



HAL
open science

Liberté, mécanique et géométrie : étude d'histoire et de philosophie des sciences sur les géométries non euclidiennes, la mécanique céleste et le calcul des probabilités à partir d'articles de revues publiés au tournant des XIXe et XXe siècles

Arthur Saunier

► **To cite this version:**

Arthur Saunier. Liberté, mécanique et géométrie : étude d'histoire et de philosophie des sciences sur les géométries non euclidiennes, la mécanique céleste et le calcul des probabilités à partir d'articles de revues publiés au tournant des XIXe et XXe siècles. Philosophie. 2022. dumas-04328689

HAL Id: dumas-04328689

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04328689v1>

Submitted on 7 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paul Valéry Montpellier III

Département de Philosophie

Année universitaire 2021/2022

Liberté, mécanique et géométrie

Étude d'histoire et de philosophie des sciences sur les géométries non euclidiennes, la mécanique céleste et le calcul des probabilités à partir d'articles de revues publiés au tournant des XIX^{ème} et XX^{ème} siècles

Mémoire de deuxième année du Master mention Philosophie

Par M. Arthur SAUNIER

Sous la direction de M. Anastasios BRENNER

Montpellier, mai 2022

Je remercie d'abord mes parents, qui m'ont apporté leur soutien inconditionnel et nécessaire durant mes études supérieures. Ensuite, je remercie bien évidemment Anastasios Brenner, pour avoir accepté de suivre minutieusement mon travail et ma formation intellectuelle ces dernières années, par ses remarques précises et pertinentes qui m'ont ouvert des mondes entiers. Aussi, je remercie mon meilleur ami Hugo, qui a toujours eu l'air vraiment attentif lorsqu'il m'écoutait parler d'Henri Poincaré.

À Églantine

SOMMAIRE

INTRODUCTION. DES DÉBATS EN MARGE DES ŒUVRES PUBLIÉES.....	5
PARTIE 1. LES GÉOMÉTRIES NON EUCLIDIENNES.....	13
Chapitre 1. Le postulat d’Alexandrie au XIX ^e siècle	13
Chapitre 2. Avant le conventionnalisme. Histoire de quiproquos (1881-1891)	20
Chapitre 3. Les représentations mentales de la géométrie	25
Chapitre 4. Le kantisme de Poincaré et la vérification expérimentale du postulat.....	29
PARTIE II. MÉCANIQUE ET CALCUL DES PROBABILITÉS	35
Chapitre 1. La place du déterminisme dans la classification encyclopédique des sciences	35
Chapitre 2. La portée morale de la mécanique	43
Chapitre 3. La prédictibilité du comportement du système solaire, ou les prémisses de la conception contemporaine du chaos déterministe	52
Chapitre 4. Le calcul des probabilités et l’existence du hasard	62
CONCLUSION.....	70
BIBLIOGRAPHIES.....	78
(1/3) — Fonds patrimoniaux et sources des revues utilisées.....	78
(2/3) — Sources primaires	80
(3/3) — Exégèses contemporaines.....	87

INTRODUCTION. DES DÉBATS EN MARGE DES ŒUVRES PUBLIÉES

Nous avons choisi de suivre, d'étudier et de reconstituer, dans le présent mémoire, certains débats ayant eu lieu dans des revues philosophiques au tournant des XIX^{ème} et XX^{ème} siècles. Motivés par les avancées récentes des sciences, des articles philosophiques sont publiés par des scientifiques de formation, ils se répondent les uns aux autres, ils se citent mutuellement. Les conceptions philosophiques classiques relatives notamment à l'espace, au temps et à la causalité sont discutées, défendues par certains, mises en doute par d'autres, à l'aune de nouvelles constructions mathématiques et physiques. Toute conception scientifique présuppose une certaine compréhension philosophique de ces concepts, partagés entre les sciences et la philosophie. Aujourd'hui, les sciences physiques sont partagées entre relativité générale et mécanique quantique. L'installation de ce nouveau paysage ne s'est pas faite en douceur, il a fallu déraciner certaines conceptions philosophiques classiques fragilisées par de nouvelles conceptions scientifiques. En effet, la prolifération des géométries non euclidiennes a remis en cause les conceptions de Kant sur la nature de l'espace, elles ont aussi permis à Einstein de proposer une nouvelle théorie de la gravitation remplaçant celle de Newton. Aussi, le déterminisme mécanique inhérent au comportement de certains systèmes dynamiques a ébranlé certaines conceptions des idées de liberté morale qui allait de pair avec une conception du hasard rendue caduque par les travaux mécaniques qui allaient aboutir aux théories du chaos.

Voyons maintenant ce qui nous motive à traiter ce sujet. Dans son ouvrage *La structure des révolutions scientifiques* publié en 1962 et revu en 1970, Thomas Kuhn propose une conception originale de l'histoire des sciences. Le progrès scientifique est conçu comme une succession de ruptures, bien marquées, entre différents paradigmes. Dans les sciences physiques, le paradigme einsteinien aurait succédé au paradigme newtonien. Comme cela invite à penser que la loi de l'attraction universelle de Newton s'est vue remplacée en 1915 par la théorie de la gravitation d'Einstein, il n'est pas rare de croiser ce raccourci, qui va trop vite, dans la plupart des vulgarisations contemporaines de l'histoire des sciences. Cette manière d'exposer l'histoire n'avait pas besoin de la théorisation de la rupture opérée par Kuhn. En effet, il suffit de comparer deux périodes de l'histoire des sciences, sans mentionner les événements relativement mineurs qui les séparent, pour obtenir une impression de grandes

ruptures successives dans le progrès scientifique, dessinant une histoire des sciences fonctionnant par périodes bien distinctes. Dès 1934, Gaston Bachelard se livrait à un tel exercice conceptuel, en consacrant un chapitre son ouvrage intitulé *Le nouvel esprit scientifique* à « caractériser les relations générales de l'esprit scientifique newtonien et de l'esprit scientifique einsteinien »¹.

La comparaison d'un état passé de la science et son état présent offre une certaine portée didactique, car elle peut aider à mettre en évidence par contraste le progrès scientifique positif accompli entre deux époques données. Toutefois, l'exposition de l'histoire des sciences comme celle des dépassements successifs de paradigmes peut parfois être l'occasion d'opérer de nombreux raccourcis qui ne rendent pas justice à cette histoire, puisqu'elle en nie certains événements dont la connaissance permettrait de mieux apprécier la teneur conceptuelle de certaines nouvelles idées scientifiques. Cette manière de procéder en vulgarisation favorise et cause parfois cette conception populaire d'une science arrêtée ou dogmatique, voire imposée ; comme si la science n'était pas une aventure humaine modeste et imparfaite, sujette à l'amélioration et soumise à une perpétuelle rectification. Dans cette conception répandue, chaque paradigme représenterait une autorité historiquement située, image qui ne rend pas justice non plus au fonctionnement de la recherche scientifique.

Pour pallier cette aporie, nous souhaitons mettre l'accent sur le caractère philosophiquement disruptif de certaines avancées scientifiques peu documentées dans les vulgarisations contemporaines de l'histoire des sciences, avancées scientifiques ayant pourtant permis le renouveau des sciences physiques au début du XXe siècle ; nous pensons en particulier à la physique statistique ainsi qu'aux géométries non euclidiennes. En effet, le progrès scientifique entre parfois en conflit avec certaines conceptions philosophiques. Autrement dit, certaines découvertes scientifiques proposent une vision du monde qui met en faillite certaines conceptions philosophiques de la nature ou de notre rapport à celle-ci, avec des preuves scientifiques à l'appui. C'est à cet égard que Louis Weber citera Cournot en 1923 :

¹ Bachelard, 1934, p. 45.

« C'est dans la science que la réflexion philosophique puise sa matière et sa force de justification. Suivant le mot de Cournot, rappelé par M. Brunschvicg, "les crises rénovatrices des sciences ont été les seules crises utilement rénovatrices de la philosophie". »²

Ces discussions philosophiques entre scientifiques nous intéressent car elles traitent d'avancées conceptuelles qui préparent le terrain à la physique contemporaine. Aujourd'hui, cette discipline est devenue pour ainsi dire schizophrène, car pour décrire les quatre interactions fondamentales utiles pour décrire tous les phénomènes physiques de l'univers, le chercheur doit recourir à deux théories incompatibles. La relativité générale d'Albert Einstein décrit la gravitation, dans un formalisme datant de 1915. Il est incompatible avec celui de la mécanique quantique, qui date des années 1920, élaboré par quelques jeunes physiciens européens, l'on peut citer, entre autres, Wolfgang Pauli, Ettore Majorana, Paul Dirac ou encore Edwin Schrödinger et Niels Bohr. Ce nouveau formalisme permet de décrire les forces nucléaires et l'électromagnétisme. Cette incompatibilité entre les deux formalismes rend caduque toute théorisation de phénomènes mobilisant simultanément les quatre interactions précédemment citées³. C'est notamment le cas de l'étude de l'univers primordial et des trous noirs.

Citons désormais les noms des auteurs qui mobiliseront notre attention, et tâchons de définir notre corpus. Au tournant des XIXe et XXe siècles, de nombreux scientifiques soucieux des fondements épistémologiques de leurs disciplines discutent des implications philosophiques des développements récents des sciences physiques. Comme participants à ces échanges, nous pouvons citer quelques noms connus comme Henri Poincaré, Gaston Milhaud et Paul Tannery, et d'autres un peu moins connus comme George Lechalas, Auguste Calinon et Alfred Fouillée et quelques autres, dont les discussions sont la matière première de ce mémoire. La matière première de ce mémoire sera donc les articles qu'ils ont publiés dans des revues. L'exploitation de ces articles nous intéresse car elle met en lumière de manière très lisible les divergences de pensée entre deux penseurs, sur des points précis que nous peinerons à concevoir s'il fallait comparer deux pensées développées dans deux ouvrages distincts aboutis sans aucune contradiction. En lisant les articles des œuvres publiés, les objections sont

² Cournot, 1875, p. 371, cité par Weber, 1923, p. 60.

³ Des tentatives spéculatives existent : gravitation quantique à boucles, géométrie non commutative, théorie des cordes, etc. Cependant, elles n'ont pas été mises à l'épreuve expérimentalement, faute de moyens techniques.

frontales. Nous justifions ce type de corpus par notre souhait d'être proche des discussions que nous souhaitons retracer.

Pour offrir un peu de perspective à leurs vues, nous aurons aussi l'occasion de nous référer à des ouvrages classiques, comme le *Cours de philosophie positive* de Comte, l'*Essai philosophique sur les probabilités* de Laplace, ou encore les *Essais de critique générale* de Renouvier. Ces ouvrages nous intéressent par contraste avec la pensée se développant lors d'un débat auquel prend part plusieurs auteurs, car ceux-ci semblent arrêter des positions et leur donner une assise stable, auquel il serait possible de se référer et que nous identifions comme des repères communs aux protagonistes de nos débats. Pour donner un exemple, la conception du déterminisme exprimée par Laplace au début de son *Essai* tient lieu de terrain commun à toutes les discussions sur les idées de déterminisme, de hasard et de probabilités. En effet, certainement toutes ces discussions s'y réfèrent et le citent explicitement.

Attirons l'attention sur le choix d'une approche centrée sur des articles, et considérons la place qu'avaient les revues à l'époque. On pourrait avancer que la discipline nommée « histoire et philosophie des sciences » date justement de cette époque. L'État reconnaît cette discipline par la création d'une chaire d'histoire générale des sciences au Collège de France en 1892⁴, qui sera complétée par une chaire de philosophie des sciences quelques années plus tard, en 1909, dont le titulaire sera Milhaud, éminent protagoniste de notre étude. L'institutionnalisation de cette discipline est officialisée par la création de ces postes dans des lieux d'enseignement et de recherche, mais sa mise en pratique était déjà effective dans des revues. En effet, à la fin du XIXe, leur nombre explose, et ce sont les lieux où se déroulent la pensée philosophique des sciences. En 1810, Joseph-Louis Gergonne déplorait l'absence de pareils lieux d'échange :

« C'est une singularité assez digne de remarque que, tandis qu'il existe une multitude de journaux relatifs à la Politique, à la Jurisprudence, à l'Agriculture, au Commerce, aux Sciences physiques et naturelles, aux Lettres et aux Arts ; les sciences exactes, cultivées aujourd'hui si universellement avec tant de succès, ne comptent pas encore un seul recueil périodique qui leur soit spécialement consacré, un recueil qui permette

⁴ Sur la création et le devenir de cette chaire, voir l'article de Petit, 1995, qui propose une chronologie des événements et une analyse du positivisme inhérent à son histoire.

aux Géomètres d'établir entre eux un commerce, pour mieux dire, une sorte de communauté de vues et d'idées [...]. »⁵

Lors de la seconde moitié du XIXe, le nombre de revues philosophiques portant sur les sciences va exploser. Les articles que nous étudierons seront publiés dans ces revues. Citons les principales. En 1876, Théodule Ribot fonde la *Revue philosophie de la France et de l'Étranger*, précisément pour nourrir la réflexion philosophique autour des sciences. Voici ce qu'il écrit dans le premier numéro de la revue :

« La tendance inévitable de chaque doctrine est de se renfermer en elle-même et de ne consacrer à ses adversaires que des articles de critique et de polémique ; nous offrons ici au contraire à chacune d'elles un terrain neutre où elles pourront se produire, se rencontrer, s'étudier. »⁶

Ici, le fondateur de celle que l'on nommera couramment par la suite *Revue philosophique* s'oppose aux revues servant d'organe à la diffusion et la promotion de certaines doctrines philosophiques, là où la sienne se dit « ouverte à toutes les écoles »⁷. C'est le cas du positivisme de Pierre Laffitte, héritier dit orthodoxe⁸ d'Auguste Comte, qui s'expose dans la revue qu'il fonde en 1878, nommée *Revue occidentale philosophique, sociale et politique* ; c'est aussi le cas du néo-criticisme de Charles Renouvier et François Pillon incarné dans la *Critique philosophique : scientifique, politique, littéraire*, revue fondée en 1872, qui précède l'*Année philosophique*, fondée en 1891. En 1893, Xavier Léon et quelques anciens étudiants d'Alphonse Darlu fondent la *Revue de métaphysique et de morale*, manifestement opposée au positivisme, puisqu'elle arbore dans son intitulé le mot « métaphysique »⁹.

Concernant la méthode employée pour atteindre notre but, nous avons d'abord récolté tous les articles des revues précédemment citées pendant une période donnée, qui commence vers 1875, soit à la date de publication des premiers textes philosophiques polémiques sur les

⁵ Gergonne, 1810, p. i.

⁶ Ribot, 1876, p. 1.

⁷ *Ibid.*

⁸ On distingue les positivistes orthodoxes des positivistes hétérodoxes. Les seconds, comme Émile Littré, ne suivent plus Auguste Comte dans ses conceptions relatives à la "religion de l'humanité", et ne gardent du positivisme que ce qui touche aux fondements des sciences. Voir Grüber, 1893.

⁹ Sur l'antipositivisme de cette revue, voir Soulié, 2009.

géométries non euclidiennes, mais aussi sur un certain problème de mécanique céleste nommé « problème des trois corps », et aussi de quelques articles virulents concernant la possibilité de déduire la liberté des lois de la mécanique. Nous avons arrêté le récolement vers 1915, soit un peu après la mort de Poincaré, et avant que les conceptions einsteiniennes ne prennent trop de place dans les discussions philosophiques autour des sciences physiques, soit juste avant que le paradigme newtonien soit définitivement renversé. Ensuite, il nous a fallu isoler quelques groupes d'articles, afin d'avoir une série d'articles propre à chaque thème abordé. Pour les sélectionner, nous avons remarqué lorsqu'ils se citent mutuellement : là est le signe d'une discussion. Nous avons donc essayé de reconstituer ces discussions, et afin de donner du relief à différentes positions philosophiques émises, nous les avons comparées entre elles et nous avons tâché de les éclairer à l'aide des conceptions philosophiques classiques exprimées par des auteurs antérieurs faisant autorité, ainsi qu'en expliquant les avancées scientifiques faisant question.

Nous avons séparé notre étude en deux parties, en nous conformant aux deux formalismes utiles dans la physique contemporaine. D'abord, la relativité générale, théorie de la gravitation proposée par Einstein en 1915 venant remplacer celle de Newton, permise par l'introduction de géométries dites « non euclidiennes », qui ont suscité de vifs débats philosophiques, notamment parce qu'elles remettent en cause la philosophie de Kant. Ensuite, la mécanique quantique, le formalisme utile en physique des particules, qui décrit forces nucléaires et électromagnétisme. Nous avons procédé différemment ici, puisque nous étudierons des débats philosophiques sur des notions qui anticipent ce formalisme datant des années 1920 : déterminisme, hasard, causalité, probabilités. Entrons désormais un peu plus dans le détail ce que nous trouvons dans ces deux parties.

La première partie traite donc des géométries non euclidiennes. Depuis Einstein, la gravitation n'est plus une force s'exerçant entre les objets, elle est la manifestation de la déformation d'un nouvel objet nommé *espace-temps*, venant remplacer l'espace absolu de Newton, dont la métrique est définie par une géométrie non euclidienne ; seules ces nouvelles géométries datant des années 1830 permettaient de décrire la courbure de l'espace-temps. Ces constructions mathématiques permettront d'ébranler et de dépasser l'autorité de la philosophie de l'espace d'Emmanuel Kant et nourriront de vifs échanges.

Cette partie commence par un exposé historique de la reconnaissance des géométries non euclidiennes comme valides et fécondes. La géométrie telle que conçue par Euclide fut légèrement modifiée par quelques géomètres russes et hongrois vers 1820. A force d'efforts de communication, notamment de la part de Lobatchevski, elles se diffusent en France. Si Félix Klein avait montré la validité de ces géométries en opérant la synthèse, c'est Poincaré qui en montrera la fécondité, en les utilisant dans une démonstration physique, en 1881. Ensuite, nous verrons que ces géométries ne sont pas du goût de tous, non pas parce qu'elles semblent inutiles car déconnectées de la réalité du monde physique, foncièrement euclidien, mais parce qu'elles contredisent Kant sur la nature de l'idée d'espace, qui en plus de n'être plus euclidien, ne serait pas de nature apriorique. Les partisans de ces nouvelles géométries ne cesseront pourtant de rappeler à leurs détracteurs que ces constructions mathématiques confortent l'idéalisme plutôt qu'elles le nieraient. Après cela, nous considérerons les méthodes employées pour concevoir les géométries non euclidiennes, pour palier notre incapacité à nous représenter de tels espaces. Nous verrons alors que ce type d'expérience de pensée est courant à l'époque, et qu'il n'est pas anodin de pouvoir se représenter de nouveaux espaces alors que cela semble pourtant inenvisageable d'un point de vue kantien. Enfin, nous nous sommes intéressés à la place de l'expérience dans notre appréhension de l'espace, notamment à l'occasion d'un débat autour de la position de Poincaré, qui suivrait Kant en tout point pour certains, et qui, pour d'autres, contrediraient radicalement le prussien. Nous avons tâché de montrer les points de convergence et de divergence entre Poincaré et Kant.

La seconde partie traite de concepts fondamentaux en mécanique quantique, tous relatifs à la notion de causalité : la prédictibilité, le hasard, la probabilité. Toute réflexion sur la causalité invite à une réflexion sur le déterminisme, et nos scientifiques-philosophes choisis ont discuté de la portée morale de cette notion.

Nous commençons par montrer dans quelle mesure le déterminisme le plus élémentaire tiré du principe de causalité n'a de conséquence morale que lorsque l'on suit la classification encyclopédique des sciences, esquissée par Comte au début de son *Cours*, des sciences où la présence du déterminisme semble incontestable jusqu'au moment où des questions morales se poseront, notamment en biologie, lorsque l'on considère le déterminisme auxquelles sont soumises les cellules responsables de la prise de décision des humains, qui ne seraient donc pas libres. Cela sera l'occasion pour nous de localiser précisément dans le chapitre suivant la place du déterminisme scientifique au sein des sciences physiques. En effet, en tant que première

science ayant trait à l'effectivité du monde matériel, à l'inverse des abstraites mathématiques, les débats semblent se cristalliser sur la mécanique. Ensuite, nous examinerons un problème de mécanique posé dans un cadre newtonien, la stabilité du système solaire. La prédictibilité des états futurs de ce système présuppose une connaissance si poussée de tous les éléments composant le système solaire, que Poincaré ne cessera de simplifier un problème déjà beaucoup plus simple, le problème des trois corps, qui ne correspond pas déjà énormément au système solaire. Toutefois, lorsque Poincaré reconnaît la complexité du problème des trois corps, même simplifié, il met le doigt sur ce que l'on nomme aujourd'hui les théories du chaos, en rendant compte pour la première fois de la sensibilité aux conditions initiales de certains systèmes dynamiques. Enfin, nous discuterons du concept de hasard, car il nous semble que lorsque le déterminisme n'est plus remis en question pour des raisons morales, c'est ce mot, hasard, qui est employé. Cela sera l'occasion pour nous de délimiter en quoi les probabilités quantifient notre ignorance, dans quelle mesure elles nous permettent de connaître.

PARTIE 1. LES GÉOMÉTRIES NON EUCLIDIENNES

Chapitre 1. Le postulat d'Alexandrie au XIX^e siècle

Pour commencer cette étude sur les géométries non euclidiennes, il est opportun de définir ce qu'est une géométrie non euclidienne. Nous proposons dans ce chapitre une brève définition de la géométrie euclidienne, ainsi qu'une exposition historique jusqu'au XIX^{ème} siècle, qui voit naître des géométries non euclidiennes. Cela nous permettra de cerner en quoi les géométries non euclidiennes ont pu faire débat.

Trois siècles avant notre ère, Euclide rédige *Les Éléments*, ouvrage de géométrie dans lequel on trouve quatre propositions admises sans démonstration préalable, en tant que briques élémentaires utilisables dans l'édification de la géométrie¹⁰. Cette liste de quatre axiomes indubitables est augmentée du « postulat des parallèles ». Du latin *postulatum*, ce mot signifie *demande*. Le postulat n'est pas un axiome, il est composé d'axiomes et reste tout aussi indémontrable, mais il ne va pas de soi au même titre que les axiomes. La présence de celui-ci a suscité de vifs échanges, notamment en France au tournant des XIX^e et XX^e siècles. La vivacité qui caractérise ces discussions est due à l'introduction de nouvelles géométries dans le paysage mathématique, ces dernières contredisent la philosophie de Kant — le prussien avait qualifié sa propre doctrine de « révolution copernicienne » et les détracteurs de cette idée restaient minoritaires et discrets. Ces nouvelles géométries sont construites sur la négation du postulat, en somme, sa modification ou sa suppression. Poincaré le formule comme suit :

« Par un point on ne peut faire passer qu'une parallèle à une droite donnée. »¹¹

Dans un article intitulé « La géométrie non euclidienne et la théorie de la connaissance » publié dans la *Revue philosophique* en 1888, Milhaud nous explique, en historien des sciences, que l'aura problématique du postulat vient de la manière par laquelle

¹⁰ Trad. B. Vitrac, 1990, p. 161.

