L'activité de reproduction d'une figure géométrique complexe au cycle 3

Laure Voirin

▶ **To cite this version:**

Laure Voirin. L'activité de reproduction d'une figure géométrique complexe au cycle 3. Education. 2023. dumas-04297364

HAL Id: dumas-04297364

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04297364

Submitted on 21 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Mémoire

Présenté pour l'obtention du Grade de

MASTER

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention 1er degré, Professeur des Écoles

L'activité de reproduction d'une figure géométrique complexe au cycle 3.

Présenté par
VOIRIN Laure

Sous la direction de :
LANGUEREAU Hombeline

Années universitaires 2021-2023

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidée ou soutenue durant toute la rédaction de ce mémoire.

Je remercie avant tout ma directrice de mémoire Madame Hombeline Languereau pour m'avoir accompagnée depuis ma troisième année de licence dans ce projet qui aura permis la rédaction d'un article et de ce mémoire.

Je désire remercier les enseignants qui ont ouvert les portes de leur classe pour me permettre de proposer mon activité à leurs élèves que je remercie aussi tout particulièrement.

Je remercie enfin ma famille et mes amis pour m'avoir soutenue en toutes circonstances.

Introduction

Grâce au seul emploi de son nom, toujours accordé au pluriel, les mathématiques nous font comprendre leur diversité. Si les mathématiques font partie des apprentissages fondamentaux de l'école primaire, c'est parce qu'elles apportent beaucoup aux élèves en termes de développement cognitif. Ainsi, dès le cycle 2, après avoir élaboré la conception du nombre en maternelle, les élèves entrent progressivement dans les deux composantes des mathématiques présentes à l'école : la numération et la géométrie.

La géométrie est une branche des mathématiques vaste et complexe. Elle fait appel à différentes compétences, avec entre autres le maniement d'un matériel spécifique à la matière, les instruments géométriques. La géométrie est une partie du programme qui suscite chez les élèves des réactions variées. Alors que la géométrie est appréciée par beaucoup d'élèves, d'autres expriment de façon claire qu'ils « n'aiment pas ». La difficulté de son enseignement peut alors parfois décourager certains, élèves comme enseignants.

De nombreuses ressources de différents types sont à la disposition de l'enseignant pour initier les élèves à la géométrie de l'école. Il existe notamment des activités variées pour aiguiser le regard des élèves sur la géométrie. Parmi ces activités, la reproduction de figures possède plusieurs bénéfices pour l'apprentissage, reconnus par de nombreux enseignants et chercheurs, car la perception des figures géométriques, nécessaire à leur reproduction, est indispensable pour le travail réalisé au collège.

J'ai eu l'occasion de proposer l'activité de reproduction d'une figure géométrique complexe à une classe de cycle 4. J'ai alors souhaité faire de l'objet de ce mémoire, la reproduction de cette même figure par des élèves de cycle 3. J'observe ainsi leur réaction face à cette activité pour en comprendre l'intérêt dans la compréhension de la géométrie. Cela permet de mieux évaluer ce dont les élèves ont besoin pour être préparés à la continuité de cet apprentissage au cycle 4.

Dans la première partie de ce mémoire, je fais une synthèse des travaux de recherche concernant la géométrie à l'école élémentaire et plus particulièrement la reproduction de figures complexes. Je présente dans la seconde partie, la méthodologie mise en œuvre pour récolter et analyser les données de ma recherche. La troisième partie est consacrée à l'étude des résultats et des travaux d'élèves que je discute. J'évoque les perspectives professionnelles engendrées par ce travail dans la quatrième partie.

Sommaire

Remerciements 3
Introduction 5
Sommaire 6
Première partie : état de l'art 8
1. La géométrie : une discipline et un enseignement 8
1.1. Définition et étymologie 8
1.2. Textes officiels 8
1.3. Les paradigmes géométriques 9
1.4. Artefacts en géométrie 10
1.5. L'objectif de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire 11
2. Les figures géométriques 11
2.1. Définition 11
2.2. La perception des figures géométriques 12
3. La reproduction de figures géométriques 13
3.1. La déconstruction dimensionnelle 13
3.2. La reproduction de figures géométriques dans les manuels scolaires 14
3.2.1. Reproduire des figures complexes 15
3.2.2. Analyser une figure pour la reproduire 15
3.2.3. Analyse des deux procédés 16
3.3. Élaborer un programme de construction 17
Deuxième partie : problématisation et hypothèses 18
Troisième partie : méthodologie 19
1. Sujet d'étude : la fleur 19
1.1. Description de l'activité 19
1.2. Expérimentation dans une classe de cinquième 21
2. Protocole 22
2.1. Séances menées en classe 22
2.2. Recueil des données 24
Quatrième partie : résultats et discussion 25
1. Résultats 25
1.1. Séance 1 : reproduction de la figure 25
1.1.1. Déroulement de la séance 25
1.1.2. Productions des élèves 27

1.2. Séance 2 : élaboration d'un programme de construction 31
1.2.1. Déroulement de la séance 31
1.2.2. Productions des élèves : programmes de construction 35
2. Discussion 38
2.1. Observer pour déconstruire 38
2.1.1. Problème et méthode 38
2.1.2. Déconstruire la figure 39
2.2. Utiliser le vocabulaire approprié 39
2.2.1. Rédiger un programme de construction 39
2.2.2. Vocabulaire géométrique 40
2.3. Comprendre les propriétés géométriques 40
2.3.1. Verbaliser les procédés géométriques 40
2.3.2. Utiliser les propriétés géométriques 41
2.4. Reproduire une figure géométrique 42
2.4.1. Utilisation du matériel géométrique 42
2.4.2. Réussir 43
Cinquième partie : perspectives professionnelles 44
1. Limites et perspectives 44
2. Pratique professionnelle 45
Conclusion 46
Annexes 47
Bibliographie 53
Résumé 56
Abstract 56

Première partie : état de l'art

1. La géométrie : une discipline et un enseignement

1.1. Définition et étymologie

Dans le dictionnaire Larousse, la géométrie est définie de la manière suivante :

> n.f. science mathématique qui étudie les relations entre points, droites, courbes, surfaces et volumes de l'espace. (Larousse, 2011)

Le dictionnaire Robert en donne celle-ci :

> Science de l'espace ; partie des mathématiques qui a pour objet l'étude des figures dans l'espace. (*Le Robert*, s. d.)

La géométrie fait ainsi partie des mathématiques qui elles, selon le dictionnaire Larousse, sont définies ainsi :

> n.f. (au pl.). Science qui étudie par le moyen du raisonnement déductif les propriétés d'êtres abstraits (nombres, figures géométriques, fonctions, espaces, etc.) ainsi que les relations qui s'établissent entre eux ; ensemble des techniques de calcul et de géométrie. (Larousse, 2011)

Cette dernière définition introduit donc la géométrie dans les mathématiques en l'opposant au calcul.

Le terme géométrie vient du grec γεωμετρία (*geômetria*) qui signifie « mesure de la Terre ». Ainsi, dès l'origine, elle avait pour objet la mesure de l'espace. C'est cette géométrie que nous devons à Euclide qui en a écrit les préceptes dans *Les Éléments* et où sa conception est essentiellement basée sur l'utilisation de la règle non graduée et du compas.

1.2. Textes officiels

Parmi les chercheurs qui ont travaillé sur le sujet de l'enseignement de la géométrie à l'école, je cite les travaux de Berthelot et Salin qui se sont intéressés à la distinction qui existe entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. Selon eux, la différence provient de la perception de l'enfant :

> « Chaque enfant dispose de connaissances spatiales avant même que l'on se propose de lui apprendre des connaissances géométriques. La géométrie, elle, doit être enseignée pour exister, comme tout savoir mathématique. » (Berthelot & Salin, 1993)

Il est donc intéressant de retrouver cette distinction dans les programmes scolaires des cycles 2 et 3 qui intitulent la partie sur la géométrie ainsi : « Espace et géométrie ». Je comprends également la progression qui découle de ces programmes. Ainsi, l'espace tient une grande place dans les attendus de fin de cycles 2 et 3 :

> (Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations. (Éducation Nationale, 2020)

Mais c'est au cycle 3 que la géométrie prend un nouveau sens avec comme attendus de fin de cycle :

> Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction). (Éducation Nationale, 2020)

1.3. Les paradigmes géométriques

La géométrie est si vaste qu'il existe plusieurs façons de l'aborder. Plusieurs chercheurs ont tenté de la catégoriser. Je me suis intéressée à la notion de paradigme qu'évoque Houdement dans ses travaux. Elle y donne cette définition :

> « un paradigme est composé d'une théorie qui guide l'observation, de méthodes et de critères de jugement qui permettent la production de nouvelles connaissances » (Houdement, 2007)

Elle envisage ensuite la géométrie constituée de trois paradigmes dont les deux premiers se retrouvent dans l'enseignement de la géométrie.

Le premier paradigme géométrique aussi appelé Géométrie I est la géométrie concrète et matérielle. Elle se justifie par l'utilisation des instruments géométriques. Le deuxième paradigme ou Géométrie II est la géométrie conceptuelle qui se justifie par un raisonnement hypothético-déductif.

Selon Houdement, ces deux paradigmes ne sont pas hiérarchisés mais complémentaires. Alors que le premier paradigme est une géométrie physique, le second est une géométrie théorique.

Ces paradigmes permettent de bien définir la géométrie mais la difficulté de passer de l'un à l'autre a conduit Houdement à définir un nouvel objet qu'elle appelle « Espace de Travail Géométrique » (Houdement, 2007). À l'intérieur de cet espace, elle inclut les objets, les artefacts et le référentiel théorique.

Les objets correspondent aux figures géométriques constituées des points et des droites qui les composent. Il y a également la notion de plan. Ce sont des objets géométriques concrets.

Les artefacts sont les instruments géométriques que l'on classe en deux groupes. Les instruments usuels que sont la règle, le compas et l'équerre mais la géométrie peut faire appel à des instruments moins usuels que sont par exemple de la ficelle ou des gabarits.

Le référentiel géométrique est alors le paradigme choisi pour le travail.

1.4. Artefacts en géométrie

La géométrie semble indissociable de l'utilisation des instruments géométriques. Comme évoqué plus haut, ils peuvent prendre plusieurs formes, qu'ils soient usuels ou non.

Parmi les instruments géométriques usuels, les trois dont la maîtrise est attendue à la fin du cycle 3 sont la règle graduée ou non, l'équerre et le compas. Comme les présentent Offre, Perrin-Glorian et Verbaere, ces instruments ont des fonctions différentes. (Offre et al., 2006)

La règle graduée peut être un outil de tracé, un outil de vérification rectiligne ou un outil de mesure. L'équerre sert à tracer des droites perpendiculaires ou vérifier la présence d'angle droit. Enfin, le compas sert à tracer des cercles mais il est aussi un instrument de report de longueurs.

Mais comme le soulignent Duval et Godin, l'utilisation d'instruments peut avoir pour objectif la manipulation d'objets matériels. Ils proposent ainsi dans la figure ci-dessous une classification des instruments :

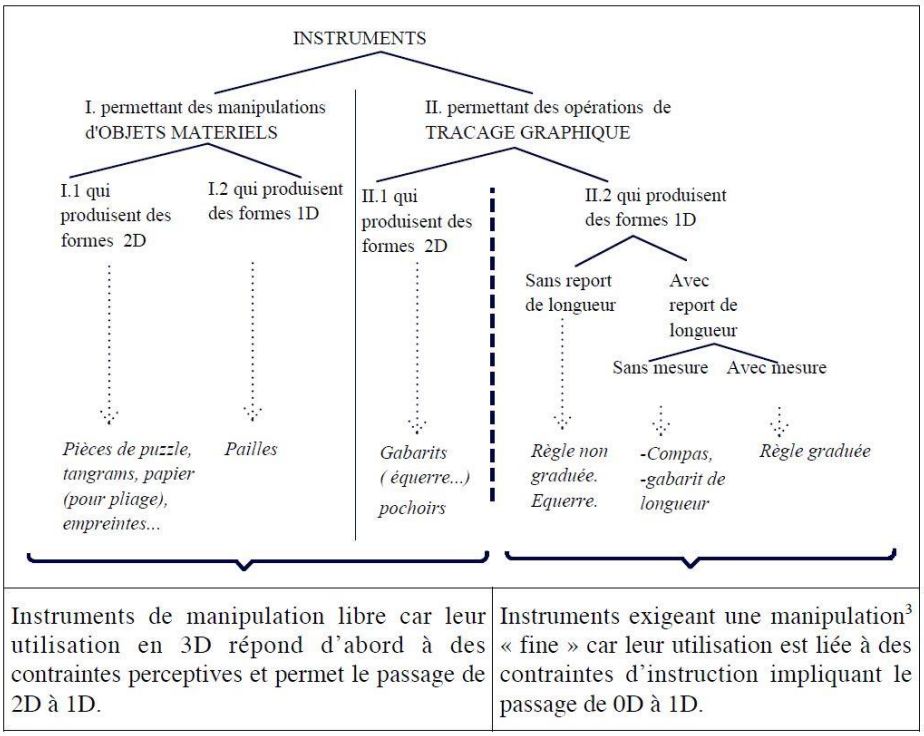


Figure 1 : Classification des instruments de construction ou de production de formes (Duval & Godin, 2005)

Dans cette classification, les instruments sont séparés en deux parties selon s'ils permettent des manipulations d'objets matériels ou des opérations de traçage graphique. Ceux-ci sont ensuite séparés selon s'ils produisent des formes 2D ou 1D.

J'ai évoqué les instruments physiques mais les outils numériques se développent de plus en plus et ces outils très accessibles sont désormais utilisés dans les écoles.

Parmi ceux les plus reconnus dans l'enseignement, les logiciels Geogebra et Scratch peuvent constituer une aide précieuse dans la compréhension de la géométrie.

Geogebra est d'une utilité indéniable en ce qui concerne la construction des figures géométriques tout en permettant une validation immédiate d'un problème géométrique. En effet, le logiciel permet l'utilisation simplifiée de toutes les transformations géométriques appliquées à n'importe quel objet géométrique.

Scratch, quant à lui, offre une entrée dans la programmation avec des possibilités immenses et notamment celle de construire des figures. En utilisant les instructions et en ayant conscience des propriétés, les élèves élaborent un programme de construction. C'est un logiciel simple d'utilisation par son système de blocs fonctionnels à glisser et déposer dans la zone de travail et attractif par son graphisme coloré et imagé.

1.5. L'objectif de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire

L'un des objectifs de l'école primaire en géométrie est d'amener petit à petit les élèves à voir les figures pour en dégager des propriétés. C'est cette vision de la géométrie qui est développée au collège.

Mais pour voir les propriétés d'une figure il faut d'abord apprendre à développer un regard géométrique. Barrier, Hache, Mathé et Montigny l'évoquent dans leurs travaux en mettant l'accent sur l'utilisation des instruments géométriques :

« L'idée consiste ainsi à faire de l'usage des instruments une variable-clé permettant de favoriser l'enrichissement du regard des élèves sur les figures et la mobilisation de propriétés géométriques visées » (Barrier et al., 2013)

Pour eux, il existe trois dimensions de l'activité géométrique. La dimension matérielle correspond à l'usage des instruments. La dimension verbale correspond à la connaissance du vocabulaire géométrique. Enfin, la dimension visuelle correspond à la capacité de voir mais surtout de repérer ce qu'il y a d'important à voir. Il s'agit de « l'ensemble des gestes ostensifs par lesquels les élèves montrent ».

2. Les figures géométriques

2.1. Définition

Le terme « figure » a de nombreux sens comme l'évoquent Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian. Le terme figure renvoie à différentes définitions qui n'ont pour la plupart aucun lien avec les mathématiques. Pourtant lorsqu'on s'intéresse à la notion de figure en mathématiques, elle est souvent confrontée à celle de dessin. Dans leurs travaux, Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian en donnent la distinction.

Le dessin correspond à « l'aspect matériel de la figure, sur papier ou sur écran » (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2013) tandis que les figures sont régies par « leurs propriétés graphiques qui sont réglées au plan théorique par des propriétés géométriques » (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2013).

C'est pourquoi, il est d'usage en mathématiques d'utiliser le terme de figure.

Elles font néanmoins la distinction entre la figure simple qui peut se tracer en faisant le tour d'un seul gabarit et la figure complexe qui nécessiterait plusieurs gabarits juxtaposés ou superposés.

L'étude des figures géométriques est centrale dans l'enseignement de la géométrie. Perrin-Glorian en donne trois raisons tirées du rapport Kahane (Perrin-Glorian, 2018) :

- le développement du raisonnement mathématique sur des problèmes qui ne sont pas facilement algorithmisables ;
- la capacité à utiliser un cadre théorique cohérent pour modéliser et résoudre des problèmes concrets qui se posent dans l'espace sensible ;
- un moyen de représentation pour d'autres champs de savoir, y compris à l'intérieur des mathématiques.

2.2. La perception des figures géométriques

Avant même de penser à reproduire une figure géométrique, il faut être capable de la voir. Cette observation doit être rigoureuse et elle évolue au cours de la progression en géométrie.

Pour Duval, « voir » implique :

> « […] la reconnaissance discriminative de formes et l'identification des objets correspondant aux formes reconnues. » (Duval, 2005)

Selon lui, il y a quatre manières d'entrer dans la géométrie qui correspondent aux quatre manières de voir les figures géométriques. À chaque façon de voir est associé un type d'opération sur les formes visuelles ainsi que les propriétés géométriques mobilisées :

- le botaniste fait la reconnaissance visuelle d'une forme par son contour sans aucun lien avec des propriétés géométriques ;
- l'arpenteur-géomètre mesure des distances ou les bords d'une surface sur un dessin de terrain à une certaine échelle par exemple. Cette manière de voir fait travailler les capacités de mesure sans propriétés géométriques plus complexes ;

- le constructeur utilise les instruments qui servent à expérimenter les propriétés géométriques ;
- l'inventeur-bricoleur fait la déconstruction visuelle de la figure ainsi que des tracés supplémentaires.

Cependant, le travail d'observation ne peut pas être dissocié de la verbalisation. Observer une figure implique donc d'en connaître le vocabulaire. Dans leurs travaux, Cyr et Venant expliquent que les élèves ont tendance à confondre et mélanger le vocabulaire géométrique et le vocabulaire de la vie courante (Cyr & Venant, 2018). C'est en effet la difficulté dans l'observation d'une figure, les élèves utilisent leurs propres mots et cela crée des malentendus et des confusions avec le vocabulaire géométrique.

Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian évoquent elles aussi différents regards sur une figure : la vision « surfaces » comme un assemblage de figures simples, la vision « lignes » comme un enchevêtrement de lignes et la vision « points » que l'on peut relier entre eux. (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2013)

3. La reproduction de figures géométriques

3.1. La déconstruction dimensionnelle

Les problèmes de reproduction de figures géométriques apparaissent dans les programmes scolaires à la fin des années 1970 selon Bulf et Celi. Selon eux, ces problèmes sont très présents en classe aujourd'hui mais pas suffisamment bien exploités.

> « […] le potentiel d'apprentissage de ces problèmes est souvent sous-estimé par les enseignants car leur finalité se trouve souvent réduite à la reproduction graphique finale obtenue ou aux maniements des instruments de géométrie. » (Bulf & Celi, 2014)

Selon eux, l'erreur est de donner une figure géométrique à reproduire sans donner de sens à l'exercice. Pour qu'il soit profitable, ce type de problème doit permettre une observation attentive de la figure pour en comprendre les propriétés.

C'est ainsi que Duval évoque ce qu'il appelle la déconstruction dimensionnelle. Elle consiste à décomposer la figure en unités figurales. Elle peut être homogène et décomposer une figure en unités de même forme que la figure initiale ou hétérogène avec des unités figurales de formes différentes. (Duval, 2005)

Pour faire cette déconstruction dimensionnelle, plusieurs façons sont présentées par Duval.

La déconstruction peut se faire matériellement en découpant et en assemblant les pièces comme un puzzle. Elle peut être graphique avec l'utilisation de tracés supplémentaires. Ou alors la déconstruction peut se faire uniquement visuellement.

Duval insiste donc sur l'importance des tracés supplémentaires dans un problème de déconstruction dimensionnelle d'une figure. Il fait ainsi la différence entre les tracés dits auxiliaires et les tracés dits réorganisateurs.

Les tracés auxiliaires sont les tracés indispensables à la production d'une figure. Ce sont ceux dont nous avons « l'habitude désastreuse de les effacer, une fois la figure à construire obtenue » (Duval, 2005).

Les tracés réorganisateurs interviennent quant à eux dans l'activité de reproduction de figures géométriques. Ce sont les tracés qui permettent, à partir d'une figure donnée, de réorganiser la figure pour y faire apparaître des formes non identifiables à première vue.

C'est ainsi que nous voyons l'importance capitale de l'utilisation des instruments dans la reproduction de figures géométriques.

3.2. La reproduction de figures géométriques dans les manuels scolaires

La reproduction de figures géométriques est une activité retrouvée dans de nombreux manuels scolaires en géométrie et j'ai essayé de comprendre comment elle était mise en place en classe à travers les manuels scolaires. Je me suis ainsi penchée sur deux manuels qui abordent la reproduction de figures géométriques sous des angles différents.

Il est important de préciser que j'ai étudié des documents différents. L'un est un manuel scolaire à destination des élèves (Annexe 1) (Bramard et al., 2017) accompagné par le livre du maître, l'autre est un cahier de géométrie destiné à être directement rempli par l'élève (Annexe 2) (Carle et al., 2015).

Dans les deux manuels, je m'intéresse à des activités de reproduction de figures géométriques.

Ce que je trouve dans les deux documents c'est la volonté de créer des étapes dans le processus de reproduction de figures géométriques. Mais la démarche et l'approche sont complètement différentes. Aussi, la finalité de l'exercice diffère selon les deux activités proposées.

3.2.1. Reproduire des figures complexes

« Reproduire des figures complexes » est le titre donné à l'activité proposée dans le cahier de géométrie (Annexe 2). On a ici la notion de reproduction de figures géométriques qui m'intéresse et on a également la notion de figures complexes qui désigne une figure composée de plusieurs figures simples.

L'activité se décompose en quatre exercices qui mènent progressivement l'élève vers la reproduction d'une figure comme objectif.

Le premier exercice a pour objectif la reconnaissance de figures simples. L'élève doit pour cela observer la figure complexe et comprendre de quelles figures simples elle est composée.

Le deuxième exercice a une double consigne : « Repère les figures cachées et reproduis ce motif en respectant ses dimensions ». Cet exercice réinvestit le précédent mais cette fois-ci, c'est la reproduction de la figure demandée qui oblige l'élève à l'observer et comprendre sa construction. On peut noter que l'on insiste, dès cet exercice, sur le respect des dimensions.

Le troisième exercice demande à l'élève de reproduire avec les instruments de géométrie une figure faite à main levée et dont les dimensions sont données. Encore une fois, le respect des dimensions prend une place importante dans la résolution de l'activité. Pour guider l'élève, la reproduction se fait sur un quadrillage.

Le quatrième exercice est la finalité de cette séance. La consigne est simple : « Reproduis cette figure dont le diamètre mesure 8 cm. ». La consigne est simple mais ne donne aucune indication. L'élève doit, seul, réinvestir ce qu'il a travaillé dans la séance pour reproduire la figure.

3.2.2. Analyser une figure pour la reproduire

Le deuxième document est un manuel scolaire (Annexe 1) et je me suis intéressée à l'activité intitulée « Analyser une figure pour la reproduire ». Cette double page de manuel se décompose en quatre parties :

- Les « Activités de recherche » apportent la méthodologie nécessaire à la reproduction de figure géométrique.

- « L'essentiel » constitue en un rappel de la méthodologie ainsi qu'une aide pour l'identification des figures simples.

- La partie « S'exercer » permet à l'élève de réinvestir la méthode dans trois nouvelles situations. Les situations ont des niveaux de difficulté différents.

- La dernière partie « Résoudre » propose la reproduction d'une figure géométrique de façon moins guidée que dans la partie « S'exercer » et qui invite l'élève à utiliser le même procédé que dans la partie de recherche.

Pour l'analyse de ce manuel, je me suis principalement concentrée sur la partie recherche car c'est ici que la méthodologie de la reproduction de figures géométriques est expliquée pas à pas.

La recherche est décomposée en trois activités :

1) Analyser la figure

Dans cette activité, le manuel incite l'élève à se servir de ses instruments de géométrie pour identifier des figures simples et des particularités de la figure complexe donnée. Par des consignes simples, l'élève est amené à observer la figure pour comprendre sa construction :

« Le point B est-il le milieu du segment AC ? Trouve le milieu de 4 autres segments. »

2) Reproduire la figure

L'élève doit reproduire la figure sur le quadrillage de son cahier en connaissant la longueur d'un segment donné. Pour mettre en action l'élève, le manuel pose une simple question : « Que vas-tu d'abord tracer ? ».

3) Identifie des figures simples

Dans cette activité, le manuel propose un exercice au-delà de la reproduction de la figure pour analyser celle-ci. La consigne est de repérer dans des couleurs différentes quatre figures simples : le triangle isocèle, le triangle rectangle, le triangle rectangle isocèle et le losange.

3.2.3. Analyse des deux procédés

Si le cahier de géométrie se veut très épuré, il est nécessaire d'apporter la méthodologie de la reproduction de figures géométriques. Le format du manuel le permet parfaitement et celui décrit ci-dessus l'exploite de façon pertinente. En effet, il est indispensable pour les élèves de connaître la méthode de résolution d'un problème donné ; c'est pourquoi la consigne « Reproduis cette figure » ne se suffit pas et nécessite une démarche expliquée aux élèves.

La volonté, dans les deux documents, est de rendre cette démarche progressive en partant de la simple observation de la figure. Le manuel permet d'enrichir davantage avec des questions et des consignes posées directement à l'élève qui l'obligent à déconstruire la figure mentalement. Le manuel va également au-delà de la reproduction de figure et cela dès le titre.

Alors que le cahier de géométrie intitule son activité en mettant l'accent sur la reproduction des figures, le manuel est plus précis, c'est l'analyse d'une figure qui permet sa reproduction.

Cette simple observation permet de comprendre l'approche voulue par les auteurs. Dans le manuel, on retrouve ainsi la volonté de comprendre les figures tout au long de l'activité. Dans les activités de recherche, la reproduction de la figure arrive dans le second temps, après l'analyse de la figure. Mais une troisième activité permet une analyse approfondie pour réinvestir des notions. Cette troisième étape est sans doute facilitée par la reproduction de la figure.

Dans le manuel, les parties « S'exercer » et « Résoudre » permettent d'appliquer la méthode explorée dans la phase de recherche. De façon guidée avec des consignes qui interrogent l'élève sur la composition de la figure, la consigne devient plus directe à la fin de l'activité en demandant la reproduction d'une figure sans trop d'indications. Le plus important à noter est le rappel que fait la mascotte du manuel dans une bulle de dialogue : « Cette figure ressemble à celle de l'activité de recherche. Procède de la même façon pour le reproduire. ».

Ainsi, la reproduction de figures géométriques au cycle 3 est vue comme une démarche à suivre qui nécessite avant tout de bien observer la figure pour comprendre sa construction.

3.3. Élaborer un programme de construction

L'observation d'une figure géométrique doit mener à la compréhension de la construction de celle-ci. Mais il y a un passage important entre la compréhension visuelle et la manipulation avec les instruments. Pour réussir le passage de l'un à l'autre, il faut mentalement réinvestir ses connaissances géométriques pour élaborer de façon plus ou moins consciente un programme de construction.

Ce programme de construction n'est jamais rédigé sauf si c'est clairement demandé. Il est élaboré au fur et à mesure de la construction. Comme il se fait mentalement, le vocabulaire et les propriétés géométriques ne sont pas vraiment formulés. C'est pour cela qu'il est intéressant de travailler ces aspects après une activité de reproduction de figure. C'est là que l'exercice de la rédaction d'un programme de construction prend tout son sens. Mais pour cela, les élèves doivent être habitués à ce type d'exercice.

La géométrie ne doit pas se contenter de reproduction de figure. L'enseignant doit varier les activités et proposer des constructions de figures à partir d'un programme de construction donné. Le vocabulaire doit tenir une place importante afin que les élèves comprennent que son utilisation nécessite d'être précise.

Deuxième partie : problématisation et hypothèses

La géométrie est un domaine qui nécessite des compétences variées, aussi intellectuelles que manuelles. Pour cela, de nombreuses activités existent pour travailler ces compétences. La reproduction de figures géométriques en fait partie et est très largement utilisée depuis de nombreuses années et cela dès les plus jeunes classes.

La reproduction de figures géométriques est une activité qui peut avoir beaucoup de bénéfices dans l'apprentissage de la géométrie par les élèves mais seulement si elle est menée de manière appropriée.

Pourtant la reproduction de figures géométriques est sans doute l'activité la plus délicate à mener puisqu'elle peut n'apporter aucun bénéfice à l'élève si l'enseignant n'a pas clairement défini ses objectifs et préparé sa séance et sa séquence d'apprentissage.

Dans la recherche que je vais mener, je vais m'intéresser à l'intérêt de la reproduction d'une figure géométrique complexe mais plus particulièrement à la meilleure manière de l'enseigner pour en tirer le plus grand intérêt.

Je fais l'hypothèse que la reproduction de figure géométrique est largement employée à l'école élémentaire mais cette activité nécessite une grande réflexion pour qu'elle porte un intérêt auprès des élèves.

Les quatre hypothèses principales de cette recherche sont que la reproduction d'une figure géométrique complexe :

- oblige les élèves à observer la figure pour la déconstruire mentalement ;
- permet de verbaliser les procédés géométriques ;
- permet une meilleure compréhension des objets et des propriétés géométriques ;
- offre la possibilité aux élèves de perfectionner le maniement de tous les instruments de géométrie.

Troisième partie : méthodologie

Ma recherche n'est pas adaptée à l'observation d'une classe sur une année scolaire entière dans le but d'établir l'intérêt de la reproduction de figure géométrique sur le long terme. J'ai donc choisi d'étudier une figure géométrique complexe dont j'expérimenterai la reproduction dans une classe sur deux séances rapprochées dans le temps.

1. Sujet d'étude : la fleur

1.1. Description de l'activité

Pour mener ma recherche, J'ai choisi d'étudier la reproduction d'une figure géométrique particulière : la rosace à huit pétales, reproduite ci-dessous.

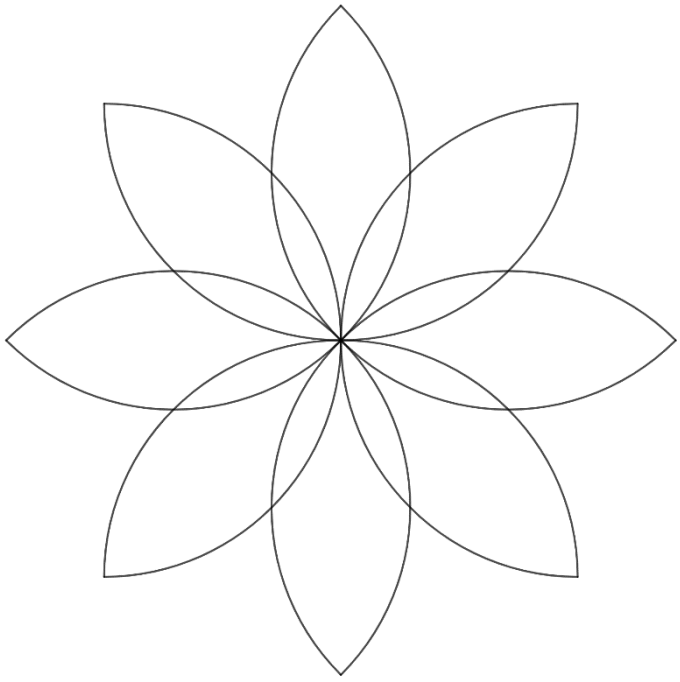


Figure 2 : Rosace à huit pétales

Cette figure a de nombreux intérêts puisque d'un point de vue géométrique, elle fait appel à plusieurs compétences et connaissances nécessaires à sa reproduction.

Ducel et Peltier se sont intéressés à cette figure dont ils ont demandé la reproduction dans des classes de CM2 et de sixième. (Ducel & Peltier, 1989)

La reproduction de cette figure est d'autant plus difficile qu'elle nécessite une vraie déconstruction.

La rosace est une figure que les élèves ont l'habitude de voir et tracer eux-mêmes mais la première difficulté sera de comprendre que celle-ci ne peut pas être réalisée de la manière dont ils sont habitués. Car la rosace que l'on connaît bien ne comporte que six pétales.

La deuxième difficulté que les élèves peuvent rencontrer, et à laquelle ils ne sont pas forcément habitués, est le fait de devoir réaliser des tracés supplémentaires pour réaliser la figure.

J'ai noté deux manières principales pour reproduire la figure.

La première solution consiste à voir que les pétales sont formés par les cercles ayant pour centre les milieux des côtés de deux carrés concentriques déduits l'un de l'autre par une rotation d'un huitième de tour.

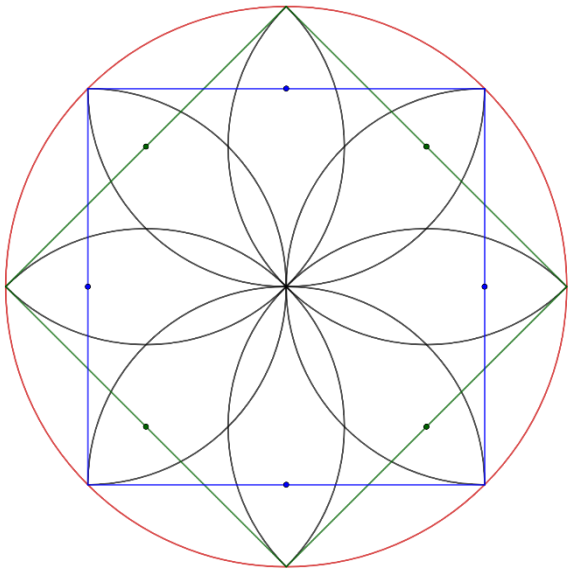


Figure 3 : Première méthode : carrés concentriques

La deuxième méthode consiste à tracer deux diamètres perpendiculaires d'un cercle, puis leurs bissectrices. Les pétales sont formés par les cercles ayant pour centre les intersections entre le cercle original et ses diamètres tracés.

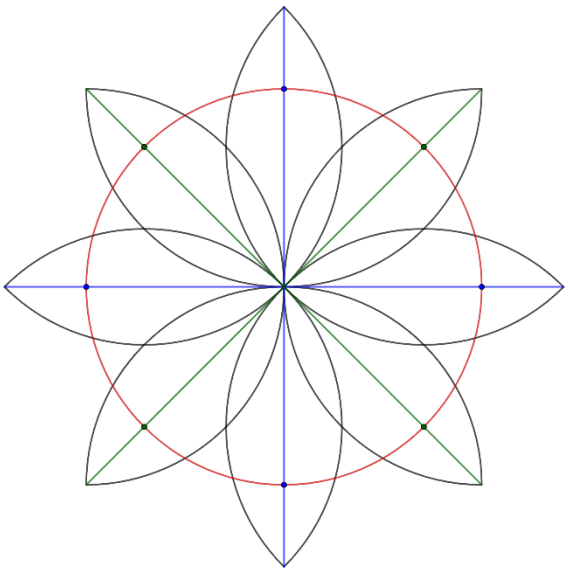


Figure 4 : Deuxième méthode : diamètres perpendiculaires

1.2. Expérimentation dans une classe de cinquième

Dans le cadre d'une expérimentation menée dans une classe de cinquième, j'ai observé plusieurs comportements de la part des élèves qui me permette de mieux appréhender la recherche qui fait l'objet de ce mémoire.

Ce travail, mené en 2021 dans une classe de cinquième, a fait l'objet d'un article qui propose l'activité de la fleur dans une approche allant de la formation à l'enseignement (Languereau & Voirin, 2021).

Même si ce travail a été mené au cycle 4, et non pas au cycle 3 comme l'objet du travail ce mémoire, son étude m'apprend beaucoup sur la démarche utilisée et la réaction des élèves face à cette activité particulière.

Tout comme Ducel et Peltier l'ont remarqué, je cite dans cet article des observations d'élèves relatives à la description globale du dessin mais aussi au mode de construction possible : « c'est une rosace », « c'est facile, je sais faire ». Cela montre que les élèves se lancent dans l'activité confiants et même enthousiastes.

