



HAL
open science

Quelles stratégies sont bénéfiques à l'enseignement des angles au collège ?

Nathan Bon

► **To cite this version:**

Nathan Bon. Quelles stratégies sont bénéfiques à l'enseignement des angles au collège?. Education. 2023. dumas-04331791

HAL Id: dumas-04331791

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04331791v1>

Submitted on 8 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Mémoire

Présenté pour l'obtention du Grade de

MASTER

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention 2nd degré, Professeur des Lycées et Collèges,

Quelles stratégies sont bénéfiques à l'enseignement des angles au collège?

Présenté par
BON Nathan

Sous la direction de :
SIMARD Arnaud

Grade : Maître de conférences et formateur à l'INSPE, UFR-ST de Besançon.

Table des matières

1. INTRODUCTION.....	6
2. PROBLEMATIQUE GENERALE.....	7
3. UNE SITUATION POUR FAIRE FACE AUX DIFFICULTES DES ELEVES.....	8
3.1. PROGRAMMES OFFICIELS.....	10
3.2. DIFFERENCIER LA GRANDEUR ET LA MESURE.....	10
<i>Comparer, ajouter et ordonner des grandeurs.....</i>	<i>12</i>
<i>Mesurer et estimer des grandeurs.....</i>	<i>12</i>
3.3. LES DIFFICULTES RESULTANT D'UNE INTRODUCTION NON-EFFICIENTE DU CONCEPT D'ANGLE A L'ECOLE ELEMENTAIRE...	13
3.4. LES DIFFICULTES A ENVISAGER SUR LE PROGRAMME DE SIXIEME.....	15
3.5. PROPOSITION D'UNE SEANCE AVEC UNE SITUATION DE REFERENCE.....	16
<i>Outil et objet.....</i>	<i>16</i>
<i>Activité mentale diagnostique.....</i>	<i>17</i>
<i>Formulation d'hypothèses.....</i>	<i>17</i>
<i>Expérimentation dans la cour.....</i>	<i>18</i>
<i>Émergence du concept d'angle.....</i>	<i>19</i>
3.6. EXPERIMENTATION D'UNE TELLE SEANCE.....	20
4. APPRENTISSAGES.....	25
4.1. L'UTILISATION DE LA VIDEO COMME MOYEN D'APPRENTISSAGE.....	26
4.2. LE RAPPORTEUR : UN ARTEFACT POUVANT MENER A UNE IMAGE MENTALE ERRO NEE.....	29
4.3. MANIPULER EN MATHEMATIQUES : L'IMPORTANCE DU MILIEU D'APPRENTISSAGE.....	33
<i>Difficultés de manipulation et erreurs attendues lors de l'utilisation du rapporteur.....</i>	<i>33</i>
<i>Activités avec le rapporteur en lien avec ces difficultés.....</i>	<i>34</i>
<i>Premier scénario.....</i>	<i>34</i>
<i>Proposition d'un deuxième scénario.....</i>	<i>36</i>
<i>Comparaison des deux scénarios.....</i>	<i>38</i>

Introduction.	3
4.4. L'UTILISATION D'EXEMPLES CONCRETS AURAIT-IL UNE LIMITE ?	42
5. CONCLUSION.....	44
6. BIBLIOGRAPHIE	46

Table des figures

FIGURE 1: DEUX ANGLES TROP SOUVENT JUGES DIFFERENTS PAR LES ELEVES	13
FIGURE 2: PROPOSITION D'ACTIVITE MENTALE.	17
FIGURE 3: HYPOTHESES ATTENDUES DES ELEVES. (LA CONSTRUCTION DU CONCEPT D'ANGLE A L'ECOLE ELEMENTAIRE A TRAVERS LA NOTION DE CHAMP VISUEL, 2006).....	18
FIGURE 4: PROPOSITION D'EXERCICE	19
FIGURE 5: REPNSES DES ELEVES A L'ACTIVITE MENTALE (QUESTION 1) ET TAUX D'APPARITION DES REPONSES	21
FIGURE 6: EXPERIMENTATION DANS LA COUR, DELIMITATION DE LA ZONE VISIBLE, PHOTO 2	21
FIGURE 7: EXPERIMENTATION DANS LA COUR, DELIMITATION DE LA ZONE VISIBLE, PHOTO 1	21
FIGURE 8: REPNSES DES ELEVES A L'ACTIVITE MENTALE (QUESTION 2) ET TAUX D'APPARITION DES REPONSES	22
FIGURE 9: SCHEMA THEORIQUE DE LA GENESE INSTRUMENTALE	32
FIGURE 10 : CONTENU D'UNE IMAGE MENTALE FIXE	35
FIGURE 11 : PROPOSITION D'ACTIVITE VISANT A TRAVAILLER SUR LES ERREURS COURANTES LIEES A L'UTILISATION DU RAPPORTEUR... ..	36
FIGURE 12 - ILLUSTRATION DE LA SECONDE APPROCHE QUANT A L'UTILISATION DU RAPPORTEUR.....	37

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de mes études, de mon stage et qui m'ont aidé à la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais dans un premier temps remercier grandement mon directeur de mémoire, Arnaud Simard, ainsi que ma tutrice, Christine Le Moal, pour leur patience, leur disponibilité, ainsi que leurs judicieux conseils et ressources, qui ont contribué à alimenter ma réflexion, ainsi que pour leurs conseils de rédaction qui m'ont été particulièrement précieux.

Je remercie également toute l'équipe pédagogique du collège Voltaire, qui m'a accueilli à bras ouverts et a répondu à chacune de mes questions. Je tiens notamment à remercier Sébastien Berger et Sabrina Tournier, qui m'ont accueilli de manière récurrente dans leur classe, toujours avec bienveillance, et qui ont su répondre à chacun de mes questionnements.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance aux personnes suivantes, pour leur aide dans la confection de ce mémoire :

- ◇ Franck Bernard, qui m'inspire depuis le collège à devenir professeur de Mathématiques. Il partage ses connaissances ainsi que ses expériences dans l'enseignement dès que l'occasion se présente, toujours avec passion.
- ◇ Mes parents, pour leur soutien, leurs encouragements ainsi que leur bienveillance constante.

1. Introduction.

L'enseignement de la géométrie, à l'école primaire comme au collège (cycles 2, 3 et 4) recouvre non seulement le champ de connaissance de la géométrie à proprement parler, mais également des connaissances spatiales qui sont nécessaires à l'enfant afin de contrôler ses rapports à l'espace. Depuis maintenant plusieurs années, et davantage dans les nouveaux programmes de l'école primaire, l'accent est mis sur l'acquisition de ces connaissances spatiales. L'objectif principal étant de permettre aux élèves de construire l'espace dès le plus jeune âge, non seulement pour des problèmes de vie quotidienne mais aussi pour la suite de ses études.

Aujourd'hui, un des problèmes majeurs de l'enseignement actuel de la géométrie est de sous-estimer la difficulté d'acquisition de ces connaissances spatiales. À l'école primaire, et même parfois encore au collège, les connaissances géométriques sont montrées, et non construites, comme des outils de résolution de problèmes. L'espace de travail se résume à la feuille de papier et à l'utilisation d'une méthode précise qui ne contribuent pas à l'apprentissage des connaissances spatiales et géométriques. C'est la raison pour laquelle l'acquisition de ces connaissances et leur articulation peuvent alors devenir particulièrement difficiles pour les élèves et qu'ils n'arrivent pas à mobiliser leurs connaissances afin de résoudre des problèmes du quotidien.

Il est donc très pertinent que, dès l'école élémentaire, les savoirs géométriques de base (tels que le concept d'angles, mais aussi de parallèles et perpendiculaires, etc ...) soient présentés comme des outils qui permettent de résoudre des problèmes de l'espace. La géométrie permet de modéliser de nombreuses situations de la vie quotidienne, et d'appréhender également un grand nombre de phénomènes physiques, ce qui contribue aux futures études scientifiques de l'élève.

En effet, les disciplines scientifiques, telles que les mathématiques, sciences expérimentales et technologiques sont enseignées dès le cycle 3. Dans les nouveaux

programmes de sixième, il existe maintenant une nouveauté qui est apparue avec la Réforme de 2016 : l'EST, ou Enseignement Scientifique et Technologique. Cet enseignement constitue une base de 4 heures par semaine. Plusieurs options sont proposées dans les collèges : soit l'enseignement est assuré par un seul enseignant, soit par trois enseignants (Technologie, SVT et Sciences physiques) qui assurent l'enseignement de leur discipline avec un thème (ou projet) commun. L'objectif de ces apprentissages scientifiques étant d'amener l'élève à « comprendre ce qu'est une attitude scientifique et à exercer leur pensée rationnelle ».

Les mathématiques entrent, au même titre que l'EST, dans le cadre d'une éducation scientifique large. Elles doivent permettre, à travers des activités d'élucidation de problèmes, de donner du sens aux notions abordées. Les connaissances proposées sont en effet d'autant mieux assimilées par les élèves qu'elles sont nées de questions qui se sont posées à l'occasion d'une manipulation, d'une observation ou d'une mesure.

Malgré ces incitations fortes des programmes à l'école élémentaire, ces liens entre les mathématiques et la physique sont dans les faits très peu exploités. Il me paraît donc nécessaire de revenir, au collège, sur des travaux de didactique qui permettent de construire des séquences pédagogiques qui s'inscrivent dans une vision globale du domaine scientifique.

2. Problématique générale.

J'ai fait le choix ici de m'appuyer sur une expérience spatiale mettant en jeu des phénomènes physiques, afin de permettre aux élèves de construire, ou reconstruire, ce concept géométrique que sont les angles, qu'ils n'ont pas forcément tous abordé de la bonne manière à l'école élémentaire. L'article de l'IREM *La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel* (MUNIER & MERLE, 2006) traite de l'enseignement de la notion d'angle en école élémentaire. Cette lecture, très utile, m'a permis déjà de comprendre les obstacles que rencontrent les élèves sur la notion d'angle (avant l'ajout

du rapporteur en sixième), mais il démontre également que l'introduction du concept d'angles à partir de situations physiques, dans la vie quotidienne, pouvait permettre aux élèves de mieux assimiler ce concept. J'ai ainsi pu, à l'aide de ce document, construire ma séquence d'enseignement en m'appuyant sur les analyses ainsi que sur les activités proposées aux enfants qui y figurent.

La difficulté de cette séquence provient du fait que les élèves doivent réaliser une double modélisation : d'une part dans ce qui est appelé l'espace sensible, c'est-à-dire celui de la vie quotidienne, ce qui implique donc également de se représenter l'angle comme un phénomène physique, et d'autre part dans l'espace géométrique. Il ne s'agit donc pas seulement de connaître la méthode afin de mesurer ou tracer un angle, mais bien de s'approprier la notion d'angle dans ces trois espaces. Nous verrons d'ailleurs que la place du rapporteur ne joue pas un rôle aussi neutre que ce qu'on pourrait le penser dans la conceptualisation des angles chez les élèves.