¹¹ Poincaré, 1891a, p. 23. De nombreuses formulations du postulat sont en concurrence depuis l'Antiquité, Poincaré utilise celle popularisée par le scientifique écossais John Playfair (1748-1819) reprenant celle de Proclus (412-485).

procédait les géomètres grecs. Ces derniers n'y avaient recours qu'en cas de nécessité, et se satisfaisaient amplement des premiers axiomes dans la plupart de leurs démonstrations¹². Mais, Milhaud, disons-le tout de suite, est contre les géométries non euclidiennes. Il les considère, en somme, comme des démonstrations du postulat par l'absurde. Cette position, à laquelle Milhaud s'oppose, présuppose une démontrabilité du postulat, comme s'il était finalement plutôt un théorème. Le postulat ne serait pas un élément immuable comme les autres axiomes, il ne serait donc pas inné. Pour reprendre la terminologie de Kant, le postulat serait de nature *a posteriori*, ce qui n'est pas tolérable par Milhaud. On peut lire chez Bachelard un résumé de cette situation historique ayant duré près de deux millénaires, pendant lesquels la nature du postulat n'avait jamais été discutée :

« [...], pour tous les géomètres jusqu'à la fin du XVIIIe siècle, les parallèles existent ; l'expérience usuelle légitime cette notion directement aussi bien que par ses conséquences indirectes. »¹³

Autrement dit, il y avait une légitimité accordée au postulat, mais son caractère de « demande » et non d'« axiome » gênait, et c'est pour cela, selon Milhaud, que son utilisation n'était requise qu'en cas de nécessité. L'analyse rétrospective de Bachelard nous permet de penser à un élément décisif : il n'était pas remis en cause. Si Milhaud cherche à détourner l'attention de ses lecteurs de ce point, c'est justement parce qu'à son époque, la légitimité du postulat des parallèles était mise en doute. Bachelard nous donne quelques noms de ces premiers audacieux, il cite Saccheri et Lambert, puis Taurinus et Tilly :

« Ces mathématiciens se demandent en effet ce qu'il adviendrait si l'on abandonnait ou si l'on modifiait la notion de parallèle. Leur méthode dépasse légèrement la portée d'un raisonnement par l'absurde. »¹⁴

Car il était à l'époque possible d'être pour ou contre, de prendre parti. Remarquons d'ores-et-déjà que son analyse n'est pas anodine. Minimiser le caractère « en marge » du postulat est une attitude conservatrice envers l'espace euclidien. Nous verrons que ce n'est pas tant l'espace euclidien que les nouvelles géométries mettent en péril, mais bien plutôt

¹² Milhaud, 1888, p. 620.

¹³ Bachelard, 1934, p. 25.

¹⁴ *Ibid.*

l'idéalisme de Kant. Nous verrons aussi que les partisans des nouvelles géométries, qui par contraste avec leurs « adversaires » seraient nécessairement d'un empirisme convaincu, défendent une position à première vue surprenante. Pour eux, les géométries non euclidiennes ne confortent pas l'empirisme mais l'idéalisme. Contextualisons ce débat philosophique en l'insérant d'abord dans une perspective historique.

En 1823, le géomètre russe Lobatchevski rédige un mémoire intitulé sobrement *Géométrie*¹⁵. L'auteur y porte son attention sur le postulat. Ses sources d'inspiration intellectuelle sont des géomètres français qui eux aussi se sont penchés sur le caractère "à part" du postulat¹⁶. Ce mémoire sera publié tardivement, au XXe siècle, comme tous ses articles. Car Lobatchevski a énormément publié, on pourrait presque parler de militantisme en faveur des géométries non euclidiennes. Comportement aux antipodes des deux autres géomètres ayant édifié, à peu près en même temps, de nouveaux espaces. Gauss n'a rien publié et ne partage ses idées que dans sa correspondance, et Bolyai n'a publié qu'un petit texte n'ayant suscité aucun intérêt au moment de sa publication.

Les géométries non euclidiennes et leurs auteurs ne seront pas largement connus avant 1866, date à laquelle nombre de ce genre de travaux sont traduits en français par Houël. Ce dernier traduit des textes de Lobatchevski, des extraits de la correspondance de Gauss, mais aussi les premiers textes philosophiques sur ces nouveaux espaces, les textes de Helmholtz et de Beltrami. Les auteurs français que nous allons étudier, de Renouvier à Poincaré, se réfèrent tous à la traduction de Houël. Ce sont donc des raisonnements scientifiques qui motivent des débats philosophiques.

Aucune des personnes ayant affirmé des conceptions philosophiques au cours du débat ne remet en cause la validité mathématique des géométries non euclidiennes. Elles sont considérées comme un fait scientifique, et les constructions mathématiques peuvent résister toujours plus longtemps que les théories physiques, elles ne sont pas soumises à la vérification expérimentale ; mais surtout, partant d'axiomes introduits et considérés comme indubitables, cette validité s'étend aux théorèmes mathématiques. Les mathématiques ne sont pas une

¹⁵ Pour une chronologie des publications des textes de Lobatchevski on consultera avec profit Taton, 2000, pp. 445-451. Ces pages tiennent leur consistance d'un ouvrage embrassant avec minutie l'intégralité de l'œuvre et de la vie du géomètre russe, Kagan, trad. fr. Sokolov, 1974.

¹⁶ Lobatchevski cite d'Alembert, Lacroix et Legendre.

science expérimentale, elles servent à décrire le monde, parce que les lois de la physique ont toujours été formalisées dans un langage mathématique. C'est de cette différence ontologique entre ce à quoi renvoie les objets abstraits, purement théoriques des mathématiques d'une part, et d'autre part, les objets de la physique, expérimentables et concrets, que Comte tient son idée selon laquelle les mathématiques ne sont même pas une science. Le débat sur les géométries non euclidiennes est proprement philosophique, et mobilise des concepts partagés avec les sciences mathématiques et physiques. Ici, c'est en particulier la notion d'espace qui est en jeu.

Évidemment, le formalisme mathématique n'est pas sensible aux particularités linguistiques des langues dites naturelles. Poincaré a forgé son esprit de mathématicien dans un contexte où les géométries non euclidiennes avaient déjà acquises un statut cohérent. Ce statut aurait été menacé par leur multiplicité croissante, mais s'est retrouvé conforté par la synthèse opérée par Klein en 1872¹⁷.

Depuis 1881¹⁸, il ne semblait plus avoir de raison de s'opposer aux géométries non euclidiennes, puisqu'elles viennent d'être utilisées dans une démonstration mathématique par Poincaré, preuve durable de leur validité et de leur fécondité, étant donné qu'il est titulaire du grade de docteur depuis deux années. Dix années plus tard, Poincaré expose dans un article pour la première fois sa thèse dite du *conventionnalisme*¹⁹. Cette année-là, la réputation de Poincaré est déjà solidement assise. Cet article sera repris dans son premier succès de librairie, en 1902, *La science et l'hypothèse*²⁰. Voici de quoi rendre possible certaines simplifications de l'histoire ; les géométries non euclidiennes semblaient être des élucubrations mathématiques inutiles jusqu'à leur utilisation effective et positive. Événements à la suite desquels l'exploitation philosophique des nouvelles géométries fût possible puis terminée, notamment par la mise en évidence de la liberté du théoricien dans le choix des hypothèses qu'il utilise. En 1893, Couturat qualifie même cet article de « substantiel et définitif »²¹. Cette thèse philosophique inspirée par de nouvelles géométries sera par la suite étendue à la physique, mais

¹⁷ Klein, 1872, p. 460-497.

¹⁸ Poincaré, 1881a, pp. 132-138.

¹⁹ Poincaré, 1891a, pp. 23-28.

²⁰ Poincaré, 1902, pp. Gustave Le Bon, éditeur de la première édition, dit l'édition de 1914 « définitive ». Nous nous référons donc à celle-ci.

²¹ Couturat, 1893a, p. 71.

c'est déjà ici aller beaucoup trop vite. En effet, un indice mérite de retenir notre attention. Dans l'article de 1891, Poincaré écrit à propos du postulat :

« [qu'il] semble mériter quelque attention, non seulement parce qu'il a donné lieu à une discussion récente, mais parcequ'en l'abandonnant, on peut construire une quatrième géométrie aussi cohérente que celles d'Euclide, de Lobatchevski et de Riemann. »²²

Poincaré signale l'existence d'un débat en cours. Sa position doit se comprendre comme une réponse à une discussion. Aujourd'hui, on considère à juste titre cette réponse comme la dernière apportée à un débat. Et c'est cette réponse qui posera des questions par la suite. L'attention s'est peu de fois portée sur le contenu du débat auquel Poincaré donne un terme. Un indice sur ce débat est présent dans l'article de 1891. Rappelons que Poincaré n'encombre que très rarement ses écrits de références. Dans ses lettres, c'est tout juste s'il écrit l'année. Dans cet article, une note de bas de page cite explicitement quels sont les textes qui forment cette discussion sur les géométries non euclidiennes. Cette référence sera supprimée lorsque l'article sera réédité dès la première édition de *La science et l'hypothèse*. Cette discussion se poursuivra bien évidemment après la première publication de l'article de Poincaré, notamment par l'arrivée de Russell dans le débat. Pour l'instant, examinons ce qu'il s'est passé entre 1881 et 1891. Car ces dix années sont celles qui ont forgé les vues de Poincaré sur la géométrie non euclidienne et la thèse conventionnaliste.

Plusieurs indices montrent que Poincaré ne se souciait pas — ou trop peu pour que cela se remarque, de penser philosophiquement les géométries non euclidiennes en 1881. L'année de la publication de son article « Sur les applications de la géométrie non euclidienne à la théorie des formes quadratiques », l'attention de Poincaré était rivée ailleurs. En effet, dix-sept articles sur les fonctions fuchsiennes sont publiés entre 1881 et 1883²³. Voici l'essentiel de ses préoccupations durant cette période. Aussi, il faut se rappeler de la brièveté et de l'imprévisibilité avec laquelle l'idée d'appliquer la géométrie non euclidienne à la théorie des formes quadratiques s'est manifestée à l'esprit de Poincaré. C'est le fameux épisode de

²² Poincaré, *op. cit.*, p. 26. Jusqu'ici nous n'avons pas évoqué Riemann. Il a créé une géométrie non euclidienne en 1854, ayant la particularité de décrire des espaces à courbure négative, et non plus positive comme les géométries non euclidiennes des géomètres russes et hongrois des années 1820-1830.

²³ Ces articles sont répertoriés dans la bibliographie.

l'omnibus que l'on trouve dans *Science et méthode*, son dernier ouvrage dit « grand public », publié de son vivant²⁴. Le dernier indice se trouve dans une lettre expédiée par François Évellin²⁵. Son correspondant lui reproche explicitement d'être « un peu trop juste milieu entre les géomètres et les métagéomètres »²⁶. En plus de confirmer l'idée selon laquelle Poincaré n'était pas friand de discussions sur les géométries non euclidiennes, cette formule employée par Évellin parle d'une opposition marquée entre deux types de géomètres. Les premiers seraient hostiles à l'apport de nouveaux espaces. Et puis, il y aurait des partisans de la pluralité des géométries possibles. En fait, il s'agit d'une opposition entre des scientifiques ou philosophes avec une pensée d'origine kantienne, que nous qualifierons volontiers d'*idéalistes*, et d'autres, que nous dirons *réalistes*. Notons d'ores-et-déjà qu'il est bien question de kantisme, c'est le terrain du débat que nous allons étudier. En effet, le conventionnalisme de Poincaré est une réponse à une question qu'il se posait dès 1887 en ces termes :

« On peut se demander maintenant ce que sont ces hypothèses. Sont-ce des faits expérimentaux, des jugements analytiques ou synthétiques *a priori* ? »²⁷

Quatre années plus tard, la réponse à cette question est bien la formulation la plus fameuse de sa thèse. Elle est formulée dans des termes considérés comme classiques, ceux du kantisme, qu'il dépasse radicalement. Poincaré fait avancer la pensée occidentale quand, après avoir interrogé le kantisme sur l'origine des hypothèses, il se positionne de manière originale et novatrice. Le prochain chapitre sera l'occasion de chercher à comprendre pourquoi Poincaré semble avoir clos un débat, via l'étude du débat antérieur à sa prise de position, qu'il formule comme suit :

« Les axiomes de la géométrie [...] ne sont ni des jugements synthétiques *a priori*, ni des faits expérimentaux. Ce sont des conventions. »²⁸

²⁴ Poincaré, 1908, p. 52.

²⁵ François Evellin (1835-1910) a échangé quelques lettres avec Henri Poincaré en 1881. L'année précédente, en 1880, il publiait sa thèse de doctorat *Infini et quantité. Étude sur le concept de l'infini en philosophie et dans les sciences*. Dès l'année suivante, il se tourne vers la métaphysique, qu'il assimile à ses « premières amours » (Evellin à Poincaré, 3 mars 1881). Vingt-sept années plus tard, soit en 1907, il publiera *La raison pure et les antinomies. Essai critique sur la philosophie kantienne*, trois années avant sa disparition. Il est alors inspecteur général de l'Instruction publique.

²⁶ Évellin à Poincaré, 1er juin 1881.

²⁷ Poincaré, 1887, pp. 214-215.

²⁸ Poincaré, 1891a, p. 773 ; 1902, p. 75.

Chapitre 2. Avant le conventionnalisme. Histoire de quiproquos (1881-1891)

Les géométries non euclidiennes ne gênent pas parce qu'elles seraient mathématiquement rejetables. En tant que constructions abstraites car mathématiques, ces constructions théoriques ne sont pas irrationnelles. Toutefois, elles sont dépourvues de connexion avec le réel, qui semble manifestement être euclidien. Cette opposition entre abstrait et concret qu'avait notamment opérée Comte se trouvera au cœur d'incompréhensions entre les auteurs de notre débat. Certains diront que parce qu'elles ne correspondent pas au monde physique qu'elles confortent l'idéalisme, alors que les partisans de l'idéalisme rejettent l'importance philosophique de ces géométries.

Si l'on cherche les textes auxquels fait référence Poincaré en 1891, on trouve cette opposition, toujours aussi marquée. Ces textes sont publiés dans deux revues bien distinctes, concurrentes et antagonistes dans les idées qui y sont émises. On trouve aussi trois noms, ceux de Charles Renouvier, Auguste Calinon et Georges Lechalas. Ces textes sont publiés en 1889 et 1890 dans la *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, comme si Poincaré prenait part dans un débat vif et actuel. Voici l'historique de la discussion à laquelle Poincaré va participer : Calinon est le premier à prendre la parole²⁹. Lechalas poursuit la réflexion de Calinon dans un article publié dans la revue « adverse »³⁰, celle des *néocriticistes*, intitulée la *Critique philosophique*. L'éditeur, François Pillon, met d'ailleurs le lecteur en garde par l'émission d'expresses réserves sur les vues de Lechalas. Jusque-là, la discussion se tient contre la doctrine kantienne. Le coéditeur de la revue néocriticiste, Renouvier, répondra à Lechalas par l'exposition de leurs vues au sujet des géométries non euclidiennes³¹. Lechalas réagit dans le dernier article précédant la venue de Poincaré dans le débat³², article resté sans réponse de la part de Renouvier. Pourtant, il fut en possession de cet article : il est conservé avec la correspondance entretenue entre les deux hommes³³. Chose curieuse, aucune lettre ne mentionne cet article, ni même les géométries non euclidiennes. Passons désormais à l'examen

²⁹ Calinon, 1889, pp. 588-595.

³⁰ Lechalas, 1889, pp. 217-231.

³¹ Renouvier, 1889, pp. 327-348. Cet article est repris et significativement augmenté en 1891, pp. 1-61.

³² Lechalas, 1890, pp. 157-169.

³³ Fonds Renouvier, Service Commun de Documentation, Université Paul Valéry Montpellier III. Dans l'ouvrage d'Amet, 2015, on en trouve un « examen partiel et subjectif » (mots de l'auteur), pp. 271-286.

minutieux du contenu de cette discussion, à laquelle nous joindrons également un article de Gaston Milhaud datant de 1888. Poincaré ne cite pas cet article, mais les vues de Milhaud sont averties et ont intégralement leur place dans ce débat. Quelques années plus tard, Poincaré siègera au jury de thèse de Milhaud, lorsqu'il soutiendra son *Essai sur les conditions et les limites de la certitude logique* en 1894, qui traite en partie des géométries non euclidiennes.

Un des premiers textes publiés en France à propos des géométries non euclidiennes est rédigé par Renouvier en 1875³⁴, elles y sont qualifiées de « spéculations si ingénieusement absurdes ». Le ton est donné, et nous verrons comment la spéculation peut poser problème à un idéaliste, car cela demeure une idée curieuse. L'auteur rappelle la justification donnée par le géomètre Gauss devant le caractère incongru que peut procurer la pensée d'espaces qui ne sont pas euclidiens : nous sommes habitués à l'espace euclidien de dimension trois, d'où cette aversion à la nouveauté. Les géométries non euclidiennes, par la négation du postulat, rendent possible une vaste typologie d'espaces. Un seul d'entre eux correspond à la structure *a priori* décrite par Kant³⁵ et organisant nos perceptions du monde, la primauté et l'exclusivité de cette conception sont menacées pour les idéalistes, car ils caractérisent cette forme euclidienne et tridimensionnelle de notre sensibilité par la nécessité et l'absoluité. Souvenons-nous de la position de Kant lui-même au sujet de l'origine de cette forme de l'intuition :

« L'espace n'est pas un concept empirique tiré d'expériences externes. »³⁶

Quant à la nature euclidienne et tridimensionnelle de l'espace, le prussien a une position tout aussi tranchée :

« [...] on ne peut se représenter qu'un seul espace, et quand on parle de plusieurs espaces, on entend par là que des parties d'un seul et même espace unique. »³⁷

Lechallas donnera une portée révolutionnaire à cette dernière phrase. En effet, il appelle *générale* une géométrie débarrassée du postulat des parallèles. La géométrie euclidienne de

³⁴ Renouvier 1875, t. II, pp. 87-93.

³⁵ Voir l'article de Fichant, 2004. On y trouve d'excellents rapports établis entre l'espace de l'esthétique transcendantale de Kant et sa conception la géométrie.

³⁶ Kant, B38.

³⁷ Kant, A25.

dimension trois est un cas particulier de la géométrie générale. Dans celle-ci, il ne reste que les premiers axiomes d'Euclide. Y ajouter le postulat équivaut à construire une géométrie particulière et contingente correspondant à la géométrie euclidienne. Car l'on peut voir ce débat comme de nombreux autres malentendus. Lechallas parle, contre les idéalistes, de :

« [...] l'erreur assez répandue qui attribue à la géométrie générale des conséquences favorables à l'empirisme, par l'introduction d'une proposition expérimentale à la base de la géométrie euclidienne ; c'est bien plutôt le contraire qui est vrai. »³⁸

Milhaud devrait en effet donner un crédit philosophique aux géométries non euclidiennes, puisqu'elles confortent l'idéalisme. Au lieu de cela, Milhaud leur donne « surtout un caractère mathématique, ce qui fait tout leur intérêt, et en limite en même temps leur signification »³⁹. Une année plus tard, on peut voir une phrase de Calinon comme une objection ou une réponse directe. Ce dernier confère plutôt aux géométries non euclidiennes, au début de son article, « surtout un intérêt philosophique »⁴⁰. Il est curieux que ce soit les empiristes qui donnent un intérêt philosophique aux géométries non euclidiennes. Cette histoire est ce que l'on pourrait nommer *un sac de nœuds*, où se mêlent mathématiques et philosophie. Pour défaire ces nœuds, remarquons d'abord une chose : cette situation n'a plus de quoi nous étonner. En effet, notre époque est caractérisée par la multitude des espaces. En effet, nos communications sont permises par l'utilisation de satellites mis en orbite autour de la Terre grâce au concours des géométries non euclidiennes appliquées à une théorie de la gravitation qui n'existait pas à l'époque, la *relativité générale* d'Albert Einstein. Aussi, la mécanique quantique se passe dans des espaces dits *de Hilbert* dont le nombre de dimension est infini. Enfin, les spéculations de la physique contemporaine qui visent à rallier dans un même formalisme les deux précédemment cités, se caractérisent essentiellement par la multiplicité des espaces, et majoritairement non euclidiens, que l'on pense à la « *théorie* » *des cordes*, la *gravitation quantique à boucles* ou la *géométrie non commutative*. À l'époque de Kant, aucun mathématicien ne se représentait l'idée abstraite des solides étudiés en géométrie. Citons le titre d'un article du mathématicien Leonhard Euler : *Des solides dont la surface peut s'expliquer sur un plan*⁴¹. Rien d'abstrait, les objets de la géométrie sont représentés à partir

³⁸ Lechallas, 1890, p. 158.

³⁹ Milhaud, 1888, p. 621.

⁴⁰ Calinon, 1889, p. 588.