Cependant, dans les deux travaux, on note une déstabilisation rapide des élèves. Cette déstabilisation peut avoir plusieurs origines. Certains élèves se rendent compte immédiatement que leur rosace ne ressemble pas à celle demandée, d'autres ont besoin du regard extérieur de l'enseignant pour leur faire remarquer et certains n'arrivent pas à discerner la différence entre la rosace demandée et celle qu'ils ont produite.

Ducel et Peltier expliquent que durant cette activité, « ce jeu de déséquilibre-rééquilibration devrait contribuer à la construction et à l'appropriation d'un nouveau savoir-faire ».(Ducel & Peltier, 1989)

Cette activité met en difficulté les élèves et c'est par les différents temps de mise en commun avec toute la classe que les élèves retrouvent des leviers qui rééquilibrent la situation et les lancent sur une nouvelle piste à explorer.

Lors de ce travail, j'ai insisté sur la trace écrite des élèves. Ils avaient pour consigne de garder leurs recherches et d'écrire un texte expliquant leur démarche, aboutie ou non. Ces travaux d'élèves montrent que la plupart du temps, les élèves utilisent un vocabulaire approximatif du point de vue géométrique.

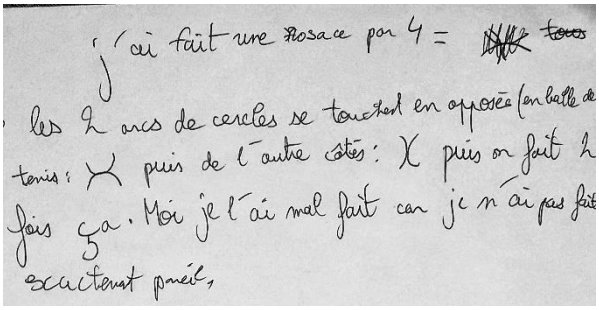


Figure 5 : Procédure expliquée par un élève de cinquième

On ressent une réelle difficulté dans la verbalisation des procédés de résolution.

Dans les procédures expliquées par ces élèves de cinquième, le vocabulaire n'est pas celui attendu en cours de mathématiques, pour autant il est compréhensible par n'importe qui.

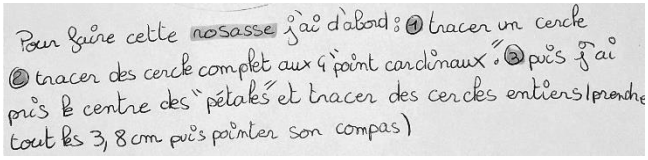

Pour faire cette nosasse j'ai d'abord : ① tracer un cercle ② tracer des cercle complet aux 4 point cardinaux ③ puis j'ai pris le centre des "pétales" et tracer des cercles entiers (prendre tout les 3,8 cm puis pointer son compas)

Figure 6 : Procédure expliquée par un élève de cinquième

Pour cette étude, j'ai envisagé le même scénario que celui proposé par Ducel et Peltier à savoir une recherche individuelle à partir de la fleur projetée au tableau, suivi d'une phase collective à l'oral puis une autre phase de recherche individuelle avec un support individuel de la fleur en version papier.

Dans la pratique, je n'ai pas fait de mise en commun collective au milieu de la séance puisque je me suis adaptée au contexte et que la classe de cinquième disposait de suffisamment d'autonomie pour que les élèves cherchent de façon individuelle. Mon travail consistait à guider les élèves de façon individuelle en les laissant à partir d'un moment échange avec leur camarade. Ce choix pédagogique a permis à beaucoup d'élèves de reproduire la figure en les laissant avancer à leur rythme. Cela a cependant freiné quelques élèves qui ne sont pas parvenus à la reproduction finale mais leur recherche a pour autant été bénéfique.

2. Protocole

2.1. Séances menées en classe

Pour répondre à la problématique et comprendre quels sont les enjeux pour que la reproduction de figures géométriques apporte le plus d'intérêt aux élèves, je mène mon expérimentation dans une classe de vingt-deux élèves de CM1 et CM2.

Je comprends, grâce à cette expérimentation, comment les élèves de CM2 s'approprient un exercice de reproduction de figure et quels savoirs et savoir-faire ils en retirent.

Je centre mon observation sur les hypothèses que j'ai faites préalablement :

- la façon dont les élèves parviennent à observer une figure pour la déconstruire mentalement ;

- la façon dont les élèves réinvestissent leurs connaissances géométriques pour expliquer et verbaliser leur démarche ;

- la façon dont les élèves parviennent à repérer les objets et les propriétés géométriques usuels.

Mais au-delà de la compréhension de la figure géométrique, je veille à observer tout au long de cette expérimentation l'acquisition du savoir-faire des élèves en ce qui concerne leur rigueur et leur habileté manuelle.

L'expérimentation se déroule sur deux séances d'une heure environ. La première est consacrée à la reproduction de la figure par les élèves et la deuxième séance permet une institutionnalisation et une compréhension collective de la figure afin d'en extraire l'intérêt géométrique.

La première séance se déroule en trois phases.

Dans un premier temps je me présente à la classe et j'explique le but de l'activité, ici la reproduction d'une figure géométrique complexe. Je m'appuie sur la figure projetée au tableau.

Comme pour l'expérimentation avec la classe de cinquième, je m'attends à des remarques concernant la faisabilité de l'exercice. Les élèves se lancent confiants dans la tâche.

Les élèves entament une phase de recherche individuelle sur papier blanc uni. En vue de la suite de l'expérimentation, je demande aux élèves de ne pas effacer leurs traces de recherche pour garder une trace de tous leurs essais fructueux ou non.

Je m'attends ici à voir la totalité des élèves se lancer dans la construction d'une rosace à six pétales, figure qu'ils connaissent et ont l'habitude de construire. Là, plusieurs élèves doivent reconnaître par eux-mêmes la non-conformité de leur production et se lancer dans une deuxième construction, certainement à douze pétales.

C'est à ce moment-là que je propose un moment collectif à l'oral qui permet aux élèves d'apporter leur ressenti et leurs remarques sur l'activité. Je fais remarquer à toute la classe la complexité de la tâche puisque la fleur comporte un nombre de pétales particulier qui les met en difficulté.

Suite à cela, nous passons à la deuxième phase.

Dans ce second temps, je distribue à chaque élève une reproduction de la figure sur papier dans un format A5. Cette aide doit leur permettre de mieux comprendre la figure en traçant sur la feuille des tracés supplémentaires.

Je comprends que c'est un exercice difficile pour des élèves et je me prépare à devoir faire une mise en commun intermédiaire pour aider les élèves qui sont bloqués. Le but étant la proposition de tracés supplémentaires qui permettent aux élèves de mieux comprendre la figure.

Durant ce deuxième temps de recherche individuelle, je propose aux élèves d'échanger entre eux.

À la fin de cette phase, nous faisons une mise en commun avec le tracé au tableau par les élèves des tracés supplémentaires nécessaires pour construire la figure. Nous évoquons les pistes de construction à l'oral et je veille à ce que tous les élèves comprennent.

La troisième phase consiste ensuite à la construction de la figure de manière individuelle.

Pour les élèves qui avancent plus vite que les autres, je propose de commencer à écrire sur une feuille la manière dont ils ont construit la figure.

La deuxième séance est consacrée à la compréhension de la figure. Je propose dans un premier temps une recherche individuelle pour que les élèves écrivent sur une feuille la manière dont ils ont construit la figure.

À la fin de ce moment, nous faisons une mise en commun collective et j'insiste sur l'importance de la précision. Pour cela, je peux faire une dictée à l'adulte dans laquelle la classe doit donner les instructions nécessaires pour la construction de la figure. Cette activité doit permettre de faire comprendre aux élèves la manière de donner les instructions. Je peux ici, apporter le terme de programme de construction.

Ensuite, dans un second temps, je demande aux élèves de réfléchir et d'élaborer un programme de construction par groupe de deux ou trois.

À l'issue de cette recherche, nous élaborons tous ensemble le programme de construction de la figure en apportant le vocabulaire précis de la géométrie.

2.2. Recueil des données

Pour cette recherche, je recueille différentes données. À la fin des deux séances, je ramasse les travaux d'élèves, les productions géométriques et les propositions de programmes de construction.

Pour garder une trace des échanges durant les séances je les enregistre de manière audio afin d'analyser les remarques spontanées et orales des élèves durant les séances.

Pour compléter ces deux types de données, je filme quelques moments de recherche des élèves pour garder une trace de leur construction en temps réel.

Quatrième partie : résultats et discussion

Dans cette partie, je présente les résultats de mon expérimentation que je discuterai ensuite. Je présente de façon chronologique les deux séances menées en m'appuyant sur les enregistrements audios effectués en classe. Pour chaque séance, je présente les productions des élèves associées, leurs figures géométriques ainsi que leurs programmes de construction.

Je suis intervenue dans une classe vingt-deux élèves de CM1-CM2 dans une école en REP lors des derniers jours de classe de l'année scolaire, le vendredi 1er juillet 2022 et le lundi 4 juillet 2022.

1. Résultats

1.1. Séance 1 : reproduction de la figure

1.1.1. Déroulement de la séance

Je débute la séance en projetant la figure au tableau et en expliquant que l'activité consiste à reproduire la figure sur une feuille blanche. Dès l'apparition de la fleur au tableau, des élèves ont des remarques et des exclamations joyeuses. Suite à cela, je précise aux élèves qu'ils doivent garder une trace de tous leurs essais et que je fournirais des feuilles blanches en quantité.

Pendant la distribution des feuilles blanches, je laisse les élèves s'approprier visuellement la figure et recueille leurs remarques (« Je sais faire les rosaces où il y a un rond autour »).

Au bout de deux minutes et trente secondes, la question du matériel géométrique se pose. L'enseignante titulaire de la classe s'assure que tous les élèves ont leur matériel de géométrie. Elle évoque immédiatement le compas et un élève parle de l'équerre. En parallèle, un élève me demande si je vais donner les mesures et je réponds qu'il peut choisir les mesures qu'il veut.

Une fois les élèves disposés à entrer dans l'activité, je les rassure sur le fait qu'il s'agit d'une première recherche et que l'on en discutera tous ensemble dans un second temps.

Après quatre minutes de recherche, je fais une première mise en commun pour qu'ils ne se lancent pas trop loin dans une mauvaise piste et puisque beaucoup ont déjà tracé une première figure la plupart à six pétales.

Je demande aux élèves par quoi ils ont commencé pour construire la figure et la réponse immédiate est « une rosace » qu'un élève explique : « On fait des p'tites fleurs ».

Je commence donc à décrire comment construire une rosace telle qu'ils la connaissent. Je veux arriver à leur faire comprendre que la méthode qu'ils utilisent forme une figure qui ne ressemble pas à celle demandée et projetée au tableau.

Nous observons des travaux d'élèves et ils savent dire eux-mêmes ce qui ne va pas : « Elle a fait trop de pétales » ou « Pas assez de pétales ». Nous comptons donc le nombre de pétales de la fleur projetée au tableau, à savoir, huit.

La discussion avec les élèves porte ensuite sur les arcs de cercle qui composent la figure et la façon dont ils sont construits. Nous en arrivons à comprendre qu'il faut déterminer l'endroit où piquer la pointe du compas et l'écartement nécessaire pour faire les pétales de la bonne taille et à la bonne quantité.

Pour le deuxième temps de recherche, je distribue la figure dans un format A5. Il faut inciter les élèves de nombreuses fois, collectivement et individuellement, à utiliser cette figure et tracer des choses dessus. Je remarque ainsi que ce n'est pas une pratique à laquelle ils sont habitués. Ceux qui se mettent à travailler sur la figure commencent par tracer les cercles qu'ils devinent dans la figure. Je leur demande alors de chercher à tracer des choses en utilisant la règle sur la figure.

Après quinze minutes de recherche et à trente minutes du début de la séance, je fais la deuxième mise en commun.

Je recueille d'abord les idées de résolution de certains élèves puis je demande ce qu'ils ont tracé sur la figure que j'ai distribuée. Grâce à leurs réponses, j'ai repris le vocabulaire imprécis ou non géométrique (« trait », « rond », « pétale », « fleur », « tracer en diagonale comme une croix », « pointe des fleurs ») pour le remplacer par un vocabulaire adapté (milieu, segment, droite, cercle, perpendiculaire, diamètre).

Tous ensemble et au fur et à mesure des remarques, nous traçons au tableau les propositions des élèves. Nous arrivons à tracer tous les diamètres qui « coupent les pétales en deux » selon les élèves. Nous revenons alors au problème des arcs de cercle et de l'endroit où l'on doit placer le compas pour les construire. En utilisant le matériel de géométrie du tableau, nous montrons que les propositions des élèves quant à la position du compas ne permettent pas de construire les pétales voulus. À ce moment-là, nous n'avons pas encore tracé les carrés mais nous avons trouvé les morceaux de segments sur lesquels il faut placer le compas.

Je demande alors aux élèves de recommencer la figure en commençant par tracer un cercle et des diamètres perpendiculaires comme nous venons de le voir au tableau. Mais rapidement je refais un point au tableau où je fais à main levée les étapes de construction : tracer un cercle, tracer deux diamètres perpendiculaires. Voyant qu'ils restent bloqués, je trace un premier carré. Cela permet aux élèves de comprendre et un élève vient tracer le deuxième carré. Puis ils repèrent les points qui serviront à placer le compas pour tracer les arcs de cercle.

Une fois la figure déconstruite au tableau, les élèves se lancent dans la construction. Je passe les aider de façon individuelle et je fais un point collectif pour donner la méthode pour tracer le deuxième carré à partir du premier.

J'arrête la séance au bout d'une heure et vingt minutes en leur expliquant que je reviendrai la semaine suivante pour continuer l'activité.

1.1.2. Productions des élèves

Figures géométriques : première recherche

Les élèves se sont immédiatement lancés dans l'activité après des remarques enthousiastes et ce, pendant les cinq premières minutes. À cette occasion, ils ont produit des figures telles que je l'attendais, à savoir des rosaces à six pétales et des rosaces à huit pétales comme ci-dessous.

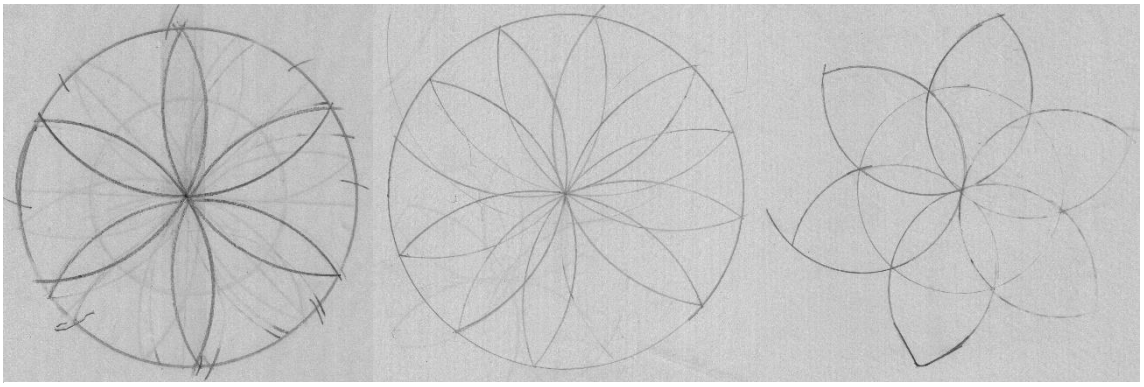


Figure 7 : Rosaces à six ou huit pétales réalisées par des élèves

Ces élèves se rendent compte la plupart du temps par eux-mêmes que leur figure ne ressemble pas à celle projetée au tableau. Beaucoup d'élèves se trouvent alors perdus et tentent malgré tout de tracer des choses, parfois ils s'arrêtent en plein essai.

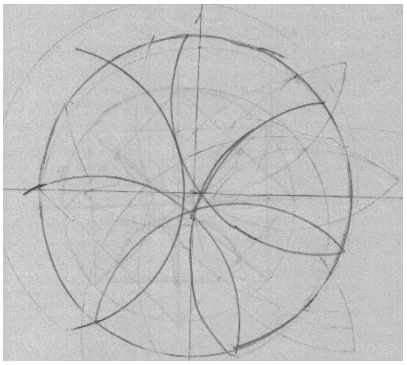


Figure 8 : Essai réalisé par un élève

Analyse de la figure

La distribution de la figure pour chaque élève leur permet de déconstruire la figure pour comprendre comment la reproduire. Durant cette étape, ils prennent d'abord leur compas, essaye de trouver l'écartement et le centre nécessaires pour repasser sur les arcs de cercle comme nous le voyons dans cet extrait d'une vidéo ci-dessous.

Comme expliqué dans le déroulement de la séance, les élèves mettent du temps avant de vraiment tracer sur la figure donnée et il faut encore attendre avant qu'ils utilisent la règle.

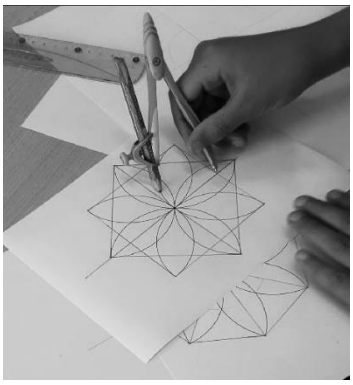


Figure 9 : Utilisation du compas par un élève (extrait d'une vidéo)

Sur cette figure individuelle, les élèves ont tracé les traits de construction au fur et à mesure que nous comprenions leur importance pendant la mise en commun. Cependant, j'ai trouvé des tracés particuliers que je présente ci-dessous.