Dans des exercices mettant en scène des situations du quotidien, les élèves sont amenés à modéliser la situation, ce qui peut leur permettre de se rendre compte de la pertinence de la notion d'angles. Nous reverrons cela par la suite dans les exercices proposés aux élèves. En effet, les activités de modélisation, comparaison ou reproduction des angles sont induites par la situation et apparaissent aux élèves comme nécessaires ; elles prennent alors du sens pour eux et donnent du sens au concept mathématique étudié. Elles lui en donnent également de l'intérêt, puisqu'une question reste particulièrement présente dans la tête des enfants : « À quoi ça sert, les maths ? ».

3. Une situation pour faire face aux difficultés des élèves.

Les difficultés des élèves face au concept d'angle sont nombreuses. Dans l'article précédemment cité de l'IREM, les auteurs estiment que la notion d'angles est parfois construite,

dès l'école élémentaire, de façon non efficiente par les professeurs des écoles. Pour une majorité des élèves de sixième, l'angle est seulement perçu comme deux segments ayant une extrémité commune. Mais avec une telle conception, dès lors que l'on augmente la longueur des segments, il apparaît que les élèves pensent que l'angle n'est plus le même. La « grandeur » d'un angle semble dépendre, dans leur construction, de la longueur des segments tracés : et on remarque encore ce problème chez des élèves du cycle 4 par exemple, voire au-delà.

Dans cette section, nous nous appuyerons sur le texte *La théorie des situations didactiques* (Brousseau, 2011) qui est fondateur en didactique des mathématiques, et notamment le troisième chapitre sur les situations qu'il appelle « fondamentales ».

Nous avons précédemment parlé de la difficulté provenant de la double modélisation du concept d'angle : dans l'espace sensible et dans l'espace géométrique. Il ne s'agit ainsi pas seulement de savoir mesurer un angle, ou le construire, mais bien de se conceptualiser un tel objet. Il serait intéressant de créer une situation dans laquelle cette connaissance apparaît comme un moyen optimal de résolution de cette situation : c'est en réalité la définition des situations « fondamentales », que nous pouvons également appeler situations de référence, de Brousseau. Cette connaissance doit être intégralement construite par l'élève.

Une telle situation de référence doit permettre de pouvoir décrire toutes les situations. Les élèves fabriqueront ainsi des connaissances et des savoirs autour de cette situation et pourront s'y référer, ainsi que l'enseignant. Elle doit être prégnante et suffisamment riche mathématiquement pour que les élèves la retiennent et pour pouvoir justifier qu'on y revienne lors de la séquence. Nous verrons dans la suite quelles connaissances les élèves doivent acquérir durant une séquence sur les angles, ainsi que les difficultés auxquelles ils sont confrontés, puis nous donnerons un exemple d'une situation de référence.

3.1. Programmes officiels.

La séquence des angles s'inscrit (Programme du cycle 3) dans le cadre de la section « Grandeurs et mesures ». Le but étant de compléter et structurer les connaissances des grandeurs déjà rencontrées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix), en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale pour les durées) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir le concept de grandeur, notamment en abordant la notion d'aire, de périmètre, de volume, et d'aborder la notion d'angle. Concernant la notion d'angle, les points suivants doivent être acquis par les élèves à la sortie du cycle 3 :

- ◇ Identifier des angles dans une figure géométrique ;
- ◇ Comparer des angles, en ayant recours ou non à leur mesure (par superposition, avec un calque), reproduire un angle donné à l'aide d'un gabarit ;
- ◇ Estimer qu'un angle est droit, aigu ou obtus ;
- ◇ Utiliser l'équerre afin de vérifier qu'un angle est droit, aigu, obtus, ou pour construire un angle droit ;
- ◇ Utiliser le rapporteur pour :
 - Déterminer la mesure d'un angle, en degré ;
 - Construire un angle de mesure donné, en degré ;
- ◇ Comprendre la notion d'angle et son lexique associé (aigu, obtus, droit, plat) ;
- ◇ Mesure en degré d'un angle.

3.2. Différencier la grandeur et la mesure.

Ces deux notions sont enseignées des cycles 1 à 4, et font l'objet d'un thème à part entière dans les programmes de mathématiques. Les connaissances sur ces grandeurs sont

implicitement introduites au cycle 2 en même temps que les unités de mesure. Au cycle 3, ces connaissances sont élargies et de nouvelles grandeurs sont introduites : les aires, les volumes, mais surtout les angles, qui nous intéressent en particulier dans le cadre de ce travail. Afin d'aller plus loin dans la nécessité de différencier la grandeur et la mesure, nous nous appuyerons sur la ressource d'accompagnement d'Éduscol *Grandeurs et mesures au cycle 3* (Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2016).

« L'enseignement des grandeurs et de leurs mesures doit permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures de grandeurs qu'ils rencontrent à l'école, dans leur vie quotidienne, ou qu'ils rencontreront dans un cadre professionnel. » (p.1) Pour cela, il est nécessaire qu'ils différencient deux choses :

- ◇ Comprendre à quoi correspond la grandeur étudiée ;
- ◇ Se représenter ce à quoi correspond une mesure de cette grandeur.

Les attendus de chaque cycle doivent ainsi être atteints *via* l'utilisation de situations-problèmes empruntées de la vie courante, voire empruntées d'autres disciplines, notamment la physique. Dès lors que ces compétences seront acquises, les élèves se verront offrir de nombreux réinvestissements (distances en géographie, durées en EPS, masses en sciences) ainsi que des facilités sur des apprentissages sur d'autres grandeurs (capacités de stockage en technologie, repérage dans le temps en histoire, température ou densité en physique...)

« Ces situations mobilisent la compréhension du sens de la grandeur étudiée, mais aussi du fait qu'une même grandeur peut être désignée par des mots différents, porteurs d'un sens plus précis. » (p.2) Il est ainsi nécessaire que les élèves comprennent d'une part le sens de la grandeur, pour pouvoir par exemple identifier lorsqu'on mesure le diamètre d'un bassin, la largeur d'un bureau, l'épaisseur d'une ramette de papiers, l'altitude du sommet d'une montagne : on parle bien de déterminer une longueur dans chacun de ces cas. Cette identification leur sera particulièrement utile lors de la recherche de tâches riches.

Ainsi, le travail mené doit en priorité s'appuyer sur la manipulation d'objets du quotidien, réels, pour aider les élèves à percevoir les différentes grandeurs étudiées. Nous pouvons par exemple utiliser des bandelettes, des ficelles, les objets de la trousse des élèves, des boîtes (de chaussures, de céréales) ou encore des volumes géométriques (prismes, cônes, cylindres...)

Les élèves vont ainsi être amenés à déterminer des mesures des grandeurs des objets étudiés, ce qui va contribuer à donner du sens aux unités et à développer leur esprit critique.

Comparer, ajouter et ordonner des grandeurs.

La comparaison des grandeurs peut se faire d'un premier abord à partir de manipulations d'objets, par comparaison directe : par exemple, pour les angles, on peut comparer des gabarits. On notera qu'avec ce genre de comparaison, nous n'avons pas besoin d'avoir recours à la mesure : il est primordial de les faire travailler sur ces grandeurs en comparaison directe avant le passage à la mesure.

Il en est de même lorsque l'on ajoute deux grandeurs : si on prend l'exemple de la duplication d'un angle, qui peut se faire à l'aide d'un gabarit ou d'un calque, le positionnement du gabarit oblige à réfléchir au positionnement du sommet, et met en évidence le fait que ce n'est pas la longueur des côtés qui est à considérer, mais bien l'ouverture qu'ils engendrent. Encore une fois, nous n'avons aucunement recours à la mesure : on ne fait que travailler sur la grandeur.

Mesurer et estimer des grandeurs

Avant toute chose, il est bon de rappeler aux élèves que la mesure est quelque chose d'humain qui existe indépendamment de la grandeur. En effet, les unités de mesure étudiées appartiennent au système international : elles sont le résultat d'un choix arbitraire. On rencontre néanmoins toujours des pouces, pour mesurer la taille des écrans, ou encore des miles marins,

pour la distance en mer. Il est ainsi intéressant de montrer aux élèves que d'autres choix sont possibles.

Au cycle 3, les mesures peuvent encore être déterminées par l'utilisation d'une technique, par exemple à l'aide du rapporteur pour les angles. Cette méthode de mesure est d'ailleurs au programme, mais ce sont plus souvent les calculs qui doivent permettre, à terme, de déterminer les mesures des longueurs cherchées. Cet outil, parfois mal introduit et mal conçu, peut donner une image mentale erronée aux élèves.

En dernière année de cycle 3, les élèves peuvent estimer des mesures d'angles, à 10 degrés près, en s'appuyant notamment sur la mesure de l'angle droit, de l'angle de 45° ou encore de l'angle plat. On leur apprend pour cela des techniques après leur avoir enseigné les savoirs fondamentaux concernant les angles ainsi que leurs mesures.

3.3. Les difficultés résultant d'une introduction non-efficace du concept d'angle à l'école élémentaire.

Pour un trop grand nombre d'élèves, les deux angles ci-dessous sont différents :

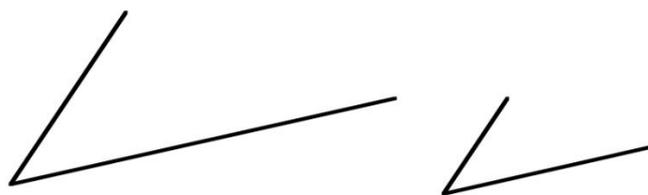


Figure 1: Deux angles trop souvent jugés différents par les élèves

Même si les figures sont nécessaires à la représentation de concepts géométriques, elles peuvent parfois induire une compréhension partielle voire erronée de ce concept. C'est le cas pour les figures représentant des angles, dont le fort impact visuel peut amener les élèves à

comparer les segments plutôt que les demi-droites qu'ils sont censés représenter. Il est donc très important de les introduire de façon efficiente dès le plus jeune âge, non seulement sur papier dans l'espace géométrique, mais aussi dans l'espace sensible.

En effet, on remarque que les élèves ont beaucoup de mal à donner du sens à l'angle dès lors qu'il n'est pas représenté sous sa forme primitive, et à le reconnaître, par exemple, comme sous-figure d'un triangle. Le but des premières séances sera ainsi d'ôter de la tête des élèves que l'angle est une paire de segments, en leur faisant prendre conscience qu'un angle est une surface. Ainsi, un premier travail est d'expérimenter que l'angle ne dépend pas de la longueur des côtés des segments (qui sont en réalité des demi-droites) par des activités mettant en scène des situations de la vie quotidienne, afin de les sortir d'un contexte primitif.

Les objectifs principaux en géométrie au cycle 2 résident dans l'initiation à l'organisation de l'espace, reconnaître quelques figures géométriques simples et mettre au point des techniques de repérage, construction et reproduction de figures.