⁴¹ Euler, 1770.

d'objets existant dans l'espace quotidien. On pourrait presque penser la géométrie comme synthétique *a posteriori*. C'est sur le terrain de la classification de la géométrie qu'il faut penser notre débat, entre mathématiques, pures et *a priori* d'une part, et la physique comme science expérimentale d'autre part. Les lacunes d'un théorème comme celui d'Euler viennent de l'absence de conceptualisation d'objets purement abstraits, ceux que l'on trouve en *Analysis situs*, dont Poincaré est un précurseur, aujourd'hui branche de la géométrie nommée *topologie*. Les prémisses d'une telle conception des figures géométriques sont présente dans la géométrie non euclidienne. Si la considération de figures abstraites permet de raisonner et d'obtenir des connaissances synthétiques *a priori*, la géométrie non euclidienne sert l'idéalisme. Et il n'y a, alors, aucune raison pour Milhaud de conclure ceci :

« Tout en déclarant la métageométrie étrangère à la théorie de la connaissance, nous ferons une légère restriction. Peut-être une des raisons qui ont poussé les métageomètres dans la voie qu'ils ont suivie a-t-elle été leur conviction réaliste, il est naturel au contraire que celle-ci en ait été l'inspiratrice. Lobatchevsky croit certainement d'avance à l'origine expérimentale des axiomes. »⁴²

Voici, peut-être, une des raisons du malentendu. Le recours à des idées géométriques abstraites, donc aux géométries non euclidiennes, ne satisfait pas les idéalistes, car ils voient une utilisation de leur doctrine motivée par un réalisme qui leur ait délétère. D'où l'allure apparemment paradoxale du débat : des idéalistes n'acceptent pas ce qui viendrait conforter l'idéalisme. Car, ici, cet idéalisme des uns sert à conforter le réalisme des autres. Cette posture est tout à fait sensée. C'est sûrement grâce à l'idéalisme de Kant que la notion abstraite d'espace a pu émerger. On l'a remarqué, le théorème d'Euler parle des solides comme des objets concrets. Après Kant, on peut trouver un exemple confortant cette hypothèse. Gaston Darboux était proche de Poincaré. Il enseignait à ses élèves le théorème d'Euler. L'un d'eux, Henri Lebesgue, en 1924, utilise un bon suivi historique des notions qu'il emploie. Car *la* discussion, que nous avons restreinte à quelques années, au vif du débat, apparait confuse à cause de l'utilisation implicite de nombreux présupposés métaphysiques relatifs au kantisme. L'article de Lebesgue nous permet d'avoir ce qu'il faut de perspective historique pour comprendre certaines évolutions conceptuelles, et ses remarques sont d'autant plus précieuses pour l'historien des sciences qu'elles citent exclusivement des géomètres, de quoi faire

⁴² Milhaud, 1888, p. 632.

convenablement de la philosophie des sciences. Nous avons tous les éléments pour comprendre cette phrase :

« Je n'ai jamais l'intention d'opposer la méthode de Legendre aux méthodes actuelles, à coup sûr préférables ; mais j'ai tenu à protester contre l'oubli trop complet qui se fait autour du raisonnement de Descartes et Legendre. [...] Pour mieux en montrer la puissance, je devrais maintenant faire voir qu'elle s'étend aussi à l'hyperespace et à l'étude de cette généralisation du théorème d'Euler que nous devons à Poincaré [...]. »⁴³

⁴³ Lebesgue, 1924, p. 326.

Chapitre 3. Les représentations mentales de la géométrie

En 1884, le théologien Edwin Abbott Abbott publie un roman intitulé *Flatland*, ou *Le plat pays*, dans sa traduction française. Ce roman évoque un monde où l'espace est différent, s'il demeure euclidien, il demeure différent de notre espace quotidien puisque *Flatland* est de dimension deux, c'est un espace plat. Des êtres vivent sur cette surface plane, et le roman développe tout une histoire dont voici les conditions initiales. Cette fantaisie n'aurait pas été permise sans la multitude de nouveaux espaces qui sont construits ou imaginés à cette époque. Aussi, une mathématicienne, Alicia Boole Stott, âgée d'une vingtaine d'années dans les années 1880, avait essayé de se représenter des objets de dimension quatre dans l'espace tridimensionnel. Le recours à des méthodes visuelles pour se représenter de nouveaux espaces, voire même le recours à des fables, n'est pas du tout sans rapport avec le sujet de notre étude. Il est même susceptible d'apporter un éclaircissement original sur la génétique du conventionnalisme de Poincaré. Helmholtz est le premier à donner une teneur philosophique à ce genre de fantaisies :

« Imaginons — il n'y a là aucune impossibilité logique — des êtres doués d'entendement, mais de seulement deux dimensions, vivant et se déplaçant à la surface de nos corps solides. [...] Si de tels êtres inventaient une géométrie, ils n'attribueraient évidemment que deux dimensions à leur espace. Ils découvriraient qu'un point qui se déplace décrit une ligne et qu'une ligne qui se déplace décrit un plan. [...] Ces lignes ne correspondraient pas nécessairement à nos lignes droites [...]. »⁴⁴

Au début de son texte, Helmholtz constate qu'en géométrie, l'expérience quotidienne de l'espace nous oriente avec une forte influence dans la conception d'un espace euclidien et tridimensionnel. C'est là en peu de mots briser la pensée de Kant. L'espace n'est plus pensé comme une forme *a priori* de l'entendement, il viendrait de l'expérience. Le recours à l'imagination est donc utile pour ne plus être influencé par notre expérience ordinaire. Libérée de celle-ci, la pensée peut imaginer comme tout à fait cohérentes les configurations géométriques les plus diverses, non plus un unique type d'espace. Voici deux raisons intolérables du point de vue idéaliste. Nous y reviendrons, mais ajoutons maintenant que cet

⁴⁴ Helmholtz, 1870, p. 21.

espace imaginé par Helmholtz est identique au premier qu'imaginera Poincaré dans son article de 1891 sur les géométries non euclidiennes. Après un exposé assez dédaigneux de l'expérience de pensée proposée par Helmholtz, Renouvier se positionne explicitement en tant que détracteur du réalisme du mathématicien allemand :

« Mais pourquoi l'homme lui-même n'habiterait-il pas une surface, au lieu de cet espace libre, indéfini, qu'il imagine en vertu de l'incompréhensible pouvoir qu'il a de spéculer sur ses perceptions ? L'expérience, critère unique de vérité, peut-elle l'assurer qu'il n'en est pas ainsi ? »⁴⁵

La réaction de Renouvier présuppose la provenance *a priori* de l'espace euclidien, sa réponse n'est pas convaincante. Partant de cet implicite-là, le montpelliérain est incapable de penser autrement qu'en kantien la proposition d'Helmholtz. Son objection consiste à refuser l'acquisition de notre concept d'espace *via* l'expérience, il en résulte une absurdité : si l'on peut imaginer de nouveaux espaces non euclidiens, et que notre concept d'espace vient de l'expérience, pourquoi l'espace perçu est euclidien ? La réponse évidente à cette question est la position des idéalistes : les géométries non euclidiennes sont des spéculations qui n'ont rien à voir avec l'expérience. Poincaré répond indirectement à Renouvier. Sa réponse est en plusieurs temps, elle suit un mouvement crescendo partant de prémisses pouvant être acceptées par l'esprit kantien, jusqu'à une conclusion qui lui sera inacceptable, pourtant rigoureusement établie. Poincaré poursuit en fait l'expérience d'Helmholtz, en la développant jusqu'à lui donner le caractère jugé définitif par Couturat quelques années plus tard.

« Imaginons un monde uniquement peuplé d'êtres dénués d'épaisseur ; et supposons que ces animaux "infiniment plats" soient tous dans un même plan et n'en puissent pas sortir [...], ils n'attribueront à l'espace que deux dimensions. »⁴⁶

L'expérience de pensée utilisée par Poincaré consiste dans l'exposition d'un monde plus simple que le nôtre, plus simple par un nombre moindre de dimensions spatiales. Ce plan est euclidien. Le conventionnalisme s'applique d'ores-et-déjà dans ce monde imaginaire, il est opérationnel et incontestable. Contrairement à Helmholtz, l'habileté de Poincaré est de ne pas

⁴⁵ Renouvier, 1875, p. 91.

⁴⁶ Poincaré, 1891a, p. 773.

évoquer le rôle de l'expérience. Nous verrons ultérieurement en quoi cela est problématique, puisque l'on a parfois rangé Poincaré parmi les kantien. Voyons d'abord où il mène l'idée de Helmholtz. Pour spécifier la teneur de sa reprise, une comparaison peut se faire avec les travaux d'Alicia Boole. Elle a essayé de se représenter un objet de dimension quatre dans son espace quotidien de dimension trois auquel elle était familière. Pour y parvenir, elle avait utilisé le même procédé de simplification que va utiliser Poincaré. Elle imagine une sphère traversant un plan. S'il y avait des habitants sur ce plan, ils seraient semblables à ceux qu'imaginait Poincaré, et ils verraient un point, devenir un cercle, rétrécir jusqu'à redevenir un point puis disparaître. En fait, les analogies dans les expériences de pensée d'Alicia Boole sont des versions ludiques sans la teneur philosophique de celles de Poincaré. Elles lui permettent de visualiser le déplacement d'une hypersphère, soit une sphère de dimension quatre, dans l'espace tridimensionnel. Celle-ci semblerait apparaître spontanément, elle grandirait avant que sa taille ne décroisse, jusqu'à disparition. Poincaré, lui aussi emploie ce procédé de complexification. Car il poursuit son acte imaginatif :

« Mais supposons maintenant que ces animaux imaginaires, tout en restant dénués d'épaisseur, aient la forme d'une figure sphérique, et non d'une figure plane et soient tous sur une même sphère sans pouvoir s'en écarter. »⁴⁷

La conclusion à laquelle arrive Poincaré à la suite de ce procédé est la relativité du vocabulaire de la géométrie euclidienne. Les lignes droites des êtres vivants sur cette sphère sont, pour nous, des cercles. C'est un habile procédé qui permet d'appliquer la thèse conventionnaliste à de nouveaux espaces qui n'auraient peut-être pas été acceptés par les détracteurs des nouvelles géométries. Procédant *more geometrico*, Poincaré introduit sa thèse philosophique de manière sûre, pas à pas, de plus en plus en direction des géométries non euclidiennes, sans jamais évoquer la provenance expérimentale aux axiomes de la géométrie, que l'on peut supposer chez Poincaré, puisqu'il ne manifeste aucune attitude hostile face aux géométries non euclidiennes, bien au contraire ! Mais lisons l'aboutissement de l'expérience de pensée de Poincaré avec des yeux idéalistes :

« Des êtres dont l'esprit serait fait comme le nôtre et qui auraient les mêmes sens que vous, mais qui n'aurait reçu aucune éducation préalable, pourrait recevoir d'un monde

⁴⁷ *Ibid.*

extérieur convenablement choisi des impressions telles qu'ils seraient amenés à construire une géométrie autre que celle d'Euclide et à en rapporter les phénomènes à notre espace euclidien. »⁴⁸

Contre tous les partisans de Kant, Poincaré ne rejette pas les géométries non euclidiennes parce qu'elles représentent de nombreux espaces qui ne correspondent pas au seul admis par les idéalistes. Poincaré contredit Kant aussi sur l'origine de l'espace euclidien, puisque ce dernier semble être acquis. En effet, l'expérience ne joue aucun rôle dans la formation de l'*a priori* ni dans la formation du concept d'espace. Dans le prochain chapitre, nous étudierons certaines lectures kantienne des textes de Poincaré.

⁴⁸ *Ibid.*, p. 774.

Chapitre 4. Le kantisme de Poincaré et la vérification expérimentale du postulat

Couturat interprète Poincaré d'une façon bien curieuse. Selon lui, l'homme de Nancy serait partisan d'un certain idéalisme. Comment rapprocher le conventionnalisme d'un kantisme ? Cette question se pose, puisque, tout en ayant connaissance de la position de Poincaré, Couturat effectue tout de même ce rapprochement. Selon Poincaré, en somme, les axiomes de la géométrie sont choisis. Cette idée semble incompatible avec l'idée d'axiomes considérés comme inaltérables, et tirant leur teneur ontologique au sein d'une forme de la subjectivité, universellement répandue chez tous les sujets connaissant, et servant à organiser notre perception empirique des événements. On serait porté à penser que la possibilité d'un choix conforte l'empirisme et détruit l'idéalisme.

D'ailleurs, pour décrire le monde, vers quoi pouvons-nous nous tourner, si ce n'est vers l'expérience ? Il serait commode de faire correspondre la géométrie effective de l'espace, en lui-même, avec celle que nous construisons pour nous le représenter. Voici une manière de penser qui ravive la vision classique de la science portée par Comte et ses prédécesseurs. L'espace y est pensé en lui-même, avec une architecture qui lui est propre, qui lui préexiste de toute éternité, dont la forme, ou le contenu des axiomes, va d'elle-même et ne se négocie pas, ni ne se questionne. Or, les nouvelles géométries tendent à montrer que l'espace n'est pas disposé à être euclidien et doté de trois dimensions en lui-même, comme cela est sous-entendu dans la physique de Newton et la philosophie de Kant.

Une autre personne a pris part au débat en cours sur les géométries non euclidiennes. L'abbé de Broglie a publié un article en deux parties en 1890, que nous n'avons pas choisi d'insérer dans notre chapitre sur le débat, car aucun des auteurs y ayant participé n'a mentionné sa position. En effet, celle-ci est classique et fait consensus chez les détracteurs de la géométrie non euclidienne. C'est une attitude visant la préservation de la philosophie de Kant, en ce sens elle n'apporte aucun élément nouveau au débat, étant donné que l'article intervient après la prise de parole des premiers détracteurs des audacieux défenseurs de la liberté en mathématiques. La position de l'Abbé de Broglie mérite toutefois de retenir notre attention parce qu'elle pointe un sujet qui nous intéresse tout particulièrement : l'application des nouvelles géométries à la physique. Comme nous pouvons nous y attendre, voici sa position :

« Les théorèmes de la géométrie générale, en tant qu'ils diffèrent de la géométrie ordinaire, appelée "euclidienne" par les inventeurs de la nouvelle théorie, ne sont pas applicables à notre monde expérimental. Cela est admis unanimement et cela est de toute évidence. »⁴⁹

Cette idée pourrait nous faire sourire aujourd'hui, puisque l'histoire ne lui a pas donné raison. En effet, Einstein a utilisé des géométries non euclidiennes pour décrire notre monde expérimental, et nous utilisons au quotidien des technologies qui reposent sur ces théories. Mais ce serait là ne pas avoir compris le réel apport de la doctrine conventionnaliste. La possibilité de choisir les hypothèses utiles dans les raisonnements scientifiques rendant compte du monde physique n'implique pas que ces hypothèses y fassent partie intégrante. La nouveauté se trouve ici : le débat entre rationalisme et empirisme n'est plus d'actualité, les questions épistémologiques sont nouvelles. Couturat également ne saisit pas la nouveauté de la pensée philosophique qui lui est contemporaine, et nous allons y venir, de même que les tentatives de vérification du postulat par des observations astronomiques n'ont plus aucun sens après Poincaré. Quand l'Abbé de Broglie écrit son article, il ne pouvait avoir connaissance de l'utilisation de nouvelles géométries pour décrire le monde physique, étant donné que ces utilisations sont ultérieures à la rédaction de son article. Pourtant, pour justifier sa position, il emploie curieusement l'argument qui aurait pu le contredire :

« [...] il faut qu'il y ait une raison pour que ce soit la géométrie euclidienne et non une autre qui soit la règle de nos études relatives au monde et des représentations géométriques qui dirigent les ingénieurs dans leurs travaux. »⁵⁰

Cette raison s'identifie à merveille au choix des axiomes en géométrie pour des raisons de commodité à l'objet étudié. En effet, les satellites mis en orbite sont construits par des ingénieurs, sur Terre, dans l'espace euclidien et tridimensionnel de leurs laboratoires. L'Abbé de Broglie a sûrement cela en tête, l'idée d'objets fonctionnels, nécessairement conçus en présupposant un tel espace. En ce sens, l'Abbé de Broglie s'inspirerait peut-être du néothomisme, puisqu'il affirmerait une position réaliste. Pourtant, si aujourd'hui nous pouvons mettre ces objets en orbite autour d'objets célestes, c'est grâce à une théorie physique de la

⁴⁹ Abbé de Broglie, 1890a, p. 11.

⁵⁰ *Ibid.*, p. 13.

gravitation qui présuppose un espace non euclidien. La position de l'Abbé de Broglie consiste dans l'affirmation selon laquelle le monde expérimental ne peut être qu'euclidien, et ce, en vertu d'une certaine raison suffisante. Bien évidemment, il s'agit là de l'impératif kantien. Il paraît alors normal que tout idéaliste n'accorde pas de possibilité à une vérification expérimentale du postulat, puisque celui-ci aurait une origine *a priori*, il serait situé en nous et serait pas constatable dans le monde physique, étant donné que nous ne pouvons pas concevoir le monde autrement qu'avec cette structure inhérente à la subjectivité.

Remarquons, au passage, que contrairement à Comte, pour qui la première des sciences est l'astronomie, juste après les mathématiques, discipline contenant la géométrie, Renouvier pense plutôt à la géométrie comme première science, comme science la plus certaine. Ceci est curieux et mérite de nous étonner, puisque c'est un idéaliste convaincu qui, après Comte, cite la géométrie comme première science. En effet, pour Comte, si l'astronomie est la première science, c'est parce qu'elle lie l'abstrait des mathématiques à quelque chose de concret, d'observable : les astres, considérés comme des points géométriques. Comment penser que Renouvier considère la géométrie comme la première science, comme première jonction entre la partie abstraite, pure, des mathématiques, et la géométrie, qui au titre de première science, au sens comtien, contiendrait donc une teneur... empirique ? Renouvier écrit à propos du *postulatum* :

« *Empirique*, s'il est, on peut toujours lui opposer que certains procédés de mesure arriveraient peut-être à le démentir ; et c'est bien là ce qu'ont pensé quelques-uns des adeptes de la géométrie imaginaire. *Vérité éternelle et nécessaire*, ainsi que pouvaient le nommer Platon et Malebranche, il subit l'injure de ceux qui, le contestant, prouvent par ce fait qu'il ne s'impose point à leurs esprits, comme on prétend qu'il le devrait, et que la certitude, en la plus certaine des sciences, n'est pas tout à fait ce qu'on croit. »⁵¹

Pour Renouvier, comme pour Couturat, la géométrie n'a rien d'expérimental. L'espace nous est donné. Ce n'est pas du tout l'avis de Poincaré, qui nie une telle idée, précisément parce qu'il y a des géométries non euclidiennes. Bien que Renouvier critique Kant sur ses catégories, le chef de file du néo-criticisme n'envisage pas que l'on puisse accorder du crédit aux géométries non euclidiennes. Si l'on peut concevoir des géométries non euclidiennes, on

⁵¹ Renouvier, 1891, p. 349, souligné dans le texte.

commettrait, en quelque sorte, une offense envers Kant puisque l'on nierait l'hégémonie de sa pensée dans laquelle l'origine du postulat est un jugement synthétique *a priori*. Poincaré ne voit pas du tout les choses ainsi. Au contraire, lorsqu'il se pose la question de l'origine du postulat, voici ce qu'il écrit au sujet de la réponse kantienne :

« Sont-ce des jugements synthétiques *a priori*, comme dirait Kant ? Ils s'imposeraient alors à nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni bâtir sur elle un édifice théorique. Il n'y aurait pas de géométrie non euclidienne. »⁵²

Mais peut-on, pour Poincaré, vérifier expérimentalement le postulatum ? Il semble que ce ne soit pas le cas. En astronomie, une droite est considérée comme un rayon lumineux. Si celui-ci est courbé, suppose Poincaré, nous devrions, au choix, penser que l'espace est effectivement non euclidien, ou bien réinterpréter l'observation en changeant les lois de l'optique. Cette seconde solution consiste à rapporter les phénomènes à l'espace euclidien. Cette dernière solution est jugée « avantageuse » pour Poincaré, et Couturat affirme la pensée de Poincaré, en ajoutant « qu'on ne penserait pas un seul instant à la première ». Couturat poursuit :

« [...] il est faux de dire que les postulats de la géométrie euclidienne sont l'expression de ces faits d'expériences, et traduisent approximativement les propriétés de l'espace réel qu'il nous est donné de percevoir. »⁵³

Pour les deux hommes, la géométrie euclidienne ne peut être remise en cause par l'expérience. Qu'est-ce à dire ? Les empiristes de notre débat n'ont jamais dit que la géométrie non euclidienne confortait l'empirisme, bien au contraire ! C'est bien ici qu'on trouve une exagération de la pensée de Poincaré, car Couturat la fait coller au débat opposant l'empirisme et le rationalisme, débat n'ayant lieu que pour les détracteurs des géométries non euclidiennes. Procédant ainsi, Couturat ne rend pas justice à la valeur des pensées de Poincaré, qui sont révolutionnaires et dépassent la simple opposition entre empirisme et rationalisme :

⁵² Poincaré, 1891a, p. 773.

⁵³ Couturat, 1893, pp. 69-70.

« [...] M. Poincaré donne raison implicitement au criticisme, et apporte à la thèse de l'idéalité de l'espace un argument précieux, et, selon nous, décisif. Il soutient que si nous étions brusquement transportés dans un espace [non euclidien] ou dans un monde à quatre dimensions, nous n'aurions pas de difficulté à en rapporter les phénomènes à notre espace euclidien. »⁵⁴

Si Couturat travestit la pensée de Poincaré, c'est parce qu'il la situe dans une opposition obsolète reposant sur une vision classique des sciences. Cette opposition est obsolète depuis le renversement de paradigme scientifique et philosophique qu'ont initié les géométries non euclidiennes. Mais reconnaissons toutefois un mérite à la lecture du conventionnalisme faite par Couturat : ce dernier met le doigt sur un élément réellement *décisif*, pour reprendre son vocable. Et même ! Couturat ouvre d'immenses perspectives en plaçant les vues révolutionnaires de Poincaré dans l'enceinte d'un vieux débat. Arrêtons-nous sérieusement sur le kantisme de Poincaré, demandons-nous franchement où la pensée du prussien peut être calquée dans l'explication conventionnaliste de la genèse de l'espace. Dans la pensée de Poincaré, comme dans celle de Kant, notre intellect organise notre perception de l'espace, nous avons, en nous, un concept d'espace qui préexiste. Toutefois, ce concept d'espace n'est pas définitivement euclidien et de dimension trois. Il l'est, dans la vie quotidienne, pour des raisons de commodité. Mais quand le théoricien souhaite rendre compte de la gravitation, comme Einstein en 1915, ce concept d'espace peut alors être changé au profit d'un espace non euclidien. Pour faire de la mécanique quantique, il est opportun de considérer un espace dit de Hilbert doté d'un nombre de dimensions infini. Aujourd'hui, nous manipulons de nombreux espaces, notre cerveau s'adapte, et change de géométrie rapidement et sans encombre, pour des raisons de commodité. Nous pouvons considérer un temps l'espace ferroviaire, pour trouver son itinéraire de voyage. Mais aussi, nous pouvons considérer l'espace d'internet. Tous ces espaces n'ont pas nécessairement trois dimensions, et ne sont pas forcément non plus euclidiens. Les recherches contemporaines en neurosciences nous montrent que nous manipulons en permanence de nombreux espaces, et que la plasticité cérébrale peut durablement nous faire oublier de vieilles habitudes spatiales, pour en trouver des nouvelles, plus commodes, toujours aussi logiques et valides les uns que les autres sur le plan formel. Laissons Poincaré conclure :

⁵⁴ Couturat, 1893a, p. 74.

« [...] notre choix, parmi toutes les conventions possibles, est *guidé* par des faits expérimentaux ; mais il reste *libre* et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction. »⁵⁵

⁵⁵ Poincaré, 1891, p. 773, souligné dans le texte.

