance unité par unité. Le cueilleur devra donc partir avec l'ensemble de ses cailloux dans un sac. A chaque fruit cueilli, il pourra remplacer le caillou par le fruit à l'intérieur de son sac et lorsqu'il n'y aura plus de caillou à retirer du sac, il aura donc assez de fruits pour l'ensemble des membres de la tribu. Le caillou serait donc à l'origine du calcul. L'étymologie du mot calcul nous conforte dans cette idée puisque calcul provient d'une dérivée du mot « calculus » qui signifie « petit caillou » en latin.

2. Les premières traces de calcul

Nous n'avons cependant pas de trace de ces correspondances entre divers ensembles. C'est pourquoi l'Humain a dû mettre en place des stratégies pour garder une

trace du nombre d'éléments présents dans l'ensemble qu'il étudie. Pour ce faire, l'Humain pouvait reporter des entailles sur un bout de bois puisqu'une entaille pouvait représenter un élément d'un ensemble quelconque. Cette technique permettait également d'éviter de transporter avec soi des cailloux. Ils utilisaient également des coquillages, des perles, des fruits durs, des ossements, des bâtonnets, des dents d'éléphant, des noix de coco, des boulettes d'argile, des graines de cacao, etc pour construire des tas ou des rangées qui correspondaient à la quantité qu'il fallait dénombrer. Certains êtres humains ont même utilisé des parties de leur corps pour réaliser cette correspondance unité par unité. Ceci semblant assez logique puisque l'Humain a d'abord commencé à communiquer avec des gestes avant de réussir à communiquer verbalement. Pour réussir à se repérer avec les correspondances unité par unité avec les parties de son corps, l'Humain effectue en même temps des gestes qui correspondent. Effectivement si l'on prend l'exemple du procédé employé par les Papous de la Nouvelle-Guinée : lorsqu'une personne désirait avoir 8 fruits sans même connaître la quantité et la signification du chiffre « 8 », l'homme de cette tribu réussissait à obtenir exactement 8 fruits. Pour cela, il réalisait un geste attribué aux membres de son corps en commençant par son auriculaire droit jusqu'à son épaule droite. De ce fait, à chaque fruit qu'on lui présente, cet homme réalise son geste dans l'ordre préétabli et arrive à son épaule droite. L'homme saura alors qu'il est arrivé à la quantité de fruit souhaitée.

Ainsi, l'Humain, ne sachant pas percevoir des quantités supérieures à quatre, a rapidement été dépassé par les nombres. C'est pourquoi il mettra en place des procédés pour travailler avec des quantités supérieures à quatre. Ces premiers procédés étaient donc liés à des techniques digitales et corporelles tout en réalisant des correspondances unité par unité. Ces techniques très simples ont permis pendant longtemps aux Humains de résoudre ce problème de perception immédiate (reconnaître d'un seul coup d'oeil) à l'aide de leur intelligence pendant de longues périodes.

3. L'apparition de deux aspects fondamentaux de la numération

Au fur et à mesure du temps, l'Humain a su se familiariser avec les nombres et leur attribuer des caractéristiques. De ce fait, la notion de nombre possède deux aspects complémentaires : le premier est dit « cardinal », il est basé sur le principe d'appariement

(action qui consiste à rassembler par paires des choses qui sont naturellement compatibles), le second est dit « ordinal », il est basé sur le principe d'accouplement et de la succession (ensemble de choses qui se suivent). Voici un exemple très simple pour bien comprendre la discussion de ces deux principes : prenons le mois de janvier, ce dernier comporte au total 31 jours. Par conséquent, le nombre 31 nous informe sur le nombre total de jours que contient le mois de janvier. Ainsi dans ce sens le nombre 31 est cardinal. En revanche, dans la phrase : « Mon anniversaire est le 31 janvier », le nombre 31 n'est alors pas employé comme cardinal puisque l'on fait en réalité référence au « trente et unième » jour de janvier, et il désigne donc le rang d'un élément d'un ensemble, soit ici le dernier rang de l'ensemble du mois de janvier.

4. L'entrée des premiers systèmes de numération de l'histoire

Une fois que l'Humain a donc su se familiariser avec les nombres et appris à faire la distinction entre l'aspect cardinal et ordinal d'un nombre, il se mit à revoir ses principes de numération, c'est-à-dire ses techniques mises en places et évoquées auparavant (cailloux, os, gestes relatifs à une partie du corps...) afin de les améliorer. Effectivement, pour travailler avec des nombres assez grands, les humains de l'époque ne possédaient pas une quantité infinie de cailloux et leurs parties du corps n'étaient pas extensibles. Il a donc fallu mettre en place un moyen de représenter de grands nombres avec le moins de symboles possibles. Le but aura donc été de choisir un groupement particulier (une quinzaine, une vingtaine, etc) et d'installer une classification hiérarchisée pour obtenir une suite régulière de nombres. On peut donc répartir nos symboles selon des paliers avec des unités de premier ordre, second ordre... C'est ce qu'on appelle le principe de la base. Sa découverte a marqué la naissance des systèmes de numération, c'est-à-dire qu'un système de base 3 serait un système où 3 représenterait le nombre d'unités nécessaires pour former un groupe avant de passer à l'unité supérieure. L'ensemble des systèmes de numération qui auront vu le jour au sein de notre monde auront toujours eu pour but la simplicité et l'efficacité. Nous allons par ailleurs en citer certains ci-après.

B) Évolution de la numération au cours des civilisations anciennes

L'histoire des nombres est une histoire longue et complexe qui comporte de nombreuses numérations qui se sont succédé et ont évolué en des temps et en des lieux différents. J'ai donc été amené à faire des choix lors de mes recherches qui m'ont poussé à privilégier les systèmes de numération ayant eu une influence sur la nôtre et qui me paraissent exploitables pédagogiquement dans l'enseignement de la numération écrite à l'école primaire.

Avant de s'intéresser à ces différents systèmes de numération qui se sont succédé au fil de l'histoire et que j'ai décidé de détailler, je pense qu'il est primordial de disposer de quelques repères historiques, géographiques et sociétaux de chaque civilisation afin de profiter pleinement de ce travail immersif.

Enfin, je ne m'attarderai pas sur les systèmes de numération oraux car ce ne sont pas ceux qui m'intéressent dans le cadre de mon mémoire.

1. Système de numération mésopotamien

La civilisation mésopotamienne se développe dès 4 000 avant J.C. en Mésopotamie entre deux fleuves : le Tigre et l'Euphrate. La Mésopotamie correspond pour sa plus grande part à l'Irak actuel et avait comme principal centre d'activités culturelles Babylone. Les Mésopotamiens formaient une civilisation très riche tant sur le plan économique que sur les plans culturel et politique grâce à l'agriculture reposant sur l'irrigation et à ses zones de cultures pluviales, autrement dit grâce à sa proximité aux deux fleuves.

Ils gravaient la pierre et utilisaient des tablettes d'argile comme supports d'écriture qu'ils remplissaient à l'aide d'un calame (petite tige de bois avec plusieurs formes). Ce sont ces traces qui nous permettent de prouver leurs connaissances mathématiques et notamment en arithmétique. Les textes mésopotamiens traitant des nombres s'étalent sur plus de trois millénaires. Durant cette période, de nombreux systèmes de numération se sont succédés et ont cohabité. Le système de numération de type positionnel sexagésimal en faisait partie.

Il s'agit d'un système de numération en base soixante utilisant des symboles tels que des clous et des chevrons pour distinguer les nombres. Cependant, on pourrait plutôt dire que c'est un système qui repose sur un compromis entre la base soixante et la base dix car le

clou vertical permettait de désigner les multiples de 60 (et l'unité) et le chevron quant à lui, servait à symboliser la dizaine. La numération de type positionnel implique que le nombre est écrit avec un ensemble fini de chiffres.

𐄂 1	𐄂𐄂 11	𐄂𐄂𐄂 21	𐄂𐄂𐄂𐄂 31	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 41	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 51
𐄂𐄂 2	𐄂𐄂𐄂 12	𐄂𐄂𐄂𐄂 22	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 32	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 42	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 52
𐄂𐄂𐄂 3	𐄂𐄂𐄂𐄂 13	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 23	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 33	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 43	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 53
𐄂𐄂𐄂𐄂 4	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 14	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 24	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 34	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 44	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 54
𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 5	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 15	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 25	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 35	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 45	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 55
𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 6	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 16	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 26	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 36	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 46	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 56
𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 7	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 17	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 27	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 37	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 47	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 57
𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 8	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 18	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 28	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 38	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 48	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 58
𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 9	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 19	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 29	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 39	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 49	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 59
𐄂𐄂𐄂𐄂 10	𐄂𐄂 20	𐄂𐄂𐄂 30	𐄂𐄂𐄂𐄂 40	𐄂𐄂𐄂𐄂𐄂 50	

Deux nombres composés des mêmes

chiffres sont différents si la place de ces chiffres n'est pas la même. La position du chiffre indique le groupe de la puissance de la base qu'il représente. Même les textes les plus anciens trouvés sur la numération mésopotamienne ne mentionnent la présence d'un symbole pour représenter le zéro.

2. Système de numération maya

La civilisation maya précolombienne est l'une des plus anciennes civilisations d'Amérique. Elle occupait un territoire d'Amérique centrale centrée sur la péninsule du Yucatán (Est du Mexique, Guatemala, Belize, Honduras et Salvador) pendant plus de 3 000 ans (à partir du deuxième millénaire avant J.C.). Les Mayas avaient de grandes connaissances en astronomie, architecture, éducation, commerce ou encore mathématiques. Le développement de ces savoirs a rendu nécessaire une manipulation des nombres efficace. Le vaste territoire qu'occupait cette civilisation était constitué de cités-états autonomes, même si certaines de ces cités peuvent être considérées comme de vraies métropoles (telles que Tikal au Guatemala ou Chichén Itzá au Mexique). C'est une « monarchie héréditaire » où celui qui gouverne la cité dispose des pouvoirs religieux, militaires et civils. Le peuple maya est également réputé pour ses nombreux sacrifices. La

				
0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19

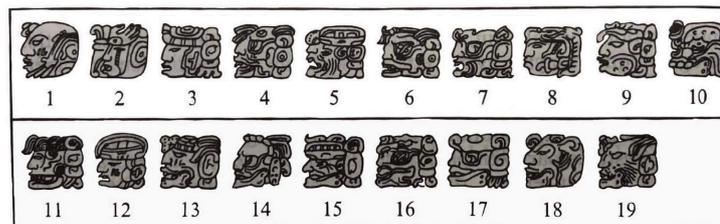
plupart du temps, les victimes sacrificielles n'étaient autre que les esclaves.

Concernant l'écriture des nombres, ce peuple utilisait un système de numération positionnel, tout comme le système de numération mésopotamien, de base 20 appelé système vigésimal. Le zéro y apparaît tant pour indiquer

un manque que comme un nombre à part entière. Ce système est composé d'un alphabet de trois symboles pour représenter les nombres : le point qui représente le dénombrement d'une unité, la barre qui permet de remplacer cinq points (et qui représente donc cinq unités) et le coquillage qui représente le zéro. Ces symboles sont utilisés par empilement, les étages indiquant donc la position. Ainsi, la base de l'empilement sera le facteur multiplicatif de vingt à la puissance zéro, le premier étage celui de vingt à la puissance un et ainsi de suite.

Il est à noter que la civilisation maya utilisait ce système pendant que les européens utilisaient l'écriture romaine. C'était un système souffrant de deux défauts : il n'y avait pas de zéro et l'écriture était entièrement symbolique sans connexion directe entre le symbole et le nombre d'entités représentées. Le système de numération maya permettait donc aux individus ne faisant pas partie des castes lettrées d'effectuer des opérations de la vie courante dans le cadre de leur profession.

Les Mayas utilisaient un autre système de numération écrit basé sur des visages de divinités.