En effet, lors de la découverte de l'angle droit, les élèves peuvent créer leur propre gabarit d'angle droit par double pliage d'une feuille de papier (de forme quelconque). Les enseignants possèdent ainsi un outil pratique face à un oubli d'équerre, mais ce pliage permet surtout de découvrir intuitivement l'angle droit comme étant la moitié de l'angle plat, lui-même étant délimité par une droite créée par un premier pli. Mais, en réalité, cela me semble être une pratique trop peu répandue chez les professeurs des écoles. Ainsi, il me paraît important de retravailler sur l'approche des angles en décrivant la technique pour obtenir ce gabarit. L'idée d'écartement est donc totalement mise de côté, et fournit à l'élève une représentation erronée de l'angle : l'élève se représente l'angle comme deux segments qui se joignent par une extrémité. Cette représentation pourra fonctionner pendant plusieurs années, mais ainsi que le préconisent les auteurs dans l'article de l'IREM *La construction du concept d'angles à l'école élémentaire à*

travers la notion de champ visuel (MUNIER & MERLE, 2006), nous tenterons de faire disparaître cette représentation erronée par le biais de la situation de référence.

3.4. Les difficultés à envisager sur le programme de sixième.

Lorsque j'interroge les enseignants de sixième, et même encore de cinquième, ils désignent cette notion comme "ne passant pas" auprès des élèves. Nous nous attacherons ici à relever l'ensemble des difficultés des élèves. En effet, en plus des problèmes liés à l'introduction du concept d'angle au cycle 3, il y a de nouveaux problèmes liés aux nouveautés de la séquence sur les angles qui prennent forme en classe de sixième. Grâce à l'article *Le Rallye Mathématique Transalpin* (RMT) (Le Moal), j'ai pu relever l'ensemble des difficultés à envisager lors de la préparation de cette séquence.

L'une des premières difficultés à envisager réside dans la différenciation et la reconnaissance de tous les types d'angles : angles droits, aigus, obtus, plats, puis vient ensuite en classe de cinquième l'utilisation d'angles adjacents, opposés par le sommet et supplémentaires dans les problèmes. Il faut que les élèves soient capables, lorsque l'on parle de tous les types d'angles, de ne pas s'embrouiller. Leur difficulté réside dans la mémorisation de tous les types d'angles afin de pouvoir ensuite les repérer en situation. Cela peut par exemple se faire par le biais d'activités mentales de début d'heures afin de créer des automatismes, mais ces automatismes demeureront éphémères si l'angle n'a pas été conceptualisé.

Une nouveauté de la classe de sixième est que l'on commence à nommer les angles. Pour certains le problème subsiste pour nommer correctement les angles avec trois lettres, ce qui peut être remis discrètement dans les exercices. Il faut penser à aller vite vérifier que ceux qui sont le plus en difficulté ne se trompent pas dès le début à cause de cette difficulté.

Un des objectifs principaux du chapitre est de différencier "mesurer" (au rapporteur) et « calculer » la mesure d'un angle. Globalement, on demande de déduire par un raisonnement et un calcul, la mesure d'un angle, puis on vérifie ensuite au rapporteur. Il faut insister sur cette différence qui pour beaucoup d'entre eux n'est pas évidente. Là aussi, il faut vite faire des repérages afin de voir ceux qui se trompent ou pensent qu'il n'y a pas d'intérêt à calculer quelque chose que l'on peut mesurer.

Il vient l'une des difficultés majeures, et pas des moindres, qui réside dans l'introduction et l'utilisation d'un nouvel outil : le rapporteur. Nous y reviendrons dans une section à part entière.

3.5. Proposition d'une séance avec une situation de référence.

Outil et objet.

Deux notions fondamentales définies par Régine Douady dans son article *Jeux de cadres et dialectique outil-objet* (Recherches en didactique des mathématiques, Vol.7, 1986) et que nous pouvons d'ailleurs trouver dans les programmes sont les notions d'« outil » et d'« objet », et en particulier leur dialectique¹.

Une notion est déclarée outil lorsque son usage est fait en tant qu'outil de résolution de problème. L'outil est utilisé notamment pour introduire des notions, et notamment répondre à des questions qui introduisent des savoirs nouveaux. *À contrario*, une notion est déclarée objet lorsque son usage en est fait pour la développer elle-même. Nous avons ainsi deux façons d'aborder une notion :

¹ La dialectique consiste à mettre des connaissances en contradiction les unes par rapport aux autres pour mieux identifier chacune d'elles.

- ◇ La façon « objet » : quand on décontextualise le problème, qu'est-ce qu'il reste ?
Dans notre cadre, il resterait l'angle dans sa notion théorique.
- ◇ La façon « outil » : nous avons un problème, nous développons la notion outil pour pouvoir répondre au problème. Pour aborder les angles, nous pouvons par exemple utiliser le champ visuel. Nous le ferons de cette manière.

Pour résumer, le but de cette séance serait ainsi de sensibiliser les élèves à la notion de champ visuel et redéfinir la notion d'angle de façon précise, et notamment de les convaincre sur l'idée qu'un angle ne dépend pas de la longueur de ses côtés. Pour cela, nous allons proposer un problème aux élèves, leur faire formuler des hypothèses et expérimenter dans la cour, comme ils pourraient le faire dans une autre science telle que la physique. Ainsi, nous définirons et construirons le concept d'angle de manière précise dans les trois espaces cités précédemment : sensible, physique et géométrique.

Activité mentale diagnostique.

En guise d'introduction, on peut par exemple proposer une activité diagnostique sous forme d'activité mentale. Ainsi, les élèves se mettraient rapidement en activité. Celle-ci a pour but d'évaluer si la notion de champ visuel a déjà été développée antérieurement chez l'élève et si, pour celui-ci, un angle dépend de la longueur des extrémités le composant.

Nous pouvons ainsi proposer l'activité suivante, où les élèves répondent sur feuille et individuellement, afin d'établir un diagnostic.

1. Un enfant est derrière un écran. 2. Les angles ci-dessous sont-ils égaux ?
Colorie la zone qu'il ne peut pas voir.

— Ecran

● Enfant



Figure 2: Proposition d'activité mentale.

Formulation d'hypothèses.

Selon l'article de l'IREM, trois hypothèses devraient prendre forme en réponse à la question 1 :

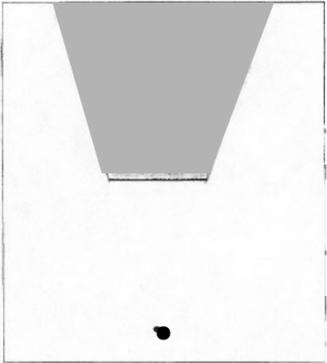
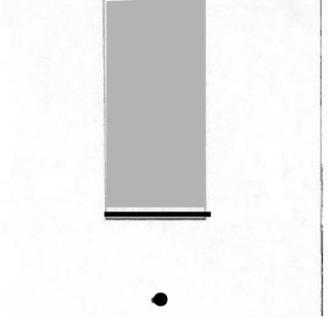
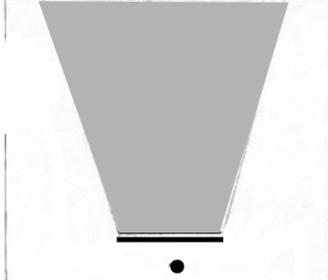
réponse correcte	« bande »	« obliques »
		

Figure 3: Hypothèses attendues des élèves.
(La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel, 2006)

Nous organisons alors un petit débat guidé, puis nous leur faisons émerger l'idée d'une vérification expérimentale dans la cour afin de convenir de l'hypothèse correcte.

Expérimentation dans la cour.

Cette expérimentation consiste à placer dans la cour un écran opaque face auquel on positionne une chaise afin de déterminer la zone visible de l'observateur, assis sur cette chaise. Les autres élèves se positionnent alors de l'autre côté de l'écran, de façon à ne pas être visibles par l'observateur, plot en main. Ils se déplacent ensuite jusqu'à la limite de la zone visible en s'arrêtant au signal sonore de l'observateur, puis placent alors leur plot par terre.

Il en suit alors une mise en commun, où les élèves devraient éliminer l'hypothèse de la bande. Il reste ainsi à savoir laquelle des hypothèses "obliques" est correcte : les demi-droites passent-elles par l'observateur ? Une idée doit alors se dégager (à l'aide du professeur si nécessaire) : on vérifie si les limites passent par l'observateur. On peut pour cela tirer des cordes

issues de l'observateur et passant par tous les plots. L'hypothèse correcte devrait alors devenir immédiate pour les élèves.

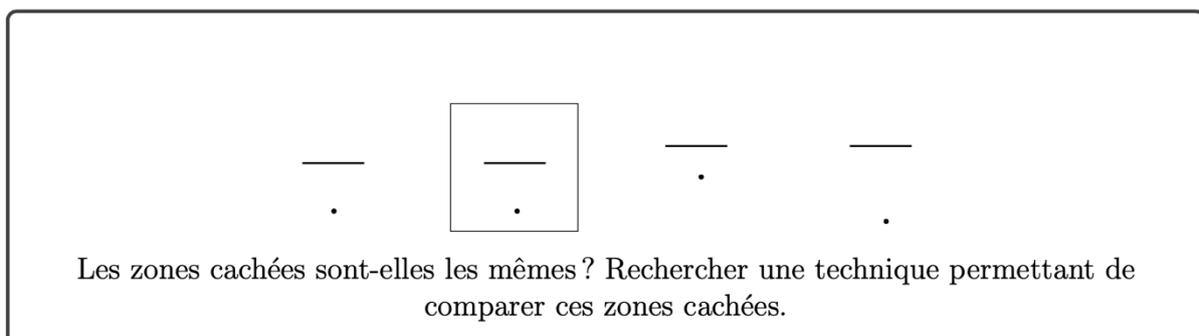
Ils réalisent ensuite la même activité avec des cordes de tailles différentes puis en modifiant la position de l'observateur, tout en restant sur la "médiatrice" de l'écran. Ainsi, on peut faire se rendre compte aux élèves que même si les longueurs des cordes augmentent, cela ne change en rien la zone d'ombre provoquée par le panneau pour l'observateur.

On fait ensuite un retour en classe, et les élèves devraient dégager de l'expérimentation les points suivants : les limites de la zone cachée sont des demi-droites, obliques issues de l'observateur, que l'on peut prolonger "autant qu'on le souhaite". On peut profiter de cette expérience pour faire un rappel sur les demi-droites, ou encore leur parler brièvement d'incertitudes dans une expérimentation...

Cette situation est donc forte, prégnante (le simple fait de sortir dans la cour marque les élèves) et mathématiquement très riche. On peut s'y référer pour parler de toutes les notions qui viendront dans la séquence (comparer des angles, nature d'un angle, etc ...) : c'est une situation de référence.

Émergence du concept d'angle.

On peut ensuite revenir sur un exercice similaire à celui de l'activité mentale, mais avec la notion de champ visuel intégrée par les élèves. Par exemple, on peut proposer l'exercice suivant :



Les zones cachées sont-elles les mêmes ? Rechercher une technique permettant de comparer ces zones cachées.