PARTIE II. MÉCANIQUE ET CALCUL DES PROBABILITÉS

Chapitre 1. La place du déterminisme dans la classification encyclopédique des sciences

Une discussion sur le déterminisme semble lancée à la suite de la publication d'un ouvrage de Joseph Boussinesq, en 1878, intitulé *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*. L'année précédente il avait également rédigé un article dans la *Revue scientifique de la France et de l'Étranger*, intitulé « La liberté et le déterminisme scientifique ». Voici comment l'auteur expose son point de départ :

« Les savants s'accordent pour admettre que les lois physiques et chimiques sont réductibles, en dernière analyse, à des équations différentielles, reliant les unes aux autres les transformations successives de la matière, ou déterminant la dérivée, par rapport au temps, de chacune des quantités qui définissent l'état d'un système, en fonction des valeurs actuelles de ces quantités. »⁵⁶

Le sujet n'est pas neuf entièrement neuf, nous trouvons des réflexions sur la fatalité depuis l'antiquité, mais le mot déterminisme est récent, il date du XIX^{ème} siècle. Ici, en somme, Boussinesq traite de l'aspect déterministe des lois de la nature. Le savant, qu'il soit physicien ou chimiste, selon l'exemple de l'auteur, décrit le monde en proposant des équations qui rendent compte des lois de nature. Par extension, les équations de la physique et de la chimie sont déterministes, puisqu'elles cherchent à rendre compte des lois de la nature. Ce déterminisme rend possible la prédiction ; et la science serait bien difficile, voire inenvisageable, si les équations qui décrivent les phénomènes changeaient au cours du temps. Cette idée nous est familière : nous pouvons rendre compte des phénomènes passés avec les mêmes équations qui nous permettent de décrire les phénomènes à venir. Si l'équation

⁵⁶ Boussinesq, 1877, p. 986.

fonctionne pour décrire des évènements passés, pourquoi ne pas s'en servir pour décrire le futur ? Les lois de la nature ne changent pas au cours du temps ; seules changent les équations proposées par le savant. Le paramétrage de ces opérations mathématiques est donc crucial, pour que les données quantitatives correspondent à la réalité, mais ici, il ne nous importe pas de considérer la précision de ces variables, ni le choix de l'instrument de mesure de celles-ci. Il n'est pas non plus question de la légitimité ou de la pertinence de certaines équations à décrire certains phénomènes, il convient simplement de remarquer pour l'instant le caractère déterministe des équations de la physique, et de la chimie, et nous ne pouvons que difficilement nous y opposer. Même quand les prédictions formulées à la suite d'un calcul ne correspondent pas à l'observation, nous pouvons réinterpréter l'observation ou modifier les équations défailtantes, et ce, sans ôter quoi que ce soit au déterminisme inhérent aux lois proposées par les scientifiques pour rendre compte des lois de la nature. Cela étant dit, Boussinesq étend sa réflexion à des sujets moraux :

« Or, plusieurs savants croient que cette extension des lois physiques aux mouvements internes des centres nerveux, organes de la pensée et de la volonté, équivaut à admettre la complète détermination de toute la suite de leurs états *par les lois considérées*, et, comme conséquence particulière, l'impossibilité d'assigner dans le monde visible une place quelconque à la liberté, dont le sentiment en nous ne serait que pure illusion. »⁵⁷

Nous retrouvons ici l'idée sous-jacente à la formule lapidaire de Spinoza souvent érigée comme aphorisme à l'effigie du déterminisme⁵⁸. La liberté ne serait qu'une idée émanant de l'ignorance des causes qui déterminent l'existence humaine. Autrement dit, et pour résumer, Boussinesq note le caractère réductible des lois de la physique et de la chimie à des équations différentielles. Puisqu'elles permettent la prédiction, ces équations sont nécessairement déterministes. Boussinesq remarque qu'il existe des savants pour qui le déterminisme de ces lois rend caduque l'existence de la liberté. Cette déduction nous semble naturelle, car nous remarquons le caractère foncièrement prévisible des composants chimiques qui composent les cellules biologiques. Et nous nous savons constitués de ces cellules.

⁵⁷ *Ibid.*, souligné dans le texte.

⁵⁸ « Telle est cette liberté humaine que tous se vantent de posséder et qui consiste en cela seul que les hommes ont conscience de leurs appétits et ignorent les causes qui les déterminent. » ; Spinoza à Schuller, lettre no. 58.

Tacitement, nous retrouvons dans cet extrait la classification comtienne des sciences, dite *encyclopédique*. En effet, il est ici question d'une nécessaire transmission du déterminisme des lois physiques aux lois chimiques, puis aux lois biologiques, afin d'en dégager ensuite une conséquence morale. Quelques décennies plus tôt, Auguste Comte avait proposé une classification⁵⁹ des sciences dans la deuxième leçon de son *Cours de philosophie positive*, publié en 1830. Partant de la plus générale et allant vers la plus particulière, la plus complexe, le montpelliérain aurait suivi, selon lui, l'ordre historique de développement des sciences. Bien que les sciences aient toutes leurs objets spécifiques et leurs méthodes propres, Comte remarque tout de même une dépendance de chaque science envers celle qui la précède. En effet, chaque nouvelle science s'enchaîne rationnellement à la précédente. L'ordre proposé est le suivant : mathématique, astronomie, physique, chimie, biologie, et enfin, la sociologie. Bien que cet ordre soit aujourd'hui dépassé⁶⁰, remarquons toutefois que cette logique est à l'œuvre dans le texte de Boussinesq. À la fin de sa vie, Comte ajoutera même une septième science à sa classification, la morale. Si l'on suit la logique de ces savants que Boussinesq ne cite pas, le déterminisme présent dans une science se transmet à la suivante, de la même manière que chaque science sert de fondement à la suivante dans la classification encyclopédique de Comte.

En 1878, la même année qui a vu paraître l'opuscule de Boussinesq, Claude Bernard publie les *Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux*. Nous y trouvons aussi des réflexions sur le déterminisme, ainsi que son extension d'une science à l'autre en suivant la hiérarchie comtienne. Il semble intéressant de se pencher brièvement sur les sciences biologiques, car elles suivent immédiatement les sciences physiques chimiques dans l'ordre comtien, et elles sont aussi l'intermédiaire entre ces dernières et les sciences morales. De plus, le terme même de « déterminisme » fut popularisé par Bernard quelques années plus tôt, en 1865, dans son *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*⁶¹. Ce terme remplace alors celui de *fatalisme*. Toutefois, nous remarquerons chez Bernard une distinction cruciale entre deux types de déterminisme. En effet, l'auteur des lignes qui suivent

⁵⁹ De nombreuses autres classifications des sciences se sont succédé depuis l'Antiquité, comme le rappelle Sandoz, 2017.

⁶⁰ En 1860, Gustav Kirchhoff et Robert Bunsen analysent le spectre de la lumière visible du soleil pour connaître la composition chimique du Soleil. C'est le début de la *spectroscopie*, qui remet en cause la pertinence de la classification comtienne, étant donné qu'un procédé physique permet de connaître la chimie d'un objet. Ce qui va à l'encontre de l'idée selon laquelle chaque science ne partage pas avec les autres ses objets et ses méthodes.

⁶¹ Part. II, chap. I, §V.

prend soin de distinguer le fatalisme niant la liberté humaine du déterminisme inévitable des sciences biologiques :

« Lorsque Leibnitz disait : “l’âme humaine est un automate spirituel,” il formulait le *déterminisme philosophique*. Cette doctrine soutient que tous les phénomènes de l’univers, sont rigoureusement déterminés par la série des phénomènes antécédents [...]. C’est la négation de la liberté humaine, l’affirmation du *fatalisme*. Tout autre est le déterminisme physiologique. Il est l’expression d’un fait physique. Il consiste dans ce principe que chaque phénomène vital, comme chaque phénomène physique, est invariablement déterminé par des conditions physico-chimiques qui, lui permettant ou l’empêchant d’apparaître, en deviennent les *conditions* ou les *causes matérielles immédiates ou prochaines*. »⁶²

Bernard ne concilie pas la notion morale de libre arbitre avec le déterminisme qu’il vient de qualifier *physiologique*. Il est plutôt question pour lui d’identifier au sein même de la classification comtienne des sciences, le moment de bascule entre une acceptation unanime du déterminisme, ainsi que son rejet par suite des conséquences morales. En somme, le rejet du fatalisme et l’acceptation du déterminisme scientifique. Dans son texte, il poursuit ainsi :

« Ce principe [le déterminisme] est fondamental dans toutes les sciences physiques. Là il est hors de conteste ; il n’a pas même besoin d’être affirmé. Il en est autrement dans les sciences de la vie. Lorsque, en effet, il faut étendre le principe du déterminisme aux faits de la nature vivante, les médecins animistes et vitalistes et les philosophes se mettent à la traverse. »⁶³

Ce que l’on nomme aujourd’hui le *vitalisme*, ou encore *l’école de Montpellier*, est visée dans ce texte. Bernard s’oppose donc à l’idée selon laquelle le vivant disposerait de quelque chose en plus que n’aurait pas la matière inerte, thèse du vitalisme. La physique et la chimie ne pourraient rendre compte du vivant, idée compatible avec la hiérarchie comtienne des sciences. Bernard cite abondamment Xavier Bichat, probablement le seul médecin vitaliste connu à ne

⁶² Bernard, 1878, p. 56, souligné dans le texte.

⁶³ *Ibid.*

pas être montpelliérain. Les conséquences de son vitalisme sur sa pensée du déterminisme sont qualifiées par Bernard d'« hérésies scientifiques »⁶⁴ voire même de « négation scientifique »⁶⁵.

Forcé de reconnaître le déterminisme inhérent aux lois de la nature, Bernard nous montre que celui-ci pose un problème à de nombreux savants dès lors qu'il est transporté, en suivant la hiérarchie comtienne des sciences, de la physique aux sciences de la vie, car cela touche à l'idée de liberté : cette idée semble alors inconciliable avec le libre arbitre. Mais si l'on suit concrètement cette classification des sciences et que l'on accepte un déterminisme initial, la thèse fataliste peut sembler inévitable. Il apparaissait alors plus opportun pour certains de se rapprocher des sciences dites fondamentales, premières dans l'ordre comtien. C'est notamment l'idée de Boussinesq. L'on comprend facilement la logique, étant donné que ces sciences sont plus simples, tout élément en faveur de l'existence de la liberté humaine sera plus facile à déceler, et toutes les autres sciences bénéficieront de cette découverte, car chaque science dépendrait de celle qui la précède dans une perspective comtienne. Dès lors, l'existence de la liberté morale est cherchée du côté de la prédictibilité des systèmes mécaniques dynamiques.

Bernard avait remarqué que lorsque la notion morale de liberté était prononcée, les positions se durcissaient et les conversations devenaient virulentes. Lorsque Boussinesq publie son texte exclusivement basé sur des considérations mécaniques, des réponses vives sont immédiatement apportées, comme l'on pouvait s'y attendre. Car la liberté est un problème grave, des implications morales sont en jeu, la justice est concernée au même titre que la science. C'est un sujet proprement *polémique*, du grec *polémos* désignant la guerre. La moindre parole est immédiatement commentée, et voici la première réaction au texte de Boussinesq, rédigée par Joseph Bertrand dans le *Journal des savants*, la même année, en 1878 :

« Sans savoir bien précisément ce qu'était Buridan, tout le monde connaît l'anecdote hypothétique de son âne. Cette vieille histoire, inventée par les maîtres en philosophie pour exercer à la dispute et au sophisme les débutants dans l'art de Lulle, semble avoir inspiré récemment l'auteur d'un mémoire qui, par l'inutile étalage de formules très-

⁶⁴ *Ibid.*, p. 58.

⁶⁵ *Ibid.*, p. 59.

savantes, pourrait écarter ou éblouir un lecteur peu versé dans les études mathématiques. »⁶⁶

L'on comprend la comparaison avec l'âne de Buridan si l'on expose la compréhension de Bertrand du texte de Boussinesq. Jean Buridan, philosophe médiéval français, aurait formulé au XIV^e siècle une parabole mettant en scène un âne mourant de faim, ou de déshydratation, suite à son incapacité à choisir entre un seau de nourriture et un seau d'eau placés à égale distance de cet âne⁶⁷. Selon Bertrand, Boussinesq déduirait l'existence de la liberté des situations mécaniques dans lesquelles deux solutions sont possibles, voilà l'analogie avec l'âne de Buridan. Puisque les deux solutions possibles à la situation mécanique ne pourront se produire à la fois, Boussinesq introduirait une volonté libre, opérant le choix entre les deux solutions possibles. Là où Buridan illustre un anéantissement de la liberté face à la décision, Boussinesq aurait tenté d'en déduire la liberté. L'idée est élégante, mais peut-être trop simple pour le détracteur, puisque pour ce dernier, les situations évoquées par Boussinesq ne démontrent rien d'autre que l'imprécision, ou l'incomplétude des équations qui aboutissent à une telle situation. Bertrand aurait-il exhumé chez Boussinesq une sorte de vitalisme des sciences physiques ?

« M. Boussinesq, intrépidement confiant dans les formules, pense que la matière inerte resterait embarrassée comme elles quand les équations différentielles refusent de prononcer ; rien ne pouvant alors contraindre le point matériel, il devient libre, et pour déterminer son choix, une volonté est nécessaire : il n'en faut pas davantage pour la faire naître et pour classer la molécule inerte parmi les êtres vivants. »⁶⁸

En effet, le vitalisme à l'œuvre entre les sciences chimiques et biologiques critiqué par Bernard quelques années plus tôt semble aussi être repéré bien en amont dans la hiérarchie comtienne des sciences. Le déterminisme incontestable des sciences que l'on pourrait dire « formelles », les mathématiques et la géométrie, n'irriguerait peut-être finalement pas les sciences physiques. Bertrand poursuit :

⁶⁶ Bertrand, 1878, p. 517.

⁶⁷ Le thème est déjà présent chez Aristote, *Du ciel*, 295b32. Cette parabole n'est pas présente dans l'œuvre écrite du scolastique.

⁶⁸ Bertrand, 1878, pp. 520-521.

« [...] il n'est ni démontré, ni démontrable, ni vraisemblable, ni possible, ni vrai par conséquent, que les équations de la dynamique aient objectivement la rigueur absolue des théorèmes d'Euclide. »⁶⁹

Bertrand connaissait Comte, il a d'ailleurs écrit un article très critique du montpelliérain en 1896 dans la *Revue des deux mondes* et intitulé « Auguste Comte et l'École Polytechnique ». Il semble que Bertrand ne considérait pas la valeur de la philosophie de Comte et remettait même sérieusement en doute ses capacités scientifiques. Néanmoins, malgré lui, Bertrand accepte implicitement sa classification des sciences, puisque là où Boussinesq transférait la *rigueur absolue* de la géométrie vers la mécanique, Boussinesq émet une réserve quant au transfert de cette rigueur : elle n'est plus absolue en mécanique, mais bel et bien transférée.

Pour Bertrand, le problème de la liberté serait à élucider du côté du problème classique de l'action de l'âme immatérielle sur le corps matériel. La prise de parole de Boussinesq lui semble vaine, anecdotique, elle n'aurait servi à rien. Pire, Boussinesq affirmerait un certain principe vitaliste, contre-scientifique. Il se défend toutefois de ces accusations, en rappelant que son travail ne s'appuie pas que sur des formules mathématiques, mais aussi sur des travaux de géomètres et d'astronomes, de chimistes et de physiologistes. Et en effet, il cite Bernard, Berzelius et Cournot. Toutefois, l'objet du texte de Boussinesq a d'abord trait à cette branche de la physique nommée mécanique. Conformément à la hiérarchie comtienne des sciences tacitement admise dans son raisonnement, la mécanique reposerait sur un formalisme mathématique — en l'occurrence, géométrique ; et les conséquences du déterminisme mécanique aurait des répercussions sur la physiologie, jusqu'aux conséquences morales liées à l'existence de la liberté. La réponse de Bertrand est l'occasion pour Boussinesq de préciser l'objet de son texte :

« Cet objet est de réfuter une assertion célèbre de Leibniz, Laplace, Dubois-Reymond, Huxley, etc., en démontrant que les équations de mouvement d'un système matériel, *prises telles que les suppose la mécanique classique*, ne déterminent pas toujours *toute* la suite des mouvements du système. »⁷⁰

⁶⁹ *Ibid.*, p. 520.

⁷⁰ Boussinesq, 1879, p. 59, souligné dans le texte.

Boussinesq attire donc l'attention sur le devenir des systèmes mécaniques, sur leur prédictibilité. La publication de son opuscule a motivé un débat centré sur cette notion, où certains annexent directement la liberté morale sur certains théorèmes mécaniques. Dans le chapitre qui suit, nous proposons d'analyser ce nouveau débat qui fait l'impasse sur les sciences de la vie, par la réduction de l'existence de la liberté morale aux seules lois mécaniques.

Chapitre 2. La portée morale de la mécanique

Une vive et courte polémique a lieu entre 1882 et 1884 sur la possibilité de prouver l'existence de la liberté morale depuis les théorèmes de la mécanique. Lorsque cette possibilité est affirmée, cette thèse nous semble curieuse, car elle nie le fatalisme à partir du déterminisme scientifique qui semblait inéluctablement y conduire, lorsque l'on suit la classification comtienne des sciences. Joseph Delbœuf écrit trois articles en 1882 dans la *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* intitulés « Déterminisme et liberté ». Ces articles portent un sous-titre qui indique clairement sa position vis-à-vis du problème posé : « La liberté démontrée par la mécanique ». Delbœuf doit sa renommée à son attrait pour des sujets controversés, notamment l'utilisation de l'hypnose et l'exploitation des rêves en psychologie⁷¹. Dans ce texte en trois articles, le psychologue belge part des débats stériles entretenus entre ceux qu'il nomme les *déterministes* d'une part et les *indéterministes* d'autre part, aussi nommés *moralistes*.

« Si, pour juger le débat, nous nous plaçons en dehors de toute idée préconçue, que voyons-nous ? Chacune des deux armées se renferme dans une place forte qu'elle regarde comme inexpugnable, porter des défis que l'autre se garde de relever, mais ne pas essayer de faire de siège en règle. Dans ces conditions, la lutte — ou plutôt la dispute — doit fatalement s'éterniser, et c'est ce qui arrive. »⁷²

D'après Delbœuf, le débat se serait éternisé car les deux positions opposées seraient incapables d'entretenir un dialogue, comme s'il fallait choisir un camp, selon si l'on accorde sur cette question la primauté à l'expérience propre faite du libre arbitre, ou bien à la nécessité du principe de causalité, indispensable à la science, en vertu duquel tout serait prédictible. En somme, un dialogue de sourd serait entretenu : les déterministes accuseraient les indéterministes de nier la science, et ces derniers reprocheraient aux autres de nier la liberté. Or, tout le monde fait bien l'expérience de son propre libre arbitre ; chose primordiale pour

⁷¹ Comme témoignage du caractère polémique de ses activités scientifiques, le philosophe et psychologue Léon Dumont écrit à propos de son contemporain : « M. Delbœuf se range au nombre des philosophes qui s'efforcent de donner à la philosophie un caractère scientifique. [...] Nous savons que certains critiques n'approuvent pas cette qualification de scientifique appliquée à une philosophie ». Dumont, 1876, p. 455.

⁷² Delbœuf, 1882a, p. 454.

Delbœuf, qui en fait donc son point de départ, qu'il remarque être souvent attaqué par ses adversaires qui lui exposent l'argument suivant :

« Quand les moralistes demandent aux déterministes de rendre compte de la notion de liberté et de la foi de chacun dans le libre arbitre, ils reçoivent pour réponse qu'ils sont sous l'empire d'une illusion. »⁷³

Delbœuf assimile le déterminisme mécanique au fatalisme classique. Autrement dit, la négation du libre arbitre découlerait nécessairement du déterminisme inhérent aux équations de cette science entre géométrie et physique, et plus précisément d'un principe nommé *conservation de l'énergie*, principe selon lequel la somme totale des énergies d'un système clos donné ne varie pas au cours du temps. Sa pensée du déterminisme ne présuppose pas l'ordre encyclopédique des sciences, voici ce qui est novateur dans l'approche de Delbœuf. En effet, considérant la fatalité comme la conséquence directe d'un seul principe mécanique, ce penseur ne se trouve pas dans la situation décrite au chapitre précédent, dans laquelle le déterminisme tiré d'un principe logique, celui de causalité, irriguerait toutes les sciences jusqu'à nier physiologiquement la possibilité d'opérer des actes libres, non déterminés par la suite causale des événements. Cette réduction du déterminisme conçu comme fatalité au principe mécanique de conservation de l'énergie lui permet d'attaquer la thèse adverse, celle qui nierait la liberté, uniquement sur ce principe selon lequel dans un système isolé ne se trouve aucune perte ni création d'énergie :

« La liberté trouve-t-elle place dans un pareil système ? Évidemment non. Du moment qu'il est établi que la force ne peut ni se créer ni se détruire, et qu'il résulterait de ce principe que l'avenir avec toutes ses déterminations est contenu intégralement dans le passé, il n'y a qu'une puissance extra-naturelle qui puisse empêcher d'être ce qui doit être, et l'homme n'a pas la prétention d'être cette puissance. »⁷⁴

Voici comment Delbœuf conçoit la position adverse qu'il compte attaquer. Selon lui, l'existence du libre arbitre ne pourrait être mise à mal à cause du principe de conservation de l'énergie. Son argument est d'autant plus difficilement contestable qu'il simplifie la thèse

⁷³ Delbœuf, 1882a, p. 457.

⁷⁴ Delbœuf, 1882b, p. 611.

déterministe, dont on ne sait par ailleurs qui sont les penseurs soutenant une telle conception du déterminisme. Son argument est le suivant : on ne peut déduire la fatalité de la loi de la conservation de l'énergie, car au sein d'un système isolé il peut y avoir de la liberté même si l'énergie se conserve. Les agents libres participeraient au cours des événements car ils auraient la possibilité de répartir l'énergie disponible dans un système donné comme bon leur semble, en utilisant leurs libres arbitres. L'argument se tient, mais on ne sait contre qui il est adressé, car il ne semble y avoir aucun penseur concevant l'absence de liberté à partir du principe de conservation de l'énergie. Il nous semble que Delbœuf commet ici le sophisme dit de « l'homme de paille », ou de « l'éventail ». En effet, Delbœuf semble déguiser une éventuelle position adverse afin d'affirmer son propos par la réfutation de celle-ci. Ce stratagème lui permet ainsi de conclure ceci :

« Il est maintenant clair comme le jour que le libre arbitre n'a rien à voir avec le principe de conservation de l'énergie. [...] Libres ou non, l'homme et les animaux ne font que convertir sans cesse du transformable en intransformable ; ils précipitent le cours des choses. »⁷⁵

Si Delbœuf ne cite pas les personnes auxquelles il s'oppose sur ce sujet, il est possible de lui trouver un adversaire, étant donné qu'Alfred Fouillée publiera dans la même revue plusieurs articles dans lesquels il mentionne explicitement les auteurs auxquels ils s'opposent : non seulement Delbœuf, mais aussi Charles Secrétan et Renouvier. Paul Tannery qualifiera quelques mois plus tard Delbœuf et Fouillée des « deux brillants champions des deux thèses opposées »⁷⁶. Lorsque Fouillée prend la parole, il s'étonne de l'existence d'une telle discussion morale à partir de travaux scientifiques :

« Il se produit depuis quelques temps parmi les moralistes, qu'ils se rattachent au spiritualisme ou au criticisme, une sorte de réaction anti-scientifique dans l'intérêt de la morale. [...] Ainsi s'introduisent, dans une question toute psychologique et morale, de véritables expédients logiques et mécaniques ; ce sont, dans tous les sens du mot, des arguments *ex machina*. »⁷⁷

⁷⁵ Delbœuf, 1882b, p. 617.