3. Système de numération en Egypte

La civilisation égyptienne de l'Antiquité s'étendait de la Basse Egypte à la Haute Egypte et se concentrait le long du Nil pendant plus de 3 000 ans (à partir de 3 100 av. J.C. jusqu'à la conquête de l'Empire romain en -30). Il s'agit de l'une des plus anciennes civilisations du monde qui a su se développer en s'adaptant aux conditions de la vallée du Nil (tout comme les Babyloniens avec le Tigre et l'Euphrate). En effet, le contrôle de l'irrigation de la vallée permettait de produire des récoltes qui étaient nécessaires au développement social et culturel du pays. C'est lors de cette période que les Égyptiens vont construire les célèbres pyramides et vont développer un système d'écriture indépendant avec notamment l'apparition des hiéroglyphes.

La société étant en plein développement au fil des années, les Égyptiens étaient obligés de calculer et de résoudre certains problèmes de nature économique, administrative et

judiciaire. Ils représentaient alors des chiffres et des calculs sur des monuments de pierre, des roches, des papyrus, etc. C'est le français Champollion qui, au début du XIXe siècle, a réussi à traduire les hiéroglyphes gravés sur un fragment de stèle : la pierre de Rosette.

La civilisation égyptienne utilisait un système de numération additif, décimal (donc de base 10) et non positionnel. La numération de type additif implique que le nombre est écrit avec un ensemble fini de signes. Pour connaître ce nombre, il suffit d'additionner la valeur des différents signes le composant. Le zéro n'existait pas dans ce système car les Égyptiens n'en avaient aucunement besoin et la valeur d'un signe est indépendante de sa position (ce système étant non positionnel). De plus, étant férue d'art, cette civilisation a employé des symboles différents pour noter les différents multiples.

bâton	anse	corde	lotus	doigt	têtard	Dieu soulevant le ciel
						
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Chercher et analyser l'histoire des chiffres de leur origine à aujourd'hui m'a amené à élargir mes recherches sur l'enseignement de la numération écrite à l'école primaire. En effet, les dix chiffres de notre numération ont évolué au fil de l'Histoire avant de pouvoir être appris par les élèves durant leur scolarité. Cette évolution est cependant marquée d'hésitations, de tâtonnements et d'évolutions qui permettent à l'enseignant d'aborder différemment cet apprentissage avec ses élèves et aux élèves d'avoir une approche différente de cet enseignement.

IV - Problématique, hypothèses et questionnements

Toutes les connaissances acquises grâce aux lectures évoquées précédemment et aux cours reçus dans le Master m'ont interrogé sur de nombreux sujets : pourquoi les enseignants ne font pas d'histoire des mathématiques à l'école ? Peut-on inclure l'histoire de la numération dès l'apprentissage de notre système de numération au cycle 2 ou est-il préférable d'attendre le cycle 3 et le renforcement de leurs connaissances sur le sujet ?

Quel système de numération ancien faut-il utiliser pour aider les élèves à comprendre le nôtre ? Comment former les enseignants à l'histoire des mathématiques ?

De toutes ces questions a émergé une problématique : « comment concevoir une séquence de réinvestissement basée sur l'histoire des mathématiques pour qu'elle puisse consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération décimale écrite ? ».

Cette problématique peut se diviser en trois sous-questions principales :

- Quelles sont les réelles difficultés des élèves sur la compréhension de notre système de numération ?
- Quels sont les bienfaits et les limites autour d'une séance intégrant une perspective historique des mathématiques ?
- L'introduction de la perspective culturelle de l'histoire des mathématiques est-elle plus judicieuse au début de séquence ou en fin de séquence ?

En réponse à ces questions, je formulerai les hypothèses suivantes :

- Si les élèves confrontent le système de numération égyptien avec le nôtre, alors ils auront moins de difficultés à comprendre les deux aspects principaux de notre système de numération (aspect décimal et aspect positionnel) ;
- Si l'enseignant réalise une séquence d'histoire des mathématiques avec ses élèves, alors ces derniers éveilleront leur curiosité culturelle et scientifique ;
- Si l'aspect culturel de l'histoire de la numération est introduit en fin de séquence, alors les élèves seront plus investis.

V - Mise en place d'une séquence d'histoire des mathématiques en CE2-CM1

Cette année, j'ai la chance d'être assistant d'éducation en préprofessionnalisation le jeudi dans une classe de CE2-CM1 à l'école La Clarence de Robecq, constituée de 11 CE2 et 8 CM1. C'est donc dans cette classe que j'ai expérimenté la séquence réalisée dans le cadre de mon mémoire.

A) La numération Égyptienne : son potentiel didactique

Pour répondre à cette problématique, il me semble pertinent de travailler sur un seul système de numération détaillé auparavant. Pour cela, une séquence proposée en classe sur ce système peut être une solution intéressante. Mais quel système privilégier ? Le système de numération babylonien permet de travailler la base soixante qui sera réutilisée par les élèves ultérieurement (dans la mesure des angles ou dans la mesure du temps) et permet également de s'arrêter sur l'aspect positionnel de la numération. Ensuite, le système de numération maya permet de travailler la base vingt et d'aborder un aspect positionnel différent du nôtre, qu'il pourrait être intéressant d'utiliser en comparaison afin de mieux comprendre cet aspect dans notre système de numération. Le système de numération égyptien quant à lui permet d'aborder un aspect différent : l'aspect décimal. Il serait alors intéressant de procéder à une comparaison avec notre système de numération puisque nous utilisons la même base. Tous les systèmes de numération présentés ont des avantages et des inconvénients dans l'optique d'une séance en classe de CE2-CM1 mais j'ai décidé de me pencher sur le système égyptien car il utilise la même base que la nôtre, un aspect positionnel différent et l'absence de zéro. Malgré l'aspect pratique du système babylonien, l'utilisation de la base soixante me paraît complexe à mettre en place. Je trouvais intéressant de travailler sur un système de numération utilisant une base différente de la nôtre afin de pouvoir les comparer et de retravailler l'aspect décimal de notre numération. Mais l'introduction de cette différence peut poser des difficultés aux élèves de CE2, c'est pour cela que je n'ai pas choisi le système maya. Après réflexion, le système de numération égyptien me paraît être le plus pertinent à mettre en place dans ma classe lors d'une séquence d'histoire des mathématiques car il ne dépayse pas trop les élèves (même base que notre système de numération, civilisation mieux connue des élèves que la civilisation maya) mais introduit un système non positionnel où le zéro est absent. La comparaison avec notre système peut donc être optimale car les élèves n'auront pas à se soucier de la base utilisée, qui est un aspect complexe à comprendre pour des élèves de CE2. J'aurais pu choisir de travailler le système de numération égyptien avec les CE2 et le système de numération maya avec les CM1 mais j'ai fait le choix de travailler sur le même système car il me semble pertinent de leur apporter les mêmes contenus. De plus, comparer

les bienfaits et limites de l'enseignement de l'histoire des mathématiques entre des élèves de cycle 2 et des élèves de cycle 3 me permettrait de diversifier mon analyse.

Une autre question demeure : dans quel contexte utiliser cette séquence ? J'avais plutôt envisagé d'utiliser l'histoire des mathématiques en remédiation aux difficultés des élèves sur la numération écrite mais je me suis rendu compte que l'aspect culturel des mathématiques serait compliqué à mettre en place dans ce contexte. Je me suis donc penché sur un contexte de consolidation des notions mathématiques. Ainsi, la séquence d'histoire des mathématiques proposée serait mise en place pour renforcer les connaissances des élèves sur la numération écrite et pourrait donc apporter des éléments culturels sur la civilisation égyptienne.

B) Séquence d'histoire des mathématiques dans une classe de CE2-CM1

Afin que la séquence soit en cohérence avec le sujet, il me semble indispensable d'explicitement les changements entre la numération égyptienne et la nôtre. C'est pour cela qu'une comparaison entre ces deux numérations est présente à chaque séance.

Après lecture de l'article de Renaud Chorlay, j'ai décidé de revoir la conception de ma séquence car je trouvais la façon de faire plus pertinente et plus intuitive pour les élèves. De plus, elle permettait une autonomie plus importante des élèves. En effet, l'auteur décide de commencer la séquence sur un « document mystère », ce qui permet aux élèves de s'interroger sur le thème abordé. J'ai donc décidé de commencer ma séquence par une énigme qui susciterait leur intérêt. Le reste de la séquence se baserait sur cette énigme et les élèves devront mettre en place des hypothèses pour la résoudre. Renaud Chorlay fait ensuite le choix de consacrer une séance à la rédaction d'un texte algorithmique et une autre à la comparaison des méthodes du passé avec celles utilisées de nos jours. Pour ma part, j'ai décidé de me pencher sur la rédaction des règles des numérations égyptienne et arabe et de les comparer dans la même séance, afin de mêler écrit et échanges oraux.

Cependant, une nouvelle question me préoccupa donc : quand introduire l'aspect culturel de l'histoire des mathématiques ? Après réflexion, j'ai trouvé qu'il était plus pertinent de

l'introduire en fin de séquence, en réponse à l'énigme, afin de susciter la curiosité des élèves tout au long de la séquence.

La séquence se compose donc de six séances :

- une première séance comprenant une évaluation diagnostique sur la composition et la décomposition d'un nombre inspirée des exercices proposés dans l'article de Frédéric Tempier ;
- une séance de découverte de la numération égyptienne, qui commence par l'introduction de l'énigme et où une affiche avec la signification des symboles égyptiens est créée par la suite, en mettant en avant le rôle du zéro ;
- une séance de dénombrement de collections (introduite par la somme de deux nombres égyptiens) qui permet de travailler les aspects de la numération égyptienne, en les mettant en lien avec les nôtres ;
- une séance de rédaction des règles. Les CE2 ont rédigé les règles de notre système et les CM1 les règles du système de numération égyptien puis les élèves ont critiqué les deux systèmes ;
- une séance de mise en contexte de l'histoire de la numération (introduite par la résolution de l'énigme lancée en début de séquence) et notamment la mise en contexte de la civilisation égyptienne de l'époque à travers une vidéo explicative comme le propose le manuel *Passerelle* ;
- une évaluation bilan sur la composition et la décomposition d'un nombre afin de voir les différences avec l'évaluation diagnostique et de voir si cette séquence a permis de consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération écrite.

L'objectif principal de la séquence est de consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération décimale écrite grâce à la numération égyptienne mais cette séquence permettrait tout de même un enrichissement culturel auprès des élèves.

