



**HAL**  
open science

# L'explicitation de l'utilisation de l'estimation permet-elle d'améliorer les performances des élèves en calcul et en résolution de problèmes ?

Laurence Miguet, Camille Niclause-Lapierre

## ► To cite this version:

Laurence Miguet, Camille Niclause-Lapierre. L'explicitation de l'utilisation de l'estimation permet-elle d'améliorer les performances des élèves en calcul et en résolution de problèmes ?. Education. 2019. dumas-04335228

**HAL Id: dumas-04335228**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04335228>**

Submitted on 11 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



**Année universitaire 2018-2019**

**Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation  
et de la formation***

**Mention *Premier degré***

**L'explicitation de l'utilisation de  
l'estimation permet-elle d'améliorer les  
performances des élèves en calcul et en  
résolution de problèmes ?**

**Présenté par Laurence Miguet et Camille Niclause-Lapierre**

**Écrit scientifique réflexif encadré par Fanny Gimbert**

# Sommaire

<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Les apports théoriques.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Le sens du nombre.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.1 Le sens du nombre du point de vue des sciences de l'éducation .....</b>	<b>2</b>
<i>1.1.1.1 Dénombrement .....</i>	<i>2</i>
<i>1.1.1.2 Sens des opérations .....</i>	<i>2</i>
<i>1.1.1.3 Quantité.....</i>	<i>2</i>
<i>1.1.1.4 Relations.....</i>	<i>2</i>
<i>1.1.1.5 Représentation.....</i>	<i>3</i>
<i>1.1.1.6 Les liens entre ces concepts.....</i>	<i>3</i>
<b>1.1.2 Le sens du nombre du point de vue de la psychologie cognitive .....</b>	<b>3</b>
<i>1.1.2.1 Les différentes représentations.....</i>	<i>4</i>
<i>1.1.2.2 L'appréhension approximative des nombres.....</i>	<i>5</i>
<b>1.1.3 Points communs entre les deux points de vue.....</b>	<b>6</b>
<i>1.1.3.1 Différences entre approximation, estimation, arrondissement, ordre de grandeur et vraisemblance.....</i>	<i>6</i>
<i>1.1.3.2 Place du sens du nombre dans les apprentissages.....</i>	<i>7</i>
<b>1.2 L'enseignement explicite.....</b>	<b>8</b>
<b>1.2.1 Concept : généralités .....</b>	<b>8</b>
<b>1.2.2 Fondements scientifiques de l'efficacité de l'enseignement explicite.....</b>	<b>8</b>
<i>1.2.2.1 La mémoire de travail .....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.2.2 La mémoire à long terme.....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.2.3 L'enseignement explicite et les spécificités de la mémoire .....</i>	<i>9</i>
<b>1.2.3. Le déroulement d'une séance d'enseignement explicite.....</b>	<b>10</b>
<b>1.3 Le bilan actuel de la recherche : lien entre la notion d'approximation et l'enseignement explicite .....</b>	<b>11</b>
<b>1.4 La place de l'approximation dans les programmes scolaires .....</b>	<b>12</b>
<b>1.5 Problématique .....</b>	<b>13</b>
<b>2. Méthode .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1 Participants .....</b>	<b>14</b>

<b>2.2 Procédure</b> .....	<b>15</b>
<b>2.3. Matériel</b> .....	<b>16</b>
<b>2.3.1 La phase d'entrainement</b> .....	<b>16</b>
2.3.1.1 <i>La première séance</i> .....	16
2.3.1.2 <i>La deuxième séance</i> .....	17
2.3.1.3 <i>La troisième séance</i> .....	18
2.3.1.4 <i>La quatrième séance</i> .....	18
<b>2.3.2 Le pré-test</b> .....	<b>19</b>
2.3.2.1 <i>Calculs exacts</i> .....	19
2.3.2.2 <i>Résolution de problèmes</i> .....	19
2.3.2.3 <i>Questionnaire</i> .....	20
2.3.2.4 <i>Calculs estimés</i> .....	20
<b>2.3.3 La phase d'expérience</b> .....	<b>20</b>
2.3.3.1 <i>Calculs estimés et exacts</i> .....	21
2.3.3.2 <i>Résolution de problèmes</i> .....	21
2.3.3.3 <i>Questionnaire</i> .....	22
<b>3. Résultats</b> .....	<b>22</b>
<b>3.1 Analyses préliminaires</b> .....	<b>22</b>
<b>3.2 Description des analyses</b> .....	<b>23</b>
<b>3.3 Présentation des résultats</b> .....	<b>23</b>
<b>3.4 Analyses corrélationnelles exploratoires</b> .....	<b>26</b>
<b>3.5 Remarques</b> .....	<b>26</b>
<b>4. Discussion et conclusion</b> .....	<b>27</b>
<b>4.1 Re-contextualisation</b> .....	<b>27</b>
<b>4.2 Mise en lien avec les recherches antérieures</b> .....	<b>27</b>
<b>4.3 Limites</b> .....	<b>28</b>
<b>4.4 Perspectives</b> .....	<b>29</b>
<b>4.5 Impacts et apports</b> .....	<b>30</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>31</b>

Les mathématiques font partie des apprentissages fondamentaux à l'école dès l'entrée en maternelle. La maîtrise des compétences numériques qui permet la compréhension des situations mathématiques ne peut se construire sans le sens du nombre. D'après la recherche en psychologie cognitive, ce sens est intuitif et commence bien avant le Cycle 1 mais il appartient à l'école primaire de le renforcer pour qu'il soit maîtrisé.

Dans cette étude, nous allons nous intéresser à l'estimation, qui fait partie intégrante du sens du nombre, et à son apport pour les performances en calcul et en résolution de problèmes. Nous verrons si les pratiques issues de l'enseignement explicite et en particulier l'explicitation de l'utilisation de l'estimation dans la consigne permettent d'améliorer les performances des élèves en arithmétique.

Dans un premier temps, un état de l'art permettra de définir les différentes notions abordées dans cette étude avec, d'une part, le concept du sens du nombre du point de vue des sciences de l'éducation et du point de vue de la psychologie cognitive et d'autre part les fondements de l'efficacité de la pédagogie explicite. Ensuite un état des lieux de la recherche concernant l'enseignement explicite en mathématiques et la place de l'estimation dans les programmes scolaires seront dressés. Une deuxième partie présentera la méthodologie employée pour cette étude en décrivant les participants, le matériel utilisé et les procédures mises en place. Dans une troisième partie, les résultats obtenus au regard des trois hypothèses émises seront analysés statistiquement. Enfin, dans une quatrième partie, ces résultats seront discutés. Une analyse réflexive sur l'étude en elle-même sera présentée en vue d'identifier les limites et les perspectives du projet ainsi que son apport dans notre pratique professionnelle.

## **1. Les apports théoriques**

### **1.1 Le sens du nombre**

Les apprentissages numériques ne peuvent se construire que si le nombre fait sens pour l'enfant. Bien que l'expression « sens du nombre » soit largement utilisée, elle n'a pas la même définition pour tous les auteurs et dans tous les champs disciplinaires, tels que les sciences de l'éducation et la psychologie cognitive par exemple (Szucs & Myers, 2017). Afin de lever cette ambiguïté, les deux définitions les plus communes seront présentées.

### **1.1.1 Le sens du nombre du point de vue des sciences de l'éducation**

En sciences de l'éducation et plus particulièrement en didactique, le nombre est défini comme un concept complexe et multidimensionnel qui permet de compter et de reconnaître des symboles. Le « sens du nombre » reposerait ainsi sur cinq grandes idées qui sont conceptuellement interdépendantes et donnent une vue d'ensemble du nombre (Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario, 2005).

#### *1.1.1.1 Dénombrement*

Le dénombrement est la détermination du nombre d'éléments d'un ensemble. Il regroupe l'ensemble des capacités liées au nombre : le comptage avec la récitation de la comptine numérique en association avec une série d'objets pris un par un, l'établissement du lien entre une quantité et le mot-nombre ou le symbole du nombre représenté et la relation entre le nombre avec la valeur de position et les opérations arithmétiques. Développer les capacités de dénombrement est essentiel pour la construction du sens du nombre et reste à la base des activités mathématiques.

#### *1.1.1.2 Sens des opérations*

Il exige de comprendre les concepts et les procédures mises en jeu dans les opérations arithmétiques. Il inclut l'habilité à choisir et à utiliser une stratégie liée au dénombrement. Un exemple qui permettrait d'illustrer serait le fait de compter « à partir de » au lieu de « compter tout » lorsqu'on veut savoir le nombre total de jetons obtenus (12 jetons) quand on ajoute 4 jetons à 8 jetons précédemment gagnés.

#### *1.1.1.3 Quantité*

Il s'agit d'une grandeur associée à un nombre et qui permet d'associer un nombre symbolique à ce qui peut être dénombré ou mesuré. Par exemple, un jeu de 32 cartes est composé de '32' objets physiques (cartes).

#### *1.1.1.4 Relations*

Notre système de numération décimal étant basé sur des régularités, la compréhension des relations entre les nombres permet d'établir des liens entre les nombres. Par exemple, selon sa position, le symbole indique une valeur particulière, c'est la valeur de position. Chaque position successive vers la gauche indique une valeur dix fois plus importante que celle juste à droite ( $100 = 10 \times 10$ ,  $10 = 10 \times 1$ ).

#### *1.1.1.5 Représentation*

Représenter symboliquement un nombre nécessite de saisir à la fois le concept de chiffre, de quantité, de rang et de valeur de position. Pour comprendre le sens du nombre, il faut établir des liens entre le symbole (4), le mot-nombre (quatre), la quantité (4 objets) ou le rang (la quatrième case à partir de la case de départ).

#### *1.1.1.6 Les liens entre ces concepts*

Ces concepts, bien que traitant différents aspects du nombre, ne peuvent être totalement dissociés. Ils sont d'égale importance, s'entrecoupent et sont interdépendants entre eux. Savoir compter c'est comprendre que le dénombrement représente une quantité. La maîtrise du dénombrement, de la quantité et des relations sont nécessaires pour comprendre le sens des opérations. Par exemple comprendre qu'ajouter 8 unités à 3 unités donne 11 unités ou 1 dizaine et 1 unité permet comprendre l'algorithme de calcul mis en place dans la technique opératoire de l'addition. Il convient de familiariser les élèves dès leur plus jeune âge avec l'ensemble de ces concepts et de les travailler régulièrement afin de construire avec eux le sens du nombre. La difficulté qui réside dans la maîtrise du sens du nombre repose sur le fait qu'il ne s'agit pas d'une connaissance mais d'une vue d'ensemble, d'une intuition (Howden, 1989, p11).

### **1.1.2 Le sens du nombre du point de vue de la psychologie cognitive**

En psychologie cognitive et en neuropsychologie, le nombre est étudié principalement en tant que moyen d'appréhender les quantités et de les représenter. Dehaene (1997) définit le « sens du nombre » comme une « intuition numérique ». Ce sens du nombre permet, entre autre, d'évaluer rapidement un nombre d'objets dans un ensemble. Le système cognitif permettant d'accéder aux informations sur les quantités sans l'utilisation du langage est nommé le système du nombre approximatif (traduction pour *Approximate Number System*) ou ANS. Un exemple de ce sens du nombre est notre capacité à estimer, aux caisses du supermarché quelle file est la plus courte, c'est-à-dire où il y a le moins de clients. Ce système permettrait de se représenter les quantités de manière approximative et de les comparer entre-elles grâce à leur position sur une ligne numérique mentale. D'après l'hypothèse de cette ligne numérique mentale, lorsque nous avons à traiter une quantité, nous activons une représentation mentale spatiale des nombres selon laquelle les nombres sont ordonnés du plus petit au plus grand de la gauche vers la droite (Dehaene, Bossini & Giroux, 1993). Cette représentation est décrite dans le modèle du Triple Code proposé par Dehaene (1992). D'après ce modèle, les représentations du nombre et les

opérations qui manipulent ces nombres s'organisent autour de trois types de représentations – analogique, verbale, visuelle – que l'on peut également nommer « le triple code ».

#### *1.1.2.1 Les différentes représentations*

La représentation analogique est une représentation non-symbolique du nombre. Elle est porteuse de la quantité et demeure un support pour la compréhension du « sens du nombre ». Elle est supposée indépendante du langage et de la connaissance des symboles. Elle permet l'estimation, les comparaisons de quantités et les calculs approximatifs. La ligne numérique, comme décrite dans l'ANS est un exemple de représentation analogique. (Fias & Pesenti, 2004).

La représentation verbale est une représentation symbolique du nombre. Chaque nombre est associé à un mot-nombre, par exemple le mot « /vingt-trois/ » pour désigner le nombre « 23 ». Elle n'est pas universellement présente car tous les langages ne comportent pas de système de comptage élaboré. Cette représentation est propre à chaque civilisation. Elle est impliquée dans le traitement des mots-nombres, du comptage par utilisation de la chaîne numérique et des opérations arithmétiques simples comme les tables d'additions ou de multiplications qui ont fait l'étude d'un apprentissage systématique et dont la récupération du résultat se fait de mémoire sans calcul (Chazoule, 2012). La chaîne verbale se compose d'un lexique, d'une syntaxe avec plus ou moins de régularité et d'une base (Fayol, Chazoule et Fanget, 2006).

La représentation visuelle arabe (ou indo-arabe) est la représentation symbolique visuelle du nombre qui est transcrit en chiffres arabes (Chazoule, 2012). Un exemple de cette représentation serait le nombre « 48 » qui représente le nombre « quarante-huit ». Elle est présente dans la plupart des cultures. Elle repose sur système numéral organisé en base 10. Elle est impliquée dans le traitement des nombres arabes et des calculs écrits. Dans cette représentation, les chiffres ont une valeur positionnelle, c'est-à-dire que la valeur d'un chiffre change selon la position occupée dans le nombre.