⁷⁶ Tannery, 1883, p. 649.

⁷⁷ Fouillée, 1882, p. 585.

Pour Fouillée, il n'y a pas de lien entre les théorèmes mécaniques et l'existence de la liberté morale. Contrairement à Delbœuf, Fouillée ne déduit pas la fatalité du déterminisme inhérent aux sciences puisqu'il affirme l'indépendance des lois physiques vis-à-vis de la liberté morale. La valeur épistémologique de sa prise de parole réside essentiellement dans le démantèlement lucide des paralogismes commis par ses adversaires. En effet, Fouillée identifie dans ce débat, en reprenant l'expression de Kant, « toute une nichée de sophismes »⁷⁸.

D'abord, comme son étonnement en témoigne, il n'y avait aucune raison particulière d'affirmer la liberté à partir des lois de la mécanique ou contre celles-ci, car il ne semble y avoir aucun penseur qui déduise l'inexistence de la liberté morale à partir de telles constructions géométriques et physiques. Fouillée opère alors une distinction entre la fatalité et le déterminisme d'une part, entre la morale et les sciences d'autre part, et il met en doute la légitimité de ces deux rapprochements, qu'il ne considère pas comme justifiés. Aussi, comme nous l'avons remarqué plus haut, les partisans du libre arbitre semblent identifier un groupe de penseurs qu'ils nomment « les déterministes », et qu'ils accusent de nier la liberté, donc la morale. Ces derniers déduiraient ce fatalisme du déterminisme des lois scientifiques.

Fouillée met le doigt sur une logique fallacieuse à l'œuvre dans l'argumentaire des partisans du libre arbitre. En effet, ces derniers attribueraient des conséquences autant insoupçonnées que délétères au déterminisme, dans le but de l'affaiblir, notamment en pointant du doigt les prétendues conséquences immorales de cette conception, qui nierait l'action. Selon les partisans du libre arbitre, tout se passerait dans le système déterministe comme s'il n'était plus possible d'agir, ce qui rendrait toute morale caduque. Chaque agent, se sachant déterminé, et même s'il ignore les causes qui le détermine, se résignerait à sa condition et abandonnerait subitement toute action. Cette idée, assez curieuse, est pourtant effectivement présente dans les écrits des partisans du libre arbitre. Secrétan la formule ainsi :

« Dans le système déterministe, où chacun a toujours nécessairement la seule opinion qu'il puisse avoir, on ne trouve pas de motif qui puisse l'engager à la mettre en question lorsqu'elle est formée [...]. »⁷⁹

⁷⁸ *Ibid.*

⁷⁹ Secrétan, 1882, p. 38.

Et il en est de même sous la plume de Delbœuf :

« Singulière contradiction cependant, si réellement l'ardeur qui pousse les savants à dévoiler l'avenir était chez eux accompagnée de la persuasion qu'ils n'y peuvent rien changer ! »⁸⁰

Les questions mécaniques sont ici bien loin, le déterminisme est considéré comme une doctrine dont l'application permettrait de dévoiler l'avenir, sur le mode de la divination. Voici de quoi susciter ces quelques réactions mesquines. Cela va trop loin pour Fouillée, car à vouloir « sauver » la liberté d'une menace qui n'existe finalement pas vraiment — les « déterministes » n'assimilent pas la fatalité au déterminisme inhérent à la science ; les idées écrites par les partisans du libre arbitre nient la science, négligent son fonctionnement et détériorent sa valeur. Delbœuf avait raison, lorsqu'il parlait au début de son premier article sur la liberté, en somme, d'un « dialogue de sourds » !

À ce stade du débat, Fouillée retourne à ses adversaires les accusations qui lui sont faites. Puisque le partisan du déterminisme nierait la liberté, il ne reconnaîtrait aucune valeur pratique dans la science. Se sachant déterminé, il serait nécessairement assailli par une forme pessimiste de « à quoi bon », le contraignant à l'inaction et l'obligeant à exercer la science uniquement dans un but descriptif. Or, la valeur pratique de la science réside précisément dans son caractère applicable, qui repose sur la possibilité de prédire les effets d'une action plutôt que d'une autre, voire d'une inaction. Les partisans du libre arbitre reprochent fallacieusement aux « déterministes » de nier cette valeur pratique de la science, étant donné qu'ils nieraient forcément la liberté, puisqu'avoir recours à la science et son déterminisme, ce serait là faire le choix de la fatalité contre la liberté. Cette conception du déterminisme que nous identifions à un « homme de paille » nie toute forme possible de praticité à la science, la rendant purement descriptive. C'est en ce sens que Fouillée poursuit sa réponse :

« Cette prétendue application du déterminisme en est au contraire la négation, puisqu'elle consiste à croire que les effets sont déterminés par leurs causes, mais qu'ils sont déterminés indépendamment de leurs causes. »⁸¹

⁸⁰ Delbœuf, 1882b, p. 609.

⁸¹ Fouillée, 1882, p. 588.

Mais cette conception du déterminisme n'est peut-être pas consciemment détournée par les partisans du libre arbitre pour se sauver d'une menace inexistante ; peut-être qu'il y a là effectivement les bases de ce que Fouillée nommait une « sorte de réaction anti-scientifique dans l'intérêt de la morale »⁸². Dans ce cas, cet « homme de paille », le déterminisme conçu comme un fatalisme serait bien à la base de la conception de la science que se feraient les partisans du libre arbitre : ce sont alors les partisans du libre arbitre qui nieraient l'action, et qui refuseraient d'accorder une valeur pratique à la science par l'assimilation du déterminisme scientifique à un fatalisme moral dans lequel il n'y aurait aucune action possible. Mais pour certains partisans du libre arbitre, qui nous apparaissent hostiles à la science, il est clair que pour sauver la liberté morale du péril scientifique, il faudrait rogner le déterminisme. Les réponses faites à Fouillée montrent que les partisans du libre arbitre ont réellement ce souci et ces motivations anti-scientifiques — *négatives*, pourrait-on dire. L'année suivante, Secrétan, dans sa réponse à Fouillée, va préciser son processus de négation scientifique :

« M. Fouillée n'accorde pas que le déterminisme et la liberté soient deux hypothèses ; suivant lui, le déterminisme est la logique même, c'est la loi fondamentale de la pensée, la loi de causalité. — C'est trop prouver. À ce compte, la liberté ne se concevrait point et ne serait admise de personne. Or elle l'est, chacun parle de causes libres. »⁸³

Secrétan oppose donc déterminisme et liberté, qu'il conçoit comme deux hypothèses entre lesquelles il serait possible de choisir. Cependant, Fouillée n'a jamais nié l'existence de la liberté morale, ce qui contraint Secrétan à le qualifier de « l'auteur ingénieux de la théorie qui cherche à concilier le déterminisme avec la liberté, en rejetant celle-ci dans la sphère idéale [...] »⁸⁴. Selon Secrétan, Fouillée dévaloriserait la liberté, car celle-ci ne peut pas être admise en même temps que son supposé contraire, la fatalité déguisée en déterminisme qui lui serait opposée. Fouillée, qui accepterait la fatalité selon Secrétan, serait donc contraint d'admettre l'existence de la liberté sur un autre mode, non factuel, mais idéal. Et en effet, nombre de penseurs excluent la portée morale des raisonnements scientifiques : non que les applications de la science soient axiologiquement neutres et qu'elles n'aient pas de portée morale ; mais

⁸² Fouillée, 1882, p. 585.

⁸³ Secrétan, 1883, p. 643.

⁸⁴ Secrétan, 1883, p. 643.

plutôt qu'on ne saurait admettre des conséquences morales, notamment sur l'existence du libre arbitre, à partir des hypothèses ou des lois primordiales de la science, comme celle de causalité.

Paul Tannery reconnaît, en partisan du libre arbitre contre Fouillée, que la causalité n'est pas une loi fondamentale et nécessaire de la pensée, mais une hypothèse. Toutefois, contre Secrétan, cette hypothèse ne serait pas *utile* à la science, mais bien *nécessaire* à celle-ci : si l'on veut sauvegarder la science, il faut préserver la causalité ; peu importe la manière avec laquelle on la considère. Voici ce qu'il écrit :

« La croyance à la nécessité des phénomènes repose, en dernière analyse, sur une hypothèse primordiale, celle de la causalité, indispensable à la constitution de la science, dont le but est précisément de calculer l'avenir d'après les besoins de l'humanité. Mais il n'est ni démontré ni démontrable scientifiquement que cette hypothèse soit applicable à tous les ordres de phénomènes. »⁸⁵

Selon Tannery, il faut donc préserver la science pour sa puissance prédictive ainsi que sa valeur pratique. Contre Secrétan, Tannery préfère alors admettre le déterminisme, mais il ne l'assimile pas à un fatalisme, ce qui lui permet de sauvegarder l'existence de la liberté morale sans devoir la relayer dans la sphère idéale. Simplement, Tannery propose de distinguer différents ordres de phénomènes. Autrement dit, Tannery ne commet pas le paralogisme de Secrétan et Delbœuf selon lequel, implicitement, le déterminisme impliquerait nécessairement la fatalité. La position de Tannery est partagée par Jules Andrade, qui met lui aussi l'accent sur des oppositions factices et des rapprochements illégitimes entre diverses idées incommensurables. Le travail de ce dernier consistera essentiellement dans un éclaircissement des termes employés :

« Un peu d'attention montre sans peine que, s'il y a opposition métaphysique entre fatalisme et libre arbitre, il n'y a aucune opposition entre la volonté et le déterminisme [...]. »⁸⁶

⁸⁵ Tannery, 1883, p. 653.

⁸⁶ Andrade, 1884, p. 414.

Ayant bien compris que le déterminisme mécanique était implicitement assimilé par les partisans du libre arbitre à une fatalité métaphysique délétère à la science par les tentatives de sauvegarde de la liberté morale incarnées par des « exagérations lyriques »⁸⁷ qui dévalorisent le principe de causalité, Andrade entend lui aussi sauvegarder la liberté en affirmant son indépendance et sa compatibilité vis-à-vis du déterminisme inhérent à la science ; comme Secrétan le reprochait à Fouillée et aurait pu le reprocher à Tannery. Pour Andrade, la mécanique ne permet pas de déduire l'existence du libre arbitre, le déterminisme de la mécanique ne s'applique qu'en mécanique. Comme Tannery et Fouillée, Andrade refuse d'appliquer le déterminisme mécanique aux phénomènes moraux. Andrade met en lumière les sophismes commis par les partisans du libre arbitre et propose même une explication à ce mode de pensée anti-scientifique. En effet, pour Andrade, les partisans du libre arbitre ne comprendrait pas bien le sens des mots qu'ils manipulent :

« [...] je me permettrai d'ajouter que, lorsqu'on prétend faire dériver ce fatalisme philosophique du déterminisme mécanique, on ne sait pas ce qu'on entend par déterminisme mécanique, ou on l'oublie. »⁸⁸

Il est fort intéressant d'observer que finalement, il n'y a que des partisans de la liberté dans ce débat. Comme lors du débat sur les géométries non euclidiennes, nous constatons que les adversaires d'une position se voient souvent contredits par des idées qu'ils refusent, mais qui conforteraient pourtant leurs positions. Refuser d'appliquer le déterminisme mécanique aux phénomènes moraux permet justement de sauver l'existence de la liberté morale contre l'idée selon laquelle le déterminisme des sciences nierait cette liberté, soit par la voie d'un transfert du principe de causalité des sciences les plus primordiales jusqu'à la morale, en suivant l'ordre encyclopédique des sciences ; soit comme Delbœuf, qui tente de déduire la fatalité directement du principe de conservation de l'énergie. En somme, ceux qui sont nommés « déterministes » par les partisans du libre arbitre ne nient pas la liberté, bien au contraire. Andrade propose même de citer Claude Bernard, qui aurait trouvé, selon lui, la preuve la plus élégante de l'existence du libre arbitre, à partir même du déterminisme, et sans même avoir recours à la classification encyclopédique des sciences ; seulement en considérant le principe de causalité et les sciences qui auraient trait à la faculté de décision de l'homme, à son libre arbitre :

⁸⁷ Andrade, 1884, p. 415.

⁸⁸ Andrade, 1884, p. 414.

« Certaines altérations de l'organisme cérébral amènent la folie, font disparaître la liberté morale comme l'intelligence et obscurcissent la conscience de l'aliéné. Puisqu'il y a un déterminisme de la non-liberté morale, il y a nécessairement un déterminisme de la liberté morale, c'est-à-dire un ensemble de conditions anatomiques et physico-chimiques qui lui permettent d'exister. »⁸⁹

⁸⁹ Bernard, 1878, p. 61 ; cité par Andrade, 1884, p. 414.

Chapitre 3. La prédictibilité du comportement du système solaire, ou les prémisses de la conception contemporaine du chaos déterministe

Pour sauver l'idée de la liberté, il apparaissait opportun de la relayer hors du domaine des sciences mécaniques et du déterminisme inhérent à celles-ci ; comme l'on fait Fouillée et Andrade, contre les penseurs qui ont tenté de prouver l'existence de la liberté morale à partir des lois de la mécanique, et nous pensons ici à Secrétan et Delbœuf. Nous remarquons toutefois une originalité dans la position de Tannery, qui reconnaît une légitimité au déterminisme mécanique, et même plus largement, à la nécessité de la causalité dans les sciences, qu'il ne conçoit pas comme un principe fondamental mais comme une hypothèse utile, néanmoins nécessaire à qui souhaite faire de la science. Le déterminisme mécanique découlant inéluctablement de cette hypothèse nécessaire à la science, la causalité, n'est pas un élément confortant la fatalité philosophique, « [...] car l'expérience, même celle qui a pour objet la vérification d'une prévision, ne porte que sur un passé déterminé, et l'indétermination de la liberté ne vise que l'avenir »⁹⁰. Distinguant le passé de l'avenir pour concilier liberté et déterminisme, Tannery met le doigt sur un paramètre crucial lorsque l'on cherche à concevoir le déterminisme : l'écoulement du temps. En effet, l'utilisation pratique du déterminisme, que l'on identifie à la prévision, n'a de sens que lorsque l'on considère l'avenir ; de même que la liberté morale se définit essentiellement vis-à-vis de ce paramètre, comme la capacité à avoir entrepris des actions passées en toute autonomie, ou la capacité d'entreprendre librement des actions futures. Delbœuf aussi avait pris soin de distinguer le passé et l'avenir :

« Le temps passé ne revient pas, dit un vieil adage mélancolique. Mais tandis qu'on est porté à regarder le passé comme ce qui n'est plus, c'est au contraire l'unique et inaltérable réalité : ce qui a été fait ne peut plus ne pas avoir été fait. Seulement cette réalité est toute ramassée dans le présent. »⁹¹

Cette distinction entre un passé déterminé et un futur indéterminé a notamment ouvert la voie à Henri Bergson qui publiera son *Essai sur les données immédiates de la conscience* quelques années plus tard, en 1889. Dans cet ouvrage, Bergson traite à nouveaux frais du

⁹⁰ Tannery, 1883, p. 653.

⁹¹ Delbœuf, 1882b, p. 619.

problème philosophique classique de la liberté en distinguant le temps homogène des sciences d'une autre forme de temps, hétérogène et discontinu, qu'il nomme *durée*, et qui, *créatrice*, est compatible avec la liberté et évite le fatalisme⁹². C'est cette conception de Bergson qui s'installera progressivement dans le paysage philosophique. Cette idée promet donc une avancée philosophique, mais nous y voyons, pour l'heure, surtout une question épistémologique de taille relative à la prévision des états futurs de certains systèmes dynamiques à partir des équations de la mécanique.

En effet, à la même époque, la confiance en la capacité prédictive de l'homme en mécanique ou en astronomie allait progressivement être mise en doute, notamment par l'étude des systèmes dynamiques, la prévision de leurs comportements futurs. La confiance des savants ou des chercheurs dans la capacité prédictive de la mécanique newtonienne en astronomie semblait pourtant inébranlable. L'astronomie était en somme la mécanique appliquée ; et pour cause, tout au long du XIX^{ème} siècle, les astres étaient conçus comme des points matériels avec une réalité objective, mais représentés comme des objets mathématiques dotés d'une masse, qui décrivaient des trajectoires géométriques en suivant les lois de la mécanique newtonienne. L'astronomie était une affaire mécanique, la prédiction était un travail lié à l'application des lois de Newton, ce qui présuppose le déterminisme mécanique, qui n'avait jamais été remis en question. Pour citer un exemple confortant l'idée selon laquelle il y avait une réelle confiance dans la mécanique newtonienne appliquée à l'astronomie, pensons à la découverte de la dernière planète du système solaire. Urbain Le Verrier avait découvert Neptune par le calcul en 1846, elle fut observée moins d'un mois plus tard par Johan Gottfried Galle. Cette introduction d'une nouvelle planète dans le système solaire fut envisagée parce qu'il y avait une anomalie entre l'observation de la trajectoire d'Uranus et les prévisions faites à partir des lois de la mécanique. L'introduction d'une nouvelle planète qui aurait eu pour effet

⁹² Force est de constater la similitude entre les vues de Delbœuf et celles, à venir, de Bergson. En effet, là où ce dernier parlait d'un temps objectif, Delbœuf écrivait : « [...] le temps, tel que le conçoit la mécanique et tel que nous nous le représentons quand nous l'accommodons aux besoins de la vie sociale, le temps doublement abstrait, marchant d'un pas toujours et partout uniforme, le temps dont toutes les parties sont entièrement semblables, que les révolutions périodiques de tel ou tel corps céleste nous divisent en parties égales, [...] » ; et là où Bergson concevait la durée ou le « vrai » temps, dont la nature serait subjective, Delbœuf écrivait : « [...] le temps réel, qui est en dehors de la pensée et indépendant d'elle, qui dirige ses pas, tantôt lents, tantôt rapides, toujours dans le même sens, dont la marche n'est nulle part et en aucun moment identique à elle-même, mais qui est ici plus lourde, là plus précipitée, le temps qui vieillit et qui s'affaiblit, et qui, résumant dans son aspect fugitif de ce que l'on nomme passé disparu, se nourrit de ce que l'on appelle l'avenir destiné à disparaître. » ; Delbœuf, 1882b, p. 619.

la perturbation de la trajectoire d'Uranus fut donc féconde : remarquons que personne n'avait alors envisagé de modifier les lois de Newton plutôt que d'introduire une nouvelle planète dans le système solaire. La confiance en ces équations a été renforcée à la suite de cette découverte.

Cette confiance s'est peut-être trouvée ébranlée par la mise en doute de la capacité prédictive des lois de Newton dans le cadre de ces discussions autour de l'idée de liberté, qui ont parfois négligé le déterminisme mécanique en l'assimilant à la fatalité philosophique qu'il fallait rejeter pour préserver la morale au détriment de la science. Distinguant un passé déterminé d'un futur indéterminé, Boussinesq met le doigt quelques années avant Poincaré sur une future branche des mathématiques que l'on nommera *le chaos*, qui pour le coup, a nettement ébranlé la confiance en la capacité prédictive des lois de Newton dans le cadre mécanique ou astronomique. Lorsque Boussinesq exprime l'idée selon laquelle « les équations de mouvement d'un système matériel, *prises telles que les suppose la mécanique classique*, ne déterminent pas toujours *toute* la suite des mouvements du système »⁹³, l'auteur semble pointer du doigt la direction qu'il fallait prendre pour aboutir à ces futures constructions mathématiques.

Cependant, Boussinesq concevait son idée comme une démonstration de l'existence de la liberté morale, son but n'était pas de mettre le doigt sur l'imprédictibilité à laquelle sont soumis certains systèmes en mouvement. De plus, comme nous allons le voir, dans la théorie du chaos, l'imprédictibilité à laquelle sont soumis certains systèmes dynamiques est due à la sensibilité aux conditions initiales, soit à la précision avec laquelle on peut formaliser tous les paramètres entrant en compte dans la prévision de l'état futur d'un système ; cette imprédictibilité est une ignorance de fait et non de droit. Or, ce n'est pas comme cela que Boussinesq semble entendre cette imprédictibilité, puisqu'il pointe du doigt l'incapacité des équations de la mécanique classique à déterminer la suite des événements d'un système. En fait, Boussinesq se place là en détracteur de l'une des locutions les plus citées extraite de l'*Essai philosophique sur les probabilités* de Pierre-Simon Laplace, publié en 1814, citation que l'on peut considérer comme l'image d'Épinal du déterminisme mécanique :

« Nous devons envisager l'état présent de notre univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant

⁹³ Boussinesq, 1879, p. 59, souligné dans le texte.

donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des forces qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule, les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ces yeux. »⁹⁴

Cet extrait parle d'une intelligence qui pourrait tout connaître à un instant donné, toutes les positions exactes des objets matériels les uns par rapport aux autres ainsi que les interactions qu'ils entretiennent. Une telle connaissance pourrait donc tout connaître, et en ce sens, ce passage illustre la confiance aveugle accordée aux équations de Newton, la notion de *monde* pourrait presque même être remplacée par celle de science newtonienne. Implicitement, voire inconsciemment, le cadre newtonien est admis comme allant de soi et les équations qui le composent ne sont pas mentionnées. Comme nous l'avons dit plus haut, celles-ci n'avaient alors pas encore été mises en doute, et la confiance en celles-ci fut même grandissante jusqu'à la fin du XIX^{ème} siècle. La phrase de Boussinesq écrite en 1878 témoigne d'une remise en question des capacités prédictives de ce cadre conceptuel. Or, les théories du chaos partent du principe, au contraire, d'un assujettissement de la prédictibilité de l'évolution des systèmes dynamiques à notre capacité à les décrire avec précision, voire avec exhaustivité. Elles affirment la capacité descriptive et prédictive des lois de Newton ; et donc, elles affirment aussi la pensée pourrait-on dire *déterministe* du texte de Laplace — même si le terme est anachronique.