Séances	Objectif(s) mathématique(s)	Hypothèses testées	Données recueillies	Comparaison passé / présent
Séance 1 : Évaluation diagnostique (Cf annexe 1)	Utiliser et représenter les grands nombres entiers	Les connaissances mathématiques des élèves sur notre système de numération sont-elles optimales ?	Productions d'élèves	/
Séance 2 : Mise en place de la situation-problème et première approche de la numération égyptienne (cf annexes 2 et 3)	Découvrir le système de numération égyptienne (valeur des symboles, absence du zéro)	Si les élèves étudient le système de numération égyptien, alors ils auront moins de difficultés à comprendre l'aspect décimal de notre numération	Affiche sur la numération égyptienne (cf annexe 4)	<ul style="list-style-type: none"> - Différences des symboles - Présence / absence du zéro - Base décimale
Séance 3 : Dénombrer des collections à l'aide de symboles égyptiens (cf annexe 5)	Comprendre le système de numération égyptien, notamment son aspect non positionnel	Si les élèves étudient le système de numération égyptien, alors ils auront moins de difficultés à comprendre l'aspect positionnel de notre numération	/	<ul style="list-style-type: none"> - Addition avec retenue - Aspect positionnel ou non positionnel

Séances	Objectif(s) mathématique(s)	Hypothèses testées	Données recueillies	Comparaison passé / présent
Séance 4 : Comparaison du système de numération égyptien et du nôtre (cf <u>annexe 6</u>)	Rédiger les règles du système de numération égyptien et du nôtre puis les critiquer	Si les élèves confrontent le système de numération égyptien avec le nôtre, alors ils auront moins de difficultés à comprendre les deux aspects principaux de notre système de numération (aspect décimal et aspect positionnel)	Règles rédigées par les élèves (cf <u>annexe 7</u>)	<ul style="list-style-type: none"> - Aspect positionnel ou non positionnel - Base décimale - Présence / absence du zéro
Séance 5 : Résolution de l'énigme et approche culturelle de la civilisation égyptienne	<ul style="list-style-type: none"> - Éveiller sa curiosité culturelle grâce à l'histoire des mathématiques - Prendre conscience que les nombres tels que nous les utilisons aujourd'hui sont le fruit d'une évolution au cours de l'Histoire 	<ul style="list-style-type: none"> - Si l'enseignant réalise une séquence d'histoire des mathématiques avec ses élèves, alors ces derniers éveilleront leur curiosité culturelle - Si l'aspect culturel de l'histoire des mathématiques est introduit en fin de séquence, alors les élèves seront plus investis 	/	<ul style="list-style-type: none"> - Comparaison des civilisations, de leur mode de vie et leur manière de compter

Séances	Objectif(s) mathématique(s)	Hypothèses testées	Données recueillies	Comparaison passé / présent
Séance 6 : Évaluation sommative (cf annexe 8)	Utiliser et représenter les grands nombres entiers	Si les élèves confrontent le système de numération égyptien avec le nôtre, alors ils auront moins de difficultés à comprendre les deux aspects principaux de notre système de numération (aspect décimal et aspect positionnel)	Productions d'élèves	/

Les données recueillies nous intéressant dans le but de répondre à la problématique proviennent principalement de l'évolution entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation sommative. C'est pour cela que j'ai décidé de créer un tableau récapitulatif regroupant les réponses des élèves à chaque question lors de l'évaluation diagnostique puis lors de l'évaluation sommative (cf [annexe 10](#)). Une comparaison entre ces deux tableaux sera alors nécessaire afin de traiter ces données et de répondre à la problématique.

Un questionnaire (cf [annexe 11](#)), permettant d'évaluer le niveau de motivation des élèves, me permettra quant à lui de valider la seconde hypothèse formulée.

C) Traitement des données

1. Méthodologie de traitement de données

Ainsi, je vais analyser les données recueillies de différentes manières.

Pour répondre à la première hypothèse, j'ai fait le choix de mélanger analyse quantitative, à travers l'étude des graphiques montrant l'évolution des réponses des élèves entre l'évaluation diagnostique et l'évaluation sommative, et analyse qualitative, en étudiant plus finement certaines productions d'élèves (sur les évaluations diagnostiques et les évaluations sommatives).

Afin de répondre à la seconde problématique, j'ai décidé de proposer aux élèves un questionnaire lié à leur motivation (cf [annexe 11](#)) lors de la séquence quelques mois après l'avoir menée en classe.

Enfin, pour répondre à la dernière hypothèse, une analyse fine de ma pratique enseignante me paraît nécessaire.

2. Analyse a priori

Tout au long de la séquence, les élèves sont amenés à utiliser diverses procédures :

- résolution schématique : lors de l'activité de découverte de l'écriture (cf [annexe 3](#)) ; lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)) ;
- résolution par comptage de 1 en 1 : lors de l'activité de découverte de l'écriture (cf [annexe 3](#)) ; lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)) ;
- résolution par comptage de 10 en 10 : lors de l'activité de découverte de l'écriture (cf [annexe 3](#)) ; lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)) ;
- résolution par comptage et calcul réfléchi : lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)) ;
- résolution par dénombrement : lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)) ;
- résolution par dénombrement en organisant la collection par paquet de 10 : lors de l'activité de dénombrement (cf [annexe 5](#)).

Toutes ces procédures peuvent être utilisées par les élèves lors de l'évaluation diagnostique (séance 1) et de l'évaluation sommative (séance 6). C'est la dernière procédure qui est visée lors de l'activité de dénombrement présente dans les deux évaluations. C'est également la procédure la plus explicite pour vérifier la compréhension des élèves sur le sujet. En revanche, seules les deux premières peuvent être utilisées lors de la séance 2 car les élèves ne connaissent pas les chiffres égyptiens. C'est à partir de la troisième séance que je vais m'intéresser aux procédures utilisées par les élèves sur la numération égyptienne. A travers l'activité présente en séance 3 (cf [annexe 5](#)), je vais évaluer l'évolution des élèves sur le sujet à partir des procédures utilisées par chaque élève. La séance 4 me permet de conforter mes observations.

Afin d'aider les élèves à progresser sur la compréhension de notre système de numération, et à les amener progressivement vers la procédure experte explicitée précédemment, je peux mettre en place différentes variables didactiques comme :

- la taille des nombres ;
- le nombre de questions ;
- l'ordre de présentation des unités de numération ;
- l'absence ou non d'une unité de numération ;
- la présence ou non d'outils (comme une frise de numération par exemple) ;
- le temps donné.

Pour aider les élèves à comprendre plus facilement le système de numération égyptien, je peux utiliser les mêmes variables didactiques que celles présentées ci-dessus mais je peux également jouer sur d'autres variables comme la longueur du nombre égyptien travaillé (ex : 99 comporte 18 chiffres égyptiens alors que 111 en comporte seulement 3).

Dans les deux cas, l'étayage apporté par moi-même favorisera la compréhension des élèves.

Malgré les aides apportées, les élèves peuvent faire face à de nombreuses difficultés dans cette séquence comme :

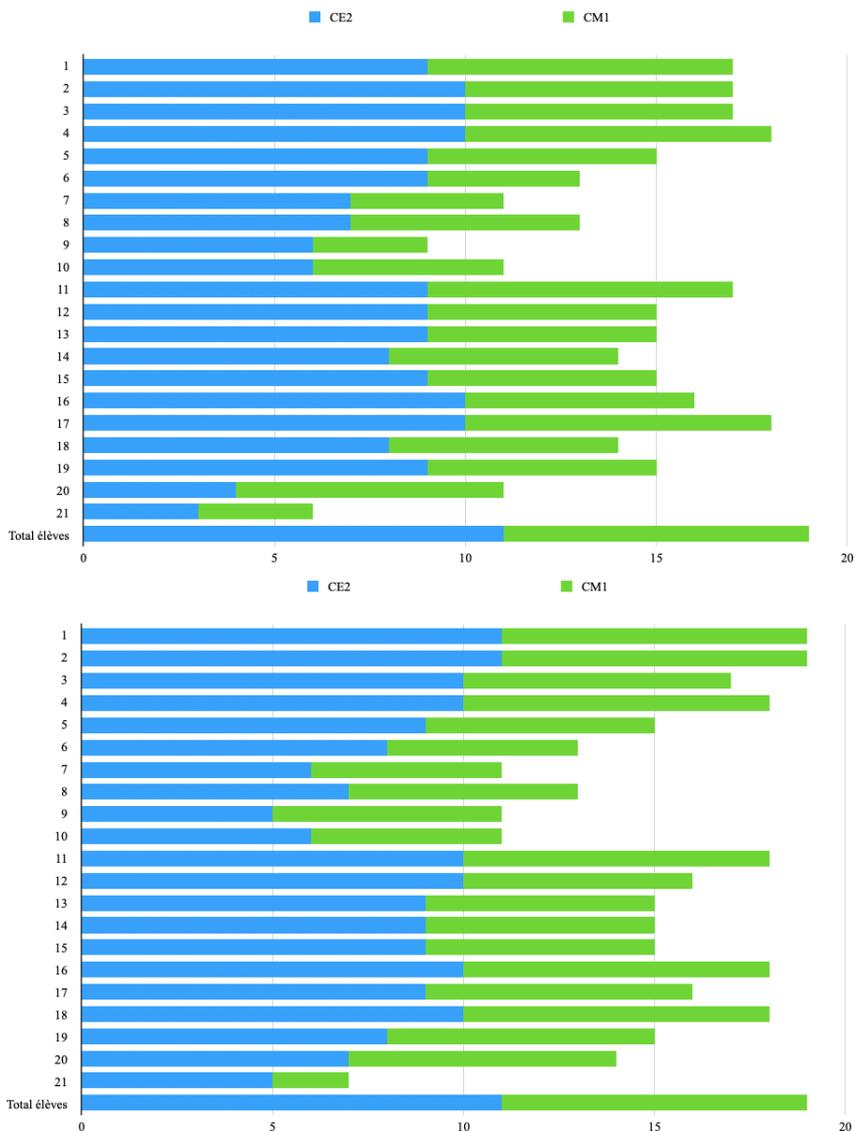
- la position des unités de numération (que ce soit pour la numération arabe mais aussi pour la numération égyptienne, mais indispensable pour travailler l'aspect positionnel de notre numération) ;
- l'absence ou non d'unités de numération (valable également pour les deux numérations, mais indispensable pour montrer le rôle du zéro) ;
- le changement d'unités de numération (ex : $12u + 2d = 3d + 2u$; ou encore 12 bâtons + 2 anses = 3 anses + 2 bâtons) ; indispensable également pour travailler l'aspect décimal des deux numérations ;
- les signes inconnus pour la numération égyptienne.

Je dois donc ajuster les variables didactiques et penser aux procédures attendues à chaque activité afin d'anticiper ces difficultés, qui peuvent être des freins à la compréhension des deux systèmes de numération (aspect positionnel, aspect décimal, rôle du zéro).

La cinquième séance ne peut pas comporter d'analyse a priori car il s'agit d'une séance de découverte de la civilisation, et ne relève pas de connaissances mathématiques.

3. Analyse des données

Comme expliqué précédemment, j'ai fait le choix de mener une analyse à la fois quantitative et à la fois qualitative pour valider la première hypothèse exposée. Concernant l'analyse quantitative, j'ai décidé de rassembler les résultats des élèves à chaque question de l'évaluation diagnostique, puis de l'évaluation sommative. Ainsi, les graphiques ci-dessous montrent le nombre de bonnes réponses par question, sur les 19 élèves présents dans la classe. J'ai fait le choix de distinguer CE2 et CM1 car l'impact de la séquence d'histoire des mathématiques n'est pas forcément le même selon le niveau.



Pour les deux premières questions, on observe très clairement la compréhension du sujet car tous les élèves ont donné la bonne réponse à l'évaluation sommative, contre dix-sept à

l'évaluation diagnostique. On peut également observé une grande amélioration à la neuvième question car onze élèves ont bien répondu contre neuf lors de l'évaluation diagnostique, ainsi qu'à la vingtième question (14 élèves contre 11). Ainsi, de manière générale, une légère amélioration est visible par l'ensemble des élèves.

La seule question où davantage d'élèves ont donné la bonne réponse à l'évaluation diagnostique (18) qu'à l'évaluation sommative (16) est la question dix-sept (70 unités = ... dizaines / 80 unités = ... dizaines). L'analyse quantitative ne suffisant pas pour valider l'hypothèse, une analyse qualitative de certaines productions d'élèves me paraît primordiale. Une autre question mérite une analyse poussée. Il s'agit de la dernière question, portant sur le dénombrement, car elle a été davantage réussie par les élèves de CE2 lors de l'évaluation sommative, mais moins bien réussie par les élèves de CM1. En effet, seulement trois élèves de CE2 avait réussi cette question avant la séquence et trois élèves de CM1. Après la séquence, cinq élèves de CE2 ont bien répondu à cette question mais seulement deux élèves de CM1.

Pour l'analyse qualitative, j'ai décidé de choisir des productions d'élèves moyennement réussies, voire ratées, afin d'observer leur progression (ou pas), les productions d'élèves réussies comme celle ci-dessous ne montrant pas d'amélioration et ne me permettant donc pas de valider ou invalider l'hypothèse.