Selon le modèle du triple code présenté par Stanislas Dehaene en 1992, bien que les zones cérébrales gérant ces trois codes (ou représentations) soient distinctes, des liens se font entre ces trois représentations du nombre. Le passage d'une représentation à une autre s'appelle le transcodage. Par exemple, le nombre 3 (représentation visuelle arabe) peut être transcodé en le mot nombre « trois » (représentation verbale). La maîtrise de toutes les représentations ainsi que le passage d'une représentation à une autre, complétée par l'estimation permet l'utilisation précise des nombres dans des opérations arithmétiques comme les calculs.



### *1.1.2.2 L'appréhension approximative des nombres*

L'appréhension approximative des nombres est multiple. Elle peut se faire soit à partir de nombres non symboliques comme un ensemble d'objets soit à partir de nombres symboliques comme un nombre écrit en chiffres arabes ou exprimés en mots-nombres. Elle permet de représenter une quantité approximative mais également de réaliser des calculs approximatifs en utilisant ces quantités approximatives.

L'appréhension de la quantité d'un ensemble d'objets chez l'adulte peut se faire par le biais « d'au moins trois processus distincts » (Kaufman, Lord, Reese, Volkman, 1949 ; Klar, 1973). Parmi ces trois processus, il y a l'appréhension approximative des quantités qui peut être définie comme la capacité à associer une quantité approximative à un ensemble d'objets (Gimbert, 2016). Elle s'oppose à l'appréhension exacte des quantités qui peut se faire par la subitisation (dénombrement instantané, sans comptage, qui existe pour des numérosités inférieures ou égales à 3 voire 4) ou par dénombrement (nécessitant le comptage d'une quantité d'objets, mis en place pour une quantité supérieure à 3) qui sont les deux autres processus d'appréhension.

Les êtres humains possèdent tous, dès la naissance, certaines capacités numériques. Des travaux menés chez les nouveau-nés ont montré que ces derniers possédaient déjà certaines capacités numériques dès la naissance. Dans une étude menée par Izard, Sann, Spelke et Streri (2009), il a été reporté, qu'après une phase d'entraînement, des bébés de quelques jours étaient capables d'associer un nombre de sons entendus avec un nombre d'éléments visibles sur des images en regardant plus longtemps ces images parmi d'autres.

Afin de mieux comprendre l'établissement du lien entre une quantité approximative et la représentation symbolique du nombre, différentes études ont été menées. Dans celle dirigée par Odic, Le Corre et Halberta (2015), des enfants entre 2 ans et demi et 4 ans et demi devaient estimer une quantité soit par production, c'est-à-dire en produisant un ensemble de  $n$  objets à partir d'une cardinalité  $n$  donnée, soit par perception, c'est-à-dire en estimant la cardinalité  $n$  à partir d'un ensemble constitué de  $n$  objets perçus. Cette étude a montré que les enfants âgés entre 2 et 4 ans étaient capables d'estimer une quantité en utilisant leurs capacités d'approximation. Elle a également montré que l'estimation par production précédait l'estimation par perception qui s'établissait à partir de 5 ans.

Concernant le développement des capacités en calcul, l'expérience de Booth et Siegler (2006), a permis de mesurer les capacités des enfants à effectuer des additions de 2 à 4 opérands en fonction de l'âge des enfants. Ces derniers devaient choisir, parmi trois cartes, le résultat estimé qu'ils pensaient se rapprocher le plus du résultat exact. Cette étude a démontré

que les compétences des enfants en calcul approximatif se mettent en place dès 5 ans et qu'elles augmentent avec l'âge.

### **1.1.3 Points communs entre les deux points de vue**

Bien que les définitions de l'expression « sens du nombre » proposées par les sciences de l'éducation et par la psychologie cognitive soient différentes, certains points sont similaires, à savoir, l'idée d'une intuition numérique, c'est-à-dire, le fait que l'appréhension des quantités peut être approximative ou exacte et que l'approximation choisie dépend du contexte.

Avoir le sens du nombre c'est concevoir les nombres comme des valeurs relatives liées à leur contexte d'utilisation et comprendre leur utilisation pour compter, mesurer, estimer ou calculer. Par exemple, un même nombre symbolique peut être représenté par différentes valeurs relatives selon le contexte. Par exemple, il peut être pertinent d'arrondir le nombre 108 à 100 ou à 110 selon la situation, par exemple, ce meuble coûte environ 100 euros et cette école compte environ 110 élèves. Il s'agit donc d'une différence dans l'appréhension de la quantité : un nombre peut donner une quantité exacte, mais il peut également, être utilisé pour donner une quantité approchée. C'est le contexte qui déterminera quelle utilisation du nombre est la plus pertinente dans un contexte donné. Une personne maîtrise le sens du nombre si elle peut facilement estimer des quantités et des résultats de calcul, mais également si elle peut porter un jugement critique sur ces résultats obtenus.

#### *1.1.3.1 Différences entre approximation, estimation, arrondissement, ordre de grandeur et vraisemblance*

Les termes d'« approximation », d'« estimation », d'« arrondissement », d'« ordre de grandeur » ou de « vraisemblance » sont souvent employés de façon interchangeable, cependant, ils ne signifient pas exactement la même chose.

Le concept d'approximation regroupe l'ensemble des arrondis, estimations ou ordres de grandeur.

L'arrondi provient de la relation entre un nombre connu (précis ou approximatif) et sa proximité relative à d'autres nombres. Par exemple, si le prix sur une voiture neuve est affiché à 16 728€, on peut dire qu'elle coûte environ 17 000 € (Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario, 2005).

Le terme d'estimation provient de la relation entre une quantité inconnue et des connaissances antérieures prises comme repère. Par exemple, si on voit une voiture neuve passer, on peut estimer son prix : son prix doit être autour de 20 000 €. L'estimation est non

seulement liée au nombre pour estimer une quantité, mais également aux opérations pour estimer le résultat d'un calcul (Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario, 2005).

L'ordre de grandeur est fortement lié à l'estimation. Il s'agit de repères mentaux entre lesquelles l'estimation d'un nombre ou le résultat d'un calcul semble acceptable. Comme tout repère, l'ordre de grandeur est fortement corrélé au contexte et à la grandeur du nombre (Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario, 2005).

La vraisemblance est la quantité acceptable d'un nombre comme quantité ou comme résultat d'une opération. Par exemple, le prix de 20 000€ pour une voiture neuve est vraisemblable alors que le prix de 200 € ne l'est pas (Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario, 2005).

### *1.1.3.2 Place du sens du nombre dans les apprentissages*

Les concepts d'estimation et de vraisemblance ne sont jamais enseignés tels quels en mathématiques, à l'instar de l'arrondissement ou de l'ordre de grandeur. Ils ont, cependant toute leur place dans la construction du sens du nombre car ils permettent de lier le nombre à une quantité ou à une mesure qui a un sens dans la vie courante. Selon Marchini (2012, p. 446), « les raisons qui conduisent à recommander aux enseignants la familiarité avec le sujet et aux étudiants l'apprentissage de l'approximation, outre l'intérêt des mathématiques, résident aussi dans les exigences de la société et de la vie pratique ». L'auteur voit des aspects bénéfiques dans l'introduction et l'entraînement à l'approximation dès l'école élémentaire. Les élèves qui sont entraînés à estimer les résultats des opérations et à « choisir des représentations significatives de relations et de données » développent des compétences métacognitives en mathématiques. L'apprentissage et la maîtrise de l'approximation semblent être importants pour mieux appréhender les nombres, anticiper et évaluer la pertinence d'un résultat de calcul pour une utilisation plus efficace dans la vie de tous les jours.

L'acquisition du sens du nombre chez les élèves repose, d'une part, sur la compréhension de la signification des nombres comme grandeur d'une quantité, des relations entre les nombres et de l'impact des opérations arithmétiques sur eux (Sood, 2009) et d'autre part, elle se manifeste comme une capacité à estimer un ordre de grandeur, à anticiper et juger la vraisemblance du résultat d'une opération sur ces nombres (Reys & Yang, 1998 ; Pilmer, 2008). De plus, selon Markovits et Sowder (1988), le sens du nombre est un réseau conceptuel organisé dans lequel les nombres et les opérations sur ces nombres permettent de résoudre des problèmes arithmétiques par composition ou décomposition. La manipulation mentale des

concepts permet de développer des stratégies inventives se basant sur les propriétés et les relations des nombres et des opérations.

Sans la compréhension ni la maîtrise de ces propriétés et relations que forment ces différents caractéristiques, les élèves ne peuvent pas se représenter un nombre. Ils peuvent tout au plus le concevoir comme une juxtaposition de chiffres sans lien entre eux. Il est nécessaire de leur enseigner conjointement ces différentes approches afin que l'acquisition du sens s'établisse pour eux.

## **1.2 L'enseignement explicite**

### **1.2.1 Concept : généralités**

L'enseignement explicite (*Direct Instruction* en anglais) se définit comme un enseignement direct et structuré, fortement guidé par l'enseignant (Bissonnette Steve Bissonnette, Mario Richard, Clermont Gauthier et Carl Bouchard, 2010). Il a attiré l'attention des chercheurs en sciences de l'éducation après la publication des résultats d'une étude à grande échelle menée aux Etats-Unis dans les années 1970. Ce projet, appelé *Follow Through*, constituait une étude comparative de neuf méthodes pédagogiques (méthode constructiviste, transmissive, enseignement explicite...). Ainsi, l'enseignement explicite est apparu comme la démarche la plus efficace pour l'apprentissage des élèves. L'efficacité de l'enseignement explicite a par la suite été démontrée grâce aux conclusions provenant d'une méga-analyse (Hattie, 2008) ; celle-ci a recensé les résultats de plus de 300 recherches effectuées entre 1963 et 2006 ; ces études ont touché plus de 30 000 élèves. Cette méga-analyse permet notamment de répondre à la question suivante : quelles sont les méthodes d'enseignement qui favorisent les apprentissages fondamentaux (lire, écrire, compter) chez les élèves ?

Barack Rosenshine (2010), chercheur en psychologie cognitive, a exploité les résultats du projet *Follow Through* pour identifier les interventions pédagogiques les plus efficaces pour les élèves. Il s'est aussi servi des découvertes réalisées en sciences cognitives sur le fonctionnement du cerveau. Enfin, il a utilisé des observations réalisées en classe aux cours desquelles des stratégies d'apprentissage ont été enseignées aux élèves.

### **1.2.2 Fondements scientifiques de l'efficacité de l'enseignement explicite**

L'efficacité de la pédagogie explicite vient du fait qu'elle prend en compte le fonctionnement de la cognition humaine pour favoriser l'apprentissage. En effet, la recherche en sciences cognitives a montré que la mémoire de l'humain est composée notamment de deux

grands types de mémoire : la mémoire de travail (qui est une mémoire à court terme) et la mémoire à long terme.

#### *1.2.2.1 La mémoire de travail*

Selon Baddeley (1986, cité par Perrin L., 2009), la mémoire de travail est un système de capacité limitée, responsable du stockage et de la manipulation simultanée d'informations durant la réalisation de tâches cognitives. La mémoire de travail est donc celle qui permet de stocker des informations pendant quelques secondes et de les traiter. Selon Perrin (2009), le calcul mental est une tâche très représentative de la fonction de la mémoire de travail ; en effet, il nécessite de retenir les nombres présentés (par exemple, 15 et 42 dans le calcul  $15 \times 42$ ) et d'effectuer des opérations sur ces nombres (dans notre exemple, multiplier). Le nombre d'informations traitées par cette mémoire est limitée et leur durée de stockage est courte.

#### *1.2.2.2 La mémoire à long terme*

Tulving (1972, cité par Perrin L., 2009) distingue trois systèmes de mémoire à long terme : la mémoire procédurale, la mémoire sémantique et la mémoire épisodique. Ainsi, la mémoire procédurale est celle des habiletés motrices, des savoir-faire, des gestes habituels. La mémoire sémantique porte sur les faits et les connaissances encyclopédiques. Enfin, la mémoire épisodique est la mémoire des souvenirs, de l'expérience personnelle.

#### *1.2.2.3 L'enseignement explicite et les spécificités de la mémoire*

La mémoire de travail est limitée ; certaines tâches complexes provoquent donc une surcharge cognitive chez les apprenants. Pour cette raison, la partie modelage (ce terme sera expliqué par la suite) de l'enseignement explicite coupe les apprentissages en petites unités, du plus simple au plus complexe. L'automatisation d'un certain nombre de tâches permettrait de libérer de l'espace dans la mémoire de travail.

Une information reçue sera mieux stockée dans la mémoire à long terme si elle réactive des connaissances antérieures ; ainsi, la pédagogie explicite préconise de débiter une séance par un rappel des pré-requis. Celui-ci rend visibles les liens entre les nouvelles connaissances et celles apprises antérieurement.

Ainsi, l'enseignement explicite est au plus près des dernières découvertes dans le domaine des sciences cognitives et des sciences de l'éducation. Une séance menée selon la pédagogie explicite a un certain nombre d'étapes importantes.

### 1.2.3. Le déroulement d'une séance d'enseignement explicite

En parallèle, la psychologie cognitive a établi que l'acquisition d'une nouvelle compétence se faisait en trois phases : la phase cognitive, la phase associative et la phase autonome (Fitts et Posner, 1967 cité par Stordeur J, 2017). La phase cognitive est la phase de compréhension et d'acquisition des connaissances nécessaires au développement de la compétence visée. La phase associative permet ensuite de mettre en application les connaissances dans un ou plusieurs contextes. Enfin, la phase autonome est la phase d'automatisation des nouvelles connaissances.

Par ailleurs, Rosenshine (1986) a identifié trois étapes pédagogiques indispensables à l'enseignement explicite : le modelage, la pratique guidée et la pratique autonome.

