



**HAL**  
open science

# Un outil pour anticiper les erreurs sur un problème à prise d'initiative et proposer une remédiation

Baptiste Hofseth

► **To cite this version:**

Baptiste Hofseth. Un outil pour anticiper les erreurs sur un problème à prise d'initiative et proposer une remédiation. Education. 2022. dumas-04390536

**HAL Id: dumas-04390536**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04390536>**

Submitted on 12 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Master**

**« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »**

**Mention Enseignement Second Degré**

**Un outil pour anticiper les erreurs sur un problème à  
prise d'initiative et proposer une remédiation.**

**Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master**

**soutenu par**

**Baptiste HOFSETH**

**Le 24 juin 2022**

en présence de la commission de soutenance composée de :

Christine Choquet, directeur de mémoire

## Sommaire

Introduction.....	6
1. Développement du cadre théorique.....	6
1.1. Étayage contexte pédagogique.....	7
1.2. L'erreur selon Astolfi. ....	8
1.2.1. Le statut de l'erreur.....	8
1.2.2. Taxonomie de l'erreur.....	8
1.3. Le triangle didactique. ....	10
1.3.1. Les relations dans le système didactique. ....	10
1.3.2. Le triangle didactique et l'erreur. ....	11
1.3.3. Relation entre les éléments du système didactique et les erreurs. .....	13
1.4. Didactique des mathématiques, obstacles et remédiations. ....	14
1.4.1. Généralités sur la didactique des mathématiques. ....	14
1.4.2. Les obstacles en didactique des mathématiques. ....	14
1.4.3. Didactique des mathématiques et remédiation.....	16
1.5. Le problème à prise d'initiative.....	16
1.6. Les adaptations d'Aline Robert. ....	17
1.7. Mise en rapport des adaptations de Robert et des types d'erreurs selon Astolfi.....	19
1.8. Les matrices théoriques. ....	21
2. Méthodologie et éléments constitutifs de l'outil de recueil de données...23	
2.1. Le sujet proposé aux élèves. ....	23
2.2. Le déroulement de la séance.....	26
2.3. L'analyse à priori du sujet ....	26
2.3.1. Les adaptations présentes dans le sujet. ....	26
2.3.2. L'anticipation des erreurs. ....	27

2.4. Les propositions de remédiation. ....	28
3. Analyse du recueil de données.....	29
3.1. Analyse quantitative des erreurs produites par les élèves mise en rapport avec les adaptations.....	29
3.2. Analyse qualitative des erreurs produites par les élèves mise en rapport avec les adaptations.....	30
3.2.1 Absence d'erreur. ....	30
3.2.2. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A1). ....	30
➤ Erreurs portant sur les démarches adoptées. ....	30
➤ Erreur résultant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes. ....	31
➤ Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves. ....	32
3.2.3. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A4). ....	33
➤ Erreur dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité.....	33
➤ Erreur portant sur les démarches adoptées.....	33
3.2.4. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A6). ....	34
➤ <i>Erreur portant sur les démarches adoptées</i> .....	34
<i>Conclusion</i> .....	34
<i>Bibliographie</i> .....	36
<i>Annexes</i> .....	39

*Remerciements à :*

*Christine Choquet, ma directrice de mémoire, pour ses orientations éclairées lors de la production de ce mémoire.*

*Isabelle Guichard pour son écoute bienveillante et la clarté de ses enseignements.*

*Marie-Aude Delaunay pour m'avoir accueilli dans ses classes et conseillé pour améliorer ma pratique professionnelle.*

*Gaëtan, Yann et Thomas, mes camarades de promotion, pour l'aide, la gentillesse et le soutien amical dont ils ont fait preuve durant cette formation.*

*Mes parents, pour leur soutien indéfectible dans les bas et les hauts que j'ai traversé tout au long de ma formation.*

## **Introduction.**

Pendant mon stage de pratique accompagnée, j'ai encadré des classes de collège sur plusieurs séquences d'enseignement. J'ai donc été amené à proposer aux élèves des problèmes en rapport avec la séquence de mathématiques à aborder. Évidemment, des écueils sont apparus, autant pour les élèves que pour moi. Ces écueils semblaient revêtir différents aspects. Les élèves semblaient ne pas parvenir à déterminer l'origine de leurs blocages et pour ma part les remédiations que j'aurais souhaité apporter.