L'astronomie a toujours une place de choix dans les questions mécaniques, par la simplicité de ses lois et le caractère foncièrement descriptible des objets qu'elle considère. En ce sens, la portée prédictive tirée de la citation de Laplace anticipe la place que Comte accordera quelques années plus tard à cette science, lorsqu'en 1835 sera publié le premier volume de son *Cours*, contenant les leçons sur l'astronomie. L'imprédictibilité des systèmes dynamiques sera due à la trop faible précision du paramétrage de ces équations, à un manque de finesse dans la description du monde. Boussinesq s'oppose donc à Laplace, mais finalement, il ne préfigure pas les prochaines théories du chaos, dont les prémisses lui sont contemporaines. C'est sur un terrain laplacien que se construiront ces théories, sur le plan du déterminisme mécanique, terrain rendu fertile par l'apport comtien d'une astronomie mi-mathématique mi-

⁹⁴ Laplace, 1814, p. 2.

physique, entre abstrait et concret, entre géométrie et physique. Laplace déjà remarquait le rôle toujours formateur de l'astronomie :

« L'esprit humain offre dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie, une faible esquisse de cette intelligence [à pouvoir tout prédire]. Ses découvertes en mécanique et en géométrie, jointes à celles de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans leurs mêmes expressions analytiques, les états passés et futurs du système du monde. »⁹⁵

Autrement dit, l'on pourrait tout anticiper grâce aux lois de Newton si nous pouvions conceptualiser intégralement le monde, embrasser exhaustivement ses détails pour mesurer avec une précision arbitraire les données de tous les paramètres qui le composent. La prévision astronomique, passée et future, a réellement un sens pour le savant, car il est astronomiquement situé dans l'espace intersidéral, qu'il conçoit comme rempli d'objets mathématiquement descriptibles animés mécaniquement de trajectoires géométriques. L'astronome est contenu dans ce système astronomique. Celui de Comte, qu'il nommait le monde, était borné au système solaire. En ce sens, la question de l'avenir du système solaire est d'autant plus intéressante : le système solaire est-il stable, ou serait-il instable ? Pour répondre à cette question, il n'a pas semblé nécessaire à Comte de suivre la méthode proposée par Laplace, qui consistait à concevoir la totalité du monde par les détails individuels qui le composent, afin de suivre mécaniquement et géométriquement l'avenir du système solaire, en fonction de la loi de Newton, la pesanteur universelle. Comte n'entreprend pas de telles recherches mais il propose tout de même une démonstration de l'instabilité du soleil qui est, pour ainsi dire, davantage esthétique que positivement justifiée :

« En même temps que les rotations des planètes doivent aussi se ralentir sans cesse, leurs orbites doivent se rétrécir toujours en s'agrandissant, et leurs temps périodiques diminuer par suite ; puisque la vitesse devenant moindre, l'action solaire acquiert naturellement une plus grande efficacité : ces divers effets sont d'ailleurs non seulement continus, mais encore de plus en plus rapides. Ainsi, dans un avenir jusqu'ici complètement inassignable, quoique nous puissions assurer qu'il est infiniment

⁹⁵ Laplace, 1814, pp. 2-3.

lointain, tous les astres de notre monde doivent nécessairement finir par se réunir à la masse solaire, d'où ils sont probablement émanés [...]. »⁹⁶

Pour Comte, le système solaire est donc instable. Mais finalement, Comte préférera et malgré lui, considérer ce qu'il nomme le monde comme stable, pour des raisons non davantage positives, mais toutes positivistes. Car la science serait dans cette doctrine un moyen utile à l'homme, il serait donc davantage commode d'envisager le monde comme stable. En effet, d'après son estimation non quantifiée basée sur l'intuition, le système solaire sera instable dans trop longtemps pour qu'il soit opportun pour l'homme de prendre en compte cette information, qui serait donc inutile.

Comte passe ici outre les défis techniques posés par la résolution astronomique des équations newtoniennes dans le cadre de la prédiction des états futurs du système solaire. Il s'accommode de démonstrations peu convaincantes et de résultats contradictoires servant à conforter sa doctrine. Nous remarquons toutefois une originalité chez Comte, celle d'avoir cherché à fournir une démonstration de l'instabilité du système solaire. Comme le notera plus tard Poincaré, les astronomes incarnant l'âge d'or de l'astronomie newtonienne ont surtout cherché à démontrer la stabilité du système solaire, et non pas l'instabilité de celui-ci :

« Les personnes qui s'intéressent aux progrès de la Mécanique céleste, mais qui ne peuvent les suivre que de loin, doivent éprouver quelque étonnement en voyant combien de fois on a démontré la stabilité du système solaire. Lagrange l'a établie d'abord, Poisson l'a démontrée de nouveau, d'autres démonstrations sont venues depuis, d'autres viendront encore. Les démonstrations anciennes étaient-elles insuffisantes, ou sont-ce les nouvelles qui sont superflues ? L'étonnement de ces personnes redoublerait sans doute, si on leur disait qu'un jour peut-être un mathématicien ferait voir, par un raisonnement rigoureux, que le système planétaire est instable. Cela pourra arriver cependant ; il n'y aura là rien de contradictoire, et cependant les démonstrations anciennes conserveront leur valeur. »⁹⁷

Ce texte est extrait d'un article de 1898, et s'il y a ici la mention de l'instabilité possible

⁹⁶ Comte, II, 26, p. 341.

⁹⁷ Poincaré, 1898, p. 609.

à laquelle serait soumise le système solaire, c'est parce qu'il est publié au terme d'une longue période de recherche entreprise par le nancéen. Au cours de ces quinze années, il lui apparut l'instabilité comme une éventualité de plus en plus probable. Mais Poincaré ne se soucia pas immédiatement de la stabilité du système solaire, non, il se soucia d'abord, en pur théoricien, de la résolution d'un problème classique de l'astronomie posé dans un cadre newtonien, que l'on nomme couramment *problème à N corps*, où N représente un nombre quelconque de corps. A partir des équations de Newton, il s'agit de prédire l'évolution dynamique au cours du temps de plusieurs objets qui agissent gravitationnellement les uns sur les autres. Ce problème n'a de sens qu'à partir du moment où l'on considère trois objets, car la résolution de ces équations dans un système ne contenant que deux corps ne pose aucun problème particulier pour l'astronome. Une variante plus élémentaire du problème à N corps se somme donc *problème des trois corps*. Poincaré mettra rapidement le doigt sur la difficulté du problème :

« La loi de Newton est la plus simple de toutes les lois physiques, mais elle a pour expression mathématique une équation différentielle, et pour obtenir les coordonnées des astres, il faut intégrer cette équation. Ce problème est un des plus difficiles de l'Analyse, et malgré les recherches persévérantes des géomètres, il est encore bien loin d'être résolu. »⁹⁸

Nous comprenons alors que Poincaré ne s'intéresse d'abord pas à ce problème en astronome, ce modèle ne correspondant que vaguement au système solaire. Il n'envisage pas dès le début les applications de ses recherches sur le problème des trois corps au problème de la stabilité du système solaire. Et pour cause, cet intérêt pour le problème des trois corps lui est venu à la suite de la lecture d'un mémoire présenté en 1869 devant l'Académie des Sciences de Berlin par le mathématicien Léopold Kronecker. Ce mémoire traite des fonctions à plusieurs variables. Poincaré eut l'idée d'appliquer les outils mathématiques trouvés dans ce mémoire au problème des trois corps pour la première fois en 1883, dans un article pouvant s'apparenter à un exercice théorique intitulé « Sur certaines solutions particulières au problème des trois corps ». Cet article est le début d'une série d'une dizaine d'articles, tous plus théoriques les uns que les autres, jusqu'en 1897⁹⁹. Poincaré mettra très rapidement le doigt sur l'essence des théories du chaos, sur l'imprévisibilité de certains systèmes dynamiques due à la sensibilité

⁹⁸ Poincaré, 1891b, p. 1.

⁹⁹ Ces articles sont mentionnés dans la bibliographie.

aux conditions initiales. En effet, dès 1884, il évoque « des termes à si petit argument qui pourraient exercer une influence appréciable sur la valeur de la période des excentricités »¹⁰⁰.

Durant cette période, Poincaré publiera deux articles non théoriques, « Le problème des trois corps » en 1891 dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées*, et « Sur la stabilité du système solaire » publié en 1898 dans deux revues, l'*Annuaire* du Bureau des longitudes, et la *Revue scientifique*. Ces deux articles cherchent à mettre des mots sur le formalisme présent dans ses articles scientifiques, à conceptualiser ses résultats. Par les titres de ces deux articles, nous comprenons la progression qu'il y eut dans sa pensée. D'abord, Poincaré pensait exclusivement au problème des trois corps, en tant qu'exercice théorique. Ce n'est que par la suite qu'il fera le lien avec le système solaire, notamment à l'occasion de sa participation au prix du Roi Oscar II de Suède, qu'il remporta, grâce à son mémoire intitulé « Sur les trois corps et les équations de la dynamique ». Ce mémoire est publié dans la prestigieuse revue *Acta Mathematica* en 1890¹⁰¹, ce qui lui confère une renommée internationale.

Mais comme Poincaré l'a remarqué, la résolution du problème des trois corps est si compliquée, que toute son activité intellectuelle relative à ce problème consiste dans une simplification systématique de celui-ci. D'abord en restreignant la masse des deux corps qui gravitent autour d'une étoile :

« Nous nous restreignons, bien entendu, au cas où les masses des deux corps sont très petites. »¹⁰²

Quinze années plus tard, après une dizaine d'articles publiés¹⁰³, Poincaré est toujours en train de simplifier le problème des trois corps, comme pour se rapprocher de l'essence théorique du problème. Car en 1897, Poincaré simplifiera même la trajectoire de ces objets, en

¹⁰⁰ Poincaré, 1884, p. 73.

¹⁰¹ Le mémoire est initialement publié en 1889, mais il comprenait de nombreuses erreurs. L'anecdote raconte que Poincaré fut contraint d'utiliser sa gratification pécuniaire du prix du Roi Oscar II pour défrayer *Acta Mathematica* des couts de retour et de destruction du numéro de la revue contenant des conclusions compromises par des démonstrations incorrectes.

¹⁰² Poincaré, 1883, p. 251.

¹⁰³ Tous les articles publiés par Poincaré sur le problème des trois corps sont mentionnés dans la bibliographie.

plus d'amoindrir toujours davantage la masse des objets considérés :

« [...] supposons que l'un des trois corps ait une masse nulle et que les deux autres décrivent deux circonférences concentriques, supposons enfin que les trois corps se meuvent dans un même plan. »¹⁰⁴

Cette méthode n'a rien d'intuitif, car le modèle que Poincaré conçoit s'éloigne de plus en plus de la réalité effective du système solaire. Finalement, Poincaré suit de moins en moins la voie exprimée par Laplace, car il cherche de moins en moins à répondre à une question portant sur l'évolution dynamique d'un système astronomique — décider entre la stabilité ou l'instabilité du système solaire — par l'apport d'une réponse cherchant justement à concevoir l'évolution de ce système. C'est parce qu'il a remarqué la difficulté d'un système théorique fictif plus simple, et qu'au cours de ses simplifications successives et par la multiplication du nombre de ses d'approximations, que Poincaré a mis à jour le chaos mathématiques : la sensibilité aux conditions initiales, et l'incapacité du théoricien à satisfaire le vœu laplacien, qui consiste à embrasser le monde entier dans une seule formule mathématique. Pour Poincaré, c'est là une incapacité de fait, non une incapacité de droit¹⁰⁵. Mais par l'élégance de son raisonnement, car la simplicité est une valeur rationnelle mais aussi esthétique, Poincaré est parvenu à passer outre cette difficulté. Lisons désormais son apport à la question de la stabilité du système solaire, alors même qu'il s'éloignait de plus en plus d'une description précise de ce dernier :

« Le mathématicien ne considère que des astres fictifs, réduits à de simples points matériels, et soumis à l'action *exclusive* de leurs attractions mutuelles qui suit *rigoureusement* la loi de Newton. Comment se comporterait un pareil système ; serait-il stable ? C'est là un problème aussi difficile qu'intéressant pour l'analyste. Mais ce n'est pas celui qui correspond à la nature. Les astres réels ne sont pas des points

¹⁰⁴ Poincaré, 1897b, p. 243.

¹⁰⁵ Cette incapacité ici de fait, deviendra une incapacité de droit lorsque naîtra la mécanique quantique dans les années 1920. En effet, dans ce formalisme, celui de la physique des particules, la mesure de tous les composants du monde influencerait sur le déroulement de celui-ci. Poincaré n'a pas donc été visionnaire lorsqu'il écrivait : « Tout ce que nous pouvons dire, c'est que le problème des trois corps ne peut être résolu avec les instruments dont nous disposons actuellement ; ceux qu'il faudra imaginer et employer devront certainement être très différents et d'une nature beaucoup plus compliquée. » ; Poincaré, 1891, p. 4.

matériels, et ils ont soumis à d'autres forces que l'attraction newtonienne. Ces forces complémentaires devraient avoir pour effet de modifier peu à peu leurs orbites, alors même que les astres fictifs envisagés par le mathématicien jouiraient de la stabilité absolue. »¹⁰⁶

Voici donc peut-être la première théorisation du chaos de l'histoire des sciences : l'accent est mis sur l'imprédictibilité d'un système, alors même que Poincaré partait du déterminisme le plus typique, celui parfaitement illustré dans l'astronomie newtonienne, celui que l'on trouve à l'œuvre dans le problème des trois corps. Or, la difficulté à résoudre le problème des trois corps a poussé Poincaré à simplifier les données du problème, le paramétrage des systèmes qu'il concevait et dont il cherchait à anticiper le comportement. Ces simplifications lui ont fait prendre conscience de la sensibilité aux conditions initiales de ses systèmes simples, dont les comportements différaient foncièrement au cours du temps. Si de tels systèmes peuvent être stables, qu'en est-il du système solaire ? Autrement dit, il serait *improbable* que le système solaire soit stable, puisque des systèmes plus simples peinent à le rester.

¹⁰⁶ Poincaré, 1898, p. 610.

Chapitre 4. Le calcul des probabilités et l'existence du hasard

Le concept de déterminisme a suscité de nombreux débats philosophiques, notamment parce qu'il semble remettre en cause l'idée de liberté, à condition de rigoureusement suivre la classification encyclopédique des sciences, de la logique la plus élémentaire, en particulier du principe de causalité, et en allant jusqu'à la morale, en passant donc par toutes les sciences intermédiaires, comme la physique puis la chimie, ou la biologie. Ces débats nous semblaient clos, et pourtant, un débat portant sur un concept proche, celui de hasard, se tient entre 1902 et 1907. Cette courte discussion nous intéresse parce que le déterminisme n'est plus remis en question, il est implicitement admis. On pourrait penser que les déterministes triomphants laisseraient seulement place à une possibilité de discussion dépourvue de toute considération morale, le concept de déterminisme serait alors devenu celui de hasard, lorsqu'il est lesté de l'idée de liberté. Un élément notamment vient corroborer cette idée, il s'agit de l'utilisation des probabilités. En effet, la quantification de l'ignorance à l'œuvre dans le calcul des probabilités présuppose une conception négative du hasard, comme nous allons le voir dans ce débat. Autrement dit, le hasard aurait une existence exclusivement subjective, liée à l'ignorance des causes exactes déterminant un phénomène. L'usage des probabilités nous renseigne, et diminue cette ignorance. Car *in fine*, ce qui est ignoré serait connaissable. Dans le cadre de la stabilité du système solaire, le théoricien n'a d'autre choix que de simplifier la représentation mathématique de ce système, de plus, il ne pourrait considérer dans son calcul toutes les forces utiles à sa description exhaustive, la prédiction serait bien trop difficile compte tenu des outils théoriques à sa disposition, mais aussi des outils expérimentaux nécessaires à la mesure des valeurs utiles dans le calibrage de ses outils théoriques. Ces simplifications amplifient l'ignorance qui le sépare d'une connaissance totale et d'une capacité prédictive absolue du comportement de son système isolé. L'usage des probabilités est donc un aveu d'ignorance. Le périmètre son ignorance, terrain des probabilités, est souvent appelé « hasard », mais nous remarquons ici qu'il n'y a que le nom de hasard, rien de proprement fortuit. Voici ce que nous appellerons une conception négative du hasard. Cette ignorance est foncièrement contingente, la recherche tend à l'estomper, à la faire disparaître. Le calcul des probabilités présupposerait donc cette conception négative du hasard.

Ces nouveaux échanges sur le hasard et les probabilités débutent à la suite des publications de deux articles sur Cournot. L'un rédigé par Milhaud, intitulé « Le hasard chez

Aristote et chez Cournot » dans la *Revue de métaphysique et de morale*, et l'autre rédigé par Henri Piéron, dans le même numéro de cette revue, intitulé « Essai sur le hasard : la psychologie d'un concept ». L'année suivante, en 1903, Lechallas prend part à la discussion. Il adresse même son article publié dans la *Revue néo-scolastique* à Renouvier. Cet article, sobrement intitulé « Le hasard », est accompagné d'une lettre restée sans réponse, puisque le montpelliérain disparaîtra quelques mois seulement après l'avoir reçue :

« J'ai l'honneur de vous envoyer un article qui paraît dans la *Revue néo-scolastique*, sur le Hasard. Vous y verrez que votre *Logique*¹⁰⁷ m'a fourni ma principale base de discussion. J'ose espérer que, comme par le passé¹⁰⁸, vous ne m'en voudrez pas d'avoir osé vous contredire. »¹⁰⁹

Renouvier porte une conception du hasard calquée sur sa conception de la liberté, qui s'expliquerait dans un cadre déterministe par des actes spontanés dépourvus de cause, à l'image biblique du commencement spontané du monde, apparu *ex-nihilo*. Renouvier parle de « commencement absolu », et c'est ainsi que Lechallas nomme la conception du hasard de Renouvier¹¹⁰. Nous sommes en présence d'une conception positive du hasard, il est ici doté d'une véritable existence, d'une effectivité propre. Comme nous allons le voir, cette conception s'oppose radicalement à celle de Laplace, mais aussi à celle de Poincaré. Pour Lechallas, l'introduction de ces « commencements absolus » nierait le déterminisme. En effet, ces évènements sont par définition dépourvus de cause, et ne satisfont donc pas au principe de causalité. À ce titre, il ne serait pas étonnant que Lechallas partage la conception négative du hasard que l'on pourrait attribuer à Laplace. Mais c'est finalement la conception de Cournot qui obtiendra la faveur de Lechallas. Il oppose même les thèses de Laplace et de Renouvier à celle de Cournot :

¹⁰⁷ Lechallas fait référence à Renouvier, 1875, pp. 421-458.

¹⁰⁸ Lechallas et Renouvier entretenaient une correspondance depuis janvier 1888, notamment sur l'idée de substance. Ces échanges ont notamment abouti à la rédaction d'un article intitulé « A propos de la *Nouvelle Monadologie* » dans la *Revue de métaphysique et de morale* dans laquelle des extraits de la correspondance entre les deux hommes ont été introduits. Lechallas, 1900, pp 102-120.

¹⁰⁹ Lechallas à Renouvier, le 14 mai 1903.

¹¹⁰ Renouvier semble réserver cette expression à ses considérations proprement théologiques, il refuse même de l'appliquer à la liberté. Lechallas outrepassa cette réserve lorsqu'il qualifie de « commencements absolus » la conception du hasard de Renouvier. Quelques années plus tôt, Lechallas ne comprenait pas cette réticence de Renouvier : « Je vois bien que j'ai eu tort de qualifier de "commencements absolus" les actes libres qui s'insèrent dans le développement de notre existence : mais, au fond, il y a bien quelque chose d'approchant ». Lechallas à Renouvier, 4 juillet 1899.

« Des deux thèses opposées à celle de Cournot, l'une nie le hasard au nom du déterminisme, l'autre l'affirme en niant ce dernier : toutes deux s'accordent à proclamer l'incompatibilité de l'un et de l'autre. »¹¹¹

Lechalas mentionne les articles précédents, de Milhaud et Piéron, dont il explique les différences faites par les auteurs dans leurs compréhensions de certaines positions philosophiques classiques sur le hasard, celles d'Aristote, mais en particulier celles de Cournot. Cet article de 1903 est notamment l'occasion pour Lechalas de défendre la thèse de Cournot des attaques de Renouvier.

Lechalas affirmera encore la position de Cournot dans un second article, en 1906, dans la *Revue de métaphysique et de morale*, intitulé « A propos de Cournot : hasard et déterminisme ». Cournot et Lechalas prônent donc tous les deux, contre Laplace, une conception positive du hasard. Cette conception positive diverge de celle proposée par Renouvier. Lechalas expose la conception du hasard de Cournot en citant un passage de son *Essai sur les fondements de nos connaissances* :

« Toute la théorie de Cournot se résume en cette simple phrase : “Les évènements amenés par la combinaison ou la rencontre d'autres évènements qui appartiennent à des séries indépendantes les unes des autres, sont ce qu'on nomme des évènements fortuits, ou des résultats du hasard”¹¹². »

Pour Lechalas, le mérite de Cournot se trouve dans sa tentative d'une conciliation du hasard avec le déterminisme le plus rigoureux. Mais ce déterminisme rigoureux et exprimé par Laplace n'est pas sensé pouvoir laisser une quelconque place au hasard, si ce n'est avec un statut subjectif lié à une ignorance contingente. A cette remarque, Lechalas répond :

« Pour nous, parler ainsi, c'est dépasser ce que contient un passage célèbre de son *Essai philosophique sur les probabilités*, qui sert d'introduction à sa *Théorie analytique des probabilités*, passage signifiant simplement que le calcul des probabilités perdrait de

¹¹¹ Lechalas, 1906, p. 110.

¹¹² Cournot, 1851, p. 52, cité par Lechalas, 1903, p.150.

son intérêt pour qui serait capable de déduire tous les états successifs de l'univers en partant de l'un d'eux. »

Cela n'est pourtant pas flagrant à la lecture du texte de Laplace. Mais nous reconnaissons toutefois chez Lechalias une intéressante mise en valeur d'une caractéristique finalement peu remarquée chez Laplace, celui de la nature du hasard, effective ou non, subjective ou objective. Comme le remarque Lechalias, Laplace ne souhaitait manifestement pas discuter de l'ontologie du hasard. Renouvier, lui, s'y était pourtant donné à cœur joie. En effet, voici ce qu'il écrit à propos du déterminisme de Laplace et de sa conception des probabilités :

« Cette lucide exposition de principes est de tout point conforme à l'esprit des sciences, ou plutôt des savants, qui tous ou presque sont prêts à l'avouer et à la reproduire. On y trouve une notion claire et concise de la probabilité (celle-là même que je développe dans mes catégories), mais défigurée par une profession de foi en la nécessité, qui me semble inutile à cette place, et par conséquent arbitrairement introduite. »¹¹³

En somme, Renouvier ne saurait se soustraire au principe de causalité en vertu duquel tout phénomène aurait une cause mais soucieux de concilier sa rationalité épistémologique avec ses conceptions théologiques, Renouvier est contraint d'opérer une distinction entre la nécessité et la causalité. Cette distinction peu convaincante lui permet de conserver tant bien que mal sa thèse des « commencements absolus », donc de sa conception positive du hasard, qu'il nous semble opposer artificiellement à celle de Laplace. Cette adaptabilité de la thèse déterministe de Laplace à conforter des positions qui semblaient pourtant inconciliables est probablement le signe qu'en effet, Laplace n'avait pas pensée la nature du hasard. Si Laplace ne l'a pas fait, à la faveur de Renouvier, mais aussi contre lui, à la faveur de Cournot soutenu par Lechalias, nous remarquons que finalement, c'est Poincaré qui nous semble le mieux faire parler Laplace ce qu'il n'aurait pas dit. Poincaré soutient une conception négative du hasard, et lève tout doute sur une possible compréhension du hasard comme doté d'une existence effective.