Gauthier, C., Bissonnette, S., Richard, M. (2005). décrivent les sept temps d'une séance d'enseignement explicite. La séance débute par une mise en situation : l'enseignant doit s'assurer de l'attention de tous les élèves, l'objectif de la séance aura été verbalisée, un lien avec la vie quotidienne des élèves pourra être fait. Un rappel des prérequis sera ensuite fait ; il a pour objectif de mobiliser les connaissances indispensables à la compréhension du nouveau sujet. D'un point de vue cognitif, il permet d'activer le processus d'auto-répétition d'intégration pour lier les nouvelles connaissances à celles antérieures. La troisième étape est celle du modelage ; en anglais, *to model*, est un synonyme de *to demonstrate*, il signifie « montrer », « présenter ». Pendant la phase de modelage, l'enseignant exécute la tâche devant ses élèves en expliquant ce qu'il fait ; il procède par étape et verbalise tout pour ne pas laisser de place à l'implicite. L'enseignant révèle aux élèves les processus mentaux qu'il utilise. Il raisonne à haute voix, il met en évidence les procédures nécessaires. La démonstration doit être la plus structurée possible (Gauthier, Bissonnette & Richard, 2013). Ensuite, la pratique guidée permet à l'enseignant de vérifier la compréhension des élèves. Ils accomplissent, collectivement ou en binôme, des tâches identiques au modèle présenté par l'enseignant. C'est un temps d'interaction entre l'enseignant et les élèves, il interagit avec eux, les incite à justifier leurs réponses et à formuler leur raisonnement. Quand l'enseignant s'est assuré de la bonne compréhension des élèves, ceux-ci passent en pratique autonome. Individuellement, les élèves réalisent des tâches identiques au modèle et à la pratique guidée, souvent sous forme d'exercices. L'enseignant peut circuler dans la classe pour vérifier que les élèves s'impliquent dans leur tâche. Il peut aussi travailler avec un groupe d'élèves plus en difficulté. Enfin, l'enseignant clôture la séance par une objectivation. Il pose une question, par exemple : « Quel est l'essentiel à retenir ? ». Les réponses des élèves permettent un rappel de ce qui a été appris pendant la séance. Cette étape rapide favorise l'intégration des nouveaux savoirs dans la mémoire à long terme. Enfin, des

révisions régulières, sous forme de rituels par exemple, poursuivront la séance dans le temps. Ces révisions faciliteront l’ancrage des apprentissages sur le long terme. Une évaluation régulière des élèves sera aussi indispensable ; l’enseignant pourra réexpliquer ce qui n'a pas été maîtrisé. Ces évaluations permettront à l’élève de se situer dans ses apprentissages.

### **1.3 Le bilan actuel de la recherche : lien entre la notion d'approximation et l'enseignement explicite**

Clements (1984, cité par Gimbert, 2016) a cherché à vérifier l'hypothèse de Piaget sur l'entraînement à la logique des enfants de moins de 6 ans. Ainsi, pour son étude, il a entraîné certains élèves à la logique, d'autres au dénombrement, enfin, le dernier groupe recevait un entraînement non numérique. Les résultats ont montré qu'un entraînement à la logique et au dénombrement permettait d'améliorer les capacités de raisonnement logique.

Certaines études ont cherché à entraîner les enfants au calcul approximatif et d'autres ont mis en jeu la démarche de l’enseignement explicite dans l’enseignement des mathématiques.

En 2015, Meyer s'est intéressée à l’estimation numérique dans les apprentissages mathématiques. Elle a étudié les bénéfices d’une progression ACE (Arithmétique et Compréhension à l’Ecole Élémentaire), avec en parallèle, un entraînement à l’estimation grâce à un logiciel appelé “Estimateur” (conçu pour la rééducation des troubles du nombre et du calcul). Ce logiciel a pour but de faire associer la représentation verbale ou orale du nombre et sa représentation analogique spatiale. Ainsi, les élèves devaient placer des nombres sur une ligne bornée de 0 à 1000, non graduée (puisque’il s’agit d’arithmétique approximative). L’étude a porté sur des classes de CP. Tous les élèves ont été évalués en pré-test et en post-test au moyen d’un Test de Connaissance Mathématique (TCM), composé de plusieurs épreuves arithmétiques (calcul mental, problèmes verbaux, calcul et comparaisons) et d’une tâche de mapping numérique. Puis, durant toute l'année de CP, les enseignants des classes concernées ont réalisé deux séances de mathématiques par jour, une courte et une longue à raison d'1 heure 15 par jour. Les classes ont été réparties en trois groupes : deux groupes expérimentaux et un groupe contrôle. Le premier groupe expérimental a suivi une progression ACE et un entraînement avec le logiciel d’estimation Le deuxième groupe expérimental a suivi uniquement la progression ACE. Enfin, les enseignants du groupe contrôle ont réalisé la progression habituelle qu’ils avaient les années précédentes. La chercheuse s'est surtout intéressée aux résultats liés à l’estimation numérique et au calcul approximatif. Les conclusions

ont été très positives. Par rapport au groupe contrôle, les élèves du premier groupe expérimental ont amélioré fortement leurs capacités arithmétiques ; les élèves du deuxième groupe expérimental ont également progressé mais moins vite que ceux du premier groupe. Ainsi, un entraînement régulier à l'estimation, en plus d'une progression ACE, améliore les compétences générales en mathématiques.

Bissonnette (2010) a synthétisé les principaux résultats provenant des trois méta-analyses ayant évalué l'efficacité de différentes stratégies d'enseignement sur la performance en mathématiques des élèves en difficulté d'apprentissage ou à risque d'échec. Ainsi, des quatre modalités pédagogiques dominantes (enseignement explicite, constructiviste, entre pairs et soutien à l'enseignement), l'enseignement explicite se démarque nettement des autres. Il serait donc une stratégie favorisant les apprentissages en calcul auprès des élèves en difficulté d'apprentissage et à risque d'échec.

Nous savons donc que l'entraînement à l'estimation est favorable aux apprentissages numériques (calculs et résolution de problèmes) ; en revanche, les résultats des études d'entraînement à l'approximation sont auprès d'enfants de cycle 2 et non auprès d'enfants de cycle 3.

A notre connaissance, l'enseignement explicite de l'estimation n'a pas fait l'objet d'études expérimentales.

#### **1.4 La place de l'approximation dans les programmes scolaires**

L'approximation apparaît sous le concept d'ordre de grandeur dans les programmes à partir du cycle 2. Elle est liée à un domaine comme les nombres, le calcul (en cycle 2 et en cycle 3) et les grandeurs et mesures (en cycle 3).

Au cycle 1, les élèves apprennent graduellement les trois représentations du nombre : d'abord le code analogique, le code verbal et enfin le code visuel. « La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition orale de la suite des nombres et l'usage du dénombrement ». La notion d'approximation n'est pas introduite dans les apprentissages au cycle 1 en tant que telle (Bulletin Officiel du 26 mars 2015).

En cycle 2 et en cycle 3, les programmes scolaires de 2015 préconisent d'utiliser l'ordre de grandeur dans les domaines des nombres et du calcul. En cycle 3, il apparaît également dans le domaine des grandeurs et mesures. En ce qui concerne la compétence de calcul, il est important que les élèves apprennent à vérifier un résultat de calcul notamment en estimant son



ordre de grandeur. L'approximation est vue comme un moyen d'estimation et de vérification d'un résultat.

Tout au long de l'élémentaire, la compétence d'approximation peut être mise en place dans le domaine du calcul mental et plus particulièrement dans le calcul réfléchi. Ce dernier peut être défini comme un calcul exact sur des valeurs approchées (Kahane, 2003). Selon Marchini (2012), il est important de ne pas hiérarchiser le calcul exact et le calcul estimé, ni de les opposer. Entraîner les élèves à déterminer un résultat de calcul approché permet d'amener les élèves à contrôler et à développer un regard critique sur leurs résultats. Les résultats peuvent être issus d'un calcul instrumenté ou posé. Cette compétence peut également être mise en jeu dans le domaine de la résolution de problèmes. Dans ce cas, les grandeurs sont contextualisées.

### **1.5 Problématique**

D'après les résultats de la recherche, entraîner le sens du nombre par le biais de l'estimation permet d'améliorer les performances des élèves en mathématiques, en particulier « à trois moments du développement des habiletés mathématiques : celui des capacités précoces de discrimination numérique ; celui de la compréhension cardinale des mots-nombres ; et enfin celui du développement du calcul mental » (Vilette 2018, p. 2). Cependant, ce processus est complexe et multiple car fortement lié au jugement qu'il soit un jugement de comparaison entre grandeurs, un jugement numérique ou une approximation numérique dans la résolution de problèmes arithmétiques. L'efficacité des entraînements à l'estimation nécessite la mise en correspondance entre les représentations non symboliques et symboliques du nombre (Fayol, 2012 ; Meyer, 2015). Dans les programmes scolaires, l'importance de l'utilisation de l'estimation est reprise comme un moyen de contrôle des résultats avec l'estimation d'un ordre de grandeur d'un résultat de calcul ou de sa vraisemblance.

Or, actuellement, il existe peu d'études montrant l'efficacité des entraînements à l'approximation. Mais les recherches en psychologie cognitive ont montré l'efficacité de l'enseignement explicite dans les apprentissages et notamment en mathématiques. Nous avons donc voulu étudier l'apport de ce type d'enseignement pour l'entraînement à l'approximation. Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'importance de l'explicitation de l'utilisation de l'estimation dans la consigne pour voir si elle permettait d'améliorer les performances arithmétiques des élèves. Nous avons voulu répondre à la question suivante : l'explicitation de l'utilisation de l'estimation permet-elle d'augmenter les performances des élèves en calcul et en résolution de problèmes ?

Cette réflexion permet de formuler trois hypothèses. La première est que l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne permet d'augmenter les performances des élèves en calcul estimé. La deuxième est que l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne permet d'augmenter les performances en calcul exact. Enfin, la troisième hypothèse est que l'explicitation du calcul d'un résultat estimé et du contrôle de la vraisemblance du résultat dans la consigne permet d'augmenter les performances en résolution de problèmes.

Pour répondre à ces trois hypothèses, nous avons réalisé une séquence d'enseignement et d'entraînement aux calculs des arrondis et de la vraisemblance d'un résultat de problèmes. Cette séquence s'est déroulée sur 4 séances de 45 minutes pour tous les élèves de l'étude. Elle a permis de fournir à tous les élèves un apprentissage similaire. Ensuite, nous avons construit un protocole expérimental permettant de tester nos hypothèses. Nous avons, dans un premier temps, effectué un pré-test qui contenait des exercices de calcul de résultats estimés, de calcul de résultats exacts et de résolution de problèmes. Ce pré-test nous a permis de former deux groupes équivalents : un « groupe contrôle » et un « groupe expérience » pour la phase d'expérience. Cette phase était basée sur le même type d'exercices que ceux du pré-test. Lors des épreuves de la phase d'expérience, le « groupe expérience » a explicitement eu la consigne orale et écrite d'utiliser les arrondis pour déterminer un résultat estimé avant d'effectuer le calcul exact alors que le « groupe contrôle » n'avait pas cette explicitation.

## **2. Méthode**

### **2.1 Participants**

Nous avons effectué notre étude avec trois classes élémentaires de cycle 3 : une classe de CM1, une classe de CM1-CM2 et une classe de CM2. Les trois classes font partie de trois écoles différentes du département de l'Isère. Elles ne font pas partie d'un réseau d'aide prioritaire. Les élèves des trois écoles sont issus de milieux socio-professionnels mixtes et aucun n'est bilingue.

Sur les 80 élèves des trois classes, les données de 68 élèves ont été analysées pour cette étude. Douze élèves ont participé à l'étude mais leurs données n'ont pas été incluses dans les analyses pour les raisons suivantes : 1) les parents de 6 élèves n'ont pas accepté qu'ils soient inclus dans l'étude, 2) 4 élèves ont été absents à, au moins, 2 séances d'entraînement sur les 4,

3) 1 élève a été absent au pré-test et n'a donc pas été réparti dans les groupes, 4) 1 élève a été absent le jour de l'expérience (absence de données). L'âge minimal des élèves ayant participé était de 9 ans et 4 mois, l'âge maximal de 11 ans et 2 mois. L'âge moyen des CM1 était de 9 ans et 6 mois, l'âge moyen des CM2 était de 10 ans et 7 mois et l'âge moyen de l'ensemble était de 10 ans et 2 mois (voir tableau 1). Les parents des élèves de ces trois classes ont dû signer des autorisations parentales. L'anonymat total de cette étude a été précisé. Les élèves devaient aussi donner leur accord écrit pour participer à l'étude.

	Nombre d'élèves	Nombre de filles	Nombre de garçons	Age Moyen
CM1	33	15	18	9 ans et 6 mois
CM2	35	19	16	10 ans et 7 mois
Total	68	34	34	10 ans et 2 mois

Tableau 1 : Effectifs de l'étude

## 2.2 Procédure

L'étude que nous avons menée s'est déroulée en trois phases : une phase d'entraînement, un pré-test et une phase d'expérience. Le pré-test et la phase d'expérience présentent un matériel identique. Les séances d'entraînement ont permis d'introduire la notion d'arrondi avec l'explicitation de la procédure pour arrondir les nombres (séances 1 et 2 sur deux journées consécutives). Une séance était dédiée à l'estimation des résultats de calculs additifs et soustractifs en utilisant les arrondis (séance 3). Enfin, la dernière séance permettait de développer les compétences en résolution de problèmes notamment en vérifiant la vraisemblance d'un résultat (séance 4). Les vacances de février se sont déroulées entre les séances 2 et 3 ; ces séances ont donc été espacées de trois semaines. Les séances duraient 50 minutes chacune. La séance de pré-test a permis de recueillir les niveaux des élèves en calcul exact, en calcul estimé et en résolution de problèmes. Cette étape était individuelle et elle a duré en tout 30 minutes. La phase d'expérience a permis de tester les hypothèses de départ, à savoir, est-ce que les élèves qui ont explicitement eu la consigne de calculer un résultat estimé sont plus performants en calcul estimé, en calcul exact et en résolution de problèmes ? Cette étape était individuelle ; elle a duré 40 minutes pour le « groupe contrôle » et 35 minutes pour le « groupe expérience ».