Figure 4: Proposition d'exercice

Cet exercice modélise la situation de l'expérimentation, et souligne encore le fait que l'angle change selon la position de l'observateur, mais que la longueur des segments ne change en rien l'angle si l'observateur reste à une même place.

Il est maintenant temps de faire émerger le concept d'angle comme limitant la zone cachée. On peut pour cela mettre en commun les travaux des élèves sur l'exercice précédent, en projetant au tableau leurs productions à l'aide d'une visionneuse, par exemple, puis en corrigeant sous forme de discussion, avec l'aide de la situation de référence. De la même manière que dans le document de l'IREM (La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel, 2006), on peut ainsi demander aux élèves si la zone cachée est la même partout, et dans quel cas elle est plus grande ou plus petite. Il vient alors l'élaboration de la technique permettant de comparer les zones cachées : les élèves devraient alors penser au découpage ou au papier calque.

On peut alors introduire l'angle efficacement, en leur signalant que le "triangle" formé par la zone d'ombre est appelé angle. On conclut donc de la même manière que dans le document cité précédemment : « Les élèves concluent donc que c'est un angle qui délimite la zone cachée (hormis le petit triangle devant) et qu'il est le même pour une position donnée de l'observateur, même si les côtés ont des longueurs différentes. » (La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel, 2006, p. 73)

3.6. Expérimentation d'une telle séance.

Après avoir fait comprendre aux élèves que le schéma représenté dans la question 1 de l'activité mentale diagnostique représentait un observateur derrière un écran en vue de dessus, les élèves ont ainsi réalisé l'activité individuellement, que j'ai ensuite ramassée et

diagnostiquée. Pendant ce temps, ma tutrice et un AED mettaient en place le matériel dans la cour pour l'expérimentation. On notera qu'il aura fallu en amont s'organiser pour rassembler le matériel : nous avons pour cela collaborer avec un professeur d'EPS. Les réponses attendues à l'activité sont toutes apparues, avec le taux d'apparition suivant :

Réponse	Correcte	« Bande »	« Obliques »	Pas de réponse
Taux d'apparition	14%	71%	9%	6%

Figure 5: Réponses des élèves à l'activité mentale (question 1) et taux d'apparition des réponses

Si trois élèves ont répondu correctement, la majorité des élèves pensent que la zone d'ombre est une bande perpendiculaire à l'obstacle. Une minorité d'élèves tracent des lignes obliques : elles passent toujours par les bords de l'écran mais pas par l'observateur.

J'ai ainsi récupéré les feuilles et ai projeté toutes les hypothèses fournies par les élèves à l'aide d'une visionneuse. À partir de ces hypothèses, j'ai choisi d'organiser une petite discussion, en demandant leurs avis aux élèves, puis de leur donner l'idée de faire une expérimentation pour déterminer laquelle des hypothèses est correcte. Nous sommes alors descendus dans la cour et avons fait l'expérimentation :



Figure 7: Expérimentation dans la cour, délimitation de la zone visible, photo 1



Figure 6: Expérimentation dans la cour, délimitation de la zone visible, photo 2

Lors de la mise en commun, les élèves ont remarqué que ces quilles sont alignées. Alors que seulement quelques plots avaient été déposés au sol, l'un d'entre eux m'a fait remarquer que

nous pouvions déjà éliminer l'hypothèse de la bande, au vu de la courbure "oblique" que prenaient les plots. L'hypothèse proposée par 71% des élèves était alors déjà éliminée. Cependant, aucun élève n'a pensé que les limites passent par l'observateur, je leur ai donc fait tirer une corde qui était tenue par l'observatrice et qui passait par la position des plots.

À ce moment-ci, je me suis rendu compte que les élèves n'avaient pas cerné la différence entre les deux hypothèses avec des demi-droites « obliques ». J'ai en effet manqué de précision lors du bilan de l'activité mentale en ne leur précisant pas que l'une passe par l'observateur, et que l'autre non. Je suis donc revenu sur leur différence. Ils ont ainsi compris que l'hypothèse des demi-droites "obliques" passant par l'observateur était la bonne.

Malheureusement, les cordes que nous avait proposées la professeure d'EPS étaient trop petites. Mon intention était de pouvoir faire tirer deux cordes issues de l'observateur et passant par chacun de ses plots et de montrer que même si la longueur des cordes augmente, cela ne change en rien la zone d'ombre provoquée par le panneau pour l'observateur. Nous n'avons pu en tirer qu'une à la fois (car nous avons dû nouer plusieurs cordes afin d'en avoir une grande), j'ai donc improvisé en débattant avec les élèves : c'est une notion qui m'a semblé avoir été assez bien comprise car bien appréhendée par les élèves. En effet, on peut constater cela *via* les résultats de l'activité mentale. Voici, ci-dessous, le taux d'apparition des réponses à la question 2 de l'activité mentale.

Réponse	Oui sans justification	Oui avec justification	Non	Pas de réponse
Taux d'apparition	48%	14%	28%	10%

Figure 8: Réponses des élèves à l'activité mentale (question 2) et taux d'apparition des réponses

De retour en classe, comme prévu, j'ai proposé aux élèves de faire un bilan de ce qu'ils avaient vu dehors. Les élèves dégagent de l'expérimentation les points clés prévus, et j'ai pu parler d'incertitudes et faire un rappel sur les demi-droites. Nous sommes donc passés à l'exercice sur les zones cachées.

Ainsi, après une phase de recherche, j'ai projeté des productions d'élèves à l'aide d'une visionneuse, en faisant référence aux éléments de l'expérimentation. Les élèves se sont ensuite mis d'accord sur le fait que les deux premières zones cachées sont les mêmes, car on peut prolonger les côtés de la deuxième figure et obtenir la première.

J'ai choisi, avant de poursuivre, de parler du concept d'écartement et de faire verbaliser en termes d'écartement aux élèves le fait que la zone cachée est plus grande lorsque l'observateur est proche de l'écran, et plus petite lorsqu'il en est loin. Parler de ce concept d'écartement n'était pas une mauvaise chose, mais je n'ai pas été assez précis au niveau du vocabulaire, dans le sens où je me suis embrouillé dans mes explications et ai utilisé le mot « angle » : chose que je ne voulais absolument pas faire avant la fin de la séance.

La partie suivante de cet exercice consistait à l'élaboration de la technique permettant de comparer les zones cachées. Selon mes lectures des programmes officiels, à l'école primaire, les élèves avaient pour habitude de construire un gabarit, et d'utiliser ce gabarit afin de comparer les angles. Pourtant, le retour des élèves montrait que cette connaissance n'était pas à leur disposition. Néanmoins, ils m'ont tout de même proposé d'utiliser du papier calque afin de comparer les angles. Ainsi, nous avons durant cette séance uniquement conceptualisé la grandeur, et nous n'avons en aucun cas parlé de la mesure.

Malheureusement, je n'ai pas réussi à aller plus loin que cela. Je souhaitais leur demander par quoi est délimitée cette zone cachée afin que les élèves parlent de « triangle », ou de « V », et dire que c'est cela que l'on appelle un angle, puis en écrire un petit bilan. J'ai donc choisi de leur faire écrire ce bilan pour la prochaine séance, afin de revenir brièvement dessus en début de séance prochaine.

En ce qui concerne l'efficacité globale de la séance, les résultats et obstacles que j'attendais ont relativement bien été respectés. Les supports ont été plus que pertinents, puisque

le fait que la forme d'expérimentation dans la cour soit différente peut les aider à mieux se souvenir du concept. L'activité mentale a permis de mettre en place les différentes hypothèses qui étaient ensuite éliminées ou non lors de l'expérimentation. De plus, les élèves se sont particulièrement bien investis. Les consignes m'ont semblé relativement claires, mais elles avaient pour but d'être assez vagues afin d'engager la discussion.

La compréhension du concept de champ visuel a bien été atteinte, ainsi que le fait que l'angle ne dépende pas de la taille des segments. J'ai réussi, à la fin de la séance, à leur dire que les secteurs d'ombres dessinés (qui passent par l'observateur et le bord de l'obstacle) représentaient des angles. Ainsi, dans les différents exercices auxquels seront confrontés les élèves durant cette séquence, nous pourrons utiliser les éléments de cette séance afin de les guider, ce qui est une très bonne chose pour la suite de la séquence : cette séance est donc efficiente et propose bien une situation de référence.

Ainsi, après avoir introduit de façon efficiente les angles, et avoir mise en place une situation de référence, les élèves sont en mesure de prendre en main les différentes notions et techniques, à condition de toujours leur donner initialement du sens. Les élèves ne retiendront à terme que cette technique, mais elle prendra un caractère éphémère si celle-ci est mal introduite. De plus, l'exploitation des sciences, et ici plus particulièrement de la physique, semble présenter un bénéfice flagrant sur la conceptualisation des élèves : les connaissances garderont un caractère durable, et il sera bien plus confortable pour eux d'apprendre à mesurer un angle.

4. Apprentissages.

Les apprentissages, en particulier celui sur les angles, peuvent se faire selon deux processus (La théorie des situations didactiques, Brousseau) :

- ◇ « Dans un processus constructiviste » (p. 12) : l'apprentissage devient un milieu d'adaptation, d'assimilation et d'accommodation à un certain milieu. Autrement dit, la connaissance n'est pas dans l'objet, car c'est le sujet qui s'accommode et la connaissance n'est pas dans le sujet car il faut un milieu favorable, mis en place par le professeur.
- ◇ « Dans des enseignements plus classiques, maïeutique ou même axiomatique, avec des leçons suivies d'exercices, en réponse au problème désormais bien identifié par l'élève. » (p. 12). Nous sommes ici dans un processus behavioriste. Par exemple, on considère un rat dans un labyrinthe qui doit trouver un morceau de fromage en se repérant à l'odeur. S'il suit chaque fois le même parcours, il finira par l'apprendre, et lui retirer l'odorat ne lui posera alors pas de problème : ce principe repose sur la théorie de la connaissance nommée « behaviorisme ». Cette théorie est par exemple prédominante dans l'enseignement pour les personnes présentant un trouble autistique : on balise l'enseignement (répétition et monstration de ce qu'il faut faire). La limite de ce processus survient si on ajoute une perturbation dans le labyrinthe. On pourrait qualifier le behaviorisme de « science du conditionnement ».

Le constructivisme n'est pas une découverte (comme la découverte des éléments chimiques par exemple). Jean Piaget est le seul à l'avoir prononcé, en 1920. Il répond à un combat contre le behaviorisme (la connaissance est dans l'objet, dans le laboratoire et le fromage pour reprendre l'exemple), qui est aujourd'hui encore prédominant, mais aussi contre l'innéisme (la connaissance est dans le sujet, on naît avec les connaissances mais il ne reste plus qu'à les faire « accoucher » : c'est la théorie de la sélection).