Nous avons vu la peine du théoricien à prévoir le comportement à venir d'un système

¹¹³ Renouvier, 1875, p. 423.

simpliste comme un aveu d'ignorance, notamment dans le cas du problème des trois corps. Pour pallier cette incapacité de fait, le recours aux probabilités est privilégié. Autrement dit, lorsque le déterminisme est sérieusement admis, il est possible de quantifier l'ignorance. Et pour cause, un déterminisme rigoureux ne laisserait rien au hasard, seule l'incapacité du théoricien à tout concevoir en vue de tout prédire expliquerait la part d'indéterminé dans la prévision future des phénomènes. Contrairement à ce que l'on pourrait intuitivement penser, les probabilités sont foncièrement utiles en physique, et ne sont pas une branche des mathématiques dépourvue d'application. Cette idée intuitive est probablement répandue à cause de l'aspect même des probabilités, parce qu'elles sont un ensemble de considérations purement théoriques et formelles qui semblent déconnectées de l'effectivité concrète du monde physique, mais aussi parce qu'elles ont longtemps représenté une science moquée en raison de son application, jugée peu noble, à tous les *jeux de hasard*, en vue d'une maximisation des gains.

Cette image sera renversée au début du XX^{ème}, notamment parce David Hilbert impulsera une direction de recherche en la faveur de l'usage des probabilités¹¹⁴. En effet, celui-ci prône une axiomatisation de toutes les disciplines mathématiques utiles à la physique, donc les probabilités, devant le congrès international de mathématiques de 1900. Et pour cause, cela fait quelques décennies que les physiciens manipulent des grands nombres, et particulier en thermodynamique, où les fluides théorisés sont composés d'un nombre si grand de molécules qu'ils ne sont qu'exclusivement concevables par l'utilisation de moyennes, de lois statistiques, de calcul des probabilités. Comme nous l'avons aussi vu en mécanique, l'utilisation d'approximations fut féconde dans le cadre des recherches de Poincaré sur le problème des trois corps.

Ces approximations nécessaires à une meilleure compréhension de ce problème ont rendu caduque toute possibilité de réponse ferme et définitive quant à l'avenir du système. Pour pouvoir répondre toutefois à une question plus simple relative à la stabilité du système, Poincaré est néanmoins apte à donner une probabilité. Les approximations successives servant à simplifier le problème des trois corps, outre qu'elles mettent le doigt sur la peine du théoricien à suffisamment représenter mathématiquement les systèmes qu'il considère avec exhaustivité, ont toutefois permis à Poincaré d'obtenir des réponses positives aux problèmes de mécanique

¹¹⁴ Voir Barberousse, 2004, qui parle d'un « nouveau visage du hasard ».

qu'ils se posaient, jusqu'à avoir même son mot à dire quant à la stabilité même du système solaire, et ce, avec la rigueur propre au scientifique. Poincaré donne une réponse fiable et justifiée à ces problèmes, grâce aux probabilités.

Ces recherches mécaniques et astronomiques ont probablement conforté l'homme de Nancy dans une conception négative du hasard que nous pouvons rapprocher de celle de Laplace. En effet, Poincaré semble, par ses recherches mécaniques précédemment évoquées, porter l'idée selon laquelle il n'y aurait pas de hasard, puisque tous les phénomènes seraient explicables, pourvu que le théoricien soit en possession des bons outils physiques et mathématiques. Il n'est pas tant question du caractère faillible des outils théoriques employés par le chercheur, mais bien plutôt de son incapacité de fait à paramétrer ces outils, avec des valeurs rendant exactement compte de l'état actuel du système considéré. Ces difficultés rencontrées par les théoriciens, y compris Poincaré, et en partie surmontées avec l'aide des probabilités, sont justement le fait d'une aptitude de droit à pouvoir tout prédire, exactement comme écrit dans le texte de Laplace. L'utilisation des probabilités par Poincaré est une affirmation de la compréhension déterministe du monde exposée par Laplace, dans laquelle il n'y a effectivement pas de hasard, puisque celui-ci résulterait d'une ignorance. Cette ignorance est donc restreinte par l'utilisation des probabilités, et résulte d'une incapacité de fait, non de droit.

Cela étant dit, penchons-nous désormais sur l'activité philosophique de Poincaré liée au calcul des probabilités et plus largement au hasard. Souvenons-nous d'abord que Poincaré fut professeur de physique mathématique à la Faculté des Sciences de Paris. Ses étudiants ont notamment pu y suivre un cours de calcul des probabilités entre 1893 et 1894, qui sera publié sous le titre *Calcul des probabilités* en 1896. Nous trouvons dans cet ouvrage théorique quelques indications philosophiques qui auraient pu être écrites par Laplace lui-même :

« Une question de probabilité ne se pose que par suite de notre ignorance : il n'y aurait place que pour la certitude si nous connaissions toutes les données du problème. D'autre part, notre ignorance ne doit pas être complète, sans quoi nous ne pourrions rien évaluer. Une classification s'opérerait donc suivant le plus ou moins de profondeur de notre ignorance. »¹¹⁵

¹¹⁵ Poincaré, 1896, p. 8.

Poincaré a aussi écrit des articles proprement philosophiques sur le calcul des probabilités, dans lesquels nous constatons l'étendue des questions philosophiques soulevées par les probabilités, plus que concernant l'existence ou non du hasard. En effet, il publie en 1899 un article dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées* intitulé « Réflexions sur le calcul des probabilités ». Dans cet article, Poincaré prend soin de distinguer la probabilité physique de la probabilité mathématique, il crée aussi un clivage entre la probabilité des effets et la probabilité des causes, car la probabilité qu'un événement se produise d'une manière plutôt que d'une autre ne serait pas la même probabilité que celle nous permettant de déterminer quelle était la cause d'un phénomène. Aussi, il classe différents types de probabilités selon le degré d'incertitude. Mais il ne s'arrêtera pas là, puisqu'en 1902 nous trouverons dans *La science et l'hypothèse* un chapitre dédié au calcul des probabilités, et en 1907, un article intitulé « Le hasard », publié dans la *Revue du mois*, qui sera reprise l'année suivante dans son ouvrage *Science et méthode*, puis en introduction de la seconde édition de son *Calcul des probabilités*, publié en 1912, l'année de sa mort. En somme, Poincaré n'aurait pas pu davantage conforter la thèse de Laplace. Dans son dernier texte publié sur le thème, que l'on imagine être le plus mûr, Poincaré commence par nier l'effectivité du hasard. Dès l'Antiquité, nous trouvons des traces de cette idée, selon laquelle le hasard aurait une réelle existence positive, notamment incarnée en Grèce par la déesse Tychè, responsable du désordre, donc de l'imprévisible, même avec l'utilisation de probabilités. C'est une ignorance de droit, un hasard concret qui ne se définit pas comme l'ignorance d'une explication déterministe rationnelle. Les romains avaient une déesse aux fonctions équivalentes, nommée Fortuna. Poincaré s'oppose à cette conception dans laquelle le hasard aurait une teneur effective, et poursuit ainsi :

« Mais cette conception n'est plus la nôtre ; nous sommes devenus des déterministes absolus, et ceux même qui veulent réserver les droits du libre arbitre humain laissent du moins le déterminisme sans partage dans le monde inorganique. »¹¹⁶

Poincaré peut ainsi opposer cette conception ancienne du hasard à une conception *négative* du hasard :

« Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance. Les phénomènes fortuits sont, par

¹¹⁶ Poincaré, *op. cit.*

définition, ceux dont nous ignorons les lois. Mais cette définition est-elle bien satisfaisante ? Quand les premiers bergers chaldéens suivaient des yeux le mouvement des astres, ils ne connaissaient pas encore les lois de l'Astronomie, auraient-ils songé à dire que les astres se meuvent au hasard ? »¹¹⁷

Cela étant dit, Poincaré est désormais en mesure de justifier l'usage des probabilités dans un but épistémique. Toutefois, Poincaré émet quelques réserves à cette conception. En effet, il opère une distinction entre deux types de phénomènes. L'exemple qu'il emploie lui permet de mettre en évidence un certain type d'ignorance sur lequel les probabilités n'ont pas de prise. Ces réserves peuvent être considérées comme des précisions, car sa conception du hasard demeure foncièrement négative. La description exacte des phénomènes étant difficile, le théoricien peine à paramétrer ses équations. Mais encore faut-il connaître ces équations :

« Il faut donc bien que le hasard soit autre chose que le nom que nous donnons à notre ignorance, que parmi les phénomènes dont nous ignorons les causes, nous devions distinguer les phénomènes fortuits, sur lesquels le calcul des probabilités nous renseignera provisoirement, et ceux qui ne sont pas fortuits et sur lesquels nous ne pouvons rien dire tant que nous n'aurons pas déterminé les lois qui les régissent. »¹¹⁸

En somme, si Laplace n'avait pas explicitement soutenu une conception négative du hasard, c'est Poincaré qui s'en est chargé, fort des développements scientifiques récents de la mécanique et de la physique, dont il est une figure de proue.

¹¹⁷ Poincaré, 1907, p. 258.

¹¹⁸ Poincaré, *ibid.*

CONCLUSION

Afin de mettre en lumière les limites de notre étude, examinons d'abord nos résultats. Concernant le caractère euclidien de l'espace, le différend entre les partisans des géométries non euclidiennes et leurs détracteurs est plus profond que la seule question de l'origine expérimentale ou idéale du postulat des parallèles. Il est foncièrement question de son caractère démontrable. En effet, la contradiction avec la philosophie de Kant se trouve essentiellement ici, puisqu'il ne remet pas en cause la nature euclidienne de l'espace, qui serait une forme *a priori* de la sensibilité. Si le postulat est démontrable, il ne serait pas inné, mais il serait composé d'autres éléments analytiques. Lorsque Lechallas ou Calinon disaient que les géométries non euclidiennes ne confortent pas l'empirisme mais bien plutôt l'idéalisme, c'est parce que l'origine du postulat serait idéale, mentale. C'est à raison que les détracteurs des géométries non euclidiennes refusent de reconnaître ici une certaine confortation de l'idéalisme, étant donné que le caractère composite et démontrable du postulat contredit néanmoins l'idéalisme de Kant sur la nature apriorique du postulat. C'est toutefois à tort que Milhaud et Renouvier assimilent les géométries non euclidiennes à une confortation de l'empirisme : les sources des quiproquos que nous avons évoquées résident essentiellement ici. L'expérience sensible confirme le postulat des parallèles, il est vérifiable. Mettre l'accent sur sa vérificabilité ne permet pas savoir s'il est inné ou acquis. La possibilité de modifier le postulat, donc la possibilité de concevoir nombre de nouveaux espaces, met toutefois en lumière de manière spectaculaire le caractère acquis du postulat, qui ne saurait alors être inné. Que ce soient des espaces à courbure positive lorsque par un point à proximité d'une droite passent une infinité de droites parallèles à la première, dans les travaux des géomètres russes et hongrois, ou à courbure négative lorsque par ce même point il ne passe cette fois-ci aucune parallèle à la première, dans les travaux de Riemann. Ces espaces ne rendent pas compte de l'expérience, en cela, ils sont considérés par Milhaud et Renouvier comme des démonstrations du postulat initial, mais refusent d'attribuer un caractère démontrable au postulat car cela implique qu'il ne serait pas inné, conformément à la philosophie de Kant.

Lorsque Poincaré publie ses articles sur la question, Poincaré dépasse l'opposition classique entre empirisme et rationalisme. Il cherchait lui-même une réponse en ces termes en 1887, lorsqu'il publiait « Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie » dans le *Bulletin*

de la *Société mathématique de France*. C'est même l'occasion pour lui de résumer le débat qu'il ne cite pas :

« C'est surtout en logique que rien ne se tire de rien ; dans toute démonstration, la conclusion suppose des prémisses. Les sciences mathématiques doivent donc reposer sur un certain nombre de propositions indémonstrables. On peut discuter si l'on doit donner à ces propositions le nom d'axiomes, d'hypothèses ou de postulat, si l'on doit les considérer comme des faits expérimentaux, ou comme des jugements analytiques, ou encore comme des jugements synthétiques a priori ; mais leur existence même n'est pas douteuse. »¹¹⁹

Quatre années plus tard, lorsqu'il publie « Les géométries non euclidiennes » dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées*, Poincaré dépasse cette opposition en proposant une alternative, comme si le choix entre empirisme et rationalisme était finalement un faux dilemme : « ce sont des conventions »¹²⁰. La récupération de Poincaré par Couturat du côté du kantisme opérée en 1893 dans sa « Note sur la géométrie non euclidienne et la relativité de l'espace » publiée dans la *Revue de métaphysique et de morale* témoigne d'une incompréhension manifeste de la nouveauté apportée par Poincaré, lorsqu'il propose sa thèse conventionnaliste. Cette incompréhension nous a toutefois permis de repérer ce qui est kantien et ce qui ne l'est pas chez Poincaré. Comme chez Kant, l'espace est une forme de la sensibilité donnant du sens à l'expérience. Ce sens est euclidien, mais à l'inverse de ce que pensent Couturat, Renouvier et Milhaud à la suite de Kant, pour Poincaré, le caractère euclidien de cette forme de la sensibilité qu'est l'espace nous viendrait de l'expérience, le caractère euclidien de l'espace ne serait donc pas inné.

En 1915, lorsqu'Einstein proposera une nouvelle théorie de la gravitation, définie par la déformation de l'espace-temps, un nouvel objet dont la métrique est décrite par une géométrie non euclidienne, celle de Riemann, Einstein accompli un acte conventionnaliste¹²¹. En effet, pour décrire la gravitation, il n'est plus commode de considérer l'espace comme

¹¹⁹ Poincaré, 1887, p. 203.

¹²⁰ Poincaré, 1891, p. 773.

¹²¹ Le 27 janvier 1921, Einstein prononce un discours devant l'Académie des Sciences de Berlin. Ce discours est la base d'un petit opus publié et traduit en français la même année, intitulé *Geometrie und Erfahrung*, Berlin, Springer. Trad. fr. M. Solovine, « La géométrie et l'expérience », Paris, Gauthier-Villars ; repris dans *Œuvres choisies*, t. V, Paris, Seuil et CNRS éditions, 1991.

euclidien. Cette théorie, suffisamment mise à l'épreuve expérimentalement, n'a jamais été mise en défaut. Toutefois, son incompatibilité avec la mécanique quantique laisse présager qu'elle devra bien être remplacée, si l'on veut considérer des phénomènes ou des événements qui ne peuvent se considérer que dans une réconciliation des deux formalismes. Le conventionnalisme nous intéresse aujourd'hui parce qu'il permet, à l'inverse des conceptions classiques empiristes et idéalistes, de concevoir un remplacement de la théorie d'Einstein ou de la mécanique quantique, comme Einstein a pu remplacer la théorie de la gravitation de Newton par la sienne, car seul dans le conventionnalisme les hypothèses nécessaires à la science sont modifiables, et ne sont pas pensées comme demeurant de toute éternité ni soumises à l'expérience, qui ne validerait pas les imaginations les plus audacieuses.

Concernant le déterminisme, les corrélats moraux des questions qu'il soulève restent délicats à aborder, car il semble que le déterminisme auquel ne se soustrairait certainement aucune personne de raisonnable, mais ce déterminisme semble drastiquement restreindre voire annihiler l'idée même de liberté. Les conséquences morales sont donc désastreuses pour qui ferait de la science. Cette aporie a motivé certains penseurs à imaginer des solutions, des conciliations, qui n'étaient pas du goût de tous, soit parce qu'elles négligent la science, soit parce qu'elles feraient du concept moral de liberté un concept scientifique, ce qu'il ne devrait pas l'être pour certains. C'est notamment ce que relève Jules Andrade dans un article intitulé « Les théoriciens moralistes et la moralité », publié en 1883 dans la *Revue philosophique*. Alfred Fouillée, la même année et dans la même revue, parlait même d'une attitude « antiscientifique »¹²², dans un article intitulé « Les nouveaux expédients en faveur du libre arbitre ». Ces auteurs qualifiés de moralistes sont explicitement cités. Il s'agit de Jules Boussinesq. Cet auteur utiliserait des arguments mécaniques, donc scientifiques, en faveur du libre arbitre, un concept moral, ce qui ne peut être accepté par « les déterministes », qui remarquent aussi, dans les écrits de Joseph Delbœuf et de Charles Secrétan, une minoration de l'importance du principe de causalité, au point d'en faire simplement une hypothèse qu'il est commode d'utiliser lorsque l'on fait de la science. L'idée du déterminisme, à laquelle tous les auteurs se réfèrent, est celle exprimée ainsi par Laplace, au début de son *Essai philosophique sur les probabilités* :

¹²² Fouillée, 1883, p. 585.

« Nous devons envisager l'état présent de notre univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des forces qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule, les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ces yeux. »¹²³

Si cette idée tirée du principe de causalité inquiète de part ses implications morales, c'est à condition d'avoir intériorisé la classification encyclopédique des sciences que propose notamment Comte au début de son *Cours de philosophie positive*. En effet, c'est par une transmission de la causalité d'une science à la suivante, puisqu'elle lui sert tout de même de modèle malgré leurs différences d'objets et de méthodes, que le déterminisme des sciences mathématique et physique semble irriguer toutes les sciences jusqu'à la biologie, jusqu'au lieu des décisions humaines. Finalement, les débats sont devenus féconds lorsque la liberté s'est vue rejetée des sciences, pour devenir un concept purement moral. En effet, ce débat s'est éclairci à mesure que le concept de liberté s'écartait du déterminisme inhérent aux sciences. Déjà, par les auteurs qui ont opéré cette distinction radicale, nous pensons à Andrade et Fouillée, mais aussi grâce à Claude Bernard, qui avait proposé une idée féconde, une conciliation élégante du déterminisme avec la liberté morale. A partir de certaines pathologies du cerveau entraînant « un déterminisme de la non-liberté morale », Bernard conclut qu'il doit bien exister « un déterminisme de la liberté morale, c'est-à-dire un ensemble de conditions anatomiques et physico-chimiques qui lui permettent d'exister ». ¹²⁴ Bien évidemment, ces discussions seront surtout closes lorsque Bergson publiera en 1889 son *Essai sur les données immédiates de la conscience*, sa vision s'imposera progressivement en philosophie.

Nous remarquons que les conversations sur le déterminisme et la liberté cessent lorsque ce dernier concept est relayé derrière une barrière étanche, du côté de la morale. En effet, les discussions se portent alors sur un concept proche, celui de hasard. Le déterminisme est sérieusement pris à cœur, et les savants font des probabilités pour quantifier l'ignorance, dans un but épistémique. Poincaré semble ici poursuivre le texte de Laplace :

¹²³ Laplace, 1814, p. 2.

¹²⁴ Bernard, 1878, p. 61, cité par Andrade, 1884, p. 414.

« Si un pareil esprit existait, on pourrait jouer avec lui à aucun jeu de hasard, on perdrait toujours. Pour lui en effet le mot hasard n'aurait pas de sens, ou plutôt il n'y aurait pas de hasard. C'est à cause de notre faiblesse et de notre ignorance qu'il y en aurait un pour nous. Et, même sans sortir de notre humanité, ce qui est hasard pour l'ignorant, n'est plus hasard pour le savant. Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance. »¹²⁵

L'attention semble donc se porter sur le calcul des probabilités, qui nous permettrait de connaître ce que l'on ignore. La conception du hasard de Poincaré poursuit celle de Laplace, même si comme le remarque Lechallas probablement avec raison, Laplace ne discute peut-être pas de la nature du hasard, s'il existe positivement ou pas. En tout cas, Poincaré est clairement en faveur d'une conception négative du hasard, contre Cournot et Lechallas, mais aussi contre Renouvier. Le désaccord entre Lechallas et Renouvier reste tout entier concernant Cournot.

Voilà donc nos résultats. S'il nous semble avoir retenu l'essentiel du débat autour des géométries non euclidiennes, nous n'avons toutefois pas été exhaustif dans le choix des articles traités et des ouvrages retenus. En effet, nous aurions pu citer, par exemple, cet article antérieur de Boussinesq, intitulé « Sur la légitimité de l'intuition en géométrie » et publié en 1879 dans la *Revue philosophique*, et développer ce point, si cher à Poincaré, qui a consacré une partie de ses écrits philosophiques à l'intuition en mathématiques.

Concernant le déterminisme, nous avons essayé de restreindre notre sujet aux sciences physiques et mathématiques, c'est pour cette raison que nous n'avons pas détaillé la question du vitalisme, ni d'une manière plus large le déterminisme en biologie. Nous avons justifié cela par la hiérarchie comtienne des sciences, ou classification encyclopédique, selon laquelle le déterminisme issu des sciences plus simples, moins complexes que la biologie, décidera en fin de compte du déterminisme des sciences de la vie. Aussi, ce sujet étant temporellement beaucoup plus vaste que celui lié aux géométries non euclidiennes, nous nous sommes limités à la période que nous avons choisie, mais le sujet remonte à l'antiquité, et perdure aujourd'hui, contrairement aux débats sur les géométries non euclidiennes qui se délimitent plus facilement dans le temps, et recouvrent une durée moins significative.

¹²⁵ Poincaré, 1907, pp. 257-258.

En somme, nous observons qu'il est fort intéressant d'exploiter les articles de revue. Nous n'avons pas affaire aux positions arrêtées que l'on peut trouver dans des livres publiés, car nous avons un élément essentiel, fort utile à notre étude : la contradiction frontale, explicite. Néanmoins, nous remarquons que la bonne compréhension de ces discussions nécessite toutefois d'avoir recours au contexte historique, aux livres antérieurement publiés, aux avancées scientifiques récentes. Ces éléments ne sont pas nécessairement mentionnés dans les articles, voici une première difficulté de l'approche par article.