Avant de commencer notre étude, nous avons expliqué aux élèves la raison d'une telle recherche : « Nous allons participer à une étude qui va aider des chercheurs et enseignants à mieux comprendre comment les élèves apprennent en mathématiques ; les résultats de cette étude pourront servir pour aider d'autres élèves plus tard. » Nous avons aussi pris le temps de leur expliquer le déroulement de l'étude, en plusieurs étapes différentes les unes des autres. Enfin, nous les avons rassurés quant au caractère non-noté des exercices : « L'essentiel est de faire de votre mieux. »

Pour conserver l'anonymat des élèves, nous leur avons créé un code pour chacun. Ce code se composait des deux dernières lettres du prénom et des deux dernières lettres du nom. Par exemple, un élève nommé Paul Marchand aurait comme code ULND (exemple fictif pour conserver l'anonymat des élèves). Pour la phase d'expérience, les effectifs des trois classes ont été répartis dans deux groupes : le « groupe expérience » et le « groupe contrôle ». Les groupes ont été constitués à l'issue d'un pré-test. Le « groupe expérience » comprenait 34 enfants, 17 CM1 et 17 CM2. Le « groupe contrôle » était composé de 34 élèves, 16 CM1 et 18 CM2.

## **2.3. Matériel**

### **2.3.1 La phase d'entraînement**

La phase d'entraînement s'est déroulée sur quatre séances de 50 minutes chacune. Toutes les séances se sont passées de la même façon : un temps d'enseignement explicite sur la notion visée, un temps d'entraînement guidé puis un temps d'entraînement individuel. Tous les élèves, CM1 et CM2 confondus ont suivis les mêmes séances.

#### *2.3.1.1 La première séance*

La première séance (voir fiche de préparation de séance en Annexe 1) avait pour titre : « Arrondir à la dizaine ». Les objectifs d'apprentissage étaient 1) savoir arrondir les nombres à la dizaine près et 2) connaître la stratégie pour encadrer un nombre à la dizaine. Après une mise en situation rapide, la phase de modelage a été structurée autour d'un power-point explicitant les étapes de la démarche pour arrondir. A la suite du modelage, il a été distribué un mémo aux élèves (voir Annexe 2) ; celui-ci reprenait les étapes explicitées pour le modelage. Un temps de pratique guidée sur ardoise a suivi. L'enseignant écrivait un nombre au tableau, la consigne était : arrondissez à la dizaine la plus proche. Lors de la correction des exemples, les élèves étaient

invités à suivre et à verbaliser toutes les étapes de la démarche pour arrondir. Après une pratique guidée avec 6 nombres (appartenant à la classe des dizaines, des centaines et des milliers), une feuille de pratique individuelle a été distribuée (voir Annexe 3). Sur celle-ci, deux exercices étaient présentés ; le premier exercice demandait à l'élève d'arrondir des nombres à la dizaine en suivant chacune des étapes comme dans la pratique guidée. Dans le deuxième exercice, l'élève devait estimer mentalement car seule la réponse était attendue. Pour clôturer la séance, un temps d'objectivation a été fait.

### *2.3.1.2 La deuxième séance*

La deuxième séance avait pour titre : « Arrondir à la centaine et au millier ». Les objectifs d'apprentissage étaient 1) savoir arrondir les nombres à la centaine et au millier près et 2) connaître la stratégie pour encadrer un nombre à la centaine et au millier près. Cette séance a eu un déroulement très proche de la première séance. Les élèves avaient le support du mémo pour les aider. Le modelage s'est d'abord concentré sur la méthode pour pouvoir arrondir un nombre à la centaine la plus proche ; elle se divisait en quatre étapes :

#### **Etape 1. Je veux trouver entre quelles centaines se trouve mon nombre 568**

- a. Je cherche le chiffre des centaines → le chiffre des centaines est « 5 »
- b. Je mets deux zéros à la place des deux chiffres d'après (des unités et des dizaines) → j'obtiens 500 comme borne inférieure
- c. Je fais un bond de +100 pour trouver la centaine supérieure → j'obtiens 600 comme borne supérieure

#### **Etape 2. Je trouve le nombre qui est au milieu :**

J'écris le nombre qui se trouve au milieu → 550 se trouve entre 500 et 600

#### **Etape 3. Je cherche si mon nombre est plus grand ou plus petit que le nombre du milieu :**

Si mon nombre est plus petit : on arrondit à la centaine inférieure

Si mon nombre est égal : on arrondit à la centaine supérieure

Si mon nombre est plus grand : on arrondit à la centaine supérieure →  $568 > 550$

#### **Etape 4. Je formule la réponse :**

→ « 568 donne 600 quand on l'arrondit à la centaine la plus proche »

Un temps de pratique guidée avec 6 nombres (appartenant à la classe des centaines et des milliers) a eu lieu avec comme consigne d'arrondir ses nombres à la centaine la plus proche. Ensuite, une phase de modelage a de nouveau été proposée pour apprendre à arrondir des

nombres au millier le plus proche suivi d'un temps de pratique guidé sur la consigne d'arrondir au millier le plus proche. Enfin, une feuille de pratique individuelle a été distribuée ; le premier exercice avait pour consigne d'arrondir deux nombres à la centaine la plus proche. Dans le deuxième exercice, les élèves devaient arrondir deux nombres au millier le plus proche. Enfin, dans le troisième exercice, ils devaient arrondir six nombres à la dizaine, à la centaine ou au millier le plus proche en fonction de ce qui était demandé (exemple : 1 229 arrondi à la dizaine la plus proche).

#### *2.3.1.3 La troisième séance*

La troisième séance avait pour titre : « Estimer le résultat d'un calcul ». Les objectifs d'apprentissage étaient : 1) savoir choisir l'encadrement adapté aux nombres et aux calculs et 2) vérifier son calcul en comparant les ordres de grandeur de l'estimation et du résultat du calcul. Après un rappel des deux séances précédentes, la phase de modelage s'est concentrée sur les étapes pour arrondir en vue de réaliser un calcul. Nous nous sommes particulièrement attardés sur comment choisir son arrondi, en fonction des nombres en jeu. Ainsi, par exemple, si j'ai un nombre de la classe des milliers, je peux l'arrondir à la dizaine, à la centaine ou au millier le plus proche ; quel arrondi dois-je choisir ? Nous avons choisi de demander aux élèves de toujours arrondir au maximum pour faciliter le calcul estimé ; ainsi, un nombre de la classe des milliers devait être arrondi au millier le plus proche. Un power-point a soutenu l'attention visuelle des élèves. Comme pour les deux premières séances, un temps de pratique guidée sur l'ardoise puis un temps de pratique autonome sur fiche a suivi.

#### *2.3.1.4. La quatrième séance*

La quatrième et dernière séance avait pour titre : « Vérifier la vraisemblance d'un résultat ». Les objectifs d'apprentissage étaient 1) utiliser l'approximation (l'arrondi) pour estimer le résultat d'une solution à un problème. 2) savoir vérifier si une réponse est vraisemblable par rapport à ses connaissances personnelles. Cette séance était dédiée à l'application de l'approximation à la résolution de problèmes. Dans un premier temps, la phase de modelage s'est concentrée sur ce qu'est une réponse vraisemblable. Plusieurs exemples sur power-point sont venus étayer cette question ; ainsi, les élèves devaient, par exemple, répondre à la question : "quel peut-être le poids d'une plaquette de beurre ?", les réponses proposées étaient 25kg, 250g, 250mg. Il était proposé aux élèves de se référer aux données déjà connues. Par exemple, pour estimer un poids, je réfléchis aux poids que je connais : celui d'un litre d'eau, mon poids, le poids d'une voiture, etc... Dans un second temps, en pratique guidée, nous avons

travaillé sur la résolution de problèmes en utilisant l'approximation et la vraisemblance pour vérifier le résultat. Enfin, une fiche de pratique autonome a été distribuée aux élèves. Ils devaient résoudre trois problèmes ; le premier concernait des distances entre deux villes, le deuxième traitait d'augmentation ou de baisse de la population dans une ville, enfin, le troisième était relatif à des calculs de poids de courses. Les élèves devaient d'abord calculer un résultat estimé avant de calculer le résultat exact.

### **2.3.2 Le pré-test**

Le pré-test nous a permis d'évaluer le niveau des élèves et de former les deux groupes : « groupe contrôle » et « groupe expérience ». Tous les élèves ont eu les mêmes exercices. Ces exercices portaient dans un premier temps, sur la résolution de calculs exacts puis, en deuxième partie, des problèmes étaient proposés. Dans une troisième partie, les élèves devaient répondre à un questionnaire pour savoir s'ils avaient utilisé l'estimation même si son utilisation n'était pas explicitée dans la consigne. Enfin, des calculs estimés clôturaient le pré-test. Les élèves avaient à disposition une feuille de brouillon. Avant de commencer les épreuves, les élèves ont écrit sur le livret de passation leur date de naissance ainsi que leur code pour garantir l'anonymat.

#### *2.3.2.1 Calculs exacts*

Dans cette partie, les élèves devaient effectuer 10 additions en 5 minutes. Les consignes et l'ordre dans lequel faire les calculs a été explicité à l'oral et à l'écrit (Annexe 4). Les calculs étaient de type additif. Ils étaient ordonnés en difficulté croissante. Le score de cette épreuve portait sur la justesse des résultats (score max = 10).

#### *2.3.2.2 Résolution de problèmes*

Pour cette épreuve, les élèves devaient résoudre 5 problèmes de types additifs et soustractifs en 10 minutes. Les problèmes ont été écrits de sorte que les élèves puissent également juger de la vraisemblance du résultat en utilisant leurs connaissances personnelles. Les problèmes portaient sur des situations de la vie quotidienne (les grandeurs utilisées étaient : la monnaie rendue lors d'un achat, le nombre de points dans une partie de cartes, la taille d'un enfant, la distance à parcourir à pied et le nombre de places vides dans un stade). Les problèmes utilisaient des valeurs vraisemblables avec des nombres entiers pouvant aller jusqu'à la dizaine de mille. Les calculs devaient être écrits sur le livret. Les réponses aux problèmes devaient être écrites dans un encadré. La phrase réponse n'était pas demandée. Les élèves pouvaient sauter

un problème s'ils n'arrivaient pas à répondre et y revenir plus tard. Le score de cette épreuve reposait sur le raisonnement d'une part et d'autre part, sur la justesse du résultat (score max = 10).

### *2.3.2.3 Questionnaire*

Dans cette partie, les élèves devaient répondre à des questions qui permettaient de savoir s'ils avaient effectué les différents calculs des parties 1 et 2 en utilisant l'estimation ou s'ils avaient uniquement calculé le résultat exact des calculs. Ils devaient aussi dire si, pour résoudre des problèmes, ils avaient utilisé l'estimation ou vérifié la vraisemblance des résultats avec leurs connaissances personnelles. Le temps n'était pas limité car les questions ont été lues au fur et à mesure et les élèves y ont répondu tous en même temps.

### *2.3.2.4 Calculs estimés*

Pour cette épreuve, les élèves devaient effectuer 10 additions en estimant un ordre de grandeur ; dans un premier temps, ils devaient déterminer les arrondis, et dans un deuxième, les additionner. Par exemple, pour l'addition  $46 + 13$ , ils devaient déterminer les arrondis des opérands (46 donne 50 et 13 donne 10 quand on arrondit à la dizaine la plus proche) et effectuer le calcul avec ces arrondis, soit  $50 + 10 = 60$ . Cette épreuve permettait d'obtenir leurs performances en calcul estimé. Les élèves avaient 5 minutes pour résoudre les calculs. Les additions étaient les mêmes que dans la partie 1 mais dans un ordre différent. Les élèves ne pouvaient pas consulter leurs résultats de la partie 1 pendant l'épreuve.

Le score de cette épreuve portait d'une part sur le choix des arrondis et d'autre part, sur la justesse du résultat arrondi (score max = 20)

## **2.3.3 La phase d'expérience**

Le pré-test a permis d'établir un score pour chaque élève ; ce score a été calculé à partir des exercices de calculs (résultats exacts et résultats estimés). A l'aide des scores obtenus, deux groupes d'élèves ont été formés ; ils étaient équilibrés du point de vue du nombre, du genre et du score obtenu lors des épreuves du pré-test. L'épreuve d'expérience comportait deux livrets d'épreuves différents, un pour chaque groupe. Les élèves avaient à disposition une feuille de brouillon. Avant de commencer les épreuves, les élèves ont écrit sur le livret de passation leur date de naissance ainsi que leur code pour garantir l'anonymat.

Le livret pour le « groupe contrôle » comportait exactement les mêmes épreuves que celles du pré-test. Nous ne les détaillerons donc pas. Pour le « groupe expérience », le livret



contenait trois épreuves, la partie 1 incluant les calculs exacts et les calculs estimés, la partie 2 portant sur la résolution de problèmes et la partie 3 étant un questionnaire (voir en Annexe 5). Ce sont surtout les consignes qui différenciaient le travail des deux groupes : le « groupe contrôle » n'a pas de consigne particulière concernant l'estimation tandis que le « groupe expérience » a la consigne explicite d'estimer le résultat avant de le calculer exactement. Le « groupe expérience » avait à disposition la fiche «mémo» distribuée lors de la phase d'entraînement et qui concernait la procédure pour arrondir les nombres.