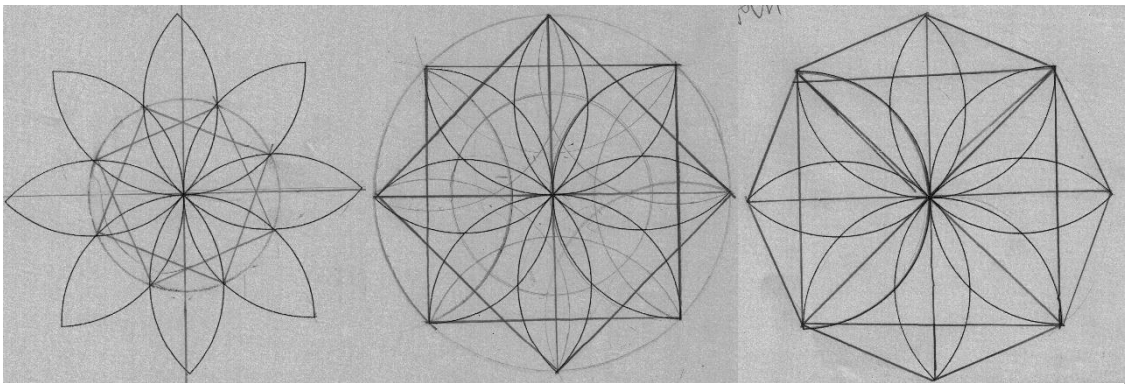


Figure 10 : Tracés particuliers par trois élèves

Dans la production de gauche, l'élève a repéré les traits de construction qui permettent de construire la figure selon la méthode n°2 que j'ai expliquée plut tôt alors que la grande majorité utilisait la méthode n°1, celle que j'ai abordée en mise en commun.

Dans la figure du milieu, l'élève a tracé des arcs de cercle avec pour centre la pointe des pétales et pour rayon la distance entre la pointe des pétales et le centre de la fleur.

L'élève ayant travaillé sur la troisième figure a relié les pointes des pétales pour former un octogone.

Figures géométriques : deuxième recherche

Je recueille ici toutes les figures qui ont été réalisées dans la séance. Elles sont donc le résultat de ce que les élèves sont parvenus à faire après toutes les étapes permettant de déconstruire la figure.

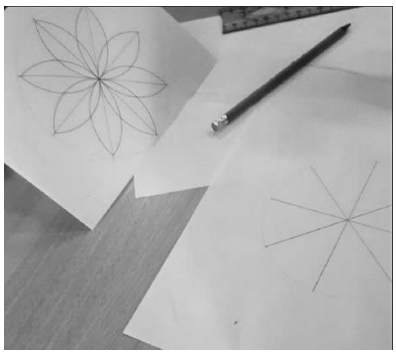


Figure 11 : Plan de travail d'un élève

Jusqu'à la fin de la séance, les élèves se sont beaucoup appuyés sur la figure individuelle que j'avais distribuée, et je l'observe dans la vidéo réalisée en classe. Ci-contre, l'élève a disposé la figure devant lui pendant qu'il la reproduisait sur sa feuille.

Parmi ces travaux, je présente trois des élèves qui sont parvenus à reproduire parfaitement la figure malgré parfois quelques manques de précision.

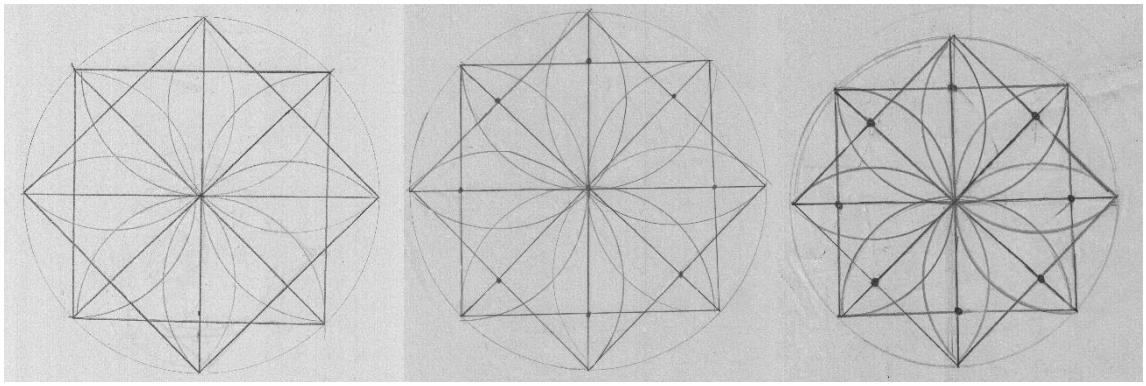


Figure 12 : Réalisation de la figure par trois élèves

Je remarque dans ces figures tous les traits de construction nécessaires à savoir le cercle, les diamètres et les carrés. Deux élèves ici mais beaucoup dans la classe ont également repéré par des points plus ou moins gros les centres des arcs de cercle formant les pétales.

À l'opposé de ces élèves, quelques travaux montrent la difficulté de certains à reproduire la figure. Beaucoup par manque de rigueur, certains par manque de compréhension et quelques-uns par manque de patience certainement.

Ainsi, toutes les productions ci-dessous représentent la difficulté de réaliser les traits de construction qui sont nécessaires à la figure avant même de tracer les arcs de cercle.

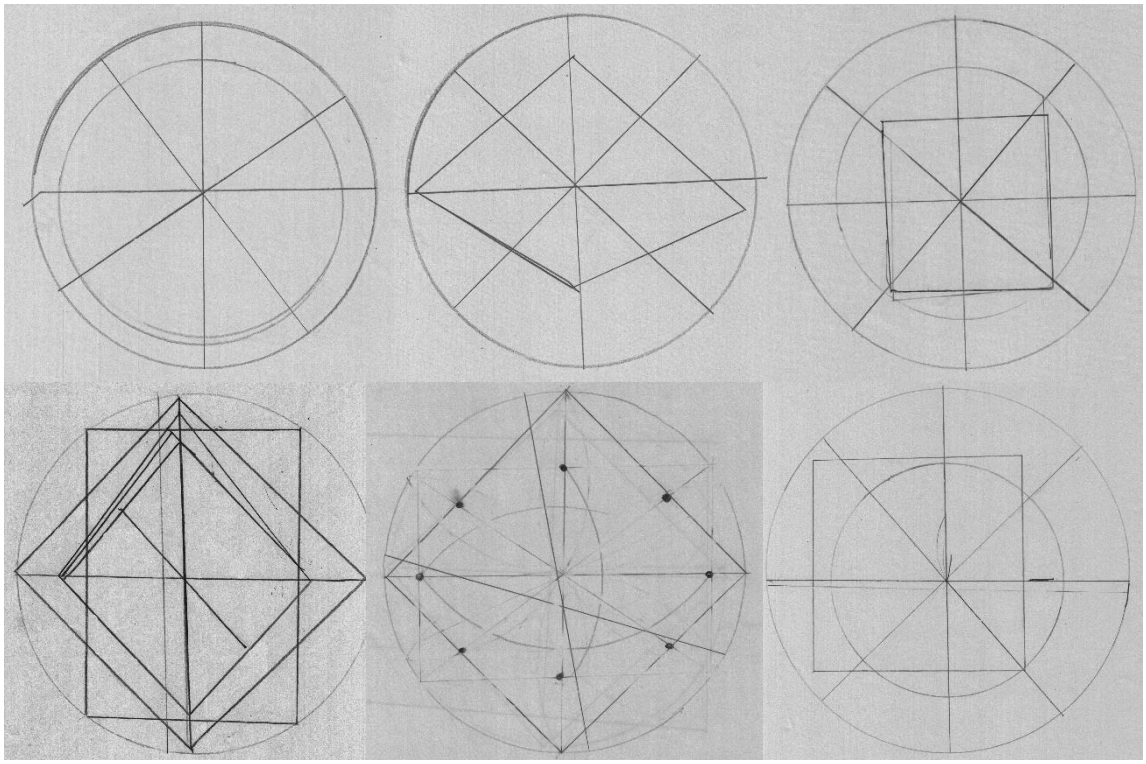


Figure 13 : Six recherches infructueuses d'élèves

Ces élèves ont éprouvé des difficultés dans la réalisation des diamètres perpendiculaires et des carrés.

D'autres travaux montrent que certains élèves sont allés plus loin dans la construction mais ont été confrontés à la difficulté de la construction des arcs de cercle. On observe dans les figures ci-dessous des essais d'arcs de cercle, parfois dans tous les sens et sans réflexion malgré parfois des premiers tracés de construction corrects.

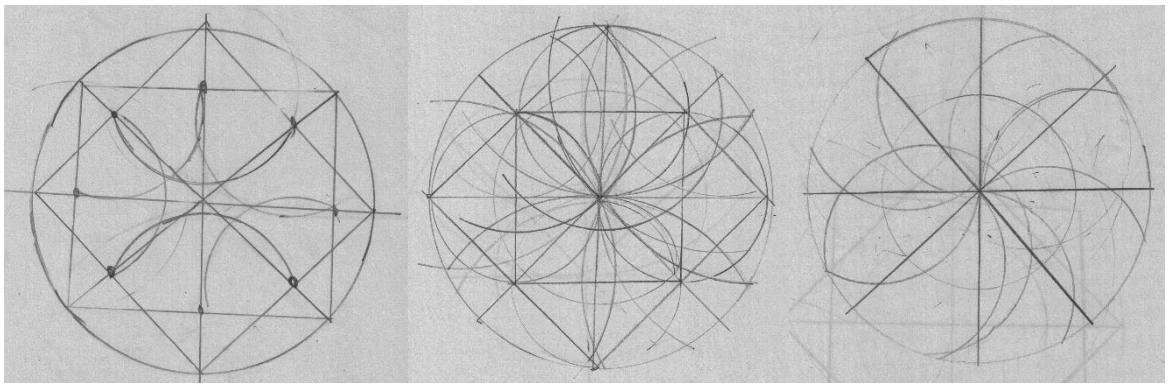


Figure 14 : Trois essais infructueux d'arcs de cercle

Enfin, parmi toutes les productions, nous en avons trouvé trois particulières. Deux font apparaître la figure bien reproduite mais sans traits de construction apparents et la dernière est une figure différemment construite.

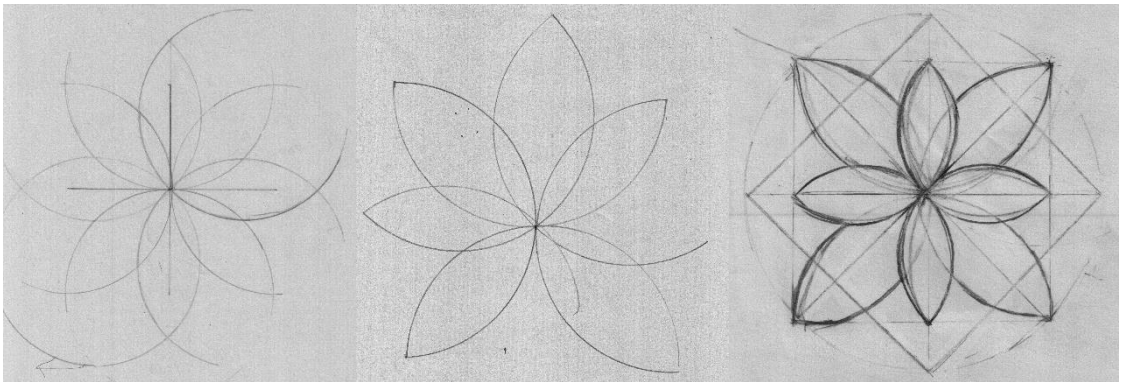


Figure 15 : Figures particulières réalisées par trois élèves

La première construction a été réalisée par un élève qui m'a expliqué sa construction pendant la séance. Il a choisi de tracer deux segments perpendiculaires d'une mesure de dix centimètres. Ces seuls traits de construction lui ont permis de tracer des arcs de cercle ayant pour centre les extrémités des segments et pour rayon la moitié des segments à savoir cinq centimètres. Il a de cette manière formé quatre pétales. Seulement, il n'a pas su m'expliquer comment il avait construit les quatre autres pétales sachant qu'aucun trait de construction ne permet de repérer le centre des arcs de cercle.

La deuxième figure est encore plus particulière étant donné qu'on ne voit aucun trait de construction. Je n'ai pas d'explication à cette réalisation. Peut-être s'agit-il d'un décalquage par-dessus la figure donnée.

Pour finir, la troisième figure correspond à celle de l'élève absente lors de la première séance et qui a reproduit la figure pendant la deuxième séance. On retrouve ici, des traits imprécis mais surtout quatre pétales qui sont plus petits que les autres. Là encore, les traits de construction permettant de construire ces pétales particuliers ne sont pas apparents et l'élève n'a pas su m'expliquer comment elle avait fait. Même si la figure n'est pas la reproduction de celle initiale, je note l'esthétique de celle-ci.

1.2. Séance 2 : élaboration d'un programme de construction

1.2.1. Déroulement de la séance

À l'issue de la première séance et en ayant pu échanger avec l'enseignante titulaire de la classe, je décide de commencer la deuxième séance en présentant à toute la classe des travaux d'élèves préalablement choisis et projetés au tableau.

Je présente donc ces figures ainsi que les remarques des élèves à leur observation.

Figure n°1

Après avoir discuté du fait qu'il fallait tracer un cercle pour construire la figure, je présente ce travail d'élève en demandant si deux cercles sont nécessaires. Un premier élève explique alors que dans la figure il y a deux cercles, un au niveau des grands pétales et un autre au niveau des petits pétales. Mais un autre élève intervient pour dire qu'il a fait la figure en utilisant qu'un seul cercle.

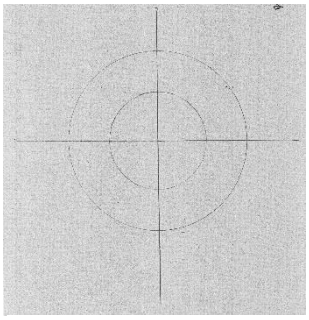


Figure 17 : Figure d'élève n°1

Figure n°2

En montrant les diamètres perpendiculaires de cette figure, un élève passe par les termes « sécants » et « parallèles » avant de se reprendre pour dire « perpendiculaires ». Mais ici un élève verbalise le problème : « La croix elle est bien placée mais pas les deux autres ». Nous en concluons que nous ne pouvons pas tracer correctement les deux carrés.

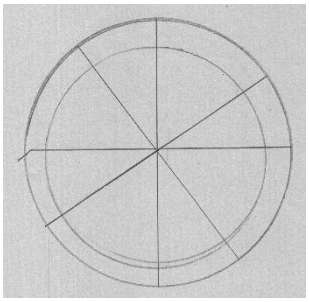


Figure 17 : Figure d'élève n°2

La discussion autour de la figure se dirige alors vers l'utilisation du rapporteur qu'un élève a apparemment utilisé pour construire les bons angles.

Figure n°3

Dans cette troisième figure présentée aux élèves, l'un d'entre eux exprime le fait que le carré n'a pas d'angles droits et qu'il n'est pas au bon endroit.

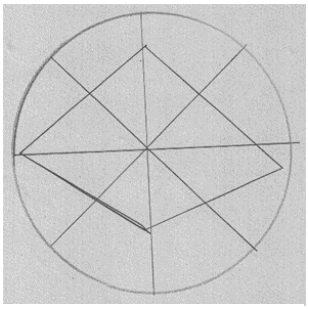


Figure 22 : Figure d'élève n°3

Figure n°4

Les élèves trouvent rapidement le problème de la figure n°4. Un élève explique que ce n'est pas un carré en arrière-fond mais un rectangle. Un autre fait cette remarque : « Là dans les carrés, les pics des carrés, il est un peu penché. ».

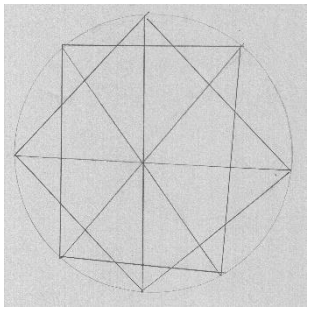


Figure 22 : Figure d'élève n°4

Figure n°5

Cette fois, c'est l'élève qui a produit cette figure qui prend la parole, il donne cette explication : « Bah j'ai tracé des carrés. J'ai fait deux traits perpendiculaires et j'ai tracé un rond. ». Un autre veut s'exprimer sur la construction d'un carré en particulier et en donne cette description : « son carré qui n'est pas un losange ».

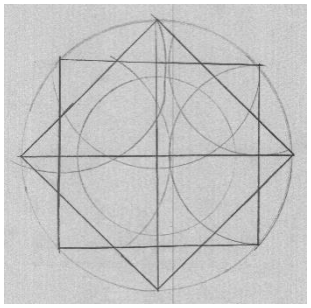


Figure 22 : Figure d'élève n°5

Figure n°6

Dans cette figure, les élèves s'attardent sur la taille des pétales, ils trouvent que certains sont plus gros que d'autres.

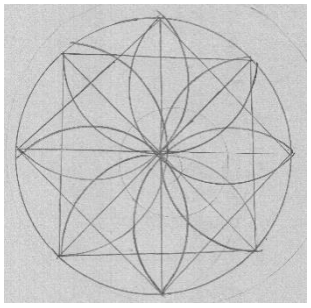


Figure 22 : Figure d'élève n°6

Figure n°7

J'ai volontairement glissé au milieu des figures ayant des problèmes de construction, un travail d'élève qui est largement satisfaisant pour voir la réaction des élèves. Dans la continuité de l'analyse que nous faisons depuis six figures, les élèves cherchent ce qui ne va pas dans cette septième figure. Ils trouvent alors que certains pétales sont soit trop gros soit trop petits. Il faut que je verbalise moi-même qu'il s'agit d'une figure bien réussie pour que les élèves réagissent positivement : « C'est la meilleure figure ».

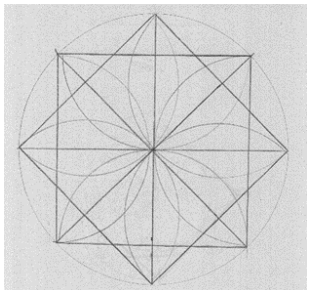


Figure 22 : Figure d'élève n°7

Figure n°8

Dans la même optique, j'ai présenté cette figure dont la construction est réussie mais qui comporte des points bien marqués pour indiquer l'endroit où placer le compas pour tracer les arcs de cercle. Je l'ai fait remarquer mais un élève préfère intervenir pour dire qu'un pétale est plus gros que les autres.