Ainsi, il est possible de décrire les apprentissages et de vouloir les modéliser à partir d'une hypothèse constructiviste : c'est ce que nous essayerons de faire en choisissant des exercices et des activités (la situation de référence en faisant partie) de façon que l'élève s'accommode à la connaissance grâce à un milieu mis en place par le professeur. Nous donnerons quelques exemples de formes que peut prendre ce milieu.

4.1. L'utilisation de la vidéo comme moyen d'apprentissage.

L'utilisation d'une vidéo est quelque chose qui me semble tout à fait bénéfique pour les élèves. Celui-ci évitera au professeur de perdre trop de temps sur les explications « techniques ». La vidéo permettra à l'élève également de se créer des images mentales : associer une image à une procédure permet de mieux se la remémorer. Les professeurs ont l'habitude de travailler ce principe d'association avec des images fixes, sur des manuels ou le tableau par exemple. La vidéo peut être un autre médium qui apporterait un plus. De plus, proposer un contenu provoquant une émotion peut agir positivement sur la mémorisation : par exemple, l'ajout d'une musique, ou de bruits (intégration de sons étranges, drôles, dramatiques, étonnants dans les images mentales).

La vitesse de succession des images dans une vidéo donne un aspect dynamique qui peut avoir un effet sur l'attention, car l'œil est attiré par le mouvement. La vidéo permet également de montrer comment les différents éléments d'un phénomène s'animent entre eux. Par exemple, pour comprendre des notions telles que la symétrie, les élèves doivent se représenter les déplacements. Les vidéos sont très bien adaptées lorsque l'on veut aider à construire mentalement la succession d'étapes dans un processus. Ainsi, une vidéo montrant l'animation d'un processus, étapes par étapes, aiderait les élèves rencontrant des difficultés à se

représenter mentalement des mouvements. Ils pourraient ainsi se construire une représentation de la dynamique des informations, ce que l'image fixe ne peut pas transmettre.

Néanmoins, la vidéo a ses limites dans les apprentissages. Pour ne pas tomber dans un usage passif de la vidéo, l'élève doit apprendre à faire le tri des informations utiles ou non et donc posséder des compétences dans la sélection d'informations : ce qui peut être assez difficile, notamment chez un élève de cycle 3. L'apprentissage peut être plus difficile avec une vidéo : lorsque celle-ci dure longtemps et aborde plusieurs notions, par exemple. Ainsi, le professeur dispose d'un rôle clé dans l'élaboration de l'apprentissage, puisque c'est lui qui va choisir la vidéo en fonction de ses critères et mettre l'élève dans un milieu d'apprentissage qu'il aura lui-même choisi. Par exemple, il est nécessaire selon moi, en classe de sixième, que ce soit le professeur qui fasse en grande partie le tri d'informations utiles ou non, en sélectionnant par exemple les parties de la vidéo que doivent regarder les élèves.

En effet, il y a à l'écran beaucoup de choses en simultanée : les éléments visuels et sonores peuvent brouiller le message initial et rendre la prise d'information compliquée. Ainsi, rien ne permet de prouver qu'une vidéo a plus d'impact sur les apprentissages que l'utilisation d'images fixes. Mais selon moi, une vidéo bien choisie, quelquefois, peut être pertinente et peut permettre de varier les supports pédagogiques. L'avantage d'un cours en vidéo, c'est notamment l'accessibilité : l'élève peut le consulter n'importe où, n'importe quand, et surtout à tête reposée.

La vidéo survient en réponse à un problème généralement technique : par exemple, pour apprendre à déterminer la mesure d'un angle à l'aide d'un rapporteur, une vidéo peut se révéler être un atout. Si on utilise cette vidéo comme moyen de démonstration de ce qu'il faut faire, puis qu'on fait répéter aux élèves cette technique grâce par exemple à des exercices d'applications, nous sommes dans un processus behavioriste : les élèves sont alors conditionnés pour mesurer

un angle à l'aide d'un rapporteur. Il serait alors intéressant d'utiliser la vidéo, par exemple pour déterminer la mesure d'un angle, de deux manières :

- ◇ Dans un processus constructiviste, visant à ce que l'élève assimile par ses propres moyens ce qu'est la mesure d'un angle. La vidéo est alors le milieu favorable mis en place par l'enseignant pour qu'il se forge une image mentale ;
- ◇ Dans un processus behavioriste, après avoir laissé le temps à l'élève de s'accommoder à ce qu'est la mesure d'un angle dans un processus constructiviste : l'automatisme sera ainsi mis en place et l'élève y portera du sens.

Au cours de mon stage, j'ai pu voir une enseignante qui avait utilisé la vidéo dans un processus constructiviste dans une séquence de cinquième sur les entiers relatifs, et notamment l'addition et la soustraction de tels entiers. Ces entiers sont souvent introduits en lien avec une situation de la vie courante qui peut illustrer l'addition de nombres relatifs. Elle a choisi ici de modéliser le bilan de deux variations : gains et pertes de « soldats positifs » et de « soldats négatifs » lors d'une guerre. (Url de la vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=mdK_7Ci4Q3M) Ainsi, elle contextualise afin que les élèves se construisent le statut du nombre, et faire varier ces contextes contribue à éviter que la prégnance d'un modèle empêche la construction du nombre : ainsi, l'élève se construit sa propre image mentale correcte du nombre relatif, à l'aide d'un milieu favorable sélectionné par le professeur.

À l'inverse, en utilisant la vidéo seulement dans un processus behavioriste, sans avoir au préalable construit la connaissance avec l'élève, dès lors que les élèves devront déterminer la mesure d'un angle, ils penseront au rapporteur. Cette technique prendra un caractère très éphémère, car les élèves y porteront en réalité peu de sens. En effet, on remarque que beaucoup d'élèves de cycle 4 rencontrent des difficultés à déterminer la mesure d'un angle, à l'aide du

rapporteur. Pourtant, même à l'aide du calcul, les élèves rencontrent également des difficultés, puisqu'un « mauvais » automatisme leur a été inculqué et qu'ils associent alors la mesure d'un angle au rapporteur.

4.2. Le rapporteur : un artefact pouvant mener à une image mentale erronée.

À la lumière de l'article *Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques* (Rabardel, 1999), nous verrons dans cette partie en quoi l'usage du rapporteur influence en profondeur la construction du savoir et les processus de conceptualisation.

En effet, lors de l'enseignement des angles en sixième, les élèves sont notamment confrontés à l'apprentissage de l'utilisation d'un outil mathématique particulier : le rapporteur. « Luc Trouche a montré, par exemple, que la calculatrice est un non-objet pour les enseignants, enseignants et élèves étant d'accord pour estimer que son utilisation ne nécessite aucun apprentissage » (Rabardel, 1999, p. 203) En ce sens, le rapporteur serait ainsi un objet puisqu'il nécessite un apprentissage, puis lorsque son utilisation est acquise, il deviendrait alors un instrument à part entière à disposition des élèves. Un tel objet, créé par l'humain dans le but d'effectuer quelque chose, est appelé un artefact. Nous tenterons, dans cette partie, de voir dans quelles circonstances le rapporteur peut mener à une construction mentale erronée du concept d'angles.

« Dans l'enseignement, les instruments sont très souvent considérés comme de simples auxiliaires, neutres, n'intervenant pas en tant que tel sur la construction des savoirs des élèves et sur les conceptualisations qui en résultent. » (Rabardel, 1999, p. 203) En effet, lors de la construction de ma séquence sur les angles, j'ai considéré le rapporteur comme quelque chose d'auxiliaire, ai "imposé" la méthode de mesure d'un angle au moyen d'une vidéo et je ne me suis pas appesanti sur le sujet puisque les élèves ont en réalité très vite compris comment utiliser

un rapporteur. De plus, selon moi, les programmes laissent penser que l'impact du rapporteur sur la conceptualisation est moindre. En effet, les attendus de fin de cycle 3 mettent bien plus en lumière l'obtention de la mesure d'un angle par un calcul que par la mesure au rapporteur, ce qui incite à ne pas s'éterniser sur la mise en place de cet instrument et à penser qu'il n'intervient en rien dans la conception de l'angle pour l'élève. Pourtant, la théorie de l'instrumentalisation de Pierre RABARDEL nous prouve le contraire.

Nous avons vu que les difficultés des élèves face au concept d'angles sont nombreuses, et peuvent provenir d'une introduction non efficiente du concept en lui-même. Mais une introduction non efficiente du rapporteur peut également poser beaucoup de problèmes. Nous pouvons penser, à première vue, qu'un rapporteur mal conçu peut donner une image mentale fautive aux élèves. Par exemple, même si les élèves savent effectuer une mesure avec leur rapporteur, deux difficultés font notamment surface :

- ◇ Si on retourne le rapporteur, les graduations sont à l'envers donc l'angle aussi ;
- ◇ Selon le sens de lecture des graduations, l'angle est modifié ;

Pourtant, avec une élaboration convenable du champ d'utilisation d'un rapporteur, ces difficultés n'ont pas lieu d'être. Elles proviennent selon moi nécessairement du fait que le rapporteur est un artefact et que l'on impose le sens de l'objet, au lieu de le laisser le découvrir.

En effet, les instruments sont souvent introduits comme s'ils existaient déjà dans la conception de l'élève. Pourtant, lorsque l'on donne un rapporteur à une personne n'ayant jamais touché à un tel objet, outre le fait que le matériel dont la personne dispose peut-être, à lui seul, source de difficulté, elle va y voir des graduations dans un double sens, un centre, des zéros qui ne sont pas alignés avec les « poignées » du rapporteur, un éventuel positionnement logique... mais ne va savoir que faire de cet objet. La personne va ainsi prendre en main cet artefact et lui donner une dimension d'utilisabilité, et l'élaboration de son champ d'utilisation va nécessairement être progressive. Ainsi, le rapporteur est formé de deux composantes :

- ◇ L'artefact lui-même, produit ou non par l'élève ;
- ◇ Un ou des schémas d'utilisation, dont l'élaboration est faite par l'élève.

Pierre RABARDEL parle ainsi de « genèse instrumentale » : « L'instrument n'est pas un "donné", mais doit être élaboré par le sujet au cours d'un processus de genèse instrumentale qui porte à la fois sur l'artefact et sur les schèmes » (Rabardel, 1999, p. 210) Pour que le rapporteur soit réellement élaboré par l'élève comme un instrument, il est nécessaire que l'élève se construise son propre artefact, et que des schémas d'utilisation émergent puis évoluent. Il en vient les deux dimensions évoquées par RABARDEL :

- ◇ « L'**instrumentalisation** concerne l'émergence et l'évolution des composantes artefact de l'instrument : sélection, regroupement, production et institution de fonctions, transformation de l'artefact (structure, fonctionnement...) qui prolonge la conception initiale des artefacts » (Rabardel, 1999, p. 210) Plus synthétiquement, c'est la dimension qui donne du sens à l'artefact.
- ◇ « L'**instrumentation** est relative à l'émergence et à l'évolution des schèmes d'utilisation : leur constitution, leur fonctionnement, leur évolution ainsi que l'assimilation d'artefacts nouveaux à des schèmes déjà constituées » (Rabardel, 1999, p. 210) En résumé, c'est la dimension qui donne le caractère d'instrument à l'artefact.