Les explications suivantes ne concerneront que le groupe expérience.

#### *2.3.3.1 Calculs estimés et exacts*

Dans cette partie, les élèves devaient effectuer 10 additions de deux manières : ils devaient tout d'abord calculer le résultat estimé d'une addition en arrondissant les nombres puis calculer le résultat exact. L'ordre dans lequel faire les calculs a été explicité à l'oral et à l'écrit. Les élèves avaient 10 minutes pour cette épreuve. Lors de la correction, le score a été calculé. Concernant le calcul estimé, le score prenait en compte le choix des arrondis (1 point) et le résultat du calcul estimé avec ces arrondis (1 point). Le score sur les 10 additions en calcul estimé était donc sur 20. Concernant le calcul exact, seul le résultat était pris en compte (1 point). Le score maximum était donc 10.

#### *2.3.3.2 Résolution de problèmes*

Pour cette épreuve, les élèves devaient résoudre 5 problèmes de types additifs et soustractifs en 15 minutes. Les problèmes étaient très proches de ceux donnés dans le pré-test : seules les données numériques changeaient. Pour chacun des problèmes, les élèves devaient le résoudre en utilisant un calcul estimé et en donnant un résultat estimé puis ils devaient, pour le même problème, le résoudre en utilisant un calcul exact. Tous les calculs devaient être explicités sur le livret. Les réponses aux problèmes devaient être écrites en précisant l'unité dans un encadré. Aucune phrase réponse n'était demandée. Les élèves pouvaient choisir l'ordre de résolution des problèmes. Pour chaque problème, les élèves devaient ensuite comparer le résultat estimé et le résultat exact et conclure si le résultat exact trouvé lui semblait vraisemblable en cochant une case à cocher Oui/Non. Le score était ensuite calculé en fonction de l'adéquation entre le résultat et la réponse à la question (score max = 10).

### 2.3.3.3 Questionnaire

Le questionnaire était similaire au questionnaire du pré-test. Les questions ont été lues au fur et à mesure et les élèves y ont répondu tous en même temps.

## 3. Résultats

### 3.1 Analyses préliminaires

Afin d'évaluer l'effet de l'explicitation du calcul d'un résultat, deux groupes ont été formés à l'issue d'un pré-test. Pour déterminer si cette répartition en deux groupes a créé une différence entre ces groupes concernant les performances des élèves, des tests-t pour échantillons indépendants par groupe ont été réalisés. Ces tests comparent deux moyennes afin de savoir si elles diffèrent statistiquement. Ces analyses révèlent que les moyennes obtenues par les deux groupes en calcul estimé ne sont pas statistiquement différentes ( $M_{\text{Expérience}} = 13,26$  ;  $M_{\text{Contrôle}} = 14,18$ ). Ces analyses révèlent que les moyennes obtenues par les deux groupes en calcul exact sont statistiquement différentes ( $M_{\text{Expérience}} = 8,79$  ;  $M_{\text{Contrôle}} = 7,79$ ) avec un  $p = .02$  ( $p$  devant être inférieur à 0,05 pour être significatif). Ces analyses révèlent que les moyennes obtenues par les deux groupes en résolution de problèmes ne sont pas statistiquement différentes ( $M_{\text{Expérience}} = 5,09$  ;  $M_{\text{Contrôle}} = 5,51$ ). Le Tableau 2 présente les statistiques descriptives des résultats du pré-test selon les différents types de tâches demandées pour répondre aux trois hypothèses formulées.

	Pré-test								
	Score en calcul estimé			Score en calcul exact			Score en résolution de problèmes		
	Effectif	Moyenne	Ecart-type	Effectif	Moyenne	Ecart-type	Effectif	Moyenne	Ecart-type
Groupe Expérience	34	13,26	7,48	34	8,79	1,43	34	5,09	2,50
Groupe Contrôle	34	14,18	7,17	34	7,79	1,97	34	5,51	2,69

Tableau 2 : Effectifs, moyennes et écart-types des deux groupes sur les résultats du pré-test.

### 3.2 Description des analyses

Pour rappel et par souci de clarté, les trois hypothèses testées dans le cadre de cette expérimentation sont numérotées: 1) hypothèse 1: l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne permet d'augmenter les performances des élèves en calcul estimé, 2) hypothèse 2 : l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne permet d'augmenter les performances en calcul exact, 3) hypothèse 3 : l'explicitation du calcul d'un résultat estimé et du contrôle de la vraisemblance du résultat dans la consigne permet d'augmenter les performances en résolution de problèmes.

Afin de déterminer l'effet du groupe sur les performances en calcul estimé, en calcul exact et en résolution de problèmes des élèves, des analyses de covariance ont été réalisées à l'aide du logiciel Statistica. A noter pour la partie résultats, que les données ont été traitées en groupe et avec l'aide de notre tutrice de mémoire Fanny Gimbert. Ces analyses permettent de tester si une différence de moyennes entre le « groupe contrôle » et le « groupe expérimental » est statistiquement significative tout en contrôlant certaines variables appelées « covariants ». Dans notre étude, il s'agit du genre, de l'âge-et du score obtenu au pré-test. Une première série d'analyses a montré que le genre et l'âge n'avaient pas d'effet significatif sur les performances en calcul estimé, ni en calcul exact ni en résolution de problèmes et donc que ces covariants n'avaient pas d'effet sur la significativité des résultats. Pour des raisons de parcimonie, ils ont donc été enlevés des analyses et seul le score obtenu au pré-test a été conservé en covariant.

### 3.3 Présentation des résultats

Les résultats d'analyses statistiques pour la phase d'expérience sont reportés dans le tableau 2 et sont présentés plus en détail dans les paragraphes suivants.

	Phase d'expérience								
	Score en calcul estimé			Score en calcul exact			Score en résolution de problèmes		
	Effectif	Moyenne	Ecart-type	Effectif	Moyenne	Ecart-type	Effectif	Moyenne	Ecart-type
Groupe Expérience	33	15,42	6,99	31	8,58	1,57	34	4,21	2,59
Groupe Contrôle	33	15,52	5,99	34	8,18	1,78	34	5,38	2,69

Tableau 3: Effectifs, moyennes et écart-types des deux groupes sur les résultats de la phase d'expérience

Concernant l'analyse testant l'hypothèse 1, la variable indépendante d'intérêt était le groupe et la variable dépendante était le score en calcul estimé. Le score obtenu en pré-test en calcul estimé des élèves a été entré en covariant dans l'analyse afin d'obtenir une meilleure estimation de l'effet du groupe sur les scores obtenus en calcul estimé lors de l'expérience. L'examen de deux indices statistiques (Résidus Studentisés Supprimés et Distance de Cook) a permis de détecter deux scores statistiquement déviants qui ont donc été exclus de l'analyse. Les résultats de l'analyse montrent que la différence de performance observée entre les groupes Expérience ( $M_{\text{Expérience}} = 15,42$ ) et Contrôle ( $M_{\text{Contrôle}} = 15,52$ ) concernant le score total en calcul estimé n'est pas statistiquement significative,  $F(1, 63) = 0.12$ ,  $p = .73$ ,  $\eta^2 = .002$  (Figure 1). Ainsi, les résultats ne mettent pas en évidence un effet de l'explicitation du calcul estimé sur les performances en calcul estimé.

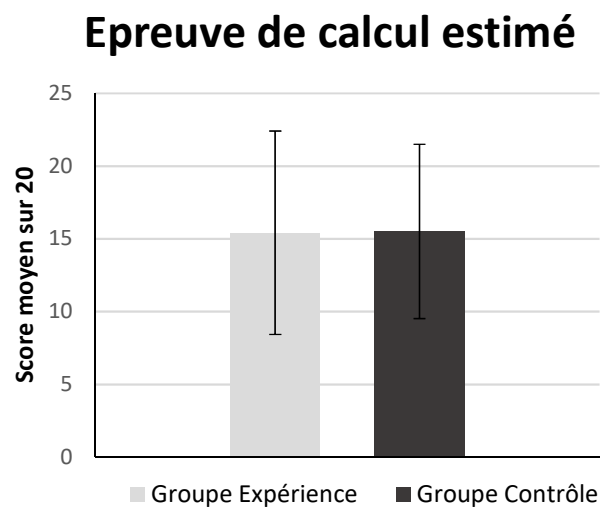


Figure 1 : Moyennes et écart-types pour chacun des groupes « Expérience » et « Contrôle » lors de l'épreuve de calcul estimé.

Concernant l'analyse testant l'hypothèse 2, la variable indépendante d'intérêt était le groupe et la variable dépendante était le score en calcul exact. Le score obtenu en pré-test en calcul exact des élèves a été entré en covariant dans l'analyse afin d'obtenir une meilleure estimation de l'effet du groupe sur les scores obtenus en calcul exact lors de l'expérience. L'examen de deux indices statistiques (Résidus Studentisés Supprimés et Distance de Cook) a

permis de détecter 3 scores statistiquement déviants qui ont donc été exclus de l'analyse. Les résultats de l'analyse montrent que la différence de performance observée entre les groupes Expérience ( $M_{\text{Expérience}} = 8,58$ ) et Contrôle ( $M_{\text{Contrôle}} = 8,18$ ) concernant le score total en calcul exact n'est pas statistiquement significative,  $F(1, 62) = 0.0006$ ,  $p = .98$ ,  $\eta^2 = .00001$  (Figure 2). Ainsi, les résultats ne mettent pas en évidence un effet de l'explicitation du calcul estimé sur les performances en calcul exact.

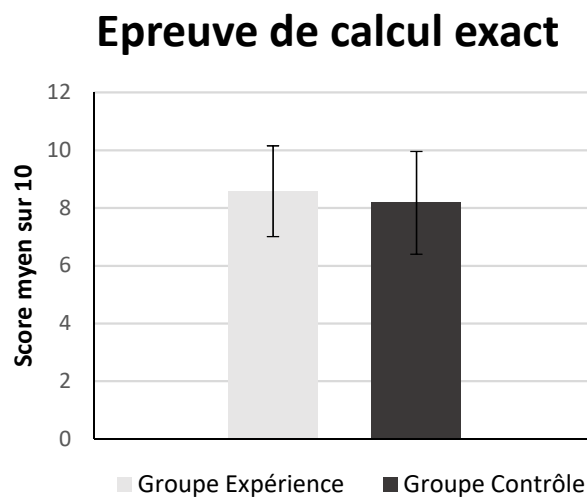


Figure 2 : Moyennes et écart-types pour chacun des groupes « Expérience » et « Contrôle » lors de l'épreuve de calcul exact.

Concernant l'analyse testant l'hypothèse 3, la variable indépendante d'intérêt était le groupe, et la variable dépendante était le score en résolution de problèmes. Le score obtenu en pré-test en résolution de problèmes des élèves a été entré en covariant dans l'analyse afin d'obtenir une meilleure estimation de l'effet du groupe sur les scores obtenus en résolution de problèmes lors de l'expérience. L'examen de deux indices statistiques (Résidus Studentisés Supprimés et Distance de Cook) n'a pas permis de détecter de scores statistiquement déviants et donc aucun score n'a été exclu de l'analyse. Les résultats de l'analyse montrent que la différence de performance observée entre les groupes Expérience ( $M_{\text{Expérience}} = 4,21$ ) et Contrôle ( $M_{\text{Contrôle}} = 5,38$ ) concernant le score total en résolution de problèmes n'est pas statistiquement significative,  $F(1, 65) = 3,52$ ,  $p = .07$ ,  $\eta^2 = .05$  (Figure 3). Ainsi, les résultats ne mettent pas en évidence un effet de l'explicitation du calcul estimé et du contrôle de la vraisemblance du résultat sur les performances en résolution de problèmes.

## Epreuve de résolution de problèmes

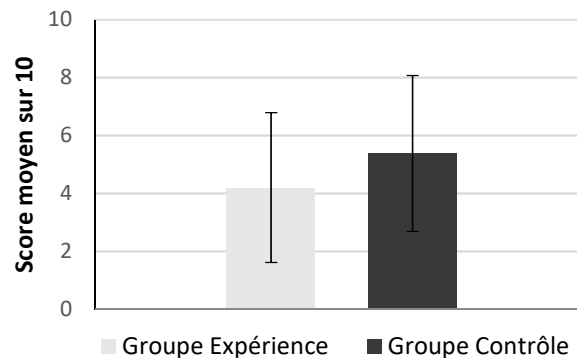


Figure 3 : Moyennes et écart-types pour chacun des groupes « Expérience » et « Contrôle » lors de l'épreuve de résolution de problèmes.

### 3.4 Analyses corrélationnelles exploratoires

Outre le fait de tester l'impact de l'explicitation de l'utilisation de l'estimation sur les performances en calcul et en résolution de problèmes, nous avons jugé intéressant de voir s'il existait une corrélation entre certaines variables dépendantes. Ainsi, existe-t-il une corrélation entre les performances en calcul estimé et les performances en calcul exact et une corrélation entre les performances en calcul estimé et les performances en résolution de problèmes ? Les résultats de ces analyses permettent de voir si un élève qui est performant en calcul estimé l'est aussi en calcul exact et en résolution de problèmes.

Les résultats montrent que la relation entre les performances en calcul estimé et les performances en calcul exact est significative,  $r = .32$ ,  $p = .009$ , cela suggère que plus les élèves sont performants en calcul estimé, plus ils le sont aussi en calcul exact. De plus, la relation entre les performances en calcul estimé et les performances en résolution de problèmes est significative,  $r = .40$ ,  $p = .001$ , cela suggère que plus les élèves sont performants en calcul estimé, plus ils le sont aussi en résolution de problèmes.