CE2 / CM1

Prénom : Élève 0

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = 285 ✓

7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = 274 ✓

5 centaines + 9 unités = 509 ✓

5 unités + 7 centaines = 705 ✓

6 dizaines + 6 centaines = 660 ✓

7 dizaines + 12 unités = 82 ✓

5 centaines + 10 dizaines = 600 ✓

4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = 653 ✓

42 dizaines + 5 centaines = 920 ✓

5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = 661 ✓

Compléter.

Dans 89 il y a 8 dizaines. ✓ 7 dizaines = 70 unités ✓

Dans 234 il y a 23 dizaines. ✓ 70 unités = 7 dizaines ✓

Dans 985 il y a 9 centaines. ✓ 3 centaines = 30 dizaines ✓

Dans 800 il y a 80 dizaines. ✓ 4 centaines = 400 unités ✓

Dans 145 il y a 14 dizaines. ✓ 70 dizaines = 7 centaines ✓

Combien y a-t-il de pharaons ?

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

J'y en a 107 ✓

Les productions de l'élève A ci-dessous, productions réussies, permettent de constater une compréhension plus fine après la séquence car l'élève a acquis le fait d'additionner les centaines entre elles, les dizaines entre elles et les unités entre elles (questions 9 et 10).

CE2 / CM1

Prénom : Élève A

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = 285 ✓

7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = 274 ✓

5 centaines + 9 unités = 59 ✗

5 unités + 7 centaines = 705 ✓

6 dizaines + 6 centaines = 660 ✓

7 dizaines + 12 unités = 72 ✓

5 centaines + 10 dizaines = 600 ✓

4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = 633 ✓

42 dizaines + 5 centaines = 92 ✗

5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = 661 ✗

Compléter.

Dans 89 il y a 8 dizaines. ✓	7 dizaines = 70 unités ✓
Dans 234 il y a 23 dizaines. ✓	70 unités = 7 dizaines ✓
Dans 985 il y a 9 centaines. ✓	3 centaines = 30 dizaines ✓
Dans 800 il y a 8 dizaines. ✓	4 centaines = 40 unités ✓
Dans 145 il y a 14 dizaines. ✓	70 dizaines = 7 centaines ✓

CE2/CM1

Prénom : Élève A

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193 ✓

8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = 285 ✓

6 centaines + 9 unités = 609 ✓

7 unités + 4 centaines = 407 ✓

3 dizaines + 6 centaines = 630 ✓

2 dizaines + 15 unités = 25 ✓

4 centaines + 10 dizaines = 500 ✓

5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 623 ✓

21 dizaines + 3 centaines = 510 ✓

6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 824 ✓

Compléter.

Dans 67 il y a 6 dizaines. ✓	5 dizaines = 50 unités ✓
Dans 105 il y a 10 dizaines. ✓	80 unités = 8 dizaines ✓
Dans 260 il y a 26 centaines. ✗	1 centaine = 10 dizaines ✓
Dans 400 il y a 40 dizaines. ✓	3 centaines = 30 unités ✓
Dans 764 il y a 76 dizaines. ✓	60 dizaines = 6 centaines ✓

Les productions de l'élève B présentes ci-dessous permettent quant à elles de constater une amélioration concernant les questions portant sur les relations entre centaines, dizaines et unités (questions 16 à 20) mais aussi la distinction entre chiffre et nombre, même si des erreurs persistent sur ce point (questions 11 à 15).

CE2 / CM1

Prénom : Élève B

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = 285 ✓

7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = 274 ✓

5 centaines + 9 unités = 509 ✓

5 unités + 7 centaines = 705 ✓

6 dizaines + 6 centaines = 660 ✓

7 dizaines + 12 unités = 72 ✓

5 centaines + 10 dizaines = 610 ✗

4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = 633 ✓

42 dizaines + 5 centaines = 926 ✓

5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = 661 ✓

Compléter.

Dans 89 il y a 8 dizaines. ✓	7 dizaines = 70 unités ✗
Dans 234 il y a 23 dizaines. ✗	70 unités = 7 dizaines ✓
Dans 985 il y a 9 centaines. ✓	3 centaines = 30 dizaines ✗
Dans 800 il y a 8 dizaines. ✗	4 centaines = 40 unités ✗
Dans 145 il y a 14 dizaines. ✓	70 dizaines = 7 centaines ✗

CE2/CM1

Prénom : Élève B

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193 ✓

8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = 285 ✓

6 centaines + 9 unités = 609 ✓

7 unités + 4 centaines = 407 ✓

3 dizaines + 6 centaines = 630 ✓

2 dizaines + 15 unités = 215 ✗

4 centaines + 10 dizaines = 500 ✓

5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 623 ✓

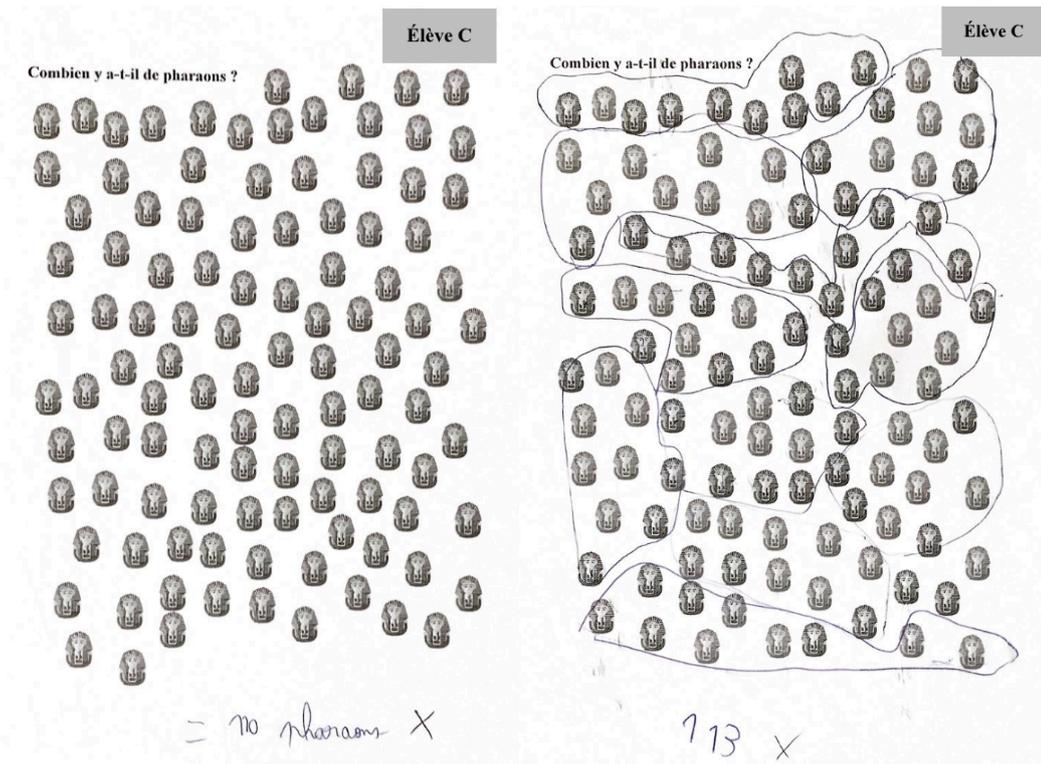
21 dizaines + 3 centaines = 510 ✓

6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 824 ✓

Compléter.

Dans 67 il y a 6 dizaines. ✓	5 dizaines = 50 unités ✓
Dans 105 il y a 10 dizaines. ✗	80 unités = 8 dizaines ✓
Dans 260 il y a 26 centaines. ✓	1 centaine = 10 dizaines ✓
Dans 400 il y a 40 dizaines. ✗	3 centaines = 30 unités ✓
Dans 764 il y a 6 dizaines. ✗	60 dizaines = 6 centaines ✓

Les résultats de l'élève C sur le dénombrement (question 21) sont particulièrement intéressants. Ils montrent clairement l'évolution de l'élève sur cette notion et la compréhension totale, malgré une erreur d'inattention (il a oublié un pharaon sur la gauche), car l'élève a rangé les pharaons par paquets de 10 lors de l'évaluation sommative, chose qu'il n'avait pas faite lors de l'évaluation diagnostique.



Toutes ces productions montrent une amélioration des élèves dans la connaissance de notre système de numération et concernent la majorité de la classe.

Cependant, certains élèves n'ont pas progressé, comme le prouvent les deux dernières productions choisies. Dans le cas de l'élève D (dont les productions sont présentes à la page suivante), il ne maîtrise pas parfaitement les relations entre centaines, dizaines et unités, ainsi que la distinction entre chiffre et nombre mais a tout de même des connaissances car a réussi les premières questions. Ses erreurs concernent surtout les questions plus complexes (questions 7 à 10) portant non seulement sur les relations entre les unités, mais aussi sur des opérations entre celles-ci. Il a compris qu'un lien existait mais n'arrive pas à le mettre en oeuvre car il confond les dizaines et les unités dans ses calculs.

CE2 / CM1

Prénom : Élève D

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = 285 ✓
 7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = 274 ✓
 5 centaines + 9 unités = 509 ✓
 5 unités + 7 centaines = 705 ✓
 6 dizaines + 6 centaines = 660 ✓
 7 dizaines + 12 unités = 82 ✓
 5 centaines + 10 dizaines = 510 ✗
 4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = 426 ✗
 42 dizaines + 5 centaines = 542 ✗
 5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = 535 ✗

Compléter.

Dans 89 il y a 8 dizaines. ✓	7 dizaines = 70 unités ✓
Dans 234 il y a 3 dizaines. ✗	70 unités = 7 dizaines ✓
Dans 985 il y a 9 centaines. ✓	3 centaines = 30 dizaines ✗
Dans 800 il y a 8 dizaines. ✗	4 centaines = 40 unités ✓
Dans 145 il y a 4 dizaines. ✗	70 dizaines = 700 centaines ✗

CE2/CM1

Prénom : Élève D

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193 ✓
 8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = 285 ✓
 6 centaines + 9 unités = 609 ✓
 7 unités + 4 centaines = 407 ✓
 3 dizaines + 6 centaines = 630 ✓
 2 dizaines + 15 unités = 35 ✓
 4 centaines + 10 dizaines = 410 ✗
 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 515 ✗
 21 dizaines + 3 centaines = 321 ✗
 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 635 ✗

Compléter.

Dans 67 il y a 6 dizaines. ✓	5 dizaines = 50 unités ✓
Dans 105 il y a 10 dizaines. ✓	80 unités = 8 dizaines ✗
Dans 260 il y a 2 centaines. ✓	1 centaine = 10 dizaines ✓
Dans 400 il y a 4 dizaines. ✗	3 centaines = 30 unités ✓
Dans 764 il y a 6 dizaines. ✗	60 dizaines = 600 centaines ✗

L'élève E (productions ci-dessous) quant à lui n'a pas du tout compris le fonctionnement de notre système de numération. Dans les deux cas, la mise en place de la séquence sur l'histoire de la numération ne leur a pas permis de progresser dans la compréhension de notre système de numération.

CE2 / CM1

Prénom : Élève E

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = 285 ✓
 7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = 274 ✓
 5 centaines + 9 unités = 509 ✗
 5 unités + 7 centaines = 75 ✗
 6 dizaines + 6 centaines = 66 ✗
 7 dizaines + 12 unités = 712 ✗
 5 centaines + 10 dizaines = 510 ✗
 4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = 4233 ✗
 42 dizaines + 5 centaines = 542 ✗
 5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = 51421 ✗

Compléter.