Dans un premier temps, mon questionnement s'est porté sur l'accompagnement à réaliser auprès des élèves afin d'objectiver la nature des obstacles rencontrés pour faciliter les remédiations en rapport. J'ai également constaté mes difficultés à anticiper les erreurs que les élèves peuvent produire quand des problèmes ouverts leurs sont proposés.

Il m'est donc apparu primordial de développer des outils pour anticiper, donc identifier et catégoriser les erreurs des élèves avant toute remédiation.

### **1. Développement du cadre théorique.**

Le concept d'étayage qui a été présenté au cours de ma formation a constitué l'amorce de mon questionnement et de ma recherche. La notion d'étayage débouche sur le concept de zone proximale de développement dans laquelle doit s'inscrire la séquence d'enseignement.

Pour situer l'activité d'apprentissage des élèves dans la zone proximale de développement il m'est apparu nécessaire de m'intéresser au concept de l'erreur. En effet, l'identification et la catégorisation de l'erreur, l'objectivation de ses origines semblait pouvoir me permettre exercer un étayage éclairé sur l'activité des élèves.

Du fait de la spécificité de la matière enseignée, les outils objectivés sur le plan de l'accompagnement pédagogique et de l'analyse de l'erreur ont dû ensuite être enrichis par ceux proposés par les didacticiens des mathématiques. Mes recherches se sont donc intéressées à la didactique, et plus particulièrement à celle des mathématiques puisqu'elle est au cœur de ma pratique professionnelle et du

projet d'apprentissage de cette matière. Ainsi à la lumière de la didactique des mathématiques, des outils pour analyser l'activité des élèves sont apparus, proposant des réponses plus spécifiques pour identifier les erreurs.

En mettant en relation ces différents éléments, j'ai tenté de développer un outil permettant d'anticiper les erreurs des élèves. Les erreurs ainsi anticipées trouvent, à leur tour, des propositions et des orientations, issues du cadre théorique qui a été développé, pour réaliser des remédiations.

### ***1.1. Étayage contexte pédagogique.***

Bruner (1983) propose une définition de l'étayage. Il le définit comme un processus « qui rend l'enfant ou le novice capable de résoudre un problème, de mener à bien une tâche ou d'atteindre un but qui auraient été, sans cette assistance, au-delà de ses possibilités. » (Bruner, 1983). Donc, selon Bruner l'étayage correspond à un accompagnement de l'enfant, par l'adulte ou l'un de ses camarades, lui permettant de réaliser un nouvel apprentissage. Les idées de Bruner sur l'étayage sont dans la continuité des travaux de Vygotski.

Dans ses travaux, Vygotski produit le concept de la zone proximale de développement. Il s'agit de la zone définie par la différence entre ce qu'un enfant ou un élève peut réaliser seul et ce qu'il peut réaliser avec un tuteur. Ainsi « en collaboration avec quelqu'un, l'enfant résout plus facilement les problèmes proches de son niveau de développement, au-delà la difficulté augmente et enfin devient insurmontable même en collaboration. » (Vygotski, 1998 cité par Vergnaud, 2000). Il s'agit donc de situer le niveau de difficulté de la situation didactique afin que le nouvel apprentissage soit réalisable du fait de la présence et de l'interaction avec l'enseignant.

Vygotski met aussi en avant l'importance du langage et des interactions sociales. Concernant les rapports entre le développement de l'intelligence et le langage, il écrit : « En même temps se fait jour un fait fondamental, indiscutable et décisif : le développement de la pensée dépend du langage, des moyens de la pensée et de l'expérience socioculturelle de l'enfant. » (Vygotski, 1934). Ainsi la possibilité donnée aux élèves de verbaliser selon un mode oral ou écrit leur permet de penser l'activité.

La verbalisation par les élèves des difficultés qu'ils rencontrent dans la réalisation d'un problème présente donc un double intérêt. D'une part, elle place l'élève en situation réflexive. D'autre part, elle permet aussi à l'enseignant d'accéder assez directement aux questionnements et difficultés rencontrés par l'élève, favorisant ainsi une identification des types d'erreurs, d'obstacles et, par conséquent, des remédiations à apporter.