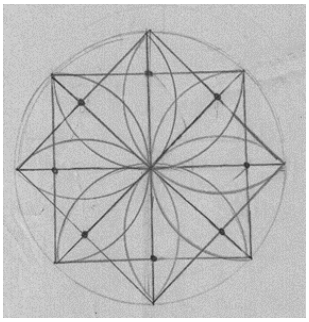


Figure 24 : Figure d'élève n°8

Figure n°9

À la vue de cette figure et pour la première fois, un élève veut savoir qui a fait cette construction. Je réponds que cela n'a pas d'importance. Les remarques ne portent pas tout de suite sur les multiples arcs de cercle mais sur les carrés. Un élève remarque immédiatement qu'il y a un carré plus petit et au centre du cercle. Un autre élève explique que les sommets du carré doivent « toucher le cercle ».

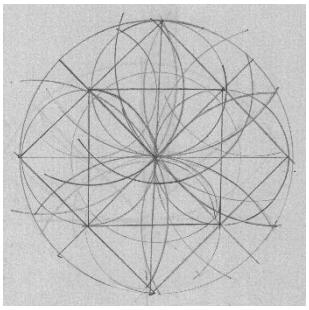


Figure 24 : Figure d'élève n°9

Après ce temps d'analyse des travaux des élèves, qui dure vingt minutes, je leur demande d'écrire sur une feuille et de façon individuelle ce qu'il faut faire pour construire la figure. J'évite volontairement d'utiliser le terme de programme de construction pour laisser les élèves les plus libres possible et pour que ce terme n'ait aucune connotation dans leur esprit.

La première remarque que j'entends concerne les mesures. Un élève demande s'il faut mettre les centimètres. Je lui réponds que s'il n'a pas utilisé de mesures particulières pour construire sa figure, il n'a pas besoin d'en parler pour expliquer la construction de la figure.

Très rapidement, un élève me demande s'il faut écrire comme dans un programme de construction et je le laisse faire comme il le souhaite.

Pour aider les élèves, j'affiche au tableau la figure avec tous les tracés de construction mis en couleur.

Finalement, ce temps de recherche individuelle dure quinze minutes et je fais une mise en commun à son issue. Je m'adresse à un élève pour lui demander par quoi commencer et voici sa réponse : « Tracer deux diamètres et puis voilà ». Un élève le contredit et je reviens à la définition du diamètre pour expliquer qu'un diamètre n'a aucune existence sans le cercle auquel il est attaché.

Pendant toute la mise en commun, nous déconstruisons la figure pas à pas pour retrouver l'ordre des étapes et affiner le vocabulaire qui est souvent imprécis. Au fur et à mesure, j'affiche au tableau la figure se construire peu à peu.

Nous nous arrêtons plus largement sur la description des intersections entre le cercle et les diagonales des carrés pour utiliser le bon vocabulaire.

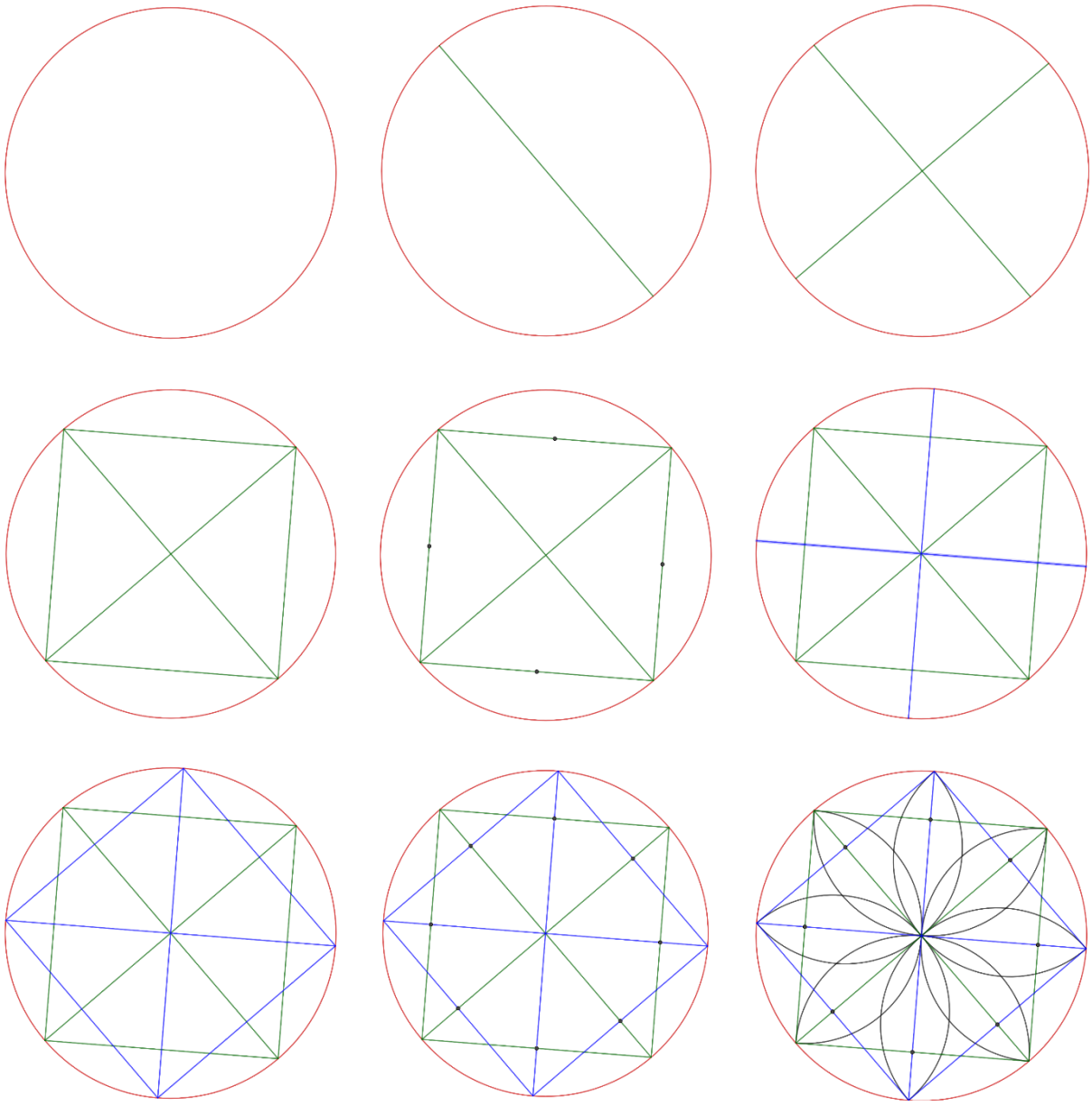


Figure 25 : Construction de la figure pas à pas

À la fin de la séance, je demande aux élèves quel vocabulaire de géométrie nous avons utilisé. Je veille à insister sur les bonnes associations (milieu d'un segment, centre d'un cercle, diagonales d'un carré, diamètres d'un cercle). En plus du vocabulaire lié aux figures géométriques, les élèves énoncent le matériel qu'ils ont utilisé et les verbes d'action associés (tracer, placer).

Au moment de ramasser les travaux des élèves, l'une d'entre eux vient m'apporter le sien. Absente lors de la première séance, je lui ai demandé de reproduire la figure pendant que les autres cherchaient le programme de construction. Elle a réalisé une figure complètement différente des autres que j'ai tenté d'expliquer avec elle.

1.2.2. Productions des élèves : programmes de construction

Pendant la deuxième séance de mon expérimentation, je demande dans un premier temps aux élèves d'écrire ce qu'il faut faire pour reproduire la figure. Immédiatement, quelques élèves comprennent que nous demandons d'écrire un programme de construction et ils intitulent leur travail ainsi.

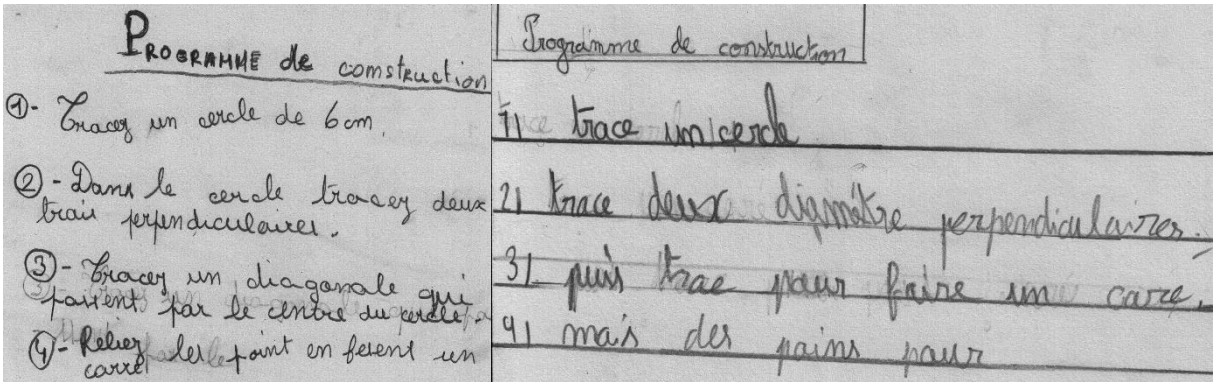


Figure 26 : Programmes de construction écrits par deux élèves

Ensuite, quelques élèves sont bloqués dès la première étape.

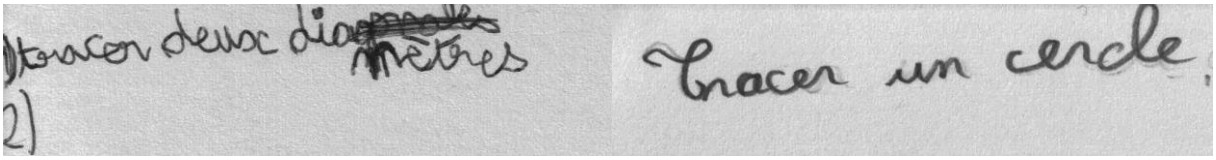


Figure 27 : Essais de deux élèves bloqués à la première étape

Je note également des différences de présentation parmi tous les travaux. Certains élèves adoptent la méthode utilisée dans un programme de construction à savoir, écrire sous forme de liste les étapes à réaliser. D'autres élèves rédigent leur explication sous forme de paragraphe.

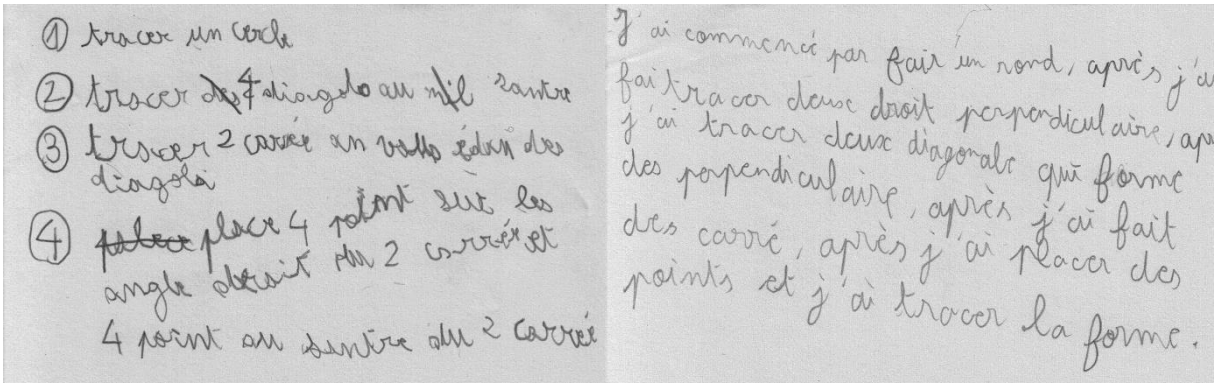


Figure 28 : Présentations différentes de deux élèves

Pour aller progressivement vers le contenu des programmes de construction observés, je note une différence dans la conjugaison des verbes décrivant les étapes de construction.

Dans la figure ci-contre, l'élève écrit à la première personne du singulier, elle décrit simplement ce qu'elle a fait pour construire la figure. Elle se rappelle ce qu'elle a fait et l'explique.

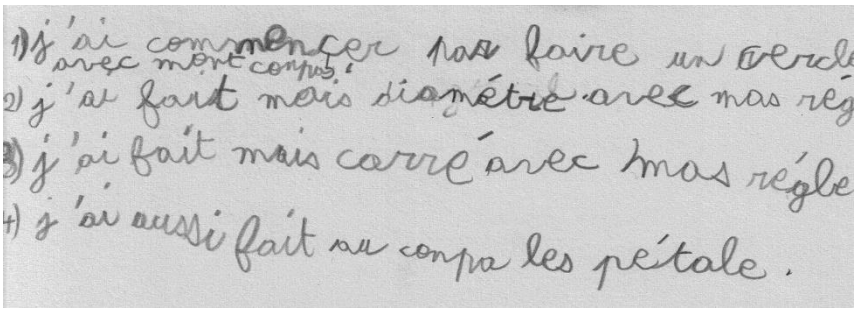


Figure 29 : Enoncé à la première personne du singulier

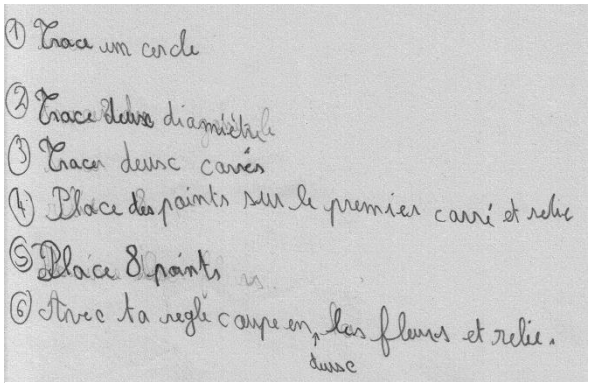


Figure 30 : Enoncé à l'impératif

Cet autre élève a une autre perception de la tâche et décrit les étapes de construction en s'adressant dans un mode impératif à une tierce personne. Dans ce programme de construction, l'élève explique comment construire la figure à une personne qui ne la connait pas.

Cet élève bascule d'une façon à une autre pendant l'écriture mais il commence par décrire les étapes avec un verbe à l'infinitif. Sur les quatre premières étapes, on peut prononcer l'expression « il faut » devant la consigne (Il faut « tracer un cercle »). L'élève change cependant en cours d'écriture, sans doute par inattention, vers un programme tel le programme présenté précédemment en s'adressant à quelqu'un.

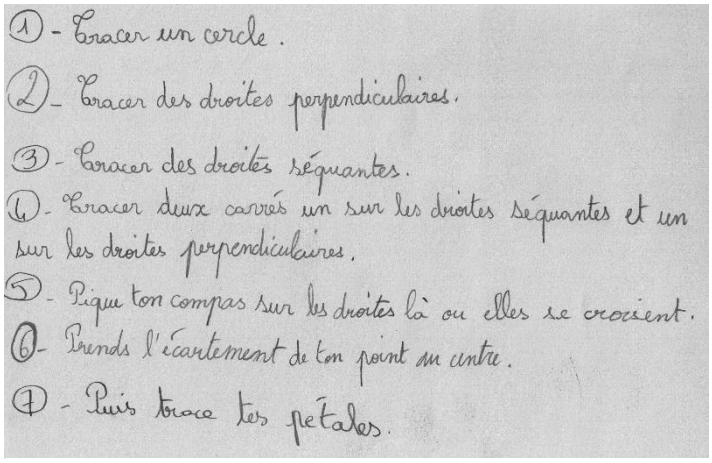


Figure 31 : Enoncé à l'infinitif

Dans tous les travaux des élèves, je remarque des confusions ou des imprécisions dans le vocabulaire.

Dans l'exemple ci-dessous tiré d'un programme de construction, l'élève se reprend deux fois avant de trouver le bon terme. Il commence par écrire « trai » sans aucun doute le début de « traits ».

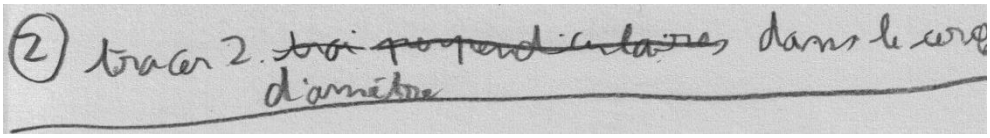


Figure 32 : Confusion dans le vocabulaire

Il raye pour réécrire « perpendiculaires » et le raye finalement pour le remplacer par « diamètre ».

Le deuxième exemple est très représentatif d'une difficulté rencontrée par de nombreux élèves. Ceux-ci font une confusion entre deux termes de vocabulaire géométrique : diamètre et diagonale. Dans le programme de construction de l'élève ci-dessous, le terme « diamètres » est correctement utilisé mais le terme « diagonales » qui vient ensuite ne correspond pas à ce que veut expliquer l'élève.

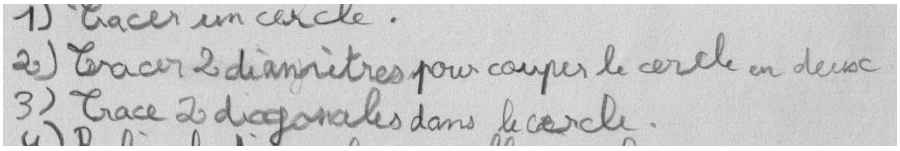


Figure 33 : Confusion entre les termes « diamètre » et « diagonale »

Même si la plupart des élèves n'utilisent aucune mesure particulière lors de la construction de la figure, certains en évoquent de façon très précise dans leur programme de construction comme ci-contre.

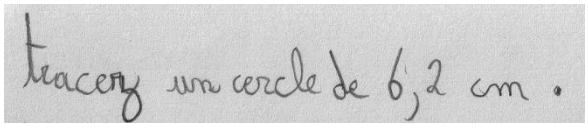


Figure 34 : Utilisation d'une mesure précise

Certains élèves indiquent également parfois avec grande précision le matériel à utiliser pour effectuer chaque étape comme dans ce programme de construction ci-dessous.