### 3.5 Remarques

Les épreuves des phases de pré-test et d'expérience comportaient un questionnaire établi pour savoir si les élèves avaient utilisé l'estimation et/ou la vraisemblance pour effectuer les calculs et pour résoudre les problèmes. Lors des corrections des épreuves, nous avons relevé la fiabilité des réponses aux questionnaires en lien avec ce qui avait été fait concrètement par

l'élève lors des exercices des deux épreuves. A la vue des nombreuses incohérences relevées, nous n'avons pas jugé pertinent d'analyser les réponses à ces deux questionnaires. Ces données n'ont donc pas fait l'objet d'analyses dans cette étude.

## **4. Discussion et conclusion**

### **4.1 Re-contextualisation**

Pour cette étude, nous nous sommes intéressées à la question suivante : l'explicitation de l'utilisation de l'estimation permet-elle d'augmenter les performances des élèves en calcul et en résolution de problèmes ? Pour mener à bien cette réflexion, nous avons formulé trois hypothèses. La première est que l'explicitation, dans la consigne, du calcul d'un résultat estimé permet d'augmenter les performances des élèves en calcul estimé. La deuxième est que l'explicitation, dans la consigne, du calcul d'un résultat estimé avant d'effectuer le calcul avec les valeurs exactes permet d'augmenter les performances en calcul exact. Enfin, la troisième hypothèse est que l'explicitation, dans la consigne, du calcul d'un résultat estimé ainsi que le contrôle de la vraisemblance du résultat trouvé permet d'augmenter les performances en résolution de problèmes.

Pour vérifier ces hypothèses, nous avons mis en place une séquence d'entraînement, un pré-test et une phase d'expérience tous deux individuels. Nous avons ensuite analysé les résultats. La séquence d'entraînement portait sur l'apprentissage à arrondir les nombres, à utiliser ces arrondis dans le cadre de calculs additifs ou soustractifs avec un résultat estimé et sur l'apprentissage à contrôler la vraisemblance des résultats dans le cadre de la résolution de problèmes, en se basant sur les pratiques de l'enseignement explicite.

### **4.2 Mise en lien avec les recherches antérieures**

Il n'existe pas, à notre connaissance, d'études menées sur l'explicitation de l'estimation et sur la performance en calcul. Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, une recherche a été menée sur l'impact de l'estimation numérique dans les apprentissages mathématiques. Ainsi, S. Meyer a étudié l'influence sur les capacités numériques d'un entraînement en calcul couplé d'un entraînement à l'estimation. La progression en calcul était composée principalement de calcul mental, de résolutions de problèmes et de situations de calcul. L'étude a porté sur des classes de CP. Les conclusions de l'étude ont été positives quant à l'intérêt d'un entraînement

en estimation : en effet, les élèves qui ont été entraînés à estimer ont plus progressé en calcul et en résolution de problèmes que ceux qui n'ont été entraînés qu'en calcul.

D'après le guide d'enseignement efficace des mathématiques rédigé par le Ministère de l'Éducation et de la Formation de l'Ontario, la construction du sens du nombre et l'entraînement à l'estimation pour développer ses capacités de raisonnement doivent se faire dès les premières années de l'enseignement, c'est-à-dire dès la maternelle, et doit être sans cesse travaillé les années suivantes.

Notre recherche, bien qu'elle mette aussi en jeu l'estimation, a porté sur un aspect différent puisque nos hypothèses portaient sur l'influence de la consigne. Notre étude concernait des élèves en cycle 3 (CM1, CM2). Les résultats ont montré que l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne ne permettait pas d'augmenter, de manière significative, les performances des élèves en cycle 3 en calcul estimé, ni en calcul exact, ni en résolution de problèmes. Cependant, nous avons pu observer qu'il existait, d'une part, un lien entre les performances en calcul estimé et en calcul exact et d'autre part, un lien entre les performances en calcul estimé et en résolution de problèmes. Ainsi, les élèves performants en calcul, le sont en calculs exacts et estimés et en résolution de problèmes. Ce lien n'est pas directement lié à l'explicitation de l'utilisation de l'estimation dans la consigne mais plutôt aux performances initiales des élèves en calcul et en résolution de problèmes.

### **4.3 Limites**

Les résultats de notre étude n'allant pas dans le sens de nos hypothèses, nous pouvons chercher des explications. Dans un premier temps, nous pensons que cet entraînement à l'estimation arrive tard dans les apprentissages des élèves ; en effet, les premiers calculs sont faits en CP. Entre le CP et le CM1 (voire CM2), les élèves ont pris des habitudes de calcul, en particulier, celle de calculer directement le résultat exact. Il est très difficile de revenir en arrière quand des automatismes sont pris. Cela a pu créer une surcharge cognitive, en particulier pour les élèves déjà en difficulté en calcul et en résolution de problèmes. En effet, cela a remplacé la tâche unique du calcul exact par une quadruple tâche : 1. Arrondir 2. Calculer le résultat estimé 3. Calculer le résultat exact 4. Comparer les deux. Pour certains élèves, cela a été trop.

Cette question de temporalité en entraîne une autre, celle de l'investissement des élèves pour un apprentissage qui a pu leur paraître « décalé » ; en effet, ils calculent depuis 3 voire 4 ans sans estimer leur résultat avant et subitement, nous leur demandons de changer leurs habitudes pour en prendre une nouvelle. Pour les élèves performants, cet entraînement a pu paraître inutile car ils calculaient déjà bien avant.



Pour les élèves en difficulté, la méconnaissance des faits numériques (ici tables d'addition) a été un frein à la réussite des calculs. Les erreurs que cela entraîne ne sont pas décelables par l'estimation car ce sont souvent des erreurs d'une ou deux unités. Toujours pour les élèves en difficulté, l'estimation a été un apprentissage difficile et certains ne l'avaient pas bien acquis lors du pré-test. Cette limite est renforcée par les analyses corrélationnelles exploratoires. En effet, elles révèlent que les élèves qui sont performants en calcul, le sont en calculs estimés et en calculs exacts.

La résolution de problèmes pose des difficultés qui lui sont propres et qu'on ne retrouve pas dans de simples situations de calcul : la lecture de l'énoncé, la compréhension de la situation et le choix de l'opération à effectuer. L'entraînement à l'estimation n'est pas intervenu sur ces aspects-là. En revanche, notre séquence d'apprentissage a abordé la question de la vraisemblance d'un résultat ; en résolution de problèmes, elle se réfère à des connaissances personnelles que les élèves n'ont pas toujours. De même que pour les calculs, les analyses corrélationnelles exploratoires ont montré que les élèves performants en calcul estimés le sont également en résolution de problèmes.

D'un point de vue purement pratique, notre phase d'entraînement a été coupée par les vacances de février (entre la séance 2 et la séance 3) ; nous pensons que cela été préjudiciable pour l'apprentissage des élèves puisqu'il s'est passé trois semaines entre ces deux séances. Il a été difficile de remobiliser les connaissances des élèves pour poursuivre la séquence d'apprentissage.

Nous nous interrogeons aussi sur la difficulté pour les élèves à mettre en lien le résultat estimé et le résultat exact. Dans un premier temps, il leur a été difficile de comparer les résultats estimés et les résultats exacts : « est-ce que l'écart observé est normal ? Ou est-ce qu'il veut dire que mon calcul est faux ? » De plus, si l'écart signifiait une erreur, il leur était difficile de revenir sur leur calcul et de se corriger ; nous pouvons nous interroger sur les raisons : est-ce un manque de méthode ou un manque de motivation ?

#### **4.4 Perspectives**

Si nous devions reproduire l'étude, nous la modifierions. Dans un premier temps, nous interviendrions sur la temporalité de la séquence d'entraînement. Nous condenserions les quatre séances sur deux semaines (séances 1 et 2, la première semaine et séances 3 et 4, la deuxième semaine). Puis, pendant un mois, nous remobiliserions les connaissances par des rituels d'estimation pure et de calcul estimé. Enfin, nous pourrions procéder au pré-test et à la phase d'expérience.

Pour aller plus loin, nous pensons qu'un entraînement à l'estimation pour les cycles précédents : C2 voire C1 serait indispensable. En effet, l'estimation devrait être un automatisme mais il ne peut s'acquérir qu'en étant abordé en même temps que les premières notions de calcul. Un temps d'enseignement méthodique pour apprendre à revenir sur son travail, apprendre à se corriger serait aussi bénéfique pour les élèves. Enfin, les connaissances personnelles utilisées dans la vérification de la vraisemblance devraient faire l'objet d'un apprentissage. Les élèves devraient connaître un certain nombre de valeurs qui leur serviraient de référence.

#### **4.5 Impacts et apports**

Les résultats issus de notre expérimentation ne nous permettent pas de valider nos hypothèses de départ. L'application directe que nous pourrions faire en classe serait relativement limitée. Cependant, cette étude a été enrichissante à plusieurs niveaux professionnels.

Au niveau didactique, nous avons appris à mettre en place des séances d'apprentissage en utilisant la démarche de l'enseignement explicite. Le fait d'avoir conçu des séances basées sur ce type de pédagogie et de les avoir menées en classe nous a permis de bien en comprendre la logique, d'en voir les apports mais aussi parfois de voir certaines limites. Nous avons pu, dès lors, concevoir des séances, basées sur la même approche, dans d'autres disciplines.

Au niveau du savoir-être et du savoir-faire professionnel, cette étude nous a permis de construire un projet d'enseignement à plusieurs. Dans ce cadre, les différents échanges à chaque niveau de la construction du projet ont été enrichissants car ils nécessitaient d'écouter et d'argumenter les différents points de vue, de confronter des expériences et d'anticiper au mieux les difficultés organisationnelles, matérielles ou pédagogiques. Globalement ce travail de groupe a permis d'enrichir notre pratique et notre posture professionnelle.

Enfin, même si les hypothèses de cette étude n'ont pas été validées, ce travail nous a beaucoup appris sur l'importance de la construction du sens du nombre et l'entraînement à l'estimation pour les performances en arithmétiques de nos élèves et ce, dès le cycle 1. Nous conserverons certainement cette vigilance pour nos classes futures.

## Bibliographie

- Baddeley, A. D. (1986). *Working Memory*. New York, United States: Oxford University Press.
- Chazoule, G. (2012). *Représentations analogiques et représentations symboliques des quantités : leurs relations entre quatre et six ans*. (Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand II). Repéré à <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01063654/document>
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Fayol, M., Chazoule, G. & Fanget, M. (2006). Le langage et les opérations arithmétiques. In P. Dessus & E. Gentaz (Eds.), *Apprentissages et enseignement. Sciences cognitives et éducation*, (pp. 75-89). Paris : Dunod.
- Fitts, P.M., Posner, M.I. (1967). *Human performance*. Oxford, England: Brooks/Cole.
- Gauthier, C., Bissonnette, S., Richard, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves*. Bruxelles : De Boeck.
- Gauthier, C., Bissonnette, S., Richard, M. (2005). Interventions pédagogiques efficaces et réussite scolaire des élèves provenant de milieux défavorisés. *Revue Française de Pédagogie*, 150, 87-141.
- Gimbert, F. (2016). *L'appréhension des quantités par la vision ou le toucher: son développement et son rôle dans les apprentissages numériques chez l'enfant*. (Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes). Repéré à <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01472814>
- Hattie, J. (2008). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London, England: Routledge.
- Howden, H. (1989) Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 6-11.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62(4), 498-525.
- Lafay, A. (2013). *Développement des systèmes numériques non symboliques et prédicteurs de réussite mathématique*. *Glossa*, 112, 1-17.

Marchini C. (2012) Les résistances des enseignants face à l'approximation. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21<sup>e</sup> siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT3, pp. 445–456). Repéré à <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>

Markovits, Z., & Sowder, J. (1988). Mental computation and number sense. In *Proceedings of the tenth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 58-64).

Meyer, S. (2015). *L'estimation numérique dans les apprentissages mathématiques, Rôles et intérêts de la mise en correspondance des représentations numériques au niveau développemental, éducatif et rééducatif*. (Thèse de doctorat, Lille, Université Charles de Gaulle-Lille III). Repéré à <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01179168/document>

Ministère de l'Éducation et de la formation de l'Ontario. (2005) *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3<sup>e</sup> année – Numération et sens du nombre*, Toronto, le Ministère, pp. 5-82

Perrin, L. (2009). *Le rôle des connaissances sémantiques dans la mémorisation de l'ordre en mémoire à court terme*. (Thèse de doctorat, Université de Poitiers). Repéré à <http://nuxeo.edel.univ-poitiers.fr/nuxeo/site/esupversions/5a1a0f26-71e1-4d5e-9d84-2d3230653bdc>

Pilmer, D. (2008). *Number sense*. Nova Scotia School for Adult Learning. Department of Labour and Workforce Development. Repéré à <https://www.literacyns.ca/docs/NumberSense.pdf>

Reys, R. E., & Yang, D. (1998). Relationships between the computational performance and number sense among sixth and eighth grades in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.

Rosenshine, B. (2010). Principes d'enseignement. *Série Pratiques éducatives*, 21, 1-31.

Sood, S. (2009). *Teaching Number Sense: Examining the Effects of Number Sense, Instruction on Mathematics Competence of Kindergarten Students*. (Thèse de doctorat, Lehigh, Lehigh University). Repéré à <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2855153/>

Stordeur, J. (2017). *Comprendre, apprendre, mémoriser: les neurosciences au service de la pédagogie*. De Boeck.

Tulving, E. (1972). Episodic and semantic memory. In E. Tulving & W. Donaldson (Eds.), *Organization of memory*. New York: Academic Press. 381-403.

Vilette, B. (2018). Rôle de l'estimation dans le développement des habiletés de discrimination des quantités et des habiletés arithmétiques. *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, 156, 1-8.