## **1.2. L'erreur selon Astolfi.**

Astolfi (1997) propose d'utiliser l'erreur comme un indicateur permettant de comprendre le processus d'apprentissage et le repérage des difficultés de l'élève. Ainsi cette approche de l'erreur en fait "un outil pour enseigner".

### **1.2.1. Le statut de l'erreur.**

Lors de la résolution d'un problème, l'erreur n'est pas considérée comme une faute mais comme une « bogue » ou un obstacle (Astolfi, 1997). Pour Astolfi, l'erreur est valorisable, par l'identification qui en est faite et la remédiation adaptée qui s'en suit. Ainsi, la valorisation de l'erreur favorise l'accès à la connaissance recherchée. Face à ce statut qui est donné à l'erreur, la sanction à l'encontre d'un élève ne parvenant pas à trouver une méthode de résolution perd toute conformité pédagogique et n'apporte aucune plus-value au projet d'apprentissage.

### **1.2.2. Taxonomie de l'erreur.**

Astolfi propose une typologie des erreurs pour en faire l'analyse et proposer des remédiations correspondantes.

Selon Astolfi il est possible que des erreurs proviennent de la rédaction et la compréhension des consignes. Une attention particulière sera donc consacrée à la lisibilité de l'énoncé et à sa formulation.

Les élèves peuvent aussi produire des erreurs relevant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes. Les remédiations proposées par Astolfi sont une analyse du contrat et de la coutume didactique en vigueur et un travail critique sur les attentes.

Dans les productions d'élèves, les erreurs peuvent avoir pour origine une conception alternative de la connaissance convoquée par l'activité. La remédiation



peut consister à accompagner la réflexion de l'élève en employant les connaissances scientifiques de l'enseignant ou en faisant intervenir un autre élève. Une remédiation à ce type d'erreur peut être apportée en analysant les représentations et les obstacles sous-jacents à la notion étudiée.

Des erreurs liées aux opérations intellectuelles impliquées sont possibles lors d'activités apparemment proches mais dont les processus de résolutions sont en fait différents. Pour y remédier, une analyse des différences entre les exercices sera réalisée. Celle-ci mettra en évidence la nécessité de convoquer les compétences logico-mathématiques en rapport avec le nouveau concept qui apparaît et qui diffère de celui déjà connu qui semblait transférable. Également, un cadre didactique clairement délimité, ciblant spécifiquement un concept et la compétence logico-mathématique en rapport, favorisera le traitement de l'erreur.

Lors de la réalisation d'exercices certains élèves choisissent parfois des stratégies de résolutions divergentes de la méthode classiquement attendue. Ces stratégies sont souvent porteuses d'erreurs car plus compliquées, elles multiplient les occasions de se tromper. Mais ces stratégies sont aussi souvent porteuses de sens. Les remédiations possibles sont alors une analyse collective de la diversité des démarches "spontanées", à distance de la stratégie "canonique" attendue. Ce sera l'occasion pour certains élèves d'opter pour une stratégie un peu plus pertinente qui s'apparente à celle qu'ils ont utilisée.

La complexité d'un problème peut entraîner des erreurs par surcharge cognitive. La remédiation consiste alors à aider les élèves à décomposer le problème en sous-tâches plus simples qui réintégreront secondairement le réseau sémantique permettant l'intégralité de la résolution.

D'autres erreurs peuvent avoir pour origine une autre discipline, voire la même. En effet, le transfert d'un concept issu d'un autre domaine, peut se révéler inapproprié et pourvoyeur d'erreurs. Du fait des analogies de surface de la situation rencontrée avec celle dont est issu le concept, l'élève aura, de manière pragmatique, tendance à le convoquer de nouveau. Astolfi propose d'organiser le transfert. L'élève devra produire une analyse comparative, portant sur les « traits de structure » (Astolfi, 1997) communs et les « traits de surface » (Astolfi, 1997) différents, entre la situation nouvelle et l'ancienne. Ce sera aussi l'occasion de

réaliser un « travail de recherche des éléments invariants entre les situations » (Astolfi, 1997). Cette analyse mettra l'élève en situation de métacognition lui offrant une approche dialectique du caractère transversal du concept et de la pertinence de son transfert.