Dans 89 il y a 8 dizaines. ✗	7 dizaines = 0 unités ✗
Dans 234 il y a 3 dizaines. ✗	70 unités = 0 dizaines ✗
Dans 985 il y a 9 centaines. ✓	3 centaines = 0 dizaines ✗
Dans 800 il y a 8 dizaines. ✗	4 centaines = 0 unités ✗
Dans 145 il y a 4 dizaines. ✗	70 dizaines = 0 centaines ✗

CE2/CM1

Prénom : Élève E

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193 ✓
 8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = 285 ✓
 6 centaines + 9 unités = 69 ✗
 7 unités + 4 centaines = 47 ✗
 3 dizaines + 6 centaines = 63 ✗
 2 dizaines + 15 unités = 215 ✗
 4 centaines + 10 dizaines = 404 ✗
 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 5123 ✗
 21 dizaines + 3 centaines = 321 ✗
 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 62114 ✗

Compléter.

Dans 67 il y a 7 dizaines. ✗	5 dizaines = 0 unités ✗
Dans 105 il y a 0 dizaines. ✗	80 unités = 0 dizaines ✗
Dans 260 il y a 2 centaines. ✓	1 centaine = 0 dizaines ✗
Dans 400 il y a 0 dizaines. ✗	3 centaines = 0 unités ✗
Dans 764 il y a 6 dizaines. ✗	60 dizaines = 6 centaines ✓

Concernant la seconde problématique formulée précédemment, j'ai fait le choix de proposer un questionnaire portant sur la motivation (cf annexe 11) aux élèves afin de valider, ou non, cette hypothèse. Globalement, les réponses données par les élèves sont convaincantes. Tous les élèves ont trouvé la civilisation égyptienne intéressante, voire très intéressante mais les avis sont mitigés sur la difficulté de la numération égyptienne. Certains l'ont trouvée facile, d'autres plus complexe.

Le questionnaire de l'élève F présent ci-dessous montre qu'il a adoré la civilisation et a trouvé la numération facile mais celui de l'élève G (présent ci-dessous également) montre qu'il a également adoré la civilisation égyptienne car il a beaucoup appris sur le passé mais trouve, en revanche, la numération égyptienne difficile car il y a beaucoup de signes. Ces deux élèves de CE2 souhaiteraient néanmoins en apprendre davantage sur cette civilisation et aimeraient également découvrir la numération d'une autre civilisation et l'histoire d'autres notions mathématiques, ce qui montre leur investissement et l'éveil de leur curiosité culturelle et scientifique dans la séquence.

Élève F

• En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?
 CE2 CM1

• Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?
 oui non

• Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?
 très intéressante intéressante peu intéressante pas intéressante
 Pourquoi ?
J'adore.

• Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?
 très facile facile difficile très difficile
 Pourquoi ?
Elle est facile et dure.

• Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.
que le zéro est absent.

• Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.
Je suis fier.

• Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.
Je suis fier.

• Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?
 oui non / je ne sais pas
 Pourquoi ?
Parce que je voudrais en savoir plus sur la numération égyptienne.

• Aimerais-tu découvrir la numération d'une autre civilisation de l'Antiquité (Romains, Mésopotamiens, Mayas...)?
 oui non
 Pourquoi ?
Je ne veux connaître tout les logiques.

• Aimerais-tu découvrir l'histoire d'autres notions mathématiques (comme le calcul posé, la géométrie, etc) ?
 oui non
 Pourquoi ?
Je voudrais savoir tout faire sur toute les langues.

Élève G

• En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?
 CE2 CM1

• Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?
 oui non

• Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?
 très intéressante intéressante peu intéressante pas intéressante
 Pourquoi ?
Par sa date de il y a des millions d'années et donc on apprend beaucoup sur le passé.

• Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?
 très facile facile difficile très difficile
 Pourquoi ?
Parce qu'il faut noter tout les nombres avec les signes.

• Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.
11, 1010, 11=100, 11=1000, 11=10 000 et 11=100 000.

• Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.
Apprendre sur le passé et la numération égyptienne.

• Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.
rien et rien.

• Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?
 oui non / je ne sais pas
 Pourquoi ?
Pour savoir plus sur le passé de l'égypte.

• Aimerais-tu découvrir la numération d'une autre civilisation de l'Antiquité (Romains, Mésopotamiens, Mayas...)?
 oui non
 Pourquoi ?
Pour savoir parler (Romains, Mésopotamiens, Mayas...)

• Aimerais-tu découvrir l'histoire d'autres notions mathématiques (comme le calcul posé, la géométrie, etc) ?
 oui non
 Pourquoi ?
Parce que j'aime bien les mathématiques.

Les élèves de CM1 (dont les productions se trouvent à la page suivante), quant à eux, sont plutôt d'accord sur le fait que la civilisation égyptienne était intéressante et que la numération égyptienne est facile mais les raisons diffèrent. L'élève H l'a trouvée très facile car « c'est avec des dessins » alors que l'élève I l'a trouvée facile car il a déjà des connaissances sur notre système de numération. Ce dernier fait donc le lien avec notre système, ce qui est intéressant car cela prouve qu'il a compris les relations entre ces deux systèmes de numération. En revanche, la motivation à en apprendre davantage est différente chez chaque élève. L'élève H aimerait en apprendre davantage sur les égyptiens et sur les autres numérations car il va en Egypte et souhaite apprendre des choses à ses parents. Quant à l'élève I, il souhaite en apprendre davantage sur les numérations des autres civilisations car « c'est trop bien », ce qui montre son attachement à la séquence menée. Cependant, ce dernier ne souhaite pas en savoir plus sur l'histoire de la géométrie car il n'aime pas cela et sur la civilisation égyptienne car « son cerveau est trop plein ». Les réponses de l'élève J sur ces questions sont très intéressantes car il ne souhaite pas en apprendre davantage sur la numération des autres civilisations, les trouvant trop compliquées, mais souhaite en apprendre davantage sur l'histoire d'autres notions mathématiques car il trouve cela passionnant. La réponse la plus intéressante est celle portant sur la motivation à en savoir davantage sur la civilisation égyptienne car ce dernier annonce que son savoir-faire sera amélioré.

Élève H

En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?

CE2 / CM1

Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?

oui / non

Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

très intéressante / intéressante / peu intéressante / pas intéressante

Pourquoi ?

Parce que on apprend un peu comment il se parle avec les numéros.

Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?

très facile / facile / difficile / très difficile

Pourquoi ?

Parce que c'est avec des dessins.

Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.

On a appris les nombres égyptiens de 10, 100, 1000, 10 000 et 100 000.

Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.

J'ai tout aimé.

Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.

rien.

Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

oui / non / je ne sais pas

Pourquoi ?

Parce que je vais aller en égypte.

Aimerais-tu découvrir la numération d'une autre civilisation de l'Antiquité (Romains, Mésopotamiens, Mayas...) ?

oui / non

Pourquoi ?

Et moi je pourrais prendre des choses à mes parents.

Aimerais-tu découvrir l'histoire d'autres notions mathématiques (comme le calcul posé, la géométrie, etc) ?

oui / non

Pourquoi ?

Et moi je pourrais faire des opérations en égyptien.

Élève J

En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?

CE2 / CM1

Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?

oui / non

Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

très intéressante / intéressante / peu intéressante / pas intéressante

Pourquoi ?

Parce que j'ai beaucoup aimé les pyramides.

Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?

très facile / facile / difficile / très difficile

Pourquoi ?

Je ne me souviens pas trop facile parce que le nombre est simple.

Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.

Que un kilod = 100 000, 10 000, 1 000, 100, 10 et que 1 = 1.

Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.

La numération et les pyramides.

Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.

J'ai tout aimé.

Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

oui / non / je ne sais pas

Pourquoi ?

Moi j'aimerais faire des mathématiques.

Élève I

En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?

CE2 / CM1

Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?

oui / non

Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

très intéressante / intéressante / peu intéressante / pas intéressante

Pourquoi ?

Parce que les pharaons, les pyramides et le Gizeh.

Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?

très facile / facile / difficile / très difficile

Pourquoi ?

Parce que on est sûr S.M.1 est en fait déjà après les 10000 et 10000.

Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.

Les chiffres égyptiens (ça = 1000).

Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.

La numération égyptienne et la civilisation / comment vivent.

Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.

J'ai tout aimé.

Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

oui / non / je ne sais pas

Pourquoi ?

Mon cerveau est trop plein.

Aimerais-tu découvrir la numération d'une autre civilisation de l'Antiquité (Romains, Mésopotamiens, Mayas...) ?

oui / non

Pourquoi ?

Parce que c'est trop bien.

Aimerais-tu découvrir l'histoire d'autres notions mathématiques (comme le calcul posé, la géométrie, etc) ?

oui / non

Pourquoi ?

Parce que je n'aime pas tout ce qui est géométrie, mesure et angle.

Ainsi, tous les élèves étaient très intéressés par le sujet. Les CE2 sont plus curieux que les CM1 et sont prêts à découvrir de nouvelles choses avec grand plaisir tandis que les CM1 sont plus réticents car plus réalistes et pragmatiques, le sujet les ayant tout autant intéressés.

L'énigme proposée au début de la séquence a questionné les élèves quant à la civilisation égyptienne et toutes ces questions se sont multipliées au fil des séances, jusqu'à la cinquième séance portant sur la découverte de cette civilisation. Durant cette séance, les élèves étaient très attentifs et participaient activement, ils posaient de nombreuses questions concernant la civilisation. Certains élèves avaient apporté des livres sur les hiéroglyphes, d'autres ont regardé des films sur la civilisation égyptienne. De plus, j'avais réalisé une séquence l'an dernier dans une classe de CM1 où l'approche culturelle de la civilisation étudiée (civilisation maya) avait été faite dès la première séance. Tout au long de la séquence, les élèves semblaient moins intéressés et moins curieux car ce qui les intéressait principalement était de connaître le mode de vie de la civilisation, et ils avaient déjà la réponse dès l'entrée dans la séquence. C'est pour cela que l'énigme proposée en début de séquence me semble indispensable pour susciter la curiosité des élèves et leur intérêt pour la séquence.

D) Résultats

L'analyse quantitative et l'analyse qualitative menées sur les productions d'élèves aux évaluations (diagnostique et sommative) me permettent de valider la première hypothèse car une progression est à constater dans la majorité des productions, même si certaines exceptions existent.

Concernant la seconde hypothèse, l'investissement et les nombreuses questions posées par les élèves tout au long de la séquence, ainsi que l'analyse des réponses des élèves au questionnaire faite précédemment me permettent de la valider. En effet, tous les élèves étaient très intéressés par le sujet, ils faisaient les exercices avec beaucoup d'enthousiasme. De plus, les productions des élèves (présentes en [annexe 7](#)) me permettent d'évaluer la compréhension des élèves sur le système de numération égyptien. Si on les

analyse, on peut constater facilement que le fonctionnement de ce système a été majoritairement compris. Les productions sont plus que satisfaisantes, tout comme leurs réponses au questionnaire portant sur leur motivation à apprendre lors de cette séquence.

Tous ces indicateurs me permettent de dire que la séquence est une réussite. Elle a permis de développer les connaissances des élèves sur la civilisation égyptienne, d'éveiller leur curiosité culturelle et scientifique et d'améliorer leurs connaissances sur notre système de numération.

L'investissement des élèves lors de cette séquence, ainsi que la comparaison avec la séquence sur la civilisation maya, me permettent de valider la dernière hypothèse.

Conclusion

Les nombreuses lectures effectuées tout au long de ces deux années, ainsi que les réflexions qu'elles ont suscitées, m'ont permis d'éclairer ma vision de l'enseignement des mathématiques. Elles m'ont apporté des connaissances et ont éveillé ma curiosité, tout en apportant des questionnements et en y répondant progressivement. En effet, chercher et analyser l'histoire des chiffres de leur origine au système de numération actuel m'a fait prendre conscience de la multitude de choix qui s'offrent au professeur sur l'enseignement des nombres à l'école primaire. Cette prise de conscience permet à l'enseignant d'aborder différemment cet apprentissage avec les élèves.