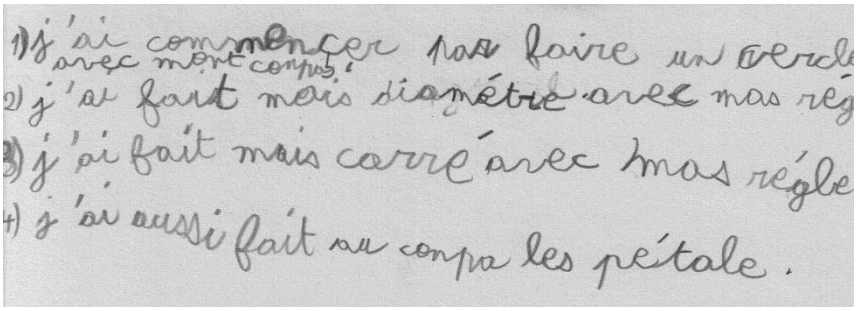


Figure 35 : Précision sur le matériel utilisé

Finalement, beaucoup de programmes de construction sont incomplets, pourtant j'observe quatre productions qui décrivent entièrement les étapes.

Ces programmes comportent beaucoup d'imprécisions mais les élèves ont su trouver des mots pour décrire toutes les étapes quand d'autres élèves restaient bloqués. Ces programmes sont en intégralité en annexes.

2. Discussion

2.1. Observer pour déconstruire

2.1.1. Problème et méthode

La reproduction de figure est un réel problème géométrique qui nécessite une certaine réflexion qui n'apparaît pas dans une activité de construction par exemple. Je peux observer grâce à cette étude que les élèves ne sont pas habitués à cette activité. L'enseignante m'a expliqué qu'ils n'avaient jamais eu à reproduire des figures aussi complexes.

La figure que j'ai proposée nécessite une vraie déconstruction correspondant à une méthode d'analyse particulière.

Pour pallier cette difficulté, j'ai pensé ma séance en plusieurs temps pour permettre aux élèves d'entrer dans l'activité facilement. Dans la première phase de recherche les élèves se sont lancés confiants dans le tracé d'une rosace. Je m'attendais à cette réaction et j'ai laissé aux élèves le temps pour qu'ils comprennent que leur production ne correspondait pas à celle demandée. La plupart ont compris à ce moment-là la difficulté de la tâche et ont été confrontés à la difficulté du problème.

La première mise en commun est arrivée rapidement pour, d'une part, donner des pistes de construction en s'appuyant sur les remarques de certains élèves, et d'autre part, les rassurer au vu de la difficulté de la tâche.

Travailler sur la figure reproduite pour chaque élève a été indispensable et a occupé une grande partie de l'analyse de la figure. Même si les élèves ont eu du mal à entrer dans cette activité à laquelle ils ne sont pas habitués, ils ont proposé parfois des tracés que je n'avais pas envisagés. Cette activité a cependant eu l'inconvénient d'emmener les élèves sur des pistes inutiles pour la construction de la figure.

Ci-contre, un exemple très représentatif d'un premier réflexe des élèves. Ils avaient repéré les deux cercles dans la figure et voulaient les retrouver dans leur reproduction sur papier blanc. Cela a créé parfois des confusions et une augmentation des traits de construction qui pouvaient perturber le regard des élèves sur leur figure.

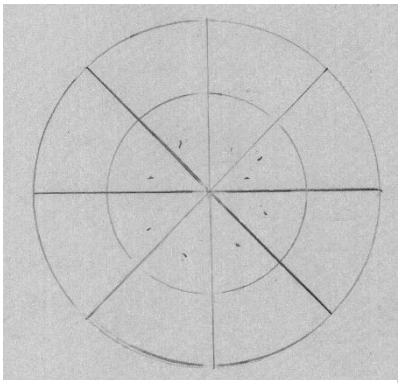


Figure 36 : Tracé de deux cercles

Cette figure, complexe, que j'ai proposée aux élèves a nécessité un travail séquencé et rythmé qui alternait les phases de construction et d'analyse. Les élèves ont commencé à partir d'une feuille blanche et la figure comme modèle, ils ont travaillé sur la figure elle-même pour finir la séance en recommençant sur une feuille blanche après avoir

compris comment se construisait la figure. De manière collective, au tableau, j'ai proposé ce même va-et-vient en commençant par tracer comme les élèves sur la figure projetée puis en construisant un schéma à main levée et pas à pas pour représenter les tracés de construction.

2.1.2. Déconstruire la figure

La déconstruction de figure est complexe dans celle que j'ai proposée et j'ai compris la plus grosse difficulté de compréhension : il s'agit d'une fleur.

Quand les élèves ont vu la figure, ils ont immédiatement vu la fleur et ses pétales. Ils ont évidemment voulu construire les arcs de cercle qui forment les pétales. La difficulté de cette figure a été qu'il était à la fois simple de pouvoir parler de fleur, de pétales pour décrire la figure mais elle a posé un problème géométrique puisque les élèves ne voyaient pas la figure comme une figure mais comme un dessin de fleur.

Or la reproduction de cette figure nécessite de passer par des traits de construction qu'il faut construire bien avant de commencer à tracer les arcs de cercle. C'est ainsi que dans ce va-et-vient entre la figure et la feuille blanche, les élèves devaient faire les tracés en suivant les bonnes étapes de construction.

Alors qu'il a été facile de repérer les traits de construction sur la figure, les élèves ont rencontré des difficultés à partir de ces traits depuis une feuille blanche en mettant la fleur de côté pour la faire apparaître à la fin lorsque les traits de construction étaient terminés.

2.2. Utiliser le vocabulaire approprié

2.2.1. Rédiger un programme de construction

Mon deuxième objectif à propos de la reproduction de cette figure était que les élèves élaborent un programme de construction afin de les entraîner à déconstruire la figure pour expliquer sa formation.

J'ai remarqué que c'était une activité familière dans la classe car certains ont intitulé leur travail « Programme de construction ». Comme je n'avais pas énoncé ce terme, d'autres élèves ont fait ce que j'avais demandé, à savoir écrire ce qu'ils avaient fait pour construire la figure. C'est pourquoi j'ai recueilli des travaux d'élèves qui expliquent à la première personne et sous forme de paragraphe rédigé la construction de la figure.

L'élaboration du programme de construction s'est faite avec la figure et ses traits de constructions projetés au tableau. L'exercice était intéressant dans le fait que c'était aux élèves de retrouver l'ordre des étapes.

2.2.2. Vocabulaire géométrique

J'ai compris grâce à cette étude que les élèves emmagasinent une grande quantité de vocabulaire géométrique. Les élèves de cette classe de CM1 et CM2 connaissaient tous les mots du domaine de la géométrie au programme du cycle 3 ce qui n'était pas le cas d'une autre classe de CM1 et CM2 dans laquelle j'ai pu effectuer un stage. Cependant, j'ai observé à de très nombreuses reprises que ce vocabulaire était imprécis dans l'esprit des élèves et qu'ils l'utilisaient semblerait-il parfois, par hasard.

La plus grande confusion que j'ai observée était celle entre les termes « diagonale » et « diamètre » souvent utilisés pour désigner le même objet géométrique. Je pense alors qu'un exercice aussi complexe que celui que j'ai proposé peut-être bénéfique pour ce genre d'erreur. Car bien que mélangeant différents objets géométriques, la figure oblige justement les élèves à travailler avec tout le vocabulaire. Ils sont habitués à voir des diagonales dans un carré par exemple et des diamètres dans un cercle mais la confrontation du cercle et du carré dans une même figure bouscule leurs repères.

Nous pourrions penser que cela fait trop et qu'il est préférable de travailler les notions séparément mais je pense qu'au contraire, c'est en utilisant les notions simultanément que les élèves pourront les distinguer et les utiliser dans leur contexte respectif.

Car c'est en contexte que le vocabulaire de la géométrie doit être utilisé puisqu'il fait des associations qui doivent être apprises en même temps. Tout comme on parle du centre d'un cercle, on parle du milieu d'un segment. C'est une remarque que j'ai dû faire de nombreuses fois durant les deux séances de cette étude.

Je pense donc qu'il y a un réel travail à faire sur le vocabulaire car sans celui-ci, les élèves peinent à écrire un programme de construction.

J'ai également noté une confusion entre les termes « perpendiculaires », « sécants » et « parallèles ». Là aussi, un travail tout particulier doit être mené pour distinguer ces termes en contexte.

2.3. Comprendre les propriétés géométriques

2.3.1. Verbaliser les procédés géométriques

Verbaliser les procédés géométriques utilisés est un exercice complexe que nous avons travaillé d'une part à l'oral lors des mises en commun et des sollicitations individuelles des élèves et d'autre part pendant la rédaction du programme de construction.

Mais cette activité ne peut pas être réalisée sans une bonne compréhension de la figure déconstruite en amont et sans une bonne maîtrise du vocabulaire géométrique. C'est une

difficulté que nous avons observée chez les élèves. À l'oral, ils expliquaient en montrant avec des « ici », des « là » et des « comme ça ». Mais à l'écrit comme à l'oral, ils employaient des expressions peu géométriques : « ça fait comme un trait arrondi alors que là ça monte un peu comme un pic ». Pour aider les élèves, j'ai repris leurs remarques orales pour les reformuler avec des termes et expressions valables en géométrie.

Je remarque finalement que les élèves ne comprennent et n'adoptent pas forcément la rigueur indispensable à la géométrie

2.3.2. Utiliser les propriétés géométriques

Dans la géométrie, il y a une différence entre connaitre les propriétés géométriques et savoir les utiliser. Je me suis aperçu que les élèves connaissaient beaucoup de choses en géométrie mais lors de la reproduction de cette figure complexe où de nombreuses notions et propriétés se mélangeaient, les élèves se trouvaient souvent perdus et manquaient de rigueur.

L'exemple le plus parlant est celui de la construction des carrés. Certains élèves avaient compris qu'il y avait des carrés dans la figure. Mais par un manque de compréhension de la figure et une négligence des propriétés géométriques, ils traçaient une figure qui n'était pas un carré et qui ne les permettait pas de construire le reste de la figure comme ci-contre.

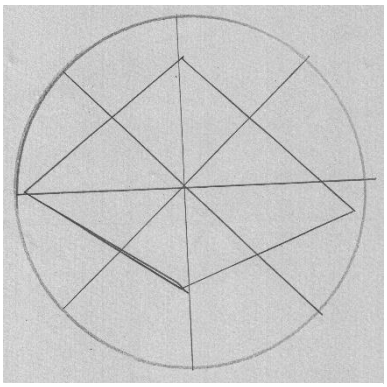


Figure 37 : Essai de carré

C'est-à-dire que parfois, les élèves faisaient ce que je leur demandais sans comprendre le sens des tracés et l'importance de faire appel à ses connaissances des propriétés géométriques.

Les élèves ont également rencontré des difficultés à tracer le deuxième carré à partir du premier puisque cela nécessitait de repérer le milieu des côtés du premier carré pour savoir où tracer les diamètres qui forment les diagonales du deuxième carré.

J'ai observé un comportement particulier dans le tracé des arcs de cercle. Ci-contre, l'élève a tracé des arcs de cercle qui forment le début de pétales. Il n'y a aucun trait de construction qui puisse nous permettre de comprendre comment les arcs de cercle sont réalisés mais j'observe avec surprise la façon dont les arcs de cercle s'arrêtent au bord du cercle.

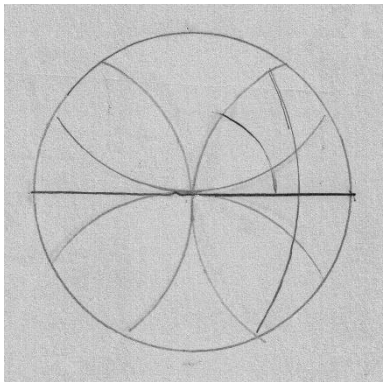


Figure 38 : Essai d'arcs de cercle

On dirait que le cercle empêche l'élève de continuer à tracer ses arcs de cercle au-delà. Comme si c'était une limite à ne pas franchir.

Cette étude nous montre également des productions d'élèves qui semblent n'avoir utilisé peu voir aucune propriété géométrique pour réaliser leur figure. Selon moi, ces élèves n'ont pas saisi l'importance des traits de construction et de leurs propriétés géométriques. La consigne était de reproduire la « fleur », ils ont donc cherché à former les pétales en utilisant une méthode imprécise qui ne repose sur aucune propriété géométrique.

Certains élèves ont été bloqués par l'utilisation des mesures. Je pense qu'ils sont trop habitués à une géométrie où toutes les mesures sont données et précises. Tandis que, cette figure n'avait pas pour but d'avoir une taille particulière, puisque je voulais justement m'intéresser aux propriétés géométriques. C'était un des objectifs que j'avais, que les élèves comprennent que l'on peut construire une figure similaire sans avoir les mêmes mesures mais en utilisant des mêmes propriétés géométriques.

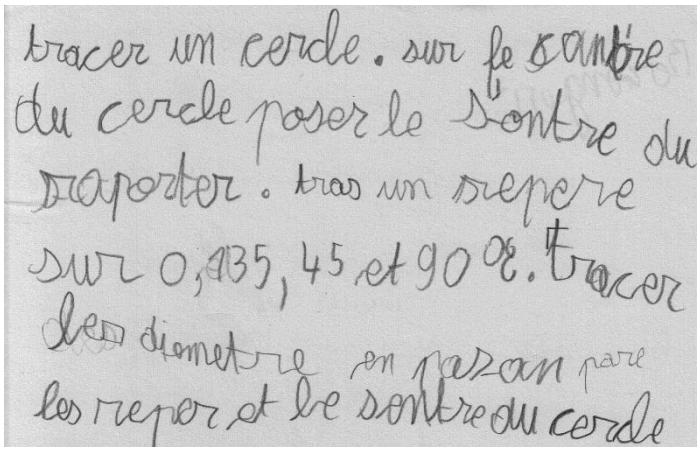
2.4. Reproduire une figure géométrique

2.4.1. Utilisation du matériel géométrique

Qui dit séance de géométrie dit utilisation du matériel de géométrie. Mais cette figure à reproduire possède l'avantage de faire utiliser une grande partie du matériel de géométrie. Les élèves ont pu utiliser leur compas pour tracer les arcs de cercle, c'est le matériel qu'ils ont immédiatement utilisé dans un premier temps mais surtout exclusivement avant que je leur demande d'utiliser leur règle pour analyser la figure.

Mais en plus de la règle et du compas, les élèves ont dû utiliser leur règle pour construire les diamètres perpendiculaires dans le cercle.

Pourtant, un élève en particulier a utilisé son rapporteur et il en explique le fonctionnement avec ses propres mots dans son programme de construction ci-dessous.



« Tracer un cercle. Sur le centre du cercle, poser le centre du rapporteur. Tracer un repère sur 0 ; 135 ; 45 et 90 degrés. Tracer les diamètres en passant par les repères et le centre du cercle »

Figure 39 : Utilisation du rapporteur

En une phrase, l'élève explique de façon tout à fait compréhensible la façon dont il a construit les diamètres du cercle. Cela montre une bonne maîtrise de la figure mais surtout une bonne maîtrise du rapporteur qui n'est pas un matériel utilisé en cycle 3.

En observant les travaux des élèves, je remarque une grande différence entre les élèves en termes de précision. Encore une fois, certainement dû à un manque de rigueur comme dans l'utilisation d'un crayon mal taillé mais aussi dû à un manque de motricité dans le maniement des instruments de géométrie.

Ci-dessous, le travail de deux élèves diamétralement opposés. La première figure comporte des traits fins et les arcs de cercle sont précis et ne se superposent pas. Au contraire, la deuxième a été faite avec un crayon mal taillé puisque les traits sont épais et mal maîtrisés puisque les arcs de cercles se croisent mal au centre du cercle.

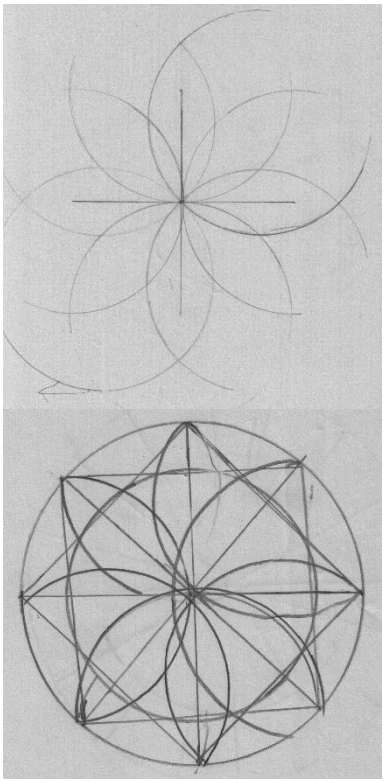


Figure 40 : Différence de précision des traits de construction

2.4.2. Réussir

Pendant toute cette étude, j'ai remarqué que les élèves apportaient beaucoup d'importance au fait de réussir. Le fait que la figure ait une forme identifiable apporte une motivation qui les a lancés dans l'activité avec enthousiasme. Dès la fin de la séance, ils m'ont demandé s'ils pouvaient colorier la fleur. Malheureusement pour eux, je devais ramasser leurs travaux intacts donc ils n'ont pas pu faire de coloriage mais j'espère qu'ils auront recommencé la figure plus tard pour leur plaisir comme ils en ont l'habitude avec une rosace plus simple.

C'est d'ailleurs ce genre de figure qu'ils ont commencé à faire en début de séance et ils se sont retrouvés rapidement frustrés de ne pas y arriver et de comprendre que c'était plus difficile que ce qu'ils imaginaient. C'est donc dans une démarche de bienveillance que je les ai encouragés pendant toute la séance sur leur travail, de façon individuelle et collective.

Toutefois, la réussite dans ce type de problème fait intervenir de nombreux éléments comme nous venons de le voir. Elle nécessite une bonne déconstruction de la figure, une compréhension des propriétés géométriques et de l'ordre dans lesquelles elles interviennent pour réaliser les tracés de construction. Enfin, le maniement des instruments de géométrie est indispensable dans une telle construction. C'est à cause de tous ces obstacles que certains élèves sont parvenus plus ou moins à reproduire la figure.

Cinquième partie : perspectives professionnelles

1. Limites et perspectives

Ce travail de recherche me permet de répondre à ma problématique et de comprendre en quoi la reproduction d'une figure géométrique complexe peut être intéressante dans la compréhension de la géométrie au cycle 3. Pourtant, je note quelques limites à ma recherche parfois associées à des perspectives que je pourrais envisager pour poursuivre le travail.