D'autres erreurs peuvent trouver leur origine dans la complexité inhérente au problème. Si de telles erreurs apparaissent, il sera nécessaire de faire une analyse didactique des différents « nœuds de difficulté interne » (Astolfi, 1997).

Astolfi propose, en plus de catégoriser les erreurs, d'identifier leurs origines et de les situer sur le triangle didactique. Nous allons donc tenter de décrire cette modélisation du système didactique qui est un outil incontournable pour la pratique de l'enseignement.

### **1.3. Le triangle didactique.**

Reuter (2013) donne une définition du système didactique et du triangle qui le modélise. « On appelle système didactique le système de relations qui s'établissent entre trois éléments : le contenu d'enseignement, l'apprenant, l'enseignant. On représente souvent ces relations sous la forme d'un triangle (appelé triangle didactique) dont les trois éléments du système didactique forment les pôles. »

#### **1.3.1. Les relations dans le système didactique.**

Le triangle didactique permet donc une modélisation de la situation d'enseignement. Cette modélisation permet d'étudier les relations entre les différents éléments de la situation d'apprentissage et les erreurs contingentes (IREM d'Aquitaine, 2013). Ces relations et erreurs qui peuvent s'y associer sont les suivantes :

- Les conceptions de l'élève sur le savoir. Les rapports aux savoirs préexistants chez l'élève vont parfois entrer en conflit avec les nouvelles connaissances et produire une conception erronée.
- Les choix didactiques de l'enseignant, c'est-à-dire les outils, supports, situations qu'il développe pour transmettre le savoir. Cependant ces choix peuvent parfois renforcer les difficultés d'accès au savoir enseigné.

- Le contrat didactique regroupe les règles et attendus entre l'élève et l'enseignant. Tout en pensant respecter le contrat didactique l'élève ou l'enseignant peuvent créer des situations susceptibles de produire des erreurs.

L'IREM d'Aquitaine (2013), propose une modélisation du triangle didactique situant les relations entre les éléments du système permettant d'y situer les erreurs.

Le triangle didactique (IREM d'Aquitaine, 2013)

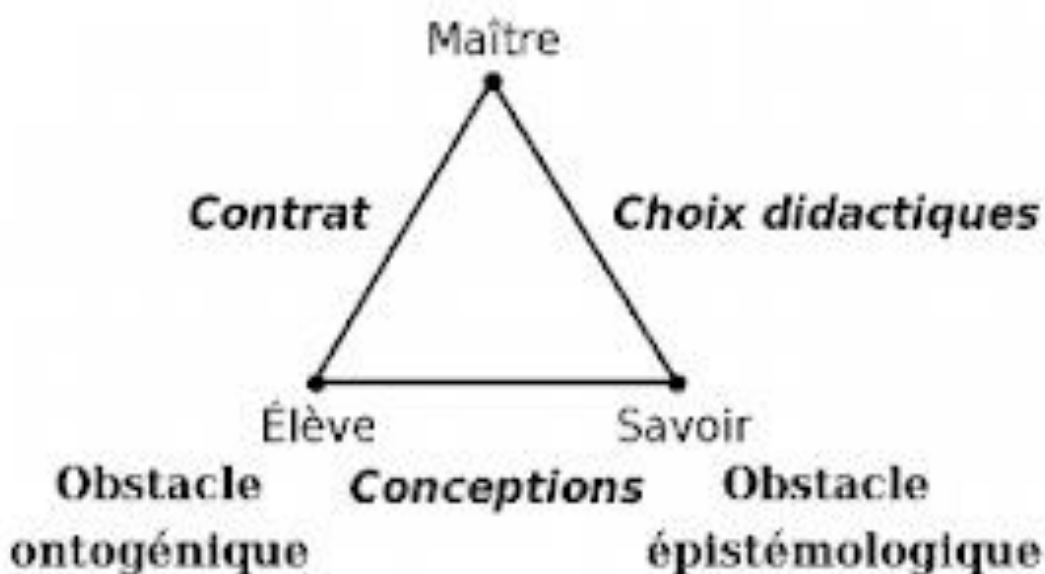


Figure n°1

Sur cette modélisation on voit apparaître les concepts d'obstacles ontogéniques et d'obstacles épistémologiques qui sont associés respectivement à l'élève et au savoir enseigné.