Cette difficulté est complétée par une seconde, celle du choix des articles. Ce problème ne se poserait pas s'il fallait être exhaustif, mais dans notre cas, de nombreux articles tout aussi importants n'ont pas été traités, ni mentionnés. Mais s'il fallait être exhaustif, ce serait là encore une difficulté supplémentaire : en effet, chaque article cite plusieurs articles, qui citent eux-mêmes plusieurs articles, *et cetera*. Notre méthode utilisée est toutefois facilitée par les recherches que l'on peut effectuer dans d'immenses bases de données disponibles en ligne.

En ce sens, il serait fortement intéressant d'exploiter des archives, des documents comme des lettres, ou encore, comme l'on fait récemment, en 2017, Laurent Rollet et Mathilda Schiavon dans leur ouvrage *Pour une histoire du Bureau des Longitudes (1795-1932)*. Contrairement aux articles de revue, qui sont très cités, exploités, et qui représentent désormais le fonctionnement normal de la recherche scientifique. Ce type d'archive semble demeurer une source de connaissance peu valorisée, peu exploitée, probablement en raison des difficultés que l'on peut rencontrer lorsque l'on cherche à consulter ces documents, contrairement aux articles de revue.

Aussi, nous remarquons que notre approche est susceptible d'occulter certaines mouvances plus larges et majeures en philosophie des sciences. En effet, une approche centrée sur des articles est forcément focalisée sur le détail technique d'une discussion, et malgré les éclaircissements que nous sommes allés chercher dans des ouvrages plus vastes, certains articles fondamentaux de l'histoire et de la philosophie des sciences ne sont pas mentionnés. Nous pensons notamment à « Un positivisme nouveau », rédigé par Edouard Le Roy en 1901 dans la *Revue de métaphysique et de morale*. En somme, nous aurions pu davantage expliciter certains positionnements ; en effet, il serait opportun de compléter cette étude en l'insérant davantage dans la perspective de l'histoire de la philosophie, en considérant notamment le néocriticisme, le néothomisme, ou encore, le spiritualisme.

Nous constatons également que certains thèmes seraient les bienvenus à l'étude, parce qu'ils concernent les mêmes protagonistes, se situent à la même période, et sont parfaitement adaptés à notre méthode. D'abord, le temps est un sujet devenu aujourd'hui, dans un cadre relativiste, indissociable de l'idée d'espace. Nous avons remarqué l'existence d'une discussion entre nos auteurs débutant à la suite de l'article de Tannery intitulé « Les forces fonctions du temps » et publié en 1883 dans la *Revue philosophique*. Nous avons effleuré le sujet, lorsque nous avons évoqué la solution qu'allait apporter Bergson au problème de la liberté en mettant l'accent sur la notion de temps. Les notions de force et de temps sont essentielles en mécanique. En 1887, dans la même revue, Calinon écrit un article intitulé « Le temps et la force ». Par la suite, Lechallas et Poincaré déplaceront le cœur du débat sur la mesure du temps¹²⁶.

Il serait bien évidemment tout aussi opportun que de dépasser le cadre temporel que nous nous sommes fixés, en considérant les travaux d'Albert Einstein. En effet, le contenu de son article révolutionnaire « Sur l'électrodynamique des corps en mouvement » se retrouve en germe dans plusieurs textes de Poincaré, même si ce dernier semble attaché à l'idée d'éther, qu'Einstein abandonnera. Il présentait un renouveau de la physique dès 1895, année où il s'exprime à propos de l'expérience de Michelson et Morley :

« Aucune des théories proposées jusqu'ici ne peut rendre compte de tous ces faits. »¹²⁷

Face à tous les éléments des travaux de Poincaré qui anticipent par de nombreux aspects ceux d'Einstein, certains ont remis en cause la paternité de la théorie de la relativité restreinte. Plus modestement, nous pourrions nous demander pourquoi le nom de Poincaré a disparu si vite, remplacé par celui d'Einstein. Peut-être, comme le propose Vincent Borella dans un article publié en 2002 et intitulé « Les écrits épistémologiques de Poincaré, obstacle à la diffusion de la relativité ? », le nom de Poincaré se serait effacé derrière celui d'Einstein car les termes qu'il emploie dans ses ouvrages à destination du grand public ne préparent pas son lectorat à une compréhension de la nouveauté relativiste. Cela expliquerait peut-être pourquoi Poincaré n'est pas cité, lorsque l'on fait succéder le paradigme einsteinien au paradigme newtonien.

¹²⁶ Lechallas, 1892, « Le temps, sa nature et sa mesure », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 33, pp. 273-280 ; Poincaré, 1898, « La mesure du temps », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 6, no. 1, pp. 1-13, repris dans *La valeur de la science*, 1905, pp. 41-54.

¹²⁷ Poincaré, procès-verbal de la séance du 23 janvier 1895 au Bureau des Longitudes.

Nous souhaitons clore cette étude par quelques mots sur Lechalas. Cet ingénieur appartenant au corps des ponts et chaussées n'a jamais enseigné la philosophie, son apprentissage de la discipline s'est fait en autodidacte. Aujourd'hui, presque plus personne ne cite Lechalas, mais il convient de remarquer l'influence décisive qu'il eut à l'époque, sur des personnes comme Renouvier et Poincaré. À l'étranger, on parlait de lui comme « l'un de ceux à qui était dû le renouveau spiritualiste en France »¹²⁸. Polymathe, Lechalas s'était en effet aussi intéressé à des sujets non-scientifiques. Outre sa fameuse *Étude sur l'espace et le temps*, publiée en 1895 et revue en 1910, il avait aussi publié des *Études esthétiques* en 1902. Clôturons ce mémoire par ce qu'une personne anonyme a écrit sur Lechalas dans la *Revue de métaphysique et de morale*, lorsque celui-ci disparut en 1919 :

« La méthode pratiquée par Lechalas était originale. Il se plaçait volontiers en dehors de tout système pour poser, à propos de toute découverte scientifique, ou de toute théorie philosophique, des questions précises sur certains points délimités, sur tel ou tel paragraphe, ou telle ou telle expression. Par des lettres privées ou par des articles critiques, il provoquait des réponses et des éclaircissements : si les explications de son interlocuteur avaient ce résultat d'atténuer une difficulté ou de faire évanouir une objection, il était le premier à prendre note et à s'en réjouir. »¹²⁹

¹²⁸ « Notiziario », *Rivista di filosofia neoscolastica*, vol. 12, no. 1, pp. 83-88, 1920, je traduis.

¹²⁹ « George Lechalas (1851-1919) », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 27, no. 1, p. 1, 1920.

BIBLIOGRAPHIES

(1/3) — Fonds patrimoniaux et sources des revues utilisées

Tous les procès-verbaux (PV) des séances du Bureau des longitudes, de 1795 à 1932, a été numérisé et mis en ligne avec le concours de l’Observatoire de Paris et du Laboratoire d’histoire des sciences et de philosophie des Archives Henri Poincaré, laboratoire attaché à l’Université de Lorraine.

- <http://bdl.ahp-numerique.fr/>

Concernant Henri Poincaré, de nombreux documents sont disponibles en ligne, hébergés sur le site de l’Université de Nantes. On y trouve des centaines d’articles, et de nombreux livres. Sa correspondance comprend des milliers de documents. Aussi, de nombreux manuscrits et divers documents d’archives sont mis à la disposition du public.

- <https://henripoincarepapers.univ-nantes.fr/>

Les archives concernant Charles Renouvier sont conservées au Service Commun de Documentation de l’Université Paul Valéry Montpellier 3. On y trouve des manuscrits non publiés, les lettres qui lui sont destinées, des photographies et aussi des ouvrages : les siens, et d’autres le concernant. Un inventaire du fonds est disponible dans le Catalogue en ligne des archives et des manuscrits de l’enseignement supérieur (CALAMES) de l’Agence bibliographique de l’enseignement supérieur, l’ABES, basée à Montpellier.

- <https://www.biu-montpellier.fr/patrimoine/explorer-les-collections/fonds-renouvier>
- <http://www.calames.abes.fr/pub/#details?id=FileId-1271>

Les premiers numéros de la *Revue de métaphysique et de morale*, de 1893 à 1950, sont consultables en ligne, dans la bibliothèque numérique de la Bibliothèque nationale de France, Gallica. L’intégralité des articles publiés jusqu’en 2017 sont disponibles sur la plateforme

américaine JSTOR. Aussi, les numéros publiés après l'an 2000 sont disponibles sur le portail web de Cairn.info.

- <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110472?rk=21459;2>
- <https://www.jstor.org/journal/revumetamora>
- <https://www.cairn.info/revue-de-metaphysique-et-de-morale.htm>

Il en est de même pour la *Revue philosophique de la France et de l'étranger*.

- <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb34349223n/date>
- <https://www.jstor.org/journal/revuphilfranetra>
- <https://www.cairn.info/revue-philosophique.htm>

La *Revue générale des sciences pures et appliquées* est accessible depuis Gallica. On y trouve les cinquante numéros publiés entre 1890 et 1947.

- <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb343784049/date>

Tous les numéros de la *Critique philosophique : politique, scientifique, littéraire* sont disponibles sur Google Books, tout comme ceux de *L'Année philosophique* et des *Annales de philosophie chrétienne*.

- <https://books.google.fr/>

Tous les numéros publiés par l'organe du positivisme, *La Revue occidentale, philosophique, sociale et politique*, sont disponibles sur Gallica.

- <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb32860965b/date.item>

Les numéros du Journal des savants publiés entre 1665 et 1951 sont sur Gallica, ceux publiés entre 1909 et 2017 sont sur Persée.

- <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb343488023/date.r=journal+des+scavans.langEN>
- <https://www.persee.fr/collection/jds>

(2/3) — Sources primaires

ABBOTT ABBOTT Edwin (1884), *Flatland. A romance of many dimensions*, Londres, Seeley.

ANONYME (1920), « Notiziario », *Rivista di filosofia neoscolastica*, vol. 12, no. 1, pp. 83-88.

— (1920), « George Lechalas (1851-1919) », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 27, no. 1, p. 1.

ANDRADE Jules (1884), « De l'abus du principe de conservation de la force », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 17, pp. 413-428.

ARISTOTE (env. 350 av. J.-C.), *Du ciel*, trad. fr. Michel Federspiel, Paris, Les belles lettres, 2017.

BERGSON Henri (1889), *Essai sur les données immédiates de la conscience*, Paris, Félix Alcan, dans *Œuvres*, Paris, Presses Universitaires de France, 1970.

BERNARD Claude (1865), *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, Paris, Baillière.

— (1878), *Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux*, t. 1, Paris, Baillière, 1885.

BERTRAND Joseph (1878), [Revue de *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*, par J. Boussinesq, précédée d'un rapport de M. Paul Janet,] *Journal des savants*, pp. 517-523.

— (1896), « Auguste Comte et l'École Polytechnique », *Revue des deux mondes*, vol. 138, pp. 528-549.

BOUSSINESQ Jules (1877), « La liberté et le déterminisme scientifique », *Revue scientifique de la France et de l'Étranger*, 2e série, t. XII, pp. 986-991.

— (1878), *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*, Paris, Gauthier-Villars.

— (1879), « Le déterminisme et la liberté », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 7, pp. 58-66.

— (1879), « Sur le rôle et la légitimité de l'intuition géométrique », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 8, pp. 357-370.

BROGLIE Auguste-Théodore-Paul (1890), « La géométrie non euclidienne », *Annales de philosophie chrétienne*, t. XXII, pp. 5-25.

— (1890), « La géométrie non euclidienne [suite] », *Annales de philosophie chrétienne*, t. XXII, pp. 340-369.

CALINON Auguste (1887), « Le temps et la force », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 23, pp. 286-298.

— (1889), « Les espaces géométriques », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 27, pp. 588-595.

COMTE Auguste (1830-1842), *Cours de philosophie positive*, 2 vol., Paris, Hermann, 1975.

COURNOT Antoine Augustin (1851), *Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique*, t. I, Paris, Hachette.

— (1875), *Matérialisme, vitalisme, rationalisme*, Paris, Hachette.

COUTURAT Louis (1893), « F. Pillon, "l'Année philosophique" », *Revue de Métaphysique et de Morale*, t. 1, pp. 63-85.

— (1893), « Note sur la géométrie non euclidienne et la relativité de l'espace », *Revue de Métaphysique et de Morale*, t. 1, no. 3, pp. 302-309.

DELBŒUF Jules (1882), « Déterminisme et liberté : la liberté démontrée par la mécanique », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 13, pp. 453-480.

— (1882), « Déterminisme et liberté (2e article) », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 13, pp. 608-638.

— (1882), « « Déterminisme et liberté (3e et dernier article) », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 14, pp. 156-189.

DUMONT Léon (1876), « M. Delbœuf et la théorie de la sensibilité », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 2, pp. 452-485.

EINSTEIN Albert (1905), « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », *Annalen der Physik*, vol. 17, pp. 891-921.

— (1921), *Geometrie und Erfahrung*, Berlin, Springer. Trad. fr. M. Solovine, « La géométrie et l'expérience », Paris, Gauthier-Villars ; repris dans *Œuvres choisies*, t. V, Paris, Seuil et CNRS éditions, 1991.

EUCLIDE (env. 300 av. J.-C.), *Les Éléments*, trad. fr. B. Vitrac, 4 vol., Paris, Presses Universitaires de France, 1990-2001.

EULER Leonhard (1770), « De solidis quorum superficiem in planum explicare licet », *Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, vol. 16, pp. 3-34, Saint-Pétersbourg, 1772.

ÉVELLIN François (1880), *Infini et quantité. Étude sur le concept d'infini en philosophie et dans les sciences*, Paris, Germer Baillère.

— (1907), *La raison pure et les antinomies. Essai critique sur la philosophie kantienne*, Paris, Félix Alcan.

FOUILLÉE Alfred (1882), « Les nouveaux expédients en faveur du libre arbitre », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 14, pp. 585-617.

GERGONNE Joseph-Louis (1810), « Prospectus », *Annales de mathématiques pures et appliquées*, pp. i-iv.

GRÜBER Hermann (1893), *Le positivisme depuis Comte jusqu'à nos jours*, Paris, Lethielleux.

HELMHOLTZ Hermann (1870), « De l'origine et de la signification des axiomes géométriques », trad. fr. Jean-Baptiste Fournier, *Philosophie*, t. 3, no. 134, pp. 15-37, 2017.

KANT Immanuel (1787), *Critique de la raison pure*, tr. fr. Tremesaygues A. et Pacaud C., Paris, Presses Universitaires de France, 2012.

KLEIN Félix (1872), « Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen », *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, Erlangen, Verlag von Andreas Deichert, vol. 1, pp. 460-497.

KRONECKER Leopold (1869), *Über Systeme von Functionen mehrer Variabeln*. Monatsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Berlin, pp. 159–193 ; pp. 688-696.

LAPLACE Pierre-Simon de (1814), *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, 1921.

LE ROY Edouard (1901), « Un positivisme nouveau », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 9, no. 2, pp. 138-153.

LEBESGUE Henri (1924), « Remarques sur les deux premières démonstrations du théorème d'Euler relatif aux polyèdres », *Bulletin de la Société Mathématique de France*, t. 52, pp. 315-336.

LECHALAS Georges (1889), « La géométrie générale », *Critique philosophique*, pp. 217-231.

— (1890), « La géométrie générale et les jugements synthétiques a priori », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, juin 1890, pp. 157-169.

— (1890), « Le nombre et le temps dans leurs rapports avec l'espace », *Annales de philosophie chrétienne*, t. XXII, pp. 516-540.

— (1896), *Étude sur l'espace et sur le temps*, Paris, Félix Alcan.

— (1902), *Études esthétiques*, Paris, Félix Alcan.

— (1906), « À propos de Cournot : hasard et déterminisme », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 14, no. 1, pp. 109-114.

— (1903), « Le hasard », *Revue néoscolastique*, vol. 10, no. 38, pp. 148-164.

— (1900), « À propos de la nouvelle monadologie », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 8, no. 1, pp. 102-120.

LOBATCHEVSKI Nikolaï Ivanovitch (1866), *Études géométriques sur la théorie des parallèles. Suivi d'un extrait de la correspondance de Gauss et de Schumacher*, tr. fr. Houël J., Bordeaux, Gounouilhou.

MILHAUD Gaston (1888), « La géométrie non euclidienne et la théorie de la connaissance », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 25, pp. 620-632.

— (1894), *Essai sur les conditions et les limites de la certitude logique*, Paris, Félix Alcan.

— (1902), « Le hasard chez Aristote et chez Cournot », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 10, no. 6, pp. 667-681.

NEWTON Isaac (1759), *Principes mathématiques de philosophie naturelle*, tr. fr., Émilie du Châtelet, Paris, Lambert.

PIÉRON Henri (1902), « Essai sur le hasard : la psychologie d'un concept », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 10, no. 6, pp. 682-695.

POINCARÉ Henri (1881), « Sur les applications de la géométrie non euclidienne à la théorie des formes quadratiques », *Association française pour l'avancement des sciences*, no. 10, pp. 132-138.

— (1881-1883), « Sur les fonctions fuchsienues », *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences de Paris*, no. 92, pp. 333-335, 395-398, 859-861, 957, 1198-1200, 1274-1276, 1484-1487 ; no. 93, pp. 301-303, 581-582 ; no. 94, pp. 163-166, 1038-1040, 1166-1167 ; no. 95, 626-628 ; no. 96, pp. 1495-1487.

— (1882), « Sur la théorie des fonctions fuchsienues », *Mémoires de l'Académie nationale des sciences, arts et belles-lettres de Caen*, pp. 3-29.

— (1882), « Théorie des groupes fuchsienus », *Acta Mathematica*, t. I, pp. 1-62.

— (1883), « Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, no. 97, pp. 251-252.

— (1884), « Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps », *Bulletin astronomique*, no. 1, pp. 65-74.

— (1887), « Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie », *Bulletin de la Société mathématique de France*, no. 15, pp. 203-205.

- (1889), « Réflexions sur le calcul des probabilités », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, vol. 10, no. 7, pp. 262-267.
- (1890), « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique », *Acta mathematica*, no. 13, pp. 5-271.
- (1891), « Les géométries non euclidiennes », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, no. 23, pp. 23-28.
- (1891), « Le problème des trois corps », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, no. 2, pp. 1-5.
- (1891), « Sur le problème des trois corps », *Bulletin astronomique*, no. 8, pp. 12-24.
- (1892), « Sur l'application de la méthode de M. Lindstedt au problème des trois corps », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, 114, pp. 1305-1309.
- (1892), « Correspondance : Sur les géométries non euclidiennes », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, t. 3, pp. 74-75.
- (1896), « Sur une forme nouvelle des équations du problème des trois corps », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, no. 123, pp. 1031-1035
- (1897), « Sur une forme nouvelle des équations du problème des trois corps », *Bulletin astronomique*, no. 14, pp. 53-67.
- (1897), « Sur l'intégration des équations du problème des trois corps », *Bulletin astronomique*, no. 14, pp. 241-270.
- (1897), « Sur une forme nouvelle des équations du problème des trois corps », *Acta Mathematica*, no. 21, pp. 83-97.
- (1898), « Sur la stabilité du système solaire », *Revue scientifique*, no. 9, pp. 609-613.
- (1898), « La mesure du temps », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 6, no. 1, pp. 1-13.
- (1902), *La science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1914.
- (1905), *La valeur de la science*, Paris, Flammarion.

— (1907), « Le hasard », *Revue du mois*, 3, pp. 257-276. Repris dans (1908), *Science et Méthode*, Paris, Kimé, 1999, pp. 64-95 ; et dans (1912), *Introduction au calcul des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, pp. 1-23.

— (1908), *Science et méthode*, Paris, Kimé, 1999.

RENOUVIER Charles (1875), *Essais de critique générale, Premier Essai. Traité de logique générale et de logique formelle*, 3 vol., Paris, Bureau de la *Critique philosophique*.

— (1889), « La philosophie de la règle et du compas ou des jugements synthétiques *a priori* dans la géométrie élémentaire », *Critique philosophique*, pp. 337-348.

— (1891), « La philosophie de la règle et du compas : Théorie logique du jugement dans ses applications aux idées géométriques et la méthode des géomètres », *Année philosophique*, pp. 1-61.

RIEMANN Bernhardt (1854), *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*, Berlin, Springer, 1923.

SECRÉTAN Charles (1882), « Le principe de la morale », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 13, pp. 25-53.

— (1883), « Liberté et déterminisme », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 16, pp. 643-648.

SPINOZA Baruch (1632-1677), *Correspondence*, trad. fr. Maxime Rovere, Paris, Garnier-Flammarion, 2010.

TANNERY Paul (1883), « Les forces fonctions tu temps », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, t. 16, pp. 649-653.

WEBER Louis (1923), « L'expérience humaine et la causalité physique », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 30, no. 1, pp. 59-95.

(3/3) — Exégèses contemporaines

AMET Samuel-Gaston (2015), *Le néocriticisme de Renouvier. Fondations des sciences*, Paris, L'Harmattan.

BACHELARD Gaston (1934), *Le nouvel esprit scientifique*, Paris, Presses Universitaires de France, 2009.

BARBEROUSSE Anouk (2004), « Le nouveau visage du hasard », in WORMS Frederic (dir.), *Le moment 1900 en philosophie*, Villeneuve d'Ascq, Presses universitaires du Septentrion, pp. 189-196.

BORELLA Vincent (2002), « Les écrits épistémologiques de Poincaré, obstacle à la diffusion de la relativité ? », *Revue d'histoire des sciences*, vol. 55, no. 1, pp. 45-81.

FICHANT Michel (2004), « Espace esthétique et espace géométrique chez Kant », *Revue de Métaphysique et de Morale*, no. 4, pp. 530-550.

KAGAN Viktor Kuselievich (1974), *Lobatchevski*, tr. fr. Sokolov I. I., Moscou, Mir.

PETIT Annie (1995), « L'héritage du positivisme dans la création de la chaire d'histoire générale des sciences au Collège de France », *Revue d'histoire des sciences*, tome 48, n°4, pp. 521-556.

ROLLET Laurent, SCHIAVON Martina, (dir.) (2017), *Pour une histoire du Bureau des Longitudes (1795-1932)*, Nancy, Presses Universitaires de Nancy - Éditions Universitaires de Lorraine.

SOULIÉ Stéphan (2009), *Les philosophes en République. L'aventure intellectuelle de la Revue de métaphysique et de morale et de la Société française de philosophie (1891-1914)*, Rennes, Presses Universitaires de Rennes.

TATON René (2000), « Lobatchevski et la diffusion des géométries non euclidiennes », *Études d'histoire des sciences*, Paris, Brepols, pp. 445-451