On peut résumer la genèse instrumentale de RABARDEL à l'aide du schéma suivant :

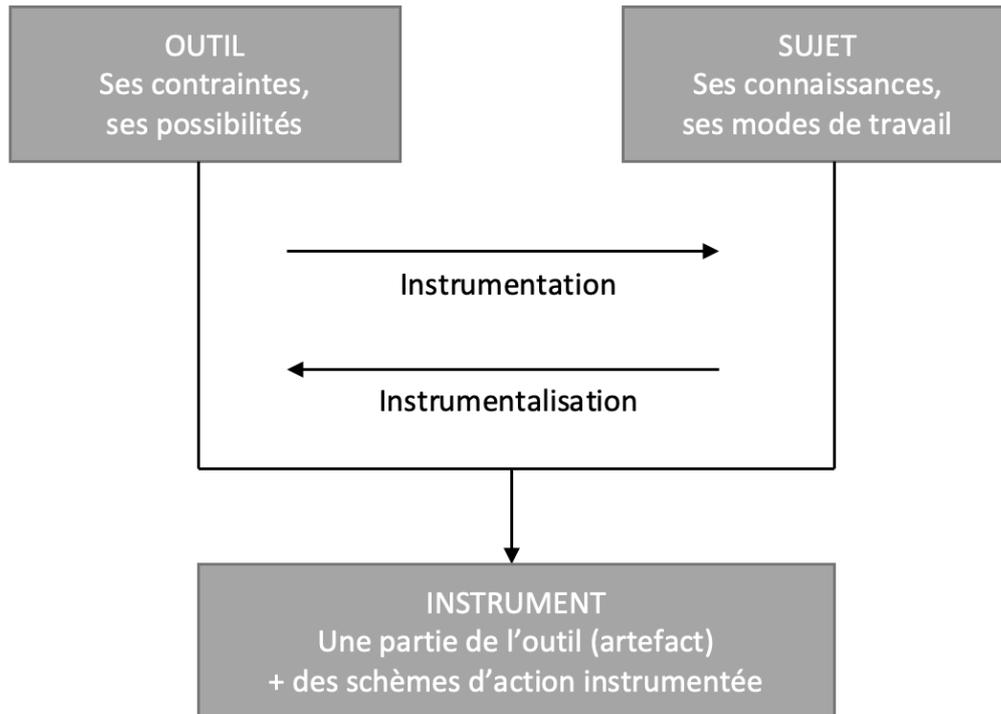


Figure 9: Schéma théorique de la genèse instrumentale

Il faut alors trouver une situation où l'objet prend du sens mais aussi générer un questionnement sur la façon dont on s'en sert, et ainsi accroître l'adaptabilité des élèves à un artefact et tous les schèmes d'utilisation qui lui sont associés vendu sur le marché.

On remarque souvent que des élèves du cycle 4 ne savent pas se servir d'un rapporteur : en réalité, l'instrument constitué en classe de sixième est éphémère et n'est plus disponible dans le champ des actions possibles de l'élève, et ces mêmes élèves ont généralement de grandes difficultés avec le concept d'angles. On perçoit ainsi mieux l'impact de l'usage d'un instrument comme le rapporteur sur la conception d'une image mentale : en aucun cas l'instrument ne doit être considéré comme neutre.

4.3. Manipuler en mathématiques : l'importance du milieu d'apprentissage.

Dans cette section, nous allons voir quelques pistes pouvant permettre de donner du sens à la manipulation auprès des élèves, en vue de construire une séance permettant d'introduire le rapporteur de façon efficiente. Pour cela, nous nous appuyerons entre autres sur l'article *Manipuler en mathématiques... oui mais* (Briand, 2021) issu du bulletin *Au fil des maths* de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public).

Selon l'article de Joël Briand, il y a deux milieux à distinguer : le milieu matériel et le milieu d'apprentissage. Par exemple, deux professeurs peuvent disposer d'un même milieu matériel mais proposeront une approche différente quant à ce matériel : le milieu d'apprentissage est alors différent.

L'objectif de cette section est de comparer deux types de scénario quant à l'introduction du rapporteur en classe de sixième, dont le milieu matériel est identique. Commençons par déterminer les difficultés de manipulation et les erreurs attendues lors de l'utilisation du rapporteur.

Difficultés de manipulation et erreurs attendues lors de l'utilisation du rapporteur.

Les enseignants de sixième, et même encore de cinquième, désignent la notion d'angles comme une notion « ne passant pas » auprès des élèves. Nous nous attacherons, dans ce paragraphe, à relever l'ensemble des difficultés des élèves. En effet, en plus des problèmes liés à l'introduction du concept d'angle au cycle 3, il y a de nouveaux problèmes qui prennent forme *via* les nouveautés de la séquence sur les angles en classe de sixième.

L'un des objectifs principaux du chapitre, en plus de la différenciation entre la grandeur et la mesure dont nous avons parlé dans la section 3.2, est de différencier « mesurer » (au

rappporteur) et « calculer » la mesure d'un angle. Globalement, on demande de déduire par un raisonnement et un calcul, la mesure d'un angle, puis on vérifie ensuite à l'aide du rapporteur. Il faut insister sur cette différence qui, pour beaucoup d'élèves, n'est pas forcément évidente. Il faut ainsi vite organiser des repérages afin de voir ceux qui se trompent, ou pensent qu'il n'y a pas de réel intérêt à calculer quelque chose alors qu'il suffit de le mesurer à l'aide du rapporteur : on favorise en faisant cela le passage à la géométrie axiomatique, ou raisonnée.

La difficulté majeure selon moi, et pas des moindres, réside dans l'introduction et l'utilisation du rapporteur. Les élèves rencontrent notamment des difficultés afin de lire le rapporteur. Chaque année, certains élèves affirment, par exemple, qu'un angle obtus mesure 17 degrés, ou encore qu'un angle aigu en mesure 153. C'est en réalité un problème résultant du double sens de lecture du rapporteur. C'est pourquoi il semble important, dès l'introduction du rapporteur, d'insister sur la méthodologie et d'être patient : placer le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle dont on veut déterminer la mesure, placer le zéro du rapporteur sur l'extrémité de l'angle, parcourir le rapporteur de 10 en 10 sans se tromper de sens de lecture, puis faire le trait. Cette méthodologie semble poser de gros problèmes aux élèves. On remarque ainsi que le rapport à l'espace est très important même sur la lecture du rapporteur : si l'élève pense que prolonger les extrémités de l'angle (dans le cas d'un angle dont les représentations des demi-droites par des segments sont trop courtes) le modifie, cela va poser problèmes. Dans le cas où un élève doit mesurer un angle entre deux extrémités représentées par des segments trop courts par rapport au demi-cercle de lecture sur le rapporteur, le rapport à l'espace montre également son importance.

Activités avec le rapporteur en lien avec ces difficultés.

Premier scénario.

On apprend aux élèves la méthode de mesure d'un angle en les confrontant aux différents problèmes de lectures du rapporteur courants des élèves décrits ci-dessus. Pour cela, on peut distribuer deux gabarits de rapporteur aux élèves afin de leur faire faire la procédure exacte de mesure dans leur cahier de leçon, en utilisant un exemple pour chaque sens de graduation du rapporteur. On peut également leur proposer une vidéo, celle proposée par Yvan Monka « Mesurer un angle (2) – Sixième » me semble tout à fait pertinente aux vues de la section 4.1 : <https://www.youtube.com/watch?v=nBkYby81HuM>.

Ainsi, les élèves ont une trace sur la manière dont il faut placer et lire le rapporteur, l'objectif étant que les élèves associent l'image de leur cahier de leçon à une procédure de mesure d'angle : on crée ce qu'on pourrait appeler une image mentale, ici fixe. Voici un exemple du contenu qui peut être inscrit dans les cahiers de leçons des élèves :

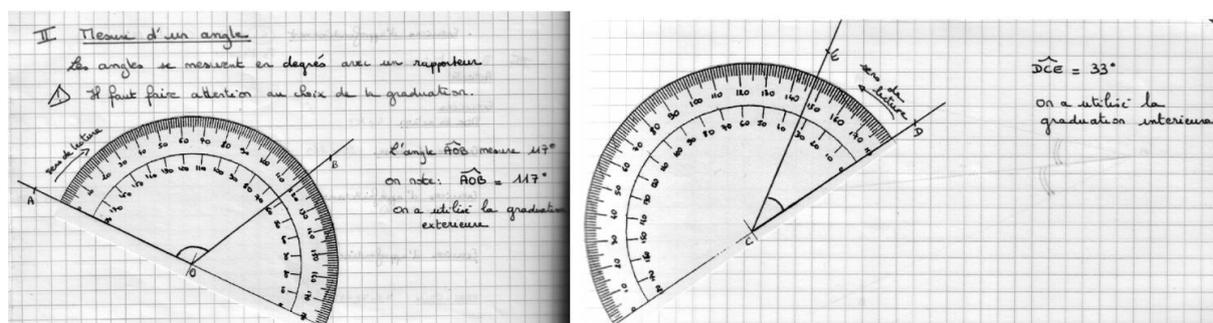


Figure 10 : Contenu d'une image mentale fixe

En regardant au préalable la vidéo, les élèves développent ainsi un double principe d'association : d'une part avec des images fixes dans leur cahier, à l'aide de la leçon proposée, et d'autre part avec des images animées, par le biais de la vidéo.

On commence ainsi à aider les élèves à se fabriquer leurs images mentales. Ce sont des images que les élèves se créent eux-mêmes. Elles résultent ainsi de toutes les activités autour de la notion en question. En effet, elles proviennent des images fixes, des vidéos (images animées), des manipulations effectives, du matériel, des manuels...

A la suite de cette phase d'institutionnalisation, on peut enchaîner sur une activité visant à leur apprendre à manipuler ce rapporteur, de façon progressive, afin qu'ils évitent au maximum les erreurs de lectures dans leurs utilisations futures du rapporteur.

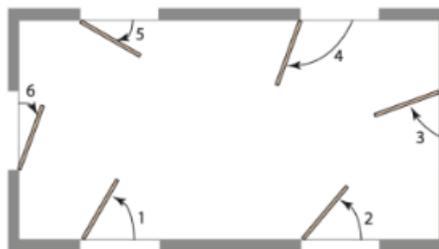
Voici une proposition d'activité visant à travailler sur ces erreurs :

ACTIVITÉ LE RAPPORTEUR

1. En observant ton rapporteur, réponds aux questions suivantes :

- (a) Des nombres sont inscrits à proximité des graduations. Quel est le plus petit ? Le plus grand ?
 (b) L'unité dans laquelle est gradué le rapporteur est le degré, noté $^{\circ}$. Quelle est la mesure d'un angle droit, en degrés ?

- (c) A l'aide du rapporteur, Tania mesure un angle de 60° pour l'ouverture de la porte 1. Expliquer comment elle a trouvé ce résultat.