## **Annexes**

Annexe 1 : Fiche de préparation de séance 1.....	1
Annexe 2 : Mémo : j'apprends à arrondir .....	3
Annexe 3 : Feuille de pratique autonome, séance1 .....	4
Annexe 4 : Livret de passation du pré-test .....	5
Annexe 5 : Livret de passation de l'expérience pour le « groupe Expérience » .....	7
Annexe 6 : Tableau de données brutes .....	9

# Annexe 1 : Fiche de préparation de séance 1

<b>Discipline :</b> Mathématiques	<b>Domaine :</b> Numération	<b>Niveau :</b> CM1, Cycle 3	Période 3
<b>Titre de la séquence :</b>	<b>Arrondir les nombres</b>		
<b>N° séance :</b>	<b>Séance n°1 / 3 : Arrondir à la dizaine</b>		<b>40'</b>
<b>Compétences visées :</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître les nombres et savoir les encadrer</li> </ul>		
<b>Objectifs :</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Savoir arrondir les nombres à la dizaine près</li> <li>- Connaître la stratégie pour encadrer un nombre à la dizaine</li> </ul>		

Phase	Temps	Déroulement	Modalité	Difficultés attendues	Matériel / Régulations
1	3'	<p><b>Mise en situation :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➢ Dans la vie courante on ne donne pas forcément le nombre exact mais un nombre arrondi, On dit « à peu près ».</li> <li>➢ Exples :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- si on achète un manteau à 49 € on dit ma veste coute environ 50 €.</li> <li>- S'il y a 102 enfants dans la cour de récréation, on va dire « il y a à peu près 100 enfants dans la cour ».</li> <li>- Si les vacances d'été durent 1 mois et 26 jours, on dit qu'elles durent environ 2 mois.</li> </ul> </li> </ul> <p>Dans tous ces cas de la vie de tous les jours, on arrondit soit en dessous du nombre, soit au-dessus du nombre. On peut arrondir à la dizaine, à la centaine, au millier, à la dizaine de milliers près ... cela dépend des nombres qu'on a et ce qu'on veut. Attention, un même nombre peut être arrondi à la dizaine, à la centaine, au millier, à la dizaine de milliers près, cela dépend de la consigne.</p> <p>A la fin de la séance vous saurez arrondir des nombres à la dizaine la plus proche. Par exemple, vous saurez arrondir 134, 135 et 138 à la dizaine.</p>	GC / Oral		
2	10'	<p><b>Modelage pour arrondir à la dizaine</b> Nous allons voir comment on fait pour arrondir à la dizaine la plus proche:</p>	GC / Oral		

15'	<ul style="list-style-type: none"> <li>➢ PE dit : « Je vais vous montrer comment arrondir 48 »</li> <li><b>1) Je veux trouver entre quelles dizaines se trouve mon nombre :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Je cherche le chiffre des dizaines : <i>le chiffre des dizaines est « 4 »</i></li> <li>○ Je mets un zéro à la place du chiffre d'après (des unités) : <i>j'obtiens 40 comme borne inférieure</i></li> <li>○ Je fais un bond de +10 pour trouver la dizaine supérieure : <i>j'obtiens 50 comme borne supérieure</i></li> </ul> </li> <li><b>2) Je trouve le nombre qui est au milieu :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ J'écris le nombre qui se trouve au milieu : <i>45 se trouve entre 40 et 50</i></li> </ul> </li> <li><b>3) Je cherche si mon nombre est plus grand ou plus petit que le nombre du milieu :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Si mon nombre est plus petit : on arrondit à la dizaine inférieure</li> <li>○ Si mon nombre est égal : on arrondit à la dizaine supérieure</li> <li>○ Si mon nombre est plus grand : on arrondit à la dizaine supérieure : <math>48 &gt; 45</math></li> </ul> </li> <li><b>4) Je formule la réponse :</b> ex : « 48 donne 50 quand on l'arrondit à la dizaine la plus proche »</li> </ul> <p>➢ Explicitation de la démarche utilisée : comment je viens de faire pour arrondir 48 à la dizaine ? Qu'est-ce que je fais en premier ? Ensuite ? Enfin ? (faire verbaliser les élèves sur la démarche qu'ils viennent de voir. Ecrire au tableau les 3 étapes de la démarche :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Etape 1 :</b> Je veux trouver entre quelles dizaines se trouve mon nombre</li> <li>○ <b>Etape 2 :</b> Je cherche le nombre qui se trouve au milieu.</li> <li>○ <b>Etape 3 :</b> Je cherche si mon nombre est plus petit, plus grand ou égal à celui u milieu</li> <li>○ <b>Etape 4 :</b> je formule la réponse ex : « 48 donne 50 quand on l'arrondit à la dizaine la plus proche »</li> </ul> <p>➢ PE refait un exemple de la démarche avec 35.</p> <p>➢ PE donne le mémo : lecture du mémo ensemble (seulement la colonne de gauche)</p> <p><b>Pratique guidée</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➢ Demander aux élèves : « En suivant les 4 étapes que nous venons d'écrire, trouver l'arrondi à la dizaine de 47. Qui essaie ? (on choisit plutôt un élève performant) »</li> </ul>			<p><b>A afficher :</b></p> <p>PPTX</p> <p>Les autres élèves font en parallèle sur l'ardoise.</p>
-----	--	--	--	--

		<p>Un élève essaie, s'il ne suit pas les étapes pour verbaliser comment il fait l'inviter à les suivre en utilisant le diaporama. «</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Je cherche entre quelles dizaines se situe mon nombre : entre 40 et 50;</li> <li>2) Je cherche le nombre qui se trouve au milieu ;</li> <li>3) Je cherche si mon nombre est plus petit, plus grand ou égale à celui du milieu : ici le milieu est 45 et on a <math>47 &gt; 45</math> ;</li> <li>4) je formule la réponse « 47 donne 50 quand on l'arrondit à la dizaine la plus proche »</li> </ol> <p>➤ Pratique guidée avec <b>23</b> (on demande à un élève en difficulté)</p> <p>➤ Pratique guidée avec <b>65</b></p> <p>➤ Pratique guidée avec <b>118</b></p> <p>➤ Pratique guidée avec <b>198</b></p> <p>➤ Pratique guidée avec <b>3 658</b></p> <p>Si besoin, faire d'autres pratiques avec <b>255, 654, 7 301</b></p> <p>➤ Interroger les élèves les plus en difficulté pour s'assurer qu'ils ont compris).</p>			Les autres élèves font en parallèle sur l'ardoise.
5	10'	<p><b>Pratique autonome</b> E font exercices individuellement.</p> <p><b>Ex 1 :</b> Trouver l'arrondi à la dizaine comme dans l'exemple donné : 67, 95, 248 <b>Ex 2 :</b> Trouver l'arrondi en donnant la phrase réponse et sans détailler la démarche : 33, 302, 865, 470, 1 283, 4 757, 8 308</p> <p>PE passe dans les rangs pour voir si certains sont bloqués, puis ramasse la fiche d'exercices</p>	Ind / Ecr		<b>A distribuer et à ramasser:</b> Fiches exercices : S1_Arrondir_Exos
6	3'	<p><b>Objectivation</b> Aujourd'hui on a appris à arrondir à la dizaine la plus proche un nombre que ce soit un nombre qui comporte des dizaines, de centaines ou des milliers. La prochaine séance nous allons apprendre à arrondir à la centaine et au millier le plus proche.</p>			





## Mémo de Numération

J'apprends à arrondir à la dizaine, à la centaine et au millier le plus proche.

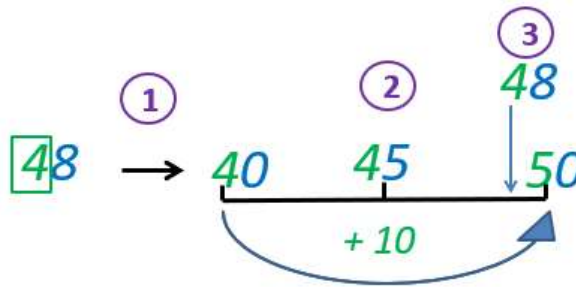
J'arrondis à la dizaine la plus proche	J'arrondis à la centaine la plus proche	J'arrondis au millier le plus proche
<p>① Je cherche entre quelles dizaines se trouve mon nombre :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Je repère le <b>chiffre des dizaines</b> et je remplace le chiffre suivant (les unités) par 0.</li> </ul> <p>Exemple : 11 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">2</span>3 =&gt; 11 20</p> <p>✓ Je fais un <b>bond de 10 en avant</b> pour trouver la DIZAINE supérieure.</p> <p>Exemple : 11 20      11 30</p> <p style="text-align: center;">+ 10</p> <p>② J'écris le nombre qui se trouve <b>au milieu</b>.</p> <p>Exemple : 11 20      11 25      11 30</p> <p>③ Je cherche si mon nombre est <b>plus petit, plus grand ou égal</b> à celui du milieu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si mon nombre est &lt; au nombre du milieu, on arrondit à la dizaine inférieure.</li> <li>✓ Si mon nombre est &gt; au nombre du milieu, on arrondit à la dizaine supérieure.</li> <li>✓ Si mon nombre est = à celui du milieu, on arrondit à la dizaine supérieure.</li> </ul> <p style="text-align: center;">11 23</p> <p>Exemple : 11 20      ↓      11 25      11 30</p> <p>④ Je formule ma réponse.</p> <p>Exemple : 1 123 donne 1 120 quand on arrondit à la <u>dizaine</u> la plus proche.</p>	<p>① Je cherche entre quelles centaines se trouve mon nombre :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Je repère le <b>chiffre des centaines</b> et je remplace les chiffres suivants par 0.</li> </ul> <p>Exemple : 1 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">1</span>23 =&gt; 1 100</p> <p>✓ Je fais un <b>bond de 100 en avant</b> pour trouver la CENTAINE supérieure.</p> <p>Exemple : 1 100      1 200</p> <p style="text-align: center;">+ 100</p> <p>② J'écris le nombre qui se trouve <b>au milieu</b>.</p> <p>Exemple : 1 100      1 150      1 200</p> <p>③ Je cherche si mon nombre est <b>plus petit ou plus grand ou égal</b> à celui du milieu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si mon nombre est &lt; au nombre du milieu, on arrondit à la centaine inférieure.</li> <li>✓ Si mon nombre est &gt; au nombre du milieu, on arrondit à la centaine supérieure.</li> <li>✓ Si mon nombre est = à celui du milieu, on arrondit à la centaine supérieure.</li> </ul> <p style="text-align: center;">1 123</p> <p>Exemple : 1 100      ↓      1 150      1 200</p> <p>④ Je formule ma réponse.</p> <p>Exemple : 1 123 donne 1 100 quand on arrondit à la <u>centaine</u> la plus proche.</p>	<p>① Je cherche entre quels milliers se trouve mon nombre :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Je repère le <b>chiffre des milliers</b> et je remplace les chiffres suivants par 0.</li> </ul> <p>Exemple : <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">1</span>123 =&gt; 1 000</p> <p>✓ Je fais un <b>bond de 1000 en avant</b> pour trouver le MILLIER supérieure.</p> <p>Exemple : 1 000      2 000</p> <p style="text-align: center;">+ 1 000</p> <p>② J'écris le nombre qui se trouve <b>au milieu</b>.</p> <p>Exemple : 1 000      1 500      2 000</p> <p>③ Je cherche si mon nombre est <b>plus petit ou plus grand ou égal</b> à celui du milieu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si mon nombre est &lt; au nombre du milieu, on arrondit au millier inférieur.</li> <li>✓ Si mon nombre est &gt; au nombre du milieu, on arrondit au millier supérieur.</li> <li>✓ Si mon nombre est = à celui du milieu, on arrondit au millier supérieur.</li> </ul> <p style="text-align: center;">1 123</p> <p>Exemple : 1 000      ↓      1 500      1 000</p> <p>④ Je formule ma réponse.</p> <p>Exemple : 1 123 donne 1 000 quand on arrondit au <u>millier</u> le plus proche.</p>

Prénom : .....

**Arrondir des nombres à la dizaine la plus proche**

**Exercice 1 :** Trouve l'arrondi des nombres suivants à la dizaine la plus proche, **comme dans l'exemple donné.**

Exemple :



Phrase de réponse : *48 donne 50 quand on arrondit à la dizaine la plus proche.*

a) 67



Phrase de réponse : \_\_\_\_\_

b) 95



Phrase de réponse : \_\_\_\_\_

c) 297



Phrase de réponse : \_\_\_\_\_

**Exercice 2 :** Trouve l'arrondi des nombres suivants à la dizaine la plus proche en donnant la phrase réponse mais **sans détailler la démarche.**

Ex : 48      *48 donne 50, quand on arrondit à la dizaine la plus proche*

a) 33      \_\_\_\_\_

b) 302      \_\_\_\_\_

c) 865      \_\_\_\_\_

d) 470      \_\_\_\_\_

e) 1 283      \_\_\_\_\_

f) 4 757      \_\_\_\_\_

g) 8 308      \_\_\_\_\_

**Partie 1**

Trouve le résultat exact de ces calculs

12 + 16 = .....

46 + 13 = .....

14 + 28 = .....

46 + 38 = .....

52 + 93 = .....

84 + 75 = .....

79 + 96 = .....

88 + 65 = .....

125 + 396 = .....

426 + 178 = .....

**Partie 2**

Trouve la solution à ces problèmes (écris tous tes calculs sur les lignes et la réponse dans la case)

a) Si tu achètes 2 sucettes à 33 centimes chacune, **combien de monnaie te rendra-t-on sur un euro ?**

.....  
 .....  
 .....

Réponse : .....

b) Sarah gagne 173 points dans une partie de cartes et 159 dans une autre partie. **Combien de points a-t-elle gagnés en tout ?**

.....  
 .....  
 .....