Je comprends, après cette recherche, qu'il aurait été intéressant de filmer les séances menées. J'avais pensé à enregistrer les échanges, filmer le travail des élèves mais lors de notre analyse et retour sur les séances, il me manquait le visuel sur ce qu'il se passait au tableau. Car j'y ai projeté la figure sur laquelle j'ai tracé en même temps que les élèves, j'y ai dessiné la figure et j'y ai fait venir des élèves pour qu'ils m'expliquent leur démarche. Dans l'enregistrement sonore, il ne m'en reste que des « ici », « là » et « comme ça ». Filmer les séances m'aurait permis de récolter plus d'informations afin de les analyser pour ma recherche.

Je comprends également que ma recherche est restreinte dans le sens où elle ne s'intéresse qu'à une seule classe sur deux séances. J'en tire des données qui me permettront de conclure sur la problématique de ma recherche mais celles-ci auraient pu être plus intéressantes si j'avais envisagé ma recherche différemment.

Il pourrait être intéressant de reproduire cette même expérimentation dans une autre classe pour les comparer. Car je me suis rendu compte que la classe dans laquelle j'étais intervenue avait un bon niveau de maîtrise en géométrie.

Grâce à ma formation, j'ai eu l'occasion d'enseigner la géométrie dans une autre classe de CM1 et CM2 et avec une séance reprenant les bases de la géométrie, j'ai réalisé le manque de connaissances des élèves. Ils ignoraient par exemple tous ce qu'était un programme de construction et beaucoup étaient incapables de dire ce qu'étaient deux droites perpendiculaires.

Je ne sais donc pas si une activité de reproduction d'une figure aussi complexe serait bénéfique pour des élèves avec un niveau fragile en géométrie.

Aussi, sur deux séances, il est difficile de conclure sur l'intérêt d'un tel exercice sur le long terme. Il m'était impossible d'imaginer une expérimentation sur une année entière mais je pense qu'il serait intéressant d'imaginer un enseignement de la géométrie centrée sur la reproduction de figure. Cela pourrait être le fil conducteur de l'apprentissage, un repère ritualisé et peut-être rassurant pour certains élèves. Chaque compétence du programme en géométrie pourrait être retrouvée dans une figure que les élèves décriraient, déconstruiraient pour réussir à la reproduire après avoir étudié les notions qu'elle met en jeu. Les élèves doivent être habitués à cet exercice pour comprendre la méthode et ne plus se précipiter sans réflexion dans une reproduction hasardeuse.

2. Pratique professionnelle

Cette recherche m'a beaucoup appris et m'a permis de développer plusieurs compétences professionnelles indispensables à la pratique du métier d'enseignant.

Puisqu'il s'agissait d'un mémoire de recherche, j'ai étudié la littérature scientifique pour y trouver des études d'enseignants et chercheurs qui ont guidé ma réflexion. Ce travail m'a montré la qualité et la quantité des travaux qui sont une aide précieuse dans la compréhension de l'enseignement et de la pédagogie. Cela m'a donc appris à avoir le réflexe de consulter de tels articles ou livres pour approfondir mes connaissances en termes de savoir, de pédagogie ou de didactique.

Mon expérimentation étant la mise en œuvre d'une séance de géométrie, elle a m'a permis une opportunité supplémentaire d'effectuer tout ce qui tourne autour d'une séance d'enseignement.

J'ai donc dû préparer une séance en m'appuyant à la fois sur la documentation scientifique mais aussi sur ma propre expérience de cette même figure géométrique proposée à une classe de cinquième.

Et, comme toute séance d'apprentissage, elle ne s'est pas passée exactement comme je l'avais imaginé et j'ai dû m'adapter, compétence essentielle de l'enseignant. J'ai imaginé ma deuxième séance différemment et même pendant la séance, j'ai adapté mon enseignement pour qu'il corresponde le mieux aux élèves que j'avais face à moi.

Bien évidemment, cette expérimentation m'a permis de me tenir devant une classe, ce qui consiste une expérience de plus pour améliorer mon aisance et ma posture professionnelle.

Puisqu'il s'agissait des données de ma recherche, j'ai observé attentivement les productions des élèves pour les analyser. C'est un travail bien plus complexe que la simple correction de copies. Il a fallu analyser les travaux des élèves pour comprendre leurs erreurs, leurs réussites et à quoi elles étaient dues pour trier et catégoriser les travaux afin de synthétiser la présentation des résultats. Il s'agissait d'un très bon exercice qui permet, dans une classe, à plus grande échelle, de déceler les difficultés des élèves pour mettre en place une différenciation voire un travail par groupe de besoin.

Conclusion

La reproduction d'une figure géométrique complexe est une activité difficile et je m'en suis encore une fois rendu compte avec cette classe de CM1-CM2. Pourtant, malgré cette expérimentation en deux séances uniquement, j'ai observé un net bénéfice dans l'enseignement de la géométrie.

Un élève est avant tout un humain qui a des goûts et des préférences. En termes de discipline scolaire, il a aussi ses préférences qu'elles soient dues à ses goûts tout simplement ou ses potentielles difficultés dans la matière qui altèrent son jugement. Quand j'ai proposé cette activité de géométrie, je savais que tous ne seraient pas ravis. Pourtant, je suis persuadée qu'une activité de reproduction d'une figure aussi attrayante que cette fleur permet aux élèves d'entrer dans l'activité avec plus de conviction. C'est ce que j'ai observé. Et même après le premier échec, les élèves sont restés mobilisés parce qu'il s'agissait d'un défi, d'un problème à résoudre.

Mon hypothèse concernant le maniement des instruments de géométrie est largement validée puisque les élèves ont travaillé leur motricité grâce à cette séance. L'utilisation d'un tel matériel nécessite une bonne maîtrise et c'est par la pratique qu'elle peut se perfectionner. Une activité de reproduction de figure comme celle que j'ai proposée nécessite d'utiliser plusieurs outils et donc à savoir à quel moment les utiliser à bon escient, ce qui n'est pas toujours facile mais ce qui consiste en un bon entrainement.

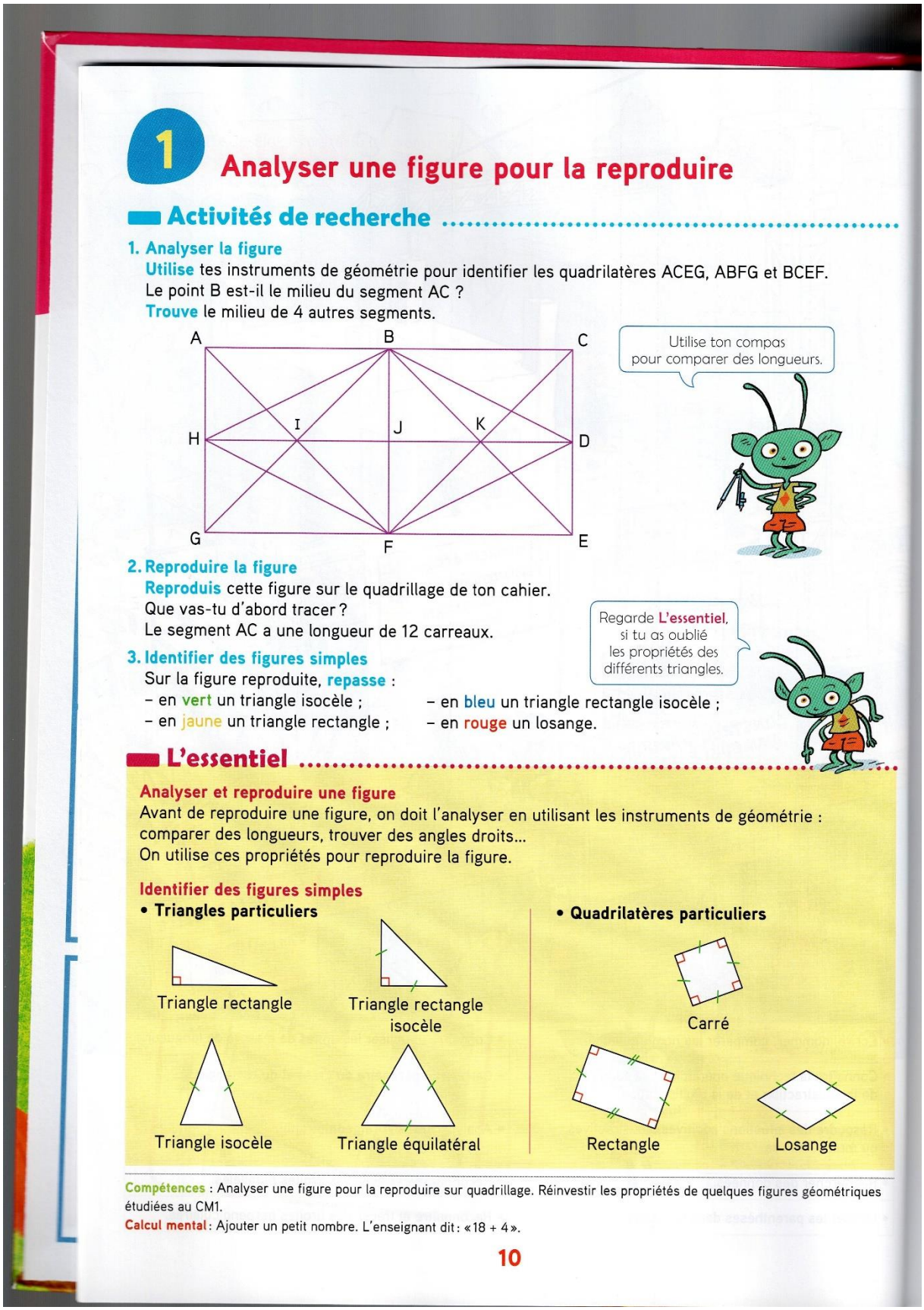
J'ai constaté que l'observation minutieuse de la figure n'est pas une chose évidente pour les élèves. C'est le point qui a été le plus difficile car ce n'est pas dans leurs habitudes. Je pense que la distribution de la fleur au format papier allait les débloquer rapidement mais j'ai compris qu'il n'était pas évident que la solution pouvait se trouver en traçant directement sur la figure à reproduire.

Le travail sur la verbalisation des procédés géométriques a été bien travaillé durant mes deux séances et je constate que cela a été bénéfique. À l'oral, les élèves se reprenaient d'eux-mêmes pour employer le bon vocabulaire, d'autres le faisaient à l'écrit. Le travail en plusieurs temps et le fait de reprendre constamment les élèves pour apporter le bon vocabulaire ou les bonnes formulations ont été utiles et bénéfiques.

La figure complexe que j'ai proposée était intéressante dans le fait qu'elle permettait d'évoquer bon nombre de procédés géométriques. Cela a perturbé les élèves qui mélangeaient le vocabulaire et ne faisaient pas les bonnes associations mais j'ai constaté qu'un travail sur plusieurs propriétés en même temps accentuait l'importance d'apporter le bon mot de vocabulaire selon le contexte.

Je suis donc convaincue que la reproduction de figure géométrique est un parfait exercice de géométrie qui permet un travail simultané de déconstruction de figure, de maniement des instruments, de compréhension des propriétés et d'acquisition du vocabulaire géométrique. Ce travail devrait ainsi être d'autant plus pertinent dans le contexte d'une classe sur une année scolaire entière pour en tirer des conclusions à plus grande échelle.

Annexes



1 Analyser une figure pour la reproduire

Activités de recherche

1. Analyser la figure

Utilise tes instruments de géométrie pour identifier les quadrilatères ACEG, ABFG et BCEF.
Le point B est-il le milieu du segment AC ?
Trouve le milieu de 4 autres segments.

2. Reproduire la figure

Reproduis cette figure sur le quadrillage de ton cahier.
Que vas-tu d'abord tracer ?
Le segment AC a une longueur de 12 carreaux.

3. Identifier des figures simples

Sur la figure reproduite, **repasse** :
- en vert un triangle isocèle ;
- en jaune un triangle rectangle ;
- en bleu un triangle rectangle isocèle ;
- en rouge un losange.

L'essentiel

Analyser et reproduire une figure

Avant de reproduire une figure, on doit l'analyser en utilisant les instruments de géométrie : comparer des longueurs, trouver des angles droits...
On utilise ces propriétés pour reproduire la figure.

Identifier des figures simples

• **Triangles particuliers**

Triangle rectangle

Triangle rectangle isocèle

Triangle isocèle

Triangle équilatéral

• **Quadrilatères particuliers**

Carré

Rectangle

Losange

Compétences : Analyser une figure pour la reproduire sur quadrillage. Réinvestir les propriétés de quelques figures géométriques étudiées au CM1.
Calcul mental : Ajouter un petit nombre. L'enseignant dit : « 18 + 4 ».

10

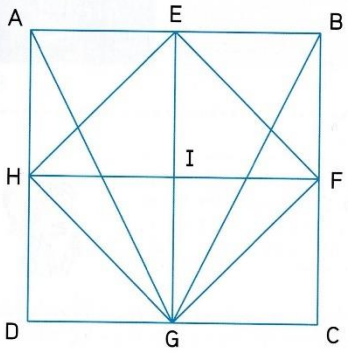
Annexe 1 : extrait de manuel scolaire

Banque d'exercices n°s 1 et 2 p. 42.

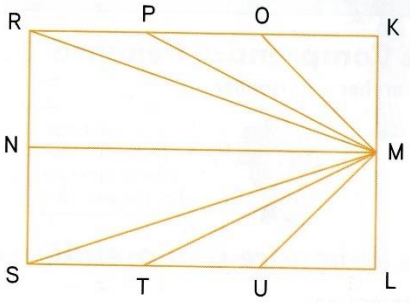
S'exercer

1 **Utilise** les instruments de géométrie pour analyser chaque figure.
Reproduis ces figures sur le quadrillage de ton cahier.

a Longueur du segment AB : 10 carreaux



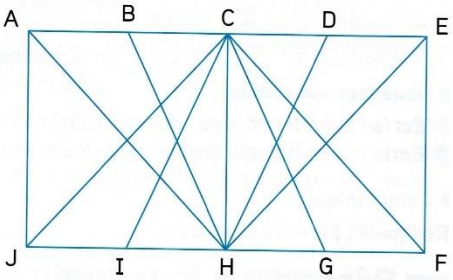
b Longueur du segment RK : 12 carreaux
Longueur du segment RS : 8 carreaux



2 **Identifie** le quadrilatère AEFJ.

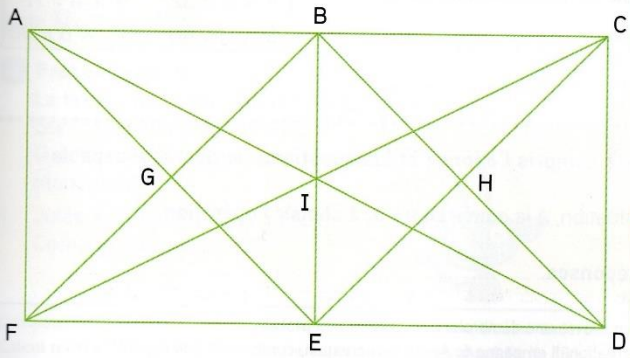
Utilise ton compas pour comparer les longueurs des segments AB, BC, CD et DE.
Procède de la même façon pour comparer les longueurs des segments JI, IH, HG, GF.

Reproduis cette figure sur ton cahier.
Le segment AE a une longueur de 12 carreaux.
Le segment AJ a une longueur de 6 carreaux.



Résoudre

3 **Problème guidé**
Utilise les instruments de géométrie pour identifier les quadrilatères ACDF, ABEF et GBHE.
Le point B est-il le milieu du segment AC ?
Reproduis cette figure sur ton cahier.
Le segment AC a une longueur de 10 carreaux.



Cette figure ressemble à celle de l'**activité de recherche**. Procède de la même façon pour la reproduire.

Le coin du chercheur

La somme de deux nombres consécutifs est égale à 93.

Quels sont ces deux nombres ?

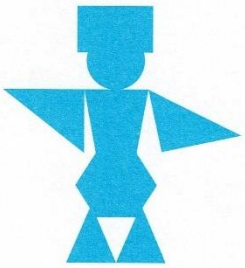
Annexe 2 : extrait de manuel scolaire

5 Reproduire des figures complexes

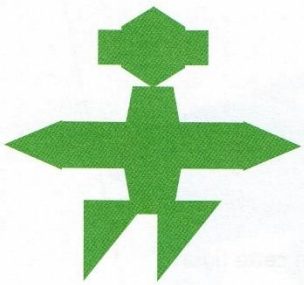
1 **Retrouve** les formes géométriques qui composent les figures A, B et C et complète le tableau.

	□	△	⬡	○	⏢	◺	▭
Figure A		2					
Figure B							
Figure C							

A

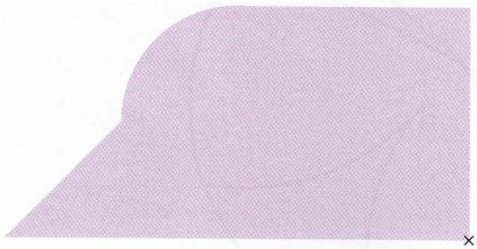


B



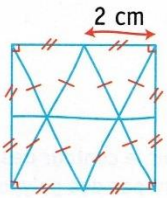
C

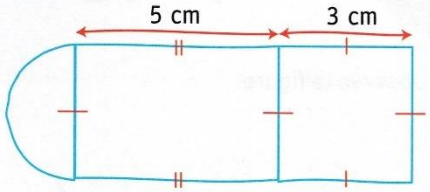
2 **Repère** les figures cachées et reproduis ce motif en respectant ses dimensions.



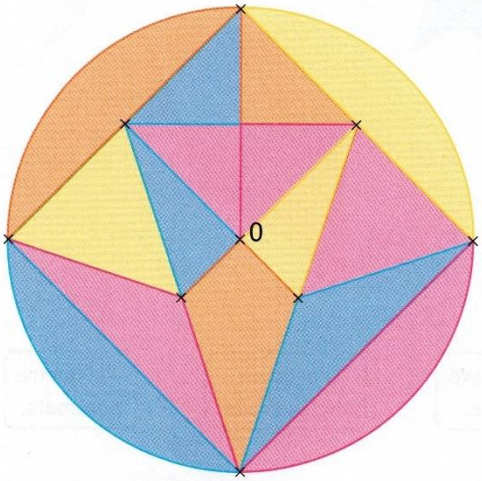
Annexe 3 : extrait de cahier de géométrie

3 **Reproduis** ces figures avec tes instruments, en respectant les dimensions indiquées.