- (d) Faire de même pour l'ouverture des autres portes.

2. (a) Mathilde a mal placé son rapporteur pour mesurer l'angle grisé. Pourquoi ?
 (b) Saïd a mesuré 70° pour l'angle grisé. A-t-il raison ? Justifier.



Figure 11 : Proposition d'activité visant à travailler sur les erreurs courantes liées à l'utilisation du rapporteur.

Proposition d'un deuxième scénario

On propose aux élèves une activité où il y a une **nécessité d'avoir recours au rapporteur**. On intègre dans ce scénario, à la différence du premier, la manipulation au processus d'apprentissage. On ne va pas imposer à l'élève l'instrument, ni la façon de l'utiliser, mais on va le laisser s'accommoder au milieu d'apprentissage et utiliser ses propres compétences. Ainsi, l'élève va se faire sa propre conception de l'instrument, et le professeur va le guider vers la bonne méthode d'utilisation, sans la lui imposer.

Voici, ci-dessous, une illustration de ce qui peut être proposé aux élèves.

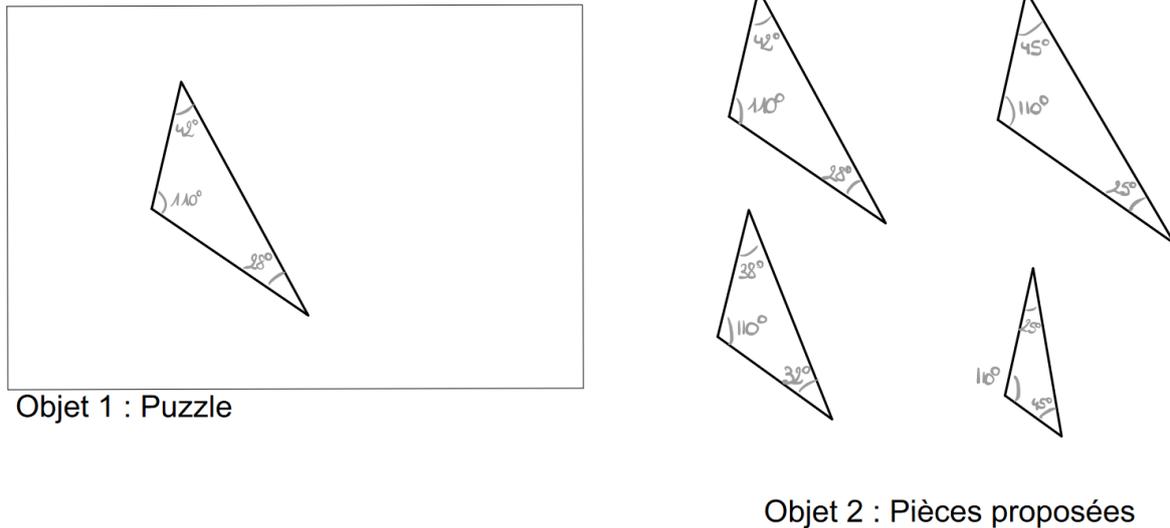


Figure 12 - Illustration de la seconde approche quant à l'utilisation du rapporteur.

On peut, par exemple, proposer aux élèves une feuille A4 où il manque une pièce de forme triangulaire (objet 1). Celle-ci fait partie d'un lot de pièces qui sont toutes des triangles, où seul un angle est commun (objet 2). Nous avons alors la nécessité d'avoir recours à la manipulation pour retrouver la pièce manquante, dans le sens où certaines mesures d'angles sont très proches.

Cette activité pourrait s'envisager en deux étapes, le contrat didactique devant être communiqué aux élèves de manière rigoureuse afin que l'activité se déroule dans de bonnes conditions et que l'apprentissage soit efficace.

La première étape consisterait à ce que chaque groupe d'élève dispose de deux tables séparées d'une distance convenable afin qu'une table ne soit pas visible depuis l'autre. L'image avec la pièce manquante est disposée sur l'une, et le lot de pièces sur l'autre. Les élèves disposent du nombre d'allers-retours qu'ils souhaitent afin de trouver la bonne pièce manquante, mais n'ont droit de prendre qu'une pièce par aller-retour.

La seconde étape est la même que la première, à la seule différence que les élèves ne disposent que d'un seul aller-retour pour trouver la pièce manquante, mais ils ont cette fois à disposition un rapporteur pour les aider. On ajoute ainsi une contrainte à la manipulation des

élèves. Ainsi, les élèves vont devoir s'accommoder au milieu d'apprentissage proposé, et utiliser leur rapporteur instinctivement : le professeur peut alors par exemple prendre des photos sur la manière dont les élèves utilisent leur rapporteur afin de les projeter par la suite au tableau.

On peut éventuellement coupler cette activité avec une restitution des savoirs primaires sur le rapporteur et même plus généralement sur la mesure en amont, de manière individuelle.

Comparaison des deux scénarios sur le plan théorique

Les deux scénarios s'appuient, de la même manière que Joël Briand dans son article, sur une manipulation, mais seul le second propose une activité au cours de laquelle les élèves ont à produire un modèle qui permet de vérifier ou contrôler une action effectuée dans un milieu matériel. En effet, dans le premier scénario, la manipulation correcte du rapporteur est une finalité, et les élèves doivent s'accoutumer aux méthodes que leur professeur leur enseigne, même si leur conception initiale est erronée.

Dans le scénario 2, tout comme l'exemple proposé par Joël Briand dans son article pour la revue *Au fil des maths*, « La manipulation sert à la fois à poser le problème et à valider (ou invalider) des résultats prévisionnels ». Ainsi, la vérification matérielle valide ou invalide les prévisions : le professeur peut alors s'appuyer sur les travaux des élèves, qui ont pu s'essayer à utiliser leur rapporteur afin de choisir la bonne pièce manquante.

Ainsi, on fournit l'outil à l'élève sous la forme d'artefact, et c'est lui-même qui se fait sa propre construction de l'outil, sous l'aile du professeur qui le guide vers une conception et une utilisation correcte. L'élève s'imagine ce à quoi il peut servir, et comment l'utiliser : le professeur a donc le rôle clé de construire une séance pour justifier et rendre nécessaire l'outil dans une situation précise, où la mesure d'un angle (puis sa construction dans un second temps) a un intérêt : il en vient la nécessité d'être très clair sur le contrat didactique. Ainsi, au lieu de

transmettre une méthode toute prête aux élèves, c'est eux qui se construisent leur propre méthode, guidés par leur professeur et le milieu d'apprentissage qu'il met en place.

On peut également mettre en place un système attrayant pour les élèves : par exemple, un « permis rapporteur » décerné aux élèves dont le professeur estime que les compétences et connaissances liées à l'utilisation et la conception du rapporteur sont acquises, ce qui peut davantage motiver les élèves à s'investir.

Enfin, un intérêt du scénario 2 vient également du large choix de variables didactiques que sa forme entraîne : utilisation d'une photo plutôt qu'une feuille blanche, découper directement la feuille de l'élève devant lui, nombre de pièces proposées, mesures des angles plus ou moins rapprochées... Ainsi, maintes variables didactiques sont disponibles afin, notamment, de différencier les apprentissages, même pour les élèves maîtrisant déjà le rapporteur.

Comparaison des deux scénarios sur le plan pratique.

Lors de la mise en place du premier scénario, j'ai pu remarquer que beaucoup d'élèves ont été en difficultés sur les énoncés, notamment sur la modélisation des portes sur le schéma proposé. J'avais pourtant pris le temps, en prérequis de cette activité, de montrer dans la salle de classe comment la position de la porte génère différentes ouvertures : grandes, petites... et d'expliquer aux élèves la notion de plan, qui leur est bien souvent inconnue, davantage en classe de sixième. Cela leur permet également, en plus de l'activité introductrice de référence, de développer leur relation à l'espace. Beaucoup d'élèves ne comprenaient pas comment tournait la porte : à la question « Autour de quoi tourne la porte ? », une majorité d'élèves répondaient la poignée, et le reste ne savait bien souvent pas quoi répondre. Nous avons en réalité passé beaucoup de temps à mettre les choses au clair. Ainsi, l'utilisation d'un exemple bien choisi

peut parfois porter ses fruits dans certaines situations, mais l'utilisation de l'exemple semble avoir une limite. Nous y reviendrons plus en détails dans la prochaine section.

Il serait intéressant d'animer ces deux scénarios dans deux classes d'un niveau semblable, afin d'observer leurs progrès vis-à-vis du concept d'angle au fur et à mesure des années. Dans le collège dans lequel j'enseigne, l'équipe de mathématiques a choisi de découper le chapitre sur les angles en deux parties : le concept en lui-même ainsi que la mesure, puis la construction d'angles et de triangles. Ainsi, ces deux sous-chapitres sont séparés de trois mois dans la progression de sixième du collège, ce qui permet aux élèves de gagner en maturité sur le concept en le retravaillant à travers des exercices de recherche, ou même simplement par le biais d'activités mentales, avant de le retravailler une seconde fois à travers la construction. J'ai pu constater que, en animant le second scénario pour introduire le rapporteur, la manipulation a été intégrée dans le processus d'apprentissage : les élèves ont compris au-delà de la manipulation et leurs connaissances sur l'utilisation du rapporteur me semblent bien plus ancrées lorsque l'on travaillait la construction d'un angle en fin d'année. C'est la différence avec le premier scénario, où les élèves en difficultés ne progressent pas puisqu'ils ne voient pas au-delà de la manipulation. J'ai pu remarquer, à l'issue du scénario 1, que les élèves en difficultés ne font pas le lien entre la notion d'angle et la mesure d'un angle, ni quand il est nécessaire d'y avoir recours : il est donc, dans ce contexte, particulièrement difficile de faire construire un angle lorsque les élèves ont déjà du mal à avoir recours à la mesure.

Le second scénario présente certes des atouts prépondérants, mais il présente également selon moi de grands défauts.

Premièrement, cette activité est extrêmement chronophage à mettre en place : il faut faire le découpage d'un triangle dans un puzzle et fabriquer plusieurs pièces triangulaires avec des angles différents, sans compter sur le caractère chronophage des variables didactiques : en

effet, si on travaille plutôt sur une image que sur une feuille blanche (qui est selon moi plus intéressant pour les élèves en difficultés), cela représente un temps colossal de préparation. Il faut également veiller à ce que les tables soient bien espacées, que chaque îlot dispose de deux puzzles pour pouvoir travailler en deux étapes...

Une difficulté de ce scénario réside également dans l'animation : si la transmission du contrat didactique est altérée par l'agitation de la classe, ou par une ambiguïté lors de l'explication du professeur, alors l'activité peut perdre son intérêt.