Concernant la mise en place de la séquence, les résultats obtenus dans une classe de CE2-CM1 sont en lien avec les hypothèses formulées et me permettent de répondre favorablement à la problématique suivante : « comment concevoir une séquence de réinvestissement basée sur l'histoire des mathématiques pour qu'elle puisse consolider les connaissances mathématiques des élèves sur la numération décimale écrite ? ». Ainsi, selon moi, une séquence d'histoire des mathématiques permet de consolider les connaissances des élèves sur la numération décimale écrite, mais aussi d'éveiller leur curiosité culturelle et scientifique.

Ce projet de recherche m'a surtout poussé à continuer de joindre histoire et mathématiques en classe, tant les effets sont bénéfiques sur les élèves, mais aussi sur l'enseignant. Le questionnaire lié à la motivation des élèves en est la preuve car nombre d'entre eux souhaitent découvrir une autre numération ou l'histoire d'une autre notion mathématique.

De plus, je pense que l'histoire des mathématiques peut faire changer d'avis les élèves sur leur appréciation des mathématiques. C'est pour cela que, par la suite, j'aimerais élargir mes recherches sur l'histoire d'autres notions mathématiques, afin de montrer aux élèves qui n'aiment pas la géométrie, qu'elle peut être passionnante et fascinante.

Bibliographie

Articles

- Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N n°98*, 67-90.
- Thomas de Vittori, Ameline Leroy. Travailler la numération décimale avec les quipus incas : bienfaits et limites autour d'une expérience en classe de sixième. Repères IREM, 2017. hal-01693256
- BARBIN E. (2010). Épistémologie et histoire dans la formation mathématique. *Repères IREM n°80*, 74-86.
- CHORLAY R., MAILLOUX F., MASSELIN B. (2017). Tâches algorithmiques en cycle 3 : trois séances sur la multiplication par jalousie, *Grand N n°100*, 33-57.

Ouvrages

- MOYON M., TOURNÈS D., 2018, *Passerelles : Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*, France, IREM.
- IFRAH G., 1994, *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*, Paris, Robert Laffont.
- CHAMBON G., 2020, *Histoire des nombres*, Paris, Que sais-je ?
- Cerquetti-Akerbane F., 2012, *Enseigner les mathématiques à l'école élémentaire*, Paris, Hachette Éducation (Profession Enseignant)
- Larousse, 2007, *Le petit Larousse illustré*, Paris, Larousse.

Mémoire

- Elise Charbonnier. Une approche de l'histoire de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire à travers les nombres et la numération. Education. 2012. dumas-00759405

Sites internet

- Ministère de l'éducation nationale, 2020, Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020, disponible sur https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=39771

- Eduscol, Attendus de fin d'années, disponible sur <https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e>
- Eduscol, Repères annuels de progression, disponible sur <https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e>

Annexes

Annexe 1 : Évaluation diagnostique

CE2 /
CM1

Prénom :

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = ...

7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = ...

5 centaines + 9 unités = ...

5 unités + 7 centaines = ...

6 dizaines + 6 centaines = ...

7 dizaines + 12 unités = ...

5 centaines + 10 dizaines = ...

4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = ...

42 dizaines + 5 centaines = ...

5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = ...

Compléter.

Dans 89 il y a ... dizaines.

Dans 234 il y a ... dizaines.

Dans 985 il y a ... centaines.

Dans 800 il y a ... dizaines.

Dans 145 il y a ... dizaines.

7 dizaines = ... unités

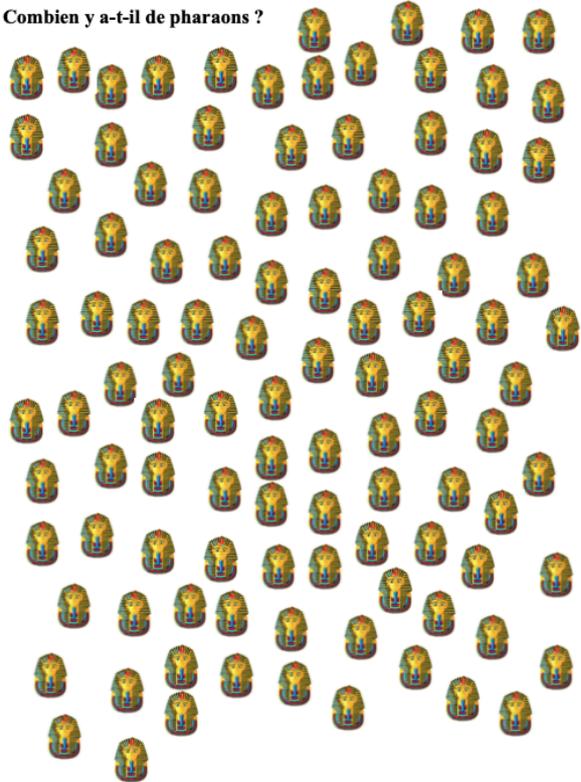
70 unités = ... dizaines

3 centaines = ... dizaines

4 centaines = ... unités

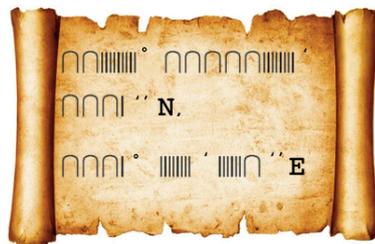
70 dizaines = ... centaines

Combien y a-t-il de pharaons ?



Annexe 2 : Énigme

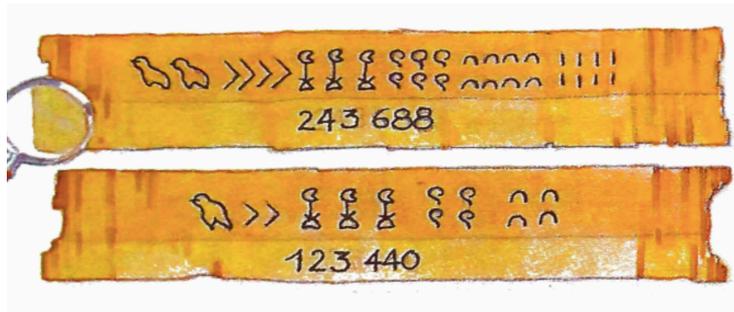
Je suis à la recherche de vestiges de la civilisation égyptienne mais les coordonnées que j'ai sont indiquées dans une écriture que je n'arrive pas à comprendre. M'aiderais-tu à décoder ces coordonnées et à trouver ces vestiges que j'espère tant découvrir ?



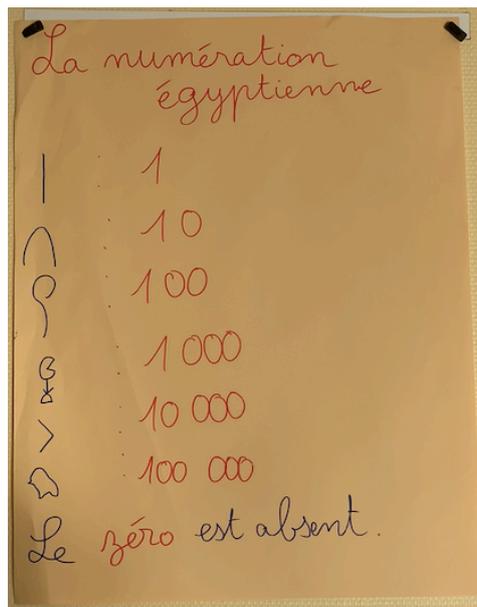
Voici les informations que j'ai sur ces lieux.



Annexe 3 : Séance 2



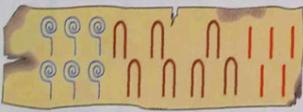
Annexe 4 : Affiche co-construite



Annexe 5 : Séance 3

Le scribe Numérobis doit compter le nombre total de sacs de blé contenus dans les réserves en prévision des périodes de famine.

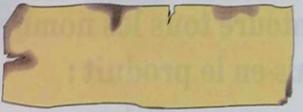
- Inscris ce total en numération égyptienne.



première réserve



seconde réserve



total

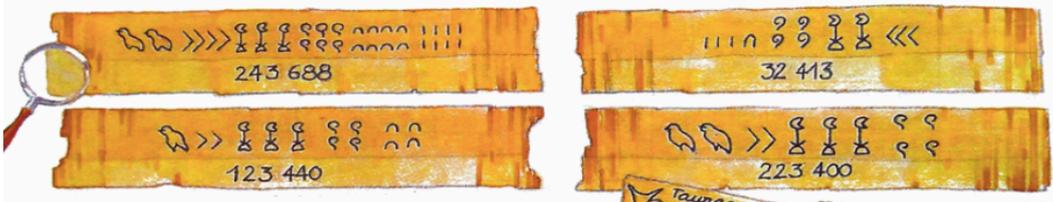
- Écris cette addition avec les chiffres que tu connais.



Annexe 6 : Séance 4

Au pays des pharaons
Manu doit préparer un exposé sur la numération égyptienne.
Il est allé à la bibliothèque et voici les documents qu'il a trouvés :

- Inscriptions relevées sur le tombeau du pharaon Sekou-Ré, avec leur traduction.



- Inscriptions relevées sur la massue du roi Némer, avec leur traduction. Elles représentent la quantité d'hommes et de têtes de bétail capturés après une bataille.

Aide Manu à comprendre comment fonctionne la numération égyptienne.



Annexe 7 : Productions des groupes

La numération française

Pour faire des dizaines il faut par exemple un 1 et 0 ou 10 ensemble.

Le zéro est là pour l'absence du nombre.

Il y a 10 chiffres dans la numération française 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

pour faire des centaines il faut mettre 3 zéros.

Et on utilise toujours 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dans les nombres.

C'est une numération décimale.

La numération Française

Nous on utilise les zéros sinon ça ne veut rien dire.

On peut les écrire en anglais, en chiffre et en lettre.

La ne s'arrête jamais. On peut les calculer, les diviser et les multiplier.

On peut en faire ce qu'on veut sur les mille de foot etc.

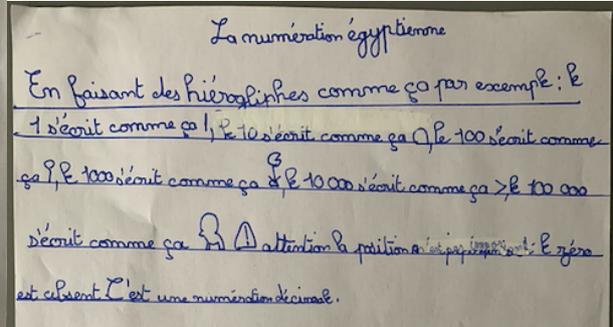
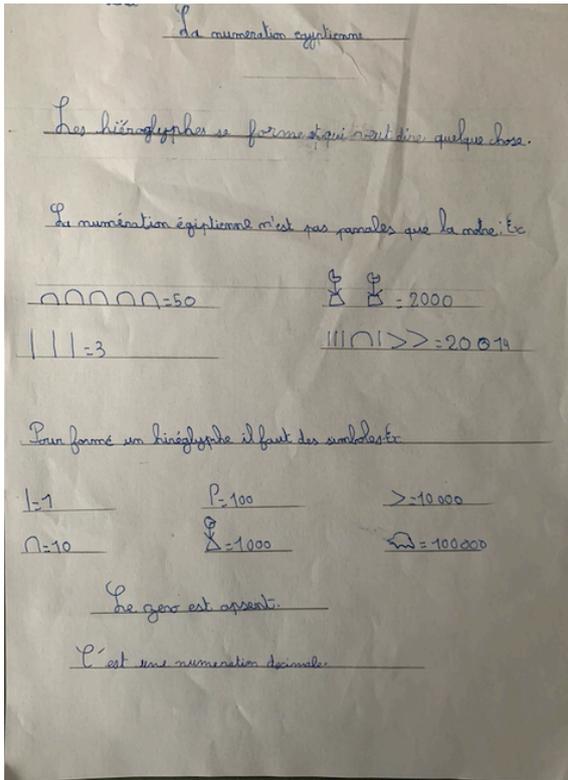
Ex: PPP n n III = 333 On peut les utiliser dans presque tout les pays.