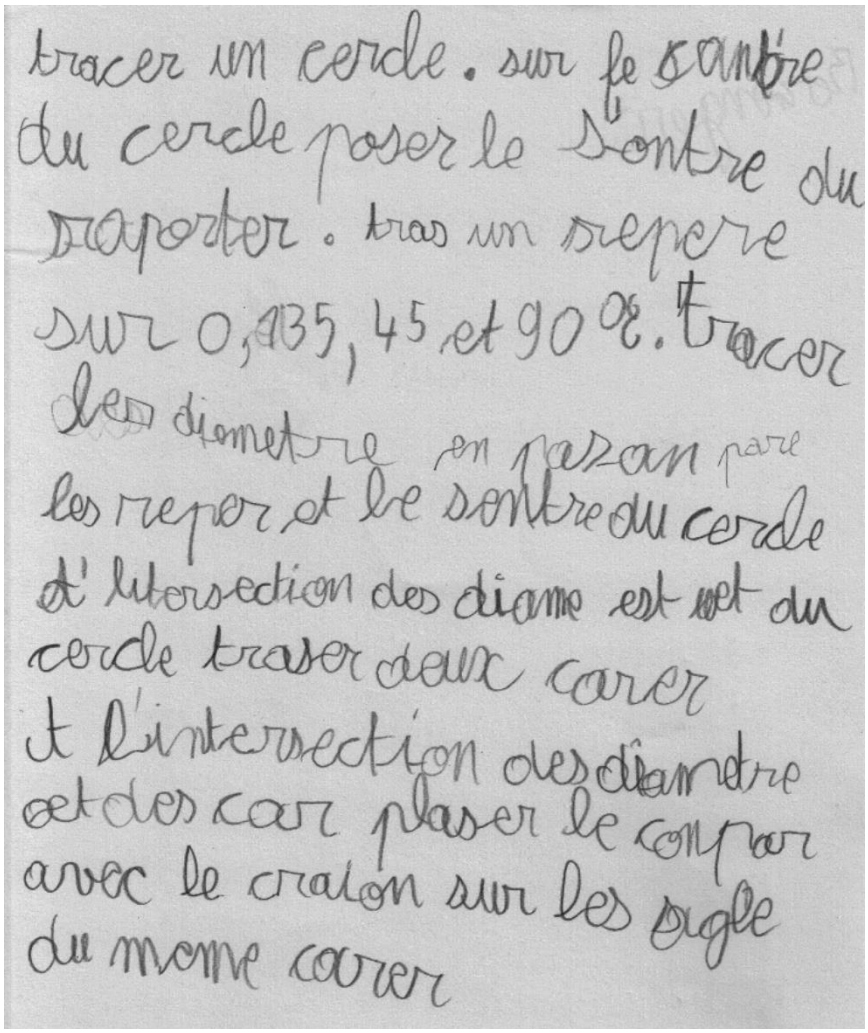


4 **Reproduis** cette figure dont le diamètre mesure 8 cm.



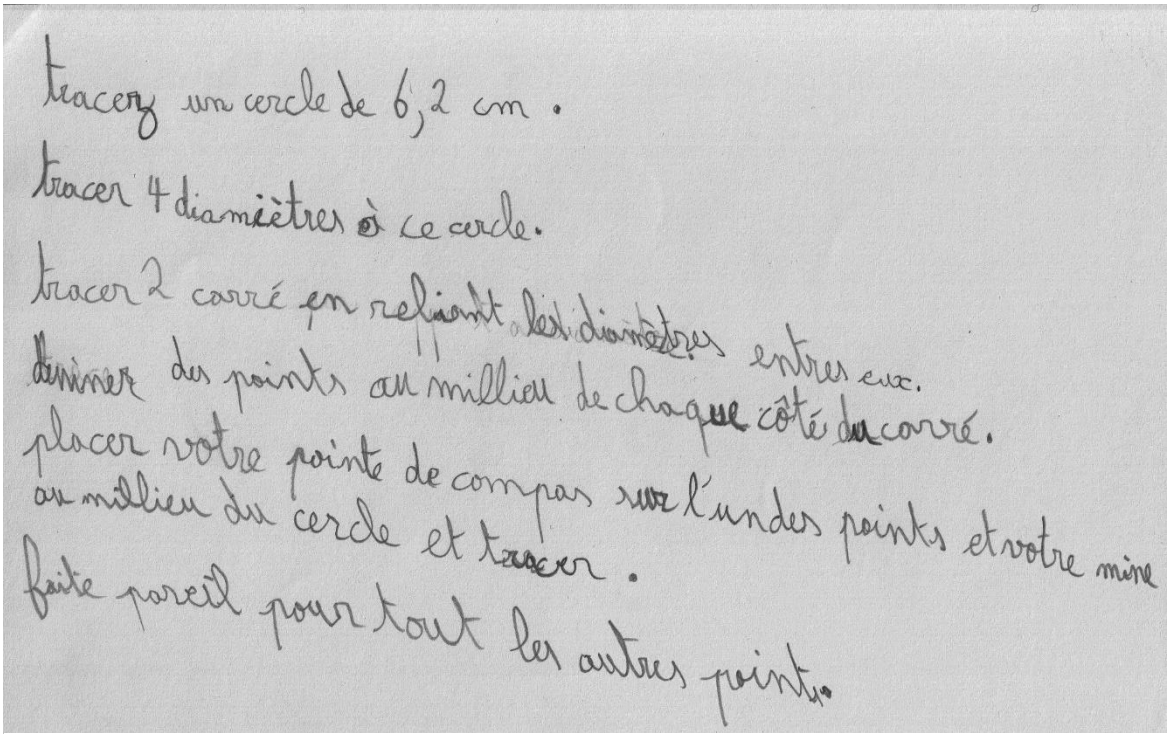
O

Annexe 4 : extrait de cahier de géométrie



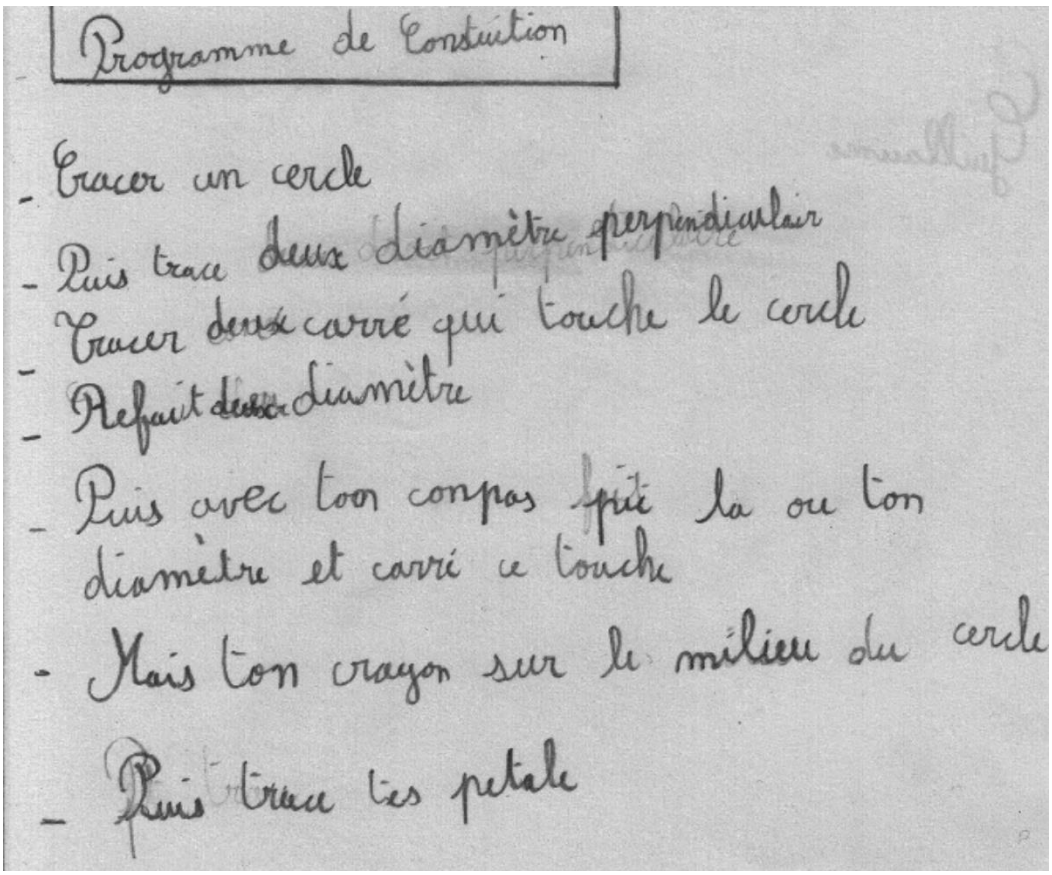
tracer un cercle. sur le centre
du cercle poser le sontre du
raporter. tras un repere
sur 0, 135, 45 et 90 °C. tracer
les diametre en pazan pare
les reper et le sentre du cercle
et litersection des diame est uet du
cercle traser deux carer
et l'intersection des diametre
et des car plaser le conpar
avec le craion sur les agle
du meme carer

Annexe 5 : programme de construction n°1



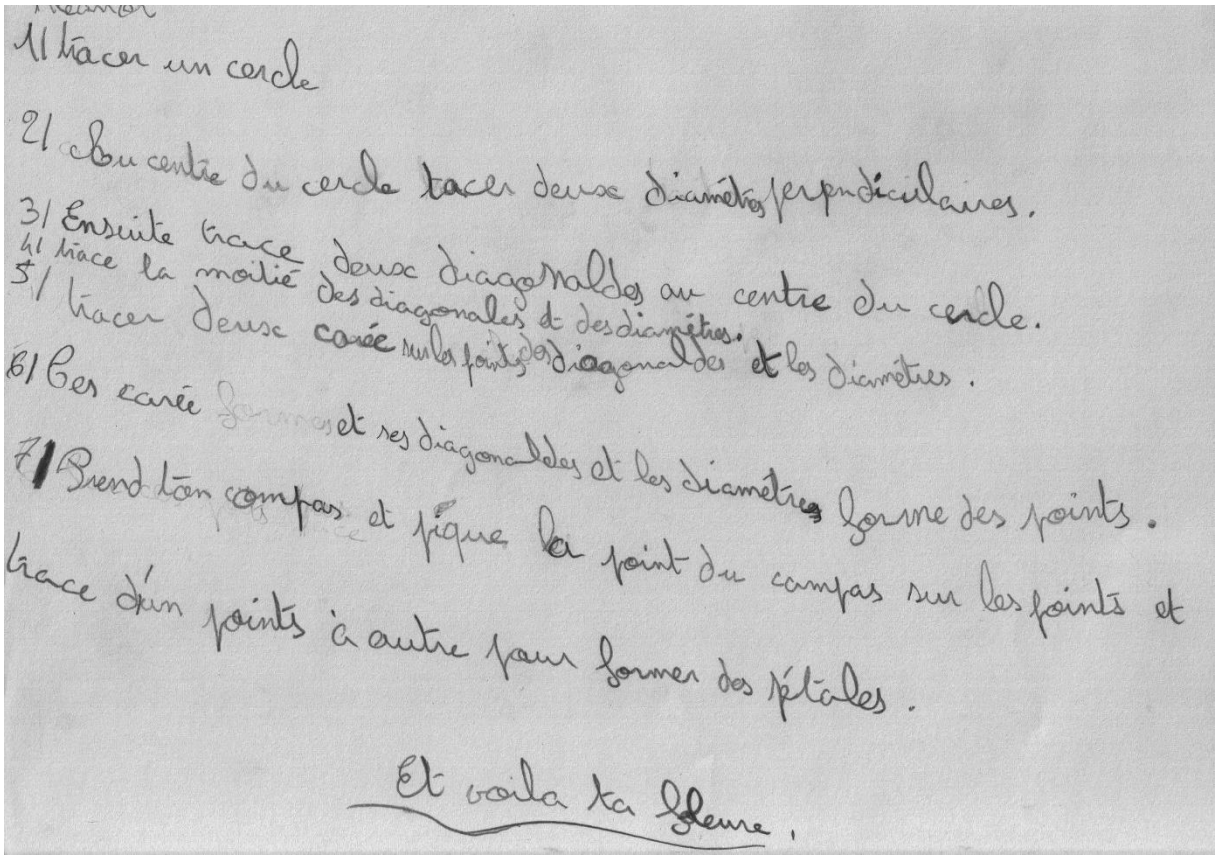
tracez un cercle de 6,2 cm.
tracer 4 diamètres à ce cercle.
tracer 2 carré en reliant les diamètres entres eux.
dessiner des points au millieu de chaque côté du carré.
placer votre pointe de compas sur l'un des points et votre mine
au millieu du cercle et tracer.
faite pareil pour tout les autres points.

Annexe 6 : programme de construction n°2


Programme de Constuction

- Tracer un cercle
- Puis trace deux diamètre perpendiculair
- Tracer deux carré qui touche le cercle
- Refait deux diamètre
- Puis avec ton compas tpiti la ou ton diamètre et carré ce touche
- Mais ton crayon sur le milieu du cercle
- Puis trace tes petale

Annexe 7 : programme de construction n°3


1/ Tracer un cercle

2/ Au centre du cercle tracer deux diamètres perpendiculaires.

3/ Ensuite trace deux diagonales au centre du cercle.

4/ Trace la moitié des diagonales et des diamètres.

5/ Tracer deux carré sur les points des diagonales et les diamètres.

6/ Ces carré et ses diagonales et les diamètres forme des points.

7/ Prend ton compas et pique la point du compas sur les points et trace d'un points à autre pour former des pétales.

Et voila ta fleure.

Annexe 8 : programme de construction n°4

Bibliographie

Bramard, N., Bramard, P., Lafont, E., Maurin, C., Peynichou, D., & Vargas, A. (2017). *Pour comprendre les mathématiques : CM2, cycle 3*. Hachette éducation, 10-11

Carle, S., Ginet, S., Grison, S., & Petit-Jean, I. (2015). *Cahier de géométrie CM2 : Grandeurs et mesures, organisation et gestion de données : [Cahier de l'élève]*. Magnard, 12-13.

Barrier, T., Hache, C., Mathé, A.-C., & Montigny, S. (2013). Décrire l'activité géométrique des élèves : Instruments—Regards—Langage. *XXXXEME COLLOQUE COPIRELEM*, 14.

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N, 53*, 39-56.

Bulf, C., & Celi, V. (2014). Des problèmes de reproduction aux problèmes de restauration de figures géométriques planes : Quelles adaptations pour la classe ? *Actes du XLIème colloque COPIRELEM*, 18.

Cyr, S., & Venant, F. (2018). Déconstruction dimensionnelle et vocabulaire géométrique chez les futurs enseignants du primaire. *Grand N, 101*, 23-44.

Ducel, Y., & Peltier, M.-L. (1989). Une approche par le dessin géométrique CM2—Sixième. *Bulletin de l'APMEP*, *371*, 659-669.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *10*, 5-53.

Éducation Nationale. (2020). *Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020*.

Houdement, C. (2007). A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères-IREM*, *67*, 69-84.

Languereau, H., & Voirin, L. (2021). La fleur : De la formation à l'enseignement. *Repères-IREM*, *125*, 37-62.

Larousse (Éd.). (2011). *Le petit Larousse illustré : En couleurs 90000 articles, 5000 illustrations, 354 cartes, chronologie universelle*. Larousse.

Le Robert. (s. d.). Consulté 21 avril 2023, à l'adresse https://www.lerobert.com/

Mangiante-Orsola, C., & Perrin-Glorian, M.-J. (2013). Géométrie en primaire : Des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Actes du XLème colloque COPIRELEM*.

Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J., & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin deCM2. *Grand N*, *77*, 7-34.

Perrin-Glorian, M.-J. (2018). *Mathématiques en Cycle 3. Géométrie au cycle 3 : De la reproduction de figures avec des gabarits aux constructions à la règle et au compas*. 112-121.

Résumé

L'idée de ce travail part de l'observation de la réaction d'élèves de cinquième face à la reproduction d'une figure géométrique complexe. Celle-ci représente une fleur, communément appelée rosace, mais comportant huit pétales. Après un état de l'art approfondi dans le domaine de la géométrie et de la reproduction de figures géométriques, je me suis demandé comment réagiraient des élèves de cycle 3 face à la reproduction de cette même figure : la fleur. Je voulais observer particulièrement l'intérêt de proposer une telle activité pour en tirer les meilleurs bénéfices d'enseignement.

J'ai effectué mon expérimentation dans une classe de CM1 et CM2 en deux séances. Une première consacrée à la reproduction de la figure et une deuxième permettant de s'interroger sur le programme de construction et le vocabulaire utilisé. Mon étude porte sur l'analyse des travaux d'élèves comprenant tous les tracés géométriques et les programmes de construction mais aussi sur l'enregistrement audio intégral des séances et les extraits de vidéos réalisées pendant que les élèves travaillaient. Il ressort de cette expérimentation que la reproduction d'une figure géométrique complexe peut apporter de nombreux bénéfices dans l'apprentissage de la géométrie tant sur le maniement des instruments que sur la compréhension des objets et concepts géométriques.

Mots-clés : figure géométrique ; reproduction ; déconstruction visuelle ; programme de construction ; verbalisation.

Abstract

The idea of this work starts from the observation of Year 8 students reaction faced with the reproduction of a complex geometric figure. This figure represents a flower, commonly called a rose, but with eight petals. After an in-depth literature review in the field of geometry and geometric figure reproduction, I wondered how Cycle 3 students would react to the reproduction of this same figure : the flower. I particularly wanted to observe the interest of proposing such an activity to derive the best teaching benefits from it.

I conducted my experimentation in a class of CM1 and CM2 in two sessions. The first session was dedicated to the reproduction of the figure, and the second allowed us to question about the construction program and vocabulary used. My study focuses on the analysis of student work, including all geometric drawings and construction programs, as well as the full audio recording of the sessions and excerpts from videos taken while the students were working. It emerges from this experimentation that the reproduction of a complex geometric figure can bring many benefits to learning geometry, both in the use of instruments and in the understanding of geometric objects and concepts.

Keywords : geometric figure ; reproduction ; visual deconstruction ; construction program ; verbalization.