Néanmoins, dès lors que les puzzles sont fabriqués, ils le sont pour les années suivantes, et cela me semble particulièrement important de proposer une activité comme celle-ci malgré son caractère chronophage : lorsque les concepts fondamentaux sont ancrés, on peut alors travailler sur les automatismes et sur des exercices d'applications. En effet, les activités de manipulation telles que le premier scénario ne font que creuser l'écart entre les élèves qui ont compris le concept sous-jacent et ceux qui ne l'ont pas compris. Dans son article, Joël Briand cite l'écrivain Paul Langevin : « Le concret, c'est de l'abstrait devenu familier par l'usage ». Cela se traduit, selon moi, par le fait qu'**en mathématiques, tout doit résoudre un problème.** Les connaissances proposées sont en effet d'autant mieux assimilées par les enfants qu'elles sont nées de questions qui se sont posées à l'occasion d'une manipulation, d'une observation ou d'une mesure. Mais, à partir du choix de l'exemple des portes qui s'est démontré problématique lors de l'animation du premier scénario, on pourrait se poser la question suivante : l'utilisation d'exemples concrets comme celui-ci aurait-il une limite ?

4.4. L'utilisation d'exemples concrets aurait-il une limite ?

Je me suis rendu compte d'une chose : il nous est assez facile, en tant qu'enseignant, de fournir des exemples, et c'est quelque chose que nous faisons assez naturellement lorsque nous enseignons ou que nous créons des activités. L'activité du scénario 1 en était un bon exemple.

Un problème potentiel est que les élèves peuvent très bien se souvenir de l'exemple par la suite, mais pas de l'idée abstraite dont il est une expression particulière et spécifique : c'est exactement le phénomène qui s'est produit lors de l'expérimentation du scénario 1, la mesure d'angle n'était pas ancrée dans un processus d'apprentissage mais était « imposée » à l'élève. Lors de ce genre de scénario, deux phénomènes sont alors possibles :

1. Les élèves peuvent mémoriser les détails « de surface » liés à l'exemple et ne pas se souvenir des liens vers le concept abstrait, qui étaient pourtant les cibles de l'enseignant.
2. Les élèves peuvent avoir compris l'exemple, mais pas les liens vers le concept abstrait dont la subtilité leur a échappé, et qui est source de confusion.

En effet, il y a en réalité une distinction entre les détails de surface et le sens abstrait.

Les détails de surface sont plus faciles à retenir, car ils sont explicites. Mais les éléments structurels de l'exemple qui soulignent le concept abstrait sont moins lisibles par les élèves, qui peuvent alors les manquer. Cette problématique, on la retrouve souvent dans le domaine des mathématiques, notamment lorsque les élèves focalisent leur attention sur des détails qui ne sont pas pertinents ou qu'ils n'arrivent pas à distinguer les éléments saillants de ceux relatifs à l'exemple. On retrouve également ce problème lors de la lecture d'énoncés.

Cela me semble dû notamment au fait que les élèves sont novices en la matière : ils ne possèdent pas encore assez de connaissances en mémoire à long terme. En effet, ce problème

ne se retrouve pas chez les enseignants qui, avec leur statut d' « expert », sélectionnent naturellement les informations pertinentes d'un exemple ou d'un énoncé.

Nous pouvons alors en arriver à la situation paradoxale de la question 1 de l'activité du premier scénario (Figure 11 : Proposition d'activité visant à travailler sur les erreurs courantes liées à l'utilisation du rapporteur.). Un exemple concret qui devait devenir une aide pour retenir le concept abstrait sous-jacent devient quasiment un obstacle. Cela me semblait nécessaire de marquer les élèves avec des exemples frappants, mais il est en réalité bien plus intéressant de les faire manipuler dans le cadre d'une situation telle que celle du scénario 2. En effet, des exemples frappants ou mal choisis peuvent réduire le transfert. Les élèves s'attachent à certaines caractéristiques spécifiques des exemples au point qu'ils ne sont plus en mesure de voir la connexion avec d'autres situations et donc avec le concept abstrait sous-jacent.

Il semble donc primordial de les faire manipuler plutôt que d'imposer des méthodes ou des techniques avec des exemples concrets, ceux-ci pouvant réduire le transfert, en plus de ne percevoir les notions au-delà de la manipulation. Il est bien plus intéressant de proposer une activité nécessitant d'avoir recours au rapporteur et répondant à un problème. Répondre à un problème étant le sang des mathématiques, et plus généralement des sciences. Il faut donc s'habituer à proposer des activités où l'on accompagne les élèves dans leurs apprentissages, en proposant des manipulations bien choisies, plutôt que d'imposer sa vision d'enseignant expérimenté qui peut être éloignée de celles des élèves novices en la matière.

En somme, il me semble plus intéressant de placer l'élève dans un milieu déstabilisant, dans lequel il doit s'accommoder, plutôt que d'utiliser des exemples concrets afin de tenter de « justifier » l'apprentissage d'une notion. Nous avons vu qu'il peut être bénéfique d'utiliser des exemples concrets pour souligner certains propos, mais qu'il existe une limite quant à l'utilisation de ceux-ci : faire la distinction entre le sens abstrait et les détails de surface n'est

pas toujours une tâche aisée, et certains élèves ne s'y retrouvent pas toujours selon l'exemple choisi (cette situation est notamment visible dans le domaine des probabilités, la composition d'un jeu de carte étant souvent méconnue par les élèves, paraissant pourtant si élémentaire pour un enseignant).

5. Conclusion

Une première approche du concept d'angle est faite lors des cycles 2 et 3. L'apprentissage de ce concept s'étale ensuite sur l'intégralité du cycle 4. Nous avons vu que l'utilisation d'une situation dans l'espace sensible était très pertinente en classe de sixième. L'article de Valérie Munier et d'Hélène Merle montre que l'utilisation de telles situations à sa place à l'école élémentaire : il me semble donc envisageable d'étaler cette utilisation sur tous les niveaux, et notamment au cycle 4. La modélisation de l'espace sensible fait partie intégrante du développement de leur perception de l'espace.

Outre la pertinence d'avoir recours à l'espace sensible, ces situations peuvent servir de référence tout au long de la séquence afin d'aider l'élève à se construire cette notion pouvant parfois être jugée « trop amère », et pourtant pilier des mathématiques. Il me semble important de noter que ces situations de références peuvent prendre part dans toute séquence d'enseignement, et ne sont pas seulement des activités d'approche ou d'introduction.

Ainsi, l'utilisation de contextes différents permettent d'avancer dans la construction de ce concept : en effet, les élèves vont se construire un modèle, auquel ils vont faire appel lorsqu'ils résoudront un problème, et il me semble nécessaire de varier les contextes afin d'éviter la prégnance d'un modèle (qui peut d'ailleurs parfois être erroné) qui empêche la construction du concept.

Nous pouvions penser à première vue que l'utilisation d'exemples concrets peut, dans tous les cas, favoriser les apprentissages. Pourtant, un exemple mal choisi, ou mal interprété, et les élèves peuvent passer à côté du concept sous-jacent. Il en est de même que pour l'apprentissage par le médium d'une vidéo. Il semble plus judicieux de proposer une activité déstabilisante pour l'élève, qui fera appel à ses sens primaires voire qui remettra en question ses connaissances. Le sang des mathématiques étant de résoudre des problèmes, une « bonne » activité me semble être une activité où l'élève doit surmonter un problème.

L'un des « problèmes » de l'apprentissage du concept d'angles au collège est l'ajout d'un outil : le rapporteur. Pourtant, cet outil peut être un véritable piston quant à la compréhension du concept par les élèves. Il me semble primordial d'introduire tout outil comme un artefact, et de laisser l'élève s'accommoder de cet outil en lui proposant un milieu d'apprentissage convenable. En somme, en guidant l'élève vers une conception et une utilisation correcte de cet objet pour qu'il devienne un outil. Le rapporteur se révèle être en réalité un second contexte propice à l'apprentissage de la notion d'angle lorsqu'il est bien exploité.

Pour pouvoir compléter nos observations sur ces derniers points, il serait intéressant de poursuivre nos recherches sur le long terme, en comparant l'évolution que pourrait avoir les élèves en travaillant notamment avec ces deux contextes, et dans une classe où ces stratégies n'auraient pas été menées.

Sur le plan de l'enseignement, ce travail de recherche m'a permis de me conforter dans l'idée qu'un travail sur la création de milieux d'apprentissages où les élèves sont déstabilisés va bien plus loin qu'un simple travail de monstration. J'espère, dans les années futures, pouvoir réfléchir pleinement à la mise en place de séquences d'apprentissages reposant sur l'utilisation de ces diverses stratégies, qui font la beauté de ce métier qu'est l'enseignement.

6. Bibliographie

- Briand, J. (2021, Octobre). Manipuler en mathématiques... oui mais. *Au fil des maths*. Récupéré sur APMEP.
- Brousseau, G. (2011). *La théorie des situations didactiques (TSD)*.
- Douady, R. (1986). Recherches en didactique des mathématiques, Vol.7. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*, pp. 5-31.
- Le Moal, C. (2020, Mars). Le Rallye Mathématique Transalpin (RMT). *Au fil des maths*.
M comme Math(s). (s.d.). Récupéré sur YouTube:
https://www.youtube.com/watch?v=mdK_7Ci4Q3M
- Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (2016, Mars). *éduscol*. Récupéré sur <https://eduscol.education.fr/document/16513/download>
- Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (s.d).
Programme du cycle 3. Récupéré sur Éduscol:
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/A-Scolarité_obligatoire/37/5/Programme2020_cycle_3_comparatif_1313375.pdf
- MUNIER, V., & MERLE, H. (2006, Juin). La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel. pp. 65-84.
- Rabardel, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques., (pp. 203-213).

Résumé du mémoire :

L'enseignement de la géométrie au collège, et notamment du concept d'angles dans le cadre de ce mémoire, est souvent jugé comme « ne passant pas » auprès des enseignants, mais aussi auprès des élèves. A partir de cette observation, je me suis posé la question des stratégies qui peuvent être bénéfiques à l'enseignement d'une telle notion. C'est ainsi, qu'à travers plusieurs lectures sur le sujet, j'essaye de proposer deux stratégies tout en soulignant leurs atouts, mais aussi leurs défauts. La première concerne l'introduction du concept d'angles en lui-même, qui peut être reliée au développement de la vision dans l'espace de l'élève. La seconde concerne l'introduction du rapporteur : cet outil peut, d'apparence, ne pas paraître important dans le processus d'apprentissage mais se révéler être une clé lorsqu'il est introduit de manière efficiente.

Abstract :

The teaching of geometry in college, and in particular the concept of angles in the context of this thesis, is often judged as « not passing » with teachers, but also with students. From this observation, I asked myself the question of the strategies that can be beneficial to the teaching of such a notion. Thus, through several readings on the subject, I try to propose two strategies while highlighting their strengths, but also their faults. The first concerns the introduction of the concept of angles itself, which can be linked to the development of the pupil's vision in space. The second concerns the introduction of the protractor : this tool may, on the surface, not seem important in the learning process but turn out to be a key when introduced efficiently.

Mots-clés : mathématiques, angles, processus d'apprentissages, grandeurs, mesures, rapporteur, instrumentation, instrumentalisation, instrument.