La numération égyptienne

- 1 1
- 10 10
- 100 100
- 1 000 1 000
- 10 000 10 000
- 100 000 100 000

La numération Française 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 etc.

Il peut avoir le même chiffre dans le même nombre. ex 333 C'est une numération décimale.



Annexe 8 : Évaluation sommative

CE2/CM1

Prénom :

Écrire les nombres correspondants en chiffres.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = ...

8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ...

6 centaines + 9 unités = ...

7 unités + 4 centaines = ...

3 dizaines + 6 centaines = ...

2 dizaines + 15 unités = ...

4 centaines + 10 dizaines = ...

5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...

21 dizaines + 3 centaines = ...

6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...

Compléter.

Dans 67 il y a ... dizaines.

5 dizaines = ... unités

Dans 105 il y a ... dizaines.

80 unités = ... dizaines

Dans 260 il y a ... centaines.

1 centaine = ... dizaines

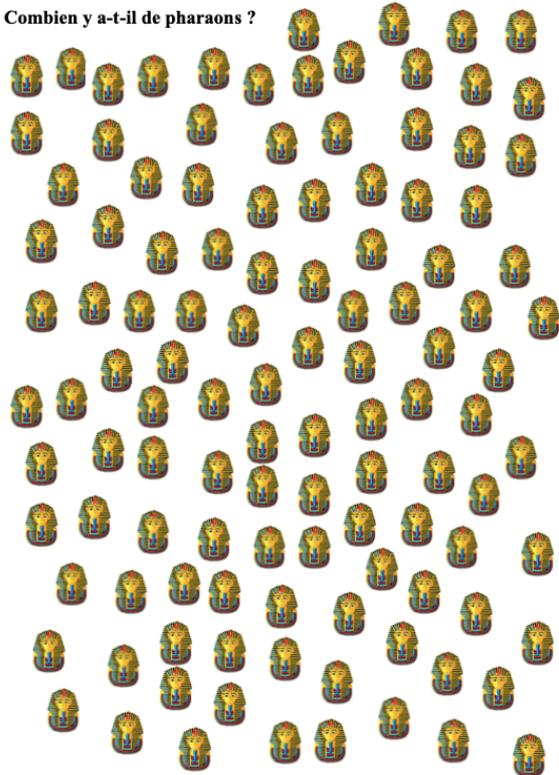
Dans 400 il y a ... dizaines.

3 centaines = ... unités

Dans 764 il y a ... dizaines.

60 dizaines = ... centaines

Combien y a-t-il de pharaons ?



Annexe 9 : Fiche de préparation

Séance 1

Fiche de préparation Évaluation diagnostique			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre • Le domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 1/6	
Compétences travaillées :			
<ul style="list-style-type: none"> • Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant, notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers <ul style="list-style-type: none"> - Désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écriture en unités de numération, écriture usuelle - Utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections • Utiliser des écritures en unités de numération <ul style="list-style-type: none"> - Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) - Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) - Noms des nombres 			
Objectif de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Pour l'enseignant : Observer les difficultés des élèves sur la compréhension de notre système de numération • Pour les élèves : Évaluer ses connaissances sur notre système de numération 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveaux de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Après-midi	
Dispositif :		Type d'activité :	
- Individuel		- Découverte	
Ressources/matériel :		Consigne :	
- Polycopié		- Répondez aux questions présentes sur la fiche.	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les nombres jusqu'à 999 - Connaître les relations entre les unités de numération 		/	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Bilan des connaissances sur les aspects de notre système de numération (décimal et positionnel)	15min	L'enseignant distribue la fiche aux élèves et leur demande de répondre aux questions. Variables didactiques : <ul style="list-style-type: none"> - Taille des nombres - Nombre de questions - Ordre de présentation des unités de numération - Absence ou non d'unités de numération - Présence ou non de frise numérique dans la classe - Temps donné 	Les élèves répondent aux questions de la fiche. Difficultés rencontrées supposées : <ul style="list-style-type: none"> - Ordre de présentation des unités de numération - Absence ou non d'unités de numération - Changement d'unités de numération (ex : 12u + 2d)
Bilan :			

Séance 2

Fiche de préparation Découverte de la numération égyptienne			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 1 : Les langages pour penser et communiquer • Le domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre • Le domaine 3 : La formation de la personne et du citoyen • Le domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques • Le domaine 5 : Les représentations du monde et l'activité humaine 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 2/6	
Compétences travaillées :			
<ul style="list-style-type: none"> • S'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme • Organiser une stratégie de recherche • Admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre 			
Objectif de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Découvrir le système de numération égyptien et ses symboles 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveau de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Matin	
Dispositif :		Type d'activité :	
<ul style="list-style-type: none"> - Individuel - Classe entière 		<ul style="list-style-type: none"> - Découverte - Manipulation 	
Ressources/matériel :		Consigne :	
<ul style="list-style-type: none"> - Vidéo-projecteur - Affiche pré-remplie - Feutres 		<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Que vous évoque cette situation ?</i> 2. <i>Lisez ce document.</i> 3. <i>Voici une affiche avec les symboles de la numération égyptienne. Comment peut-on faire pour la compléter ?</i> 	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
<ul style="list-style-type: none"> - Connaître notre système de numération et son fonctionnement (aspect décimal, aspect positionnel, présence du zéro) 		<ul style="list-style-type: none"> - Français : langage oral lors de la mise en commun 	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Mise en place de la situation (énigme)	5min	L'enseignant affiche l'énigme au tableau et observe les comportements des élèves face à ce sujet. Il les interroge ensuite sur ce que leur évoque la situation.	Les élèves lisent l'énigme et s'interrogent sur la manière de la résoudre.
2. Découverte de l'écriture	5min	L'enseignant affiche la seconde situation (2 nombres égyptiens traduits dans notre système) au tableau et laisse les élèves s'imprégner du document avant de mettre en commun. Variables didactiques : <ul style="list-style-type: none"> - Taille des nombres - Longueur des nombres - Temps donné - Position des unités de numération 	Les élèves lisent la situation et s'interrogent sur le fonctionnement de la numération égyptienne. Procédures envisageables : <ul style="list-style-type: none"> - Résolution schématique - Résolution par comptage Difficultés rencontrées supposées : <ul style="list-style-type: none"> - Signes inconnus
3. Réalisation de l'affiche	20min	L'enseignant présente l'affiche et demande aux élèves de l'aider à la remplir. L'enseignant veille à ce que les élèves remarquent l'absence du zéro. Il leur demande ensuite d'écrire le nombre 351 092 en égyptien sur leur ardoise. Les élèves peuvent s'aider de l'affiche. Variables didactiques : <ul style="list-style-type: none"> - Étayage 	Les élèves découvrent l'affiche et aident l'enseignant à la remplir, à l'aide du document précédent. Difficultés rencontrées supposées : <ul style="list-style-type: none"> - Signes inconnus
Bilan :			

Séance 3

Fiche de préparation			
Dénombrer des collections à l'aide des symboles égyptiens			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 1 : Les langages pour penser et communiquer • Le domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre • Le domaine 3 : La formation de la personne et du citoyen • Le domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques • Le domaine 5 : Les représentations du monde et l'activité humaine 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 3/6	
Compétences travaillées :			
<ul style="list-style-type: none"> • S'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme • Organiser une stratégie de recherche • Admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre 			
Objectif de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Comprendre le système de numération égyptien, notamment son aspect non positionnel 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveau de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Après-midi	
Dispositif :		Type d'activité :	
<ul style="list-style-type: none"> - Individuel 		<ul style="list-style-type: none"> - Découverte - Manipulation 	
Ressources/matériel :		Consigne :	
<ul style="list-style-type: none"> - Vidéo-projecteur - Affiche réalisée lors de la séance précédente - Ardoise 		<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Pouvez-vous me rappeler comment les égyptiens écrivaient leurs nombres ?</i> 2. <i>Quel est le nombre total de sacs de blé ?</i> 3. <i>Que remarquez-vous de particulier ?</i> 	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
<ul style="list-style-type: none"> - Connaître notre système de numération et son fonctionnement (aspect décimal, aspect positionnel, présence du zéro) 		<ul style="list-style-type: none"> - Français : langage oral lors de la mise en commun 	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Rappel	5min	L'enseignant demande aux élèves de lui rappeler la façon dont les nombres égyptiens se forment.	Les élèves répondent aux questions de l'enseignant et sont attentifs aux réponses de leurs camarades.
2. Dénombrer des collections	25min	<p>L'enseignant affiche la situation (sur le scribe Numérobis) au tableau et demande aux élèves d'y répondre, d'abord sans utiliser nos chiffres puis en les utilisant.</p> <p>L'enseignant explique ensuite le principe décimal de la numération égyptienne en dénombrant les collections proposées par les élèves.</p> <p>Variables didactiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Taille des nombres - Longueur des nombres - Temps donné - Position des unités de numération 	<p>Les élèves répondent aux questions en justifiant leurs réponses.</p> <p>Procédures envisageables :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résolution schématique - Résolution par comptage de 1 en 1 - Résolution par comptage et calcul réfléchi - Résolution par dénombrement <p>Difficultés rencontrées supposées :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Position des unités de numération
3. Aspect non positionnel	10min	L'enseignant affiche le nombre égyptien (32 413) et demande aux élèves ce qu'ils remarquent. Le nombre est écrit dans le « désordre »	Les élèves prennent connaissance du document et s'interrogent.
Bilan :			

Séance 4

Fiche de préparation			
Rédaction des règles des différents systèmes			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 1 : Les langages pour penser et communiquer • Le domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre • Le domaine 3 : La formation de la personne et du citoyen • Le domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques • Le domaine 5 : Les représentations du monde et l'activité humaine 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 4/6	
Compétences travaillées :			
... en écriture			
<ul style="list-style-type: none"> • Automatiser les gestes de l'écriture cursive par un entraînement régulier • Développer la rapidité et l'efficacité de la copie en respectant la mise en page d'écrits variés • Mettre en oeuvre une démarche de rédaction de textes • Mobiliser des outils liés à l'étude de la langue et ses connaissances sur la langue 			
... en lien avec le langage oral			
<ul style="list-style-type: none"> • Mobiliser des stratégies argumentatives • Présenter une idée, un point de vue en tenant compte des autres points de vue exprimés • Prendre en compte la parole des différents interlocuteurs dans un débat et identifier les points de vue exprimés 			
Objectifs de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Rédiger les règles du système égyptien et le nôtre • Critiquer les différents systèmes 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveau de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Après-midi	
Dispositif :		Type d'activité :	
<ul style="list-style-type: none"> - Petits groupes - Individuel 		<ul style="list-style-type: none"> - Manipulation 	
Ressources/matériel :		Consigne :	
<ul style="list-style-type: none"> - Vidéo-projecteur - Affiche réalisée lors de la séance précédente - Petites affiches - Ardoise 		<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Pouvez-vous me rappeler comment dénombraient les égyptiens ?</i> 2. <i>Vous allez, par groupe, rédiger les règles de la numération demandée.</i> 3. <i>Quel système de numération préférez-vous ? Pourquoi ?</i> 	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
<ul style="list-style-type: none"> - Connaître notre système de numération et son fonctionnement (aspect décimal, aspect positionnel, présence du zéro) 		<ul style="list-style-type: none"> - Français : langage oral lors de la mise en commun et du débat - Français : écriture 	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Rappel	10min	L'enseignant demande aux élèves de lui rappeler la façon dont les nombres égyptiens se forment et leur demande ensuite d'écrire quelques nombres égyptiens sur leur ardoise.	Les élèves répondent aux questions de l'enseignant et sont attentifs aux réponses de leurs camarades.
2. Rédaction des règles	20min	L'enseignant affiche la situation au tableau. Il donne ensuite la consigne puis distribue des petites affiches avant de demander aux élèves de CE2 de rédiger les règles de notre numération. Quant aux CM1, ils s'occuperont de rédiger les règles de la numération égyptienne. Variables didactiques : <ul style="list-style-type: none"> - Étayage - Temps donné - Textes à trous - Modèle ou non 	Les élèves rédigent les règles par groupes de 4 (ou 5). Difficultés rencontrées supposées : <ul style="list-style-type: none"> - Tournure de phrases
3. Critique des règles	15min	L'enseignant demande à chaque élève d'écrire sur leur ardoise leur système de numération préféré et les interroge par la suite chacun leur tour en leur demandant de bien justifier leur réponse.	Les élèves écrivent leur système de numération préféré sur leur ardoise et justifie ensuite leur choix.
Bilan :			