Réponse : .....

c) Lorsqu'il avait 5 ans, Jules mesurait 1m et 7cm. Il a pris 400mm en 10 ans. Il a 15 ans aujourd'hui, **quelle est sa taille ?**

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

d) Pour aller à la piscine Louise marche 545m à pied pour prendre le bus. La piscine est à 2km300 de chez elle. **Quelle est la distance que Louise parcourt en bus pour aller à la piscine ?**

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

e) Le stade des Alpes peut accueillir 20 068 personnes. Le jour d'un match de rugby, il restait 8632 places. **Combien de spectateurs étaient présents pour assister au match ?**

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 Réponse : .....

### Partie 3

#### A) Comment as-tu fait pour trouver le résultat des calculs de la Partie 1) ?

---

- J'ai toujours calculé seulement le résultat exact
  - J'ai parfois calculé le résultat estimé pour avoir une idée du résultat final
    - Pour combien de calculs à peu près as-tu fait cela ?
      - pour quelques calculs (1, 2 ou 3 calculs)
      - pour à peu près la moitié des calculs (4, 5 ou 6 calculs)
      - pour tous ou presque tous les calculs (7, 8, 9 ou 10 calculs)
      - je ne me souviens vraiment plus du tout
- 

#### B) Comment as-tu fait pour trouver la solution des problèmes de la Partie 2) ?

---

- J'ai toujours calculé seulement le résultat exact
  - J'ai parfois calculé le résultat estimé pour avoir une idée du résultat final.
    - Pour quels problèmes as-tu fait cela ?
      - pour le problème a) (achat de sucettes)
      - pour le problème b) (nombre de points aux cartes)
      - pour le problème c) (taille de Jules)
      - pour le problème d) (distance parcourue en bus)
      - pour le problème e) (nombre de spectateurs d'un match)
      - je ne me souviens vraiment plus du tout
  - J'ai parfois vérifié avec mes connaissances si le résultat obtenu me paraissait possible.
    - Pour quels problèmes as-tu fait cela ?
      - pour le problème a) (achat de sucettes)
      - pour le problème b) (nombre de points aux cartes)
      - pour le problème c) (taille de Jules)
      - pour le problème d) (distance parcourue en bus)
      - pour le problème e) (nombre de spectateurs d'un match)
      - je ne me souviens vraiment plus du tout
- 

### Partie 4

Trouve un résultat estimé pour ces calculs (écris les nombres arrondis et le résultat arrondi comme dans l'exemple). Exemple :  $12 + 29 \rightarrow 10 + 30 = 40$

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| $46 + 13 =$ ..... | $125 + 396 =$ ..... |
| $14 + 28 =$ ..... | $88 + 65 =$ .....   |
| $46 + 38 =$ ..... | $426 + 178 =$ ..... |
| $52 + 93 =$ ..... | $84 + 75 =$ .....   |
| $12 + 16 =$ ..... | $79 + 96 =$ .....   |

**Partie 1**

Trouve le résultat estimé puis le résultat exact pour ces calculs.  
 Sers-toi du résultat estimé comme d'une vérification de ton résultat exact.  
 Fais comme dans l'exemple.  
 (pour arrondir les nombres tu peux utiliser ton mémo)

Résultat estimé	Résultat exact
Ex : 12 + 16 → 10 + 20 = 30	Ex : 12 + 16 = 28
12 + 19 → .....+.....=.....	12 + 19 = .....
52 + 39 → .....+.....=.....	52 + 39 = .....
53 + 76 → .....+.....=.....	53 + 76 = .....
84 + 75 → .....+.....=.....	84 + 75 = .....
79 + 96 → .....+.....=.....	79 + 96 = .....
99 + 43 → .....+.....=.....	99 + 43 = .....
59 + 72 → .....+.....=.....	59 + 72 = .....
765 + 167 → .....+.....=.....	765 + 167 = .....
184 + 528 → .....+.....=.....	184 + 528 = .....
567 + 379 → .....+.....=.....	567 + 379 = .....

**Partie 2**

Trouve la solution à ces problèmes en suivant cette démarche :  
 - Calcule le résultat estimé (écris tes calculs sur les lignes et ta réponse dans la case)  
 - Calcule le résultat exact (écris tes calculs sur les lignes et ta réponse dans la case)  
 - Réponds à la question en cochant oui ou non

(pour arrondir les nombres tu peux utiliser ton mémo)

a) Si Louise achète 2 bonbons à 68 centimes chacun, combien de monnaie lui rendra-t-on sur deux euros ?

.....  
 .....

Résultat estimé : .....

Résultat exact : .....

Le résultat exact trouvé te semble-t-il vraisemblable ?  OUI  NON

b) Léon gagne 242 points dans une partie de dé et 168 points dans une autre partie. Combien de points a-t-il gagné en tout ?

.....  
 .....

Résultat estimé : .....

Résultat exact : .....

Le résultat exact trouvé te semble-t-il vraisemblable ?  OUI  NON

c) Lorsqu'elle avait 6 ans, Julie mesurait 1m et 14cm. Elle a pris 580mm en 10 ans. Elle a 16 ans aujourd'hui, quelle est sa taille ?

.....  
 .....

Résultat estimé : .....

Résultat exact : .....

Le résultat exact trouvé te semble-t-il vraisemblable ?  OUI  NON

d) Pour aller à la chorale depuis chez lui, Nils marche 325m à pied pour prendre le tramway. L'école de chant est à 3km800m de chez lui. **Quelle est la distance que Nils parcourt en tram pour aller à la chorale ?**

.....

.....

Résultat estimé : .....	Résultat exact : .....
-------------------------	------------------------

Le résultat exact trouvé te semble-t-il vraisemblable ?  OUI  NON

e) Le palais des sports de Grenoble peut accueillir 12 000 personnes. Le 1<sup>er</sup> jour du festival du cinéma de montagne, il restait 2142 places disponibles. Le second jour il restait 438 places disponibles. **Combien le festival a-t-il accueilli de personnes sur ces deux jours ?**

.....

.....

Résultat estimé : .....	Résultat exact : .....
-------------------------	------------------------

Le résultat exact trouvé te semble-t-il vraisemblable ?  OUI  NON

### Partie 3

#### A) Comment as-tu fait pour trouver le résultat des calculs de la Partie 1) ?

- J'ai toujours calculé seulement le résultat exact
- J'ai parfois calculé le résultat estimé pour avoir une idée du résultat final
- Pour combien de calculs à peu près as-tu fait cela ?
- pour quelques calculs (1, 2 ou 3 calculs)
  - pour à peu près la moitié des calculs (4, 5 ou 6 calculs)
  - pour tous ou presque tous les calculs (7, 8, 9 ou 10 calculs)
  - je ne me souviens vraiment plus du tout

#### B) Comment as-tu fait pour trouver la solution des problèmes de la Partie 2) ?

- J'ai toujours calculé seulement le résultat exact
- J'ai parfois calculé le résultat estimé pour avoir une idée du résultat final.
- Pour quels problèmes as-tu fait cela ?
- pour le problème a) (achat de bonbons)
  - pour le problème b) (nombre de points aux dés)
  - pour le problème c) (taille de Julie)
  - pour le problème d) (distance parcourue en tramway)
  - pour le problème e) (nombre de spectateurs au festival)
  - je ne me souviens vraiment plus du tout
- J'ai parfois vérifié avec mes connaissances si le résultat obtenu me paraissait possible.
- Pour quels problèmes as-tu fait cela ?
- pour le problème a) (achat de bonbons)
  - pour le problème b) (nombre de points aux dés)
  - pour le problème c) (taille de Julie)
  - pour le problème d) (distance parcourue en tramway)
  - pour le problème e) (nombre de spectateurs au festival)
  - je ne me souviens vraiment plus du tout

Annexe 6 : Tableau de données brutes

Classe	Genre	Age en mois	Groupe (E/C)	Expé - Total calculs exacts /10	Expé - Total problèmes /10	Expé -Total calculs estimés /20	PréT - Total calculs exacts /10	PréT - Total problèmes /10	PréT -Total calculs estimés /20
A	G	111	E	6	2	0	9	4	0
A	F	111	E	9	2	10	8	2	9
A	F	112	E	9	4	20	10	7	20
C	G	112	E	1	2	18	8	2	6
C	F	112	E	8	2	15	7	2	2
A	G	113	E	0	2	2	9	4	10
A	F	113	E	8	9	14	10	5	10
C	F	113	E	6	0	9	6	1	2
C	F	114	E	8	2	0	9	4	2
C	G	114	E	10	2	18	10	3	16
C	G	115	E	10	3	20	10	6	14
A	G	116	E	10	8	20	10	5	20
C	F	120	E	8	2	19	6	5	6
A	G	121	E	10	3	18	7	5	0
A	G	122	E	9	3	18	5	5	12
A	G	122	E	10	8	20	8	3	18
A	F	122	E	5	3	0	10	3	2
B	F	123	E	9	6	18	10	6	20
B	F	124	E	10	6	20	10	10	20
B	G	125	E	8	6	20	9	3	20
B	F	125	E	10	6	20	10	3	20
B	G	126	E	8	6	18	10	8	20
B	G	127	E	9	6	20	10	5	18
B	F	128	E	8	2	18	8	4	17
B	G	129	E	9	6	18	8	9	20
C	G	129	E	9	5	20	8	7	20
C	F	131	E	4	1	16	7	4	15
C	F	131	E	10	4	18	10	8	20
B	F	132	E	10	8	20	10	10	18
B	F	133	E	10	8	20	10	10	20
B	G	133	E	8	0	20	9	4	16
B	G	134	E	10	6	20	10	6	20
B	G	134	E	8	8	20	10	8	18

C	F	134	E	0	2	0	8	2	0
A	F	112	C	10	8	8	9	5	8
A	F	112	C	10	3	6	9	4	0
A	G	113	C	9	6	20	8	7	20
A	G	114	C	8	2	20	7	4	20
A	F	114	C	7	2	0	8	3	4
C	G	114	C	6	2	20	6	3	20
C	G	114	C	2	2	5	3	2	0
C	G	115	C	10	6	20	7	9	20
A	G	116	C	8	2	18	9	2	6
A	G	116	C	8	7	16	10	6,5	20
A	F	117	C	10	10	20	10	10	20
A	G	118	C	10	10	20	10	9	20
A	G	119	C	8	5	20	5	2	18
A	F	120	C	6	1	2	9	2	0
C	G	120	C	10	7	20	8	7	20
C	F	120	C	9	4	18	8	9	20
B	F	123	C	8	4	20	9	5	20
C	G	123	C	9	2	18	10	4	17
B	F	124	C	8	7	18	9	6	16
B	F	125	C	9	8	16	9	8	16
B	F	126	C	5	5	16	8	3	15
B	G	127	C	9	9	20	8	10	20
C	G	127	C	7	7	7	8	4	10
B	G	128	C	8	6	18	6	4	20
B	F	129	C	10	5	14	5	7	4
B	F	129	C	8	2	18	6	2	18
C	G	129	C	6	4	20	10	6	20
B	F	130	C	10	9	20	10	10	20
B	G	131	C	6	2	0	3	1	12
B	G	131	C	9	8	20	10	9	16
C	F	132	C	9	6	9	9	5	7
B	F	133	C	10	8	10	7	6	13
B	F	133	C	8	8	20	7	7	20
C	G	133	C	8	6	15	5	6	2



École supérieure  
du professorat  
et de l'éducation  
Académie de Grenoble



Année universitaire 2018-2019

## Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

*Mention Premier degré*

**Titre de l'écrit scientifique réflexif : L'explicitation de l'utilisation de l'estimation permet-elle d'améliorer les performances des élèves en calcul et en résolution de problèmes ?**

**Auteur : Laurence Miguet et Camille Lapierre-Niclause**

**Résumé :** Peu d'études ont été faites sur l'apprentissage de l'estimation en calcul et sur son influence sur les résultats en calcul et en résolution de problèmes. A notre connaissance, aucune étude n'a été faite sur l'enseignement explicite de l'estimation. C'est dans ce cadre que nous nous sommes interrogées afin de savoir si l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne permet d'augmenter les performances des élèves en calcul estimé, en calcul exact et en résolution de problème.

Pour notre étude, menée sur trois classes (CM1, CM2 et CM1-CM2), nous avons choisi de fonctionner en trois phases, une phase d'entraînement, un pré-test et une phase expérience. Pour cette dernière, nos élèves ont été répartis en deux groupes : un groupe expérience, qui a eu la consigne explicite d'estimer les résultats avant de réaliser le calcul exact puis, un groupe contrôle, qui n'a pas reçu cette consigne.

Les résultats obtenus ne montrent pas d'effet de l'explicitation du calcul d'un résultat estimé dans la consigne sur les performances des élèves en calcul estimé, en calcul exact et en résolution de problèmes. Cependant, une corrélation a été observée entre la performance des élèves en calcul estimé, en calcul exact et en résolution de problème.

**Mots-clés :** Estimation, Arithmétique, Enseignement explicite, Cycle 3

### **Summary:**

Few studies have been conducted on estimation learning in arithmetics, on its influence on calculation and on problem solving. To our knowledge, no study has been carried out on direct instruction in estimation in mathematics. In this context, we were wondering if the explicitness in the instruction of the estimated result calculation can improve children performance in estimated calculation, in exact calculation and in problem solving.

Our study was conducted on three classes (CM1, CM2 and CM1-CM2), and followed three steps: a training phase, a pre-test phase and an experimental phase. For the final phase, children were divided into two groups: an experimental group for which the explicitness of using the estimation before calculating the exact result was required and a control group for which the estimation was not explicitly required.

Results don't show any effect of the explicitness of using estimated results in the instruction on children's performance in estimated calculation, in exact calculation and in problem resolution. However, a correlation was observed between children's performance in estimated calculation and their performance in exact calculation and in problem solving.

**Keywords :** Estimation, Arithmetics, Effective instruction, Cycle 3