Séance 5

Fiche de préparation			
Découverte de la civilisation égyptienne			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 3 : La formation de la personne et du citoyen • Le domaine 5 : Les représentations du monde et l'activité humaine 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 5/6	
Compétences travaillées :			
<ul style="list-style-type: none"> • Se repérer dans le temps : construire des repères historiques • Développer une approche culturelle de la civilisation égyptienne 			
Objectifs de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Découvrir la civilisation égyptienne • Prendre conscience que les nombres tels que nous les utilisons aujourd'hui sont le fruit d'une évolution au cours de l'Histoire 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveaux de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Après-midi	
Dispositif :		Type d'activité :	
- Classe entière		- Découverte	
Ressources/matériel :		Consigne :	
<ul style="list-style-type: none"> - Vidéo-projecteur - Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=SrBLTMs71x0 - https://www.youtube.com/watch?v=bV4geih91f8 		<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Reprenons l'énigme et résolvons-la. Que savez-vous de cette civilisation ?</i> 2. <i>Quel est cet objet ? Que peut-on voir dessus ? A votre avis, pourquoi est-il important ?</i> 	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
<ul style="list-style-type: none"> - Connaître notre système de numération et son fonctionnement (aspect décimal, aspect positionnel, présence du zéro) 		<ul style="list-style-type: none"> - Français : langage oral lors de la mise en commun - Histoire : aspect culturel de la civilisation égyptienne - Histoire des arts : analyse de la massue du roi Namer 	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Résolution de l'énigme	15min	L'enseignant affiche de nouveau l'énigme présentée en début de séquence et demande aux élèves de la résoudre. Une fois la solution trouvée par les élèves, il se rend sur google Earth et note les coordonnées qui vont emmener les élèves au pied du Sphinx de Gizeh. L'enseignant interroge ensuite les élèves sur ce lieu et sur leurs conceptions initiales de la civilisation égyptienne de l'époque.	Les élèves résolvent l'énigme à l'aide des connaissances reçues tout au long de la séquence puis répondent aux questions de l'enseignant. Ils sont attentifs aux réponses de leurs camarades.
2. Introduction de la civilisation égyptienne	15min	L'enseignant revient sur les conceptions des élèves avant de présenter la massue du roi Narmer. Il l'introduit comme l'un des premiers objets prouvant l'écriture.	Les élèves sont attentifs et participent activement.
3. Visionnage de la vidéo	15min	L'enseignant lance la vidéo et y ajoute des commentaires aux moments opportuns.	Les élèves sont attentifs à la vidéo.
Bilan :			

Séance 6

Fiche de préparation Évaluation sommative			
Domaine(s) du socle commun travaillés :			
<ul style="list-style-type: none"> • Le domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre • Le domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques 			
Séquence : La numération égyptienne		Place de la séance dans la séquence : 6/6	
Compétences travaillées :			
<ul style="list-style-type: none"> • Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisation, notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers <ul style="list-style-type: none"> - Désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle - Utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections • Utiliser des écritures en unités de numération <ul style="list-style-type: none"> - Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) - Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) - Noms des nombres 			
Objectif de l'activité :			
<ul style="list-style-type: none"> • Évaluer les compétences 			
Cycles : 2 - 3		Période de l'année scolaire : 2	
Niveaux de classe : CE2 - CM1		Moment de la journée : Après-midi	
Dispositif :		Type d'activité :	
- Classe entière		- Découverte	
Ressources/matériel :		Consigne :	
- Polycopié		- Répondez aux questions présentes sur la fiche.	
Notions préalables à acquérir :		Croisements entre enseignements :	
- Connaître notre système de numération et son fonctionnement (aspect décimal, aspect positionnel, présence du zéro)		/	
Déroulement			
Étapes	Temps	Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
1. Bilan de connaissances sur notre système de numération	15min	L'enseignant distribue la fiche aux élèves et leur demande de répondre aux questions. Variables didactiques : <ul style="list-style-type: none"> - Taille des nombres - Nombre de nombres - Ordre de présentation des unités de numération - Absence ou non d'unités de numération - Présence ou non de frise numérique dans la classe - Temps donné 	Les élèves répondent aux questions de la fiche. Difficultés rencontrées supposées : <ul style="list-style-type: none"> - Ordre de présentation des unités de numération - Absence ou non d'unités de numération - Changement d'unités de numération (<u>ex</u> : 12u + 2d)
Bilan :			

Annexe 10 : Tableau comparatif

Exercice	Pourcentage de réussite (en %)		
	CE2	CM1	CE2-CM1
1) 2 centaines + 8 dizaines + 5 unités = ...	81,82	100	89,47
2) 7 dizaines + 2 centaines + 4 unités = ...	90,91	87,5	89,47
3) 5 centaines + 9 unités = ...	90,91	87,5	89,47
4) 5 unités + 7 centaines = ...	90,91	100	94,74
5) 6 dizaines + 6 centaines = ...	81,82	75	78,95
6) 7 dizaines + 12 unités = ...	81,82	50	68,42
7) 5 centaines + 10 dizaines = ...	63,64	50	57,89
8) 4 centaines + 23 dizaines + 3 unités = ...	63,64	75	68,42
9) 42 dizaines + 5 centaines = ...	54,55	37,5	47,37
10) 5 centaines + 14 dizaines + 21 unités = ...	54,55	62,5	57,89
11) Dans 89 il y a ... dizaines.	81,82	100	89,47
12) Dans 234 il y a ... dizaines.	81,82	75	78,95
13) Dans 985 il y a ... centaines.	81,82	75	78,95
14) Dans 800 il y a ... dizaines.	72,73	75	73,68
15) Dans 145 il y a ... dizaines.	81,82	75	78,95
16) 7 dizaines = ... unités	90,91	75	84,21
17) 70 unités = ... dizaines	90,91	100	94,74
18) 3 centaines = ... dizaines	72,73	75	73,68
19) 4 centaines = ... unités	81,82	75	78,95
20) 70 dizaines = ... centaines	36,36	87,5	57,89
21) Nombre de pharaons	27,27	37,5	31,58

Exercice	Pourcentage de réussite (en %)		
	CE2	CM1	CE2-CM1
1) 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = ...	100	100	100
2) 8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ...	100	100	100
3) 6 centaines + 9 unités = ...	90,91	87,5	89,47
4) 7 unités + 4 centaines = ...	90,91	100	94,74
5) 3 dizaines + 6 centaines = ...	81,82	75	78,95
6) 2 dizaines + 15 unités = ...	72,73	62,5	68,42
7) 4 centaines + 10 dizaines = ...	54,55	62,5	57,89
8) 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...	63,64	75	68,42
9) 21 dizaines + 3 centaines = ...	45,45	75	57,89
10) 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...	54,55	62,5	57,89
11) Dans 67 il y a ... dizaines.	90,91	100	94,74
12) Dans 105 il y a ... dizaines.	90,91	75	84,21
13) Dans 260 il y a ... centaines.	81,82	75	78,95
14) Dans 400 il y a ... dizaines.	81,82	75	78,95
15) Dans 764 il y a ... dizaines.	81,82	75	78,95
16) 5 dizaines = ... unités	90,91	100	94,74
17) 80 unités = ... dizaines	81,82	87,5	84,21
18) 1 centaine = ... dizaines	90,91	100	94,74
19) 3 centaines = ... unités	72,73	87,5	78,95
20) 60 dizaines = ... centaines	63,64	87,5	73,68
21) Nombre de pharaons	45,45	25	36,84

Annexe 11 : Questionnaire

- En quelle classe es-tu (entoure la réponse) ?

CE2 / CM1

- Avais-tu déjà entendu parler de la civilisation égyptienne avant de travailler dessus cette année (entoure la réponse) ?

oui / non

- Comment as-tu trouvé la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

très intéressante / intéressante / peu intéressante / pas intéressante

Pourquoi ?

.....

- Comment as-tu trouvé la numération égyptienne comparé à la nôtre (entoure la réponse) ?

très facile / facile / difficile / très difficile

Pourquoi ?

.....

- Qu'as-tu appris durant la séquence sur la numération égyptienne ? Tu peux t'aider d'un exemple.

.....

.....

- Cite 2 choses que tu as aimées lors de la séquence.

.....

.....

- Cite 2 choses que tu n'as pas aimées lors de la séquence.

.....

.....

- Aimerais-tu en savoir plus sur la civilisation égyptienne (entoure la réponse) ?

oui / non / je ne sais pas

Pourquoi ?

.....

- Aimerais-tu découvrir la numération d'une autre civilisation de l'Antiquité (Romains, Mésopotamiens, Mayas...)?

oui / non

Pourquoi ?

.....

- Aimerais-tu découvrir l'histoire d'autres notions mathématiques (comme le calcul posé, la géométrie, etc) ?

oui / non

Pourquoi ?

.....

Résumés

L'histoire des mathématiques joint deux disciplines scolaires : l'histoire et les mathématiques. Elle permet de faire du lien entre les apprentissages. Malheureusement, peu d'enseignants abordent ce sujet à l'école primaire. En effet, l'histoire des mathématiques demande des connaissances précises et détaillées nécessaires à l'enseignant avant d'être évoquée avec les élèves, ce qui peut être un frein pour certains d'entre eux. Pourtant, le système de numération indo-arabe est au coeur des apprentissages, de la maternelle au CM2. Les intérêts de l'histoire de numération sont donc nombreux, tant pour aider les élèves à mieux comprendre notre système de numération (à l'aide de comparaisons) que pour éveiller leur curiosité culturelle et scientifique (en étudiant les anciennes civilisations). Il est donc important que les élèves comprennent que les nombres tels que nous les connaissons de nos jours sont le fruit d'une évolution et qu'ils se sont construits au fil des siècles à travers hésitations, tâtonnements...

Ainsi, connaître l'histoire de la numération permet non seulement à l'enseignant d'aborder différemment l'apprentissage des nombres à l'école primaire, mais également à l'élève d'avoir une approche différente des mathématiques.

The history of mathematics joins two fields : the history and the mathematics. It enables to make links between learnings. Unfortunately, not much teachers approach this subject because it requires a lot of knowledges. Yet, the Indo-arabic numeral system is everywhere at primary school so the interests from study the numbering's history are plentiful. It enables to help students to more understand our numeral system and develop their cultural and scientific curiosity. So it's important that students understand that numbers were progressing over time.

So thanks to the numbering's history, the teacher cans approach differently the learning of numbers and students can have an other vision of the mathematics.

Mots-clés :

- Histoire des mathématiques
- Chiffre
- Nombre
- Numération
- Comptage
- Calcul
- Civilisation mésopotamienne
- Civilisation maya
- Civilisation égyptienne
- Enseignement
- Apprentissage
- Pédagogie
- Remédiation