### 1.3.2. Le triangle didactique et l'erreur.

Astolfi (1997) utilise, la modélisation du triangle didactique pour associé précisément les interactions entre les éléments qui le constituent et les sources d'erreurs.

- Dans les relations entre l'élève et le savoir, c'est à dire les conceptions, Astolfi identifie trois sources d'erreur : les représentations alternatives, les écarts aux démarches attendues, les opérations intellectuelles disponibles.

- Dans la relation entre l'enseignant et le savoir, Astolfi identifie là aussi trois sources possibles d'erreurs : la rédaction et la compréhension des consignes, les problèmes liés au transfert et la complexité interne du contenu.
- Dans les relations entre l'enseignant et l'élève, il identifie deux autres sources d'erreurs : les états de surcharge cognitive et le décodage de la coutume didactique.

Triangle didactique selon Astolfi (1998)

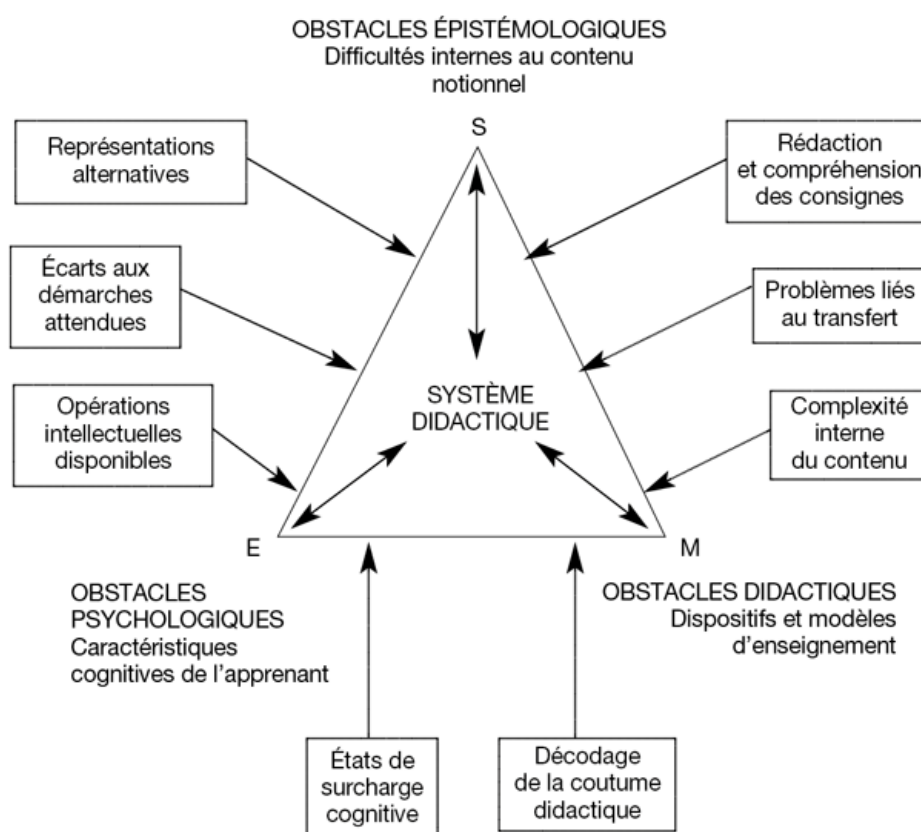


Figure n°2

Astolfi associe aussi les obstacles épistémologiques, psychologiques (ou ontogéniques), et didactiques respectivement aux différents éléments qui construisent le triangle didactique, c'est à dire le savoir, l'élève et enfin l'enseignant. Ainsi les sources d'erreurs, sont associées, à leur tour, aux différents types de relations dans le système didactique. Par conséquent ces sources d'erreurs ont trait à deux types d'obstacles correspondant respectivement à deux éléments constitutifs du triangle didactique.

### 1.3.3. Relation entre les éléments du système didactique et les erreurs.

Il est donc possible de produire une modélisation permettant d'associer les relations entre les éléments du système didactique avec les obstacles à l'origine des erreurs et la typologie de celles-ci.

#### Relation entre les éléments du système didactique et les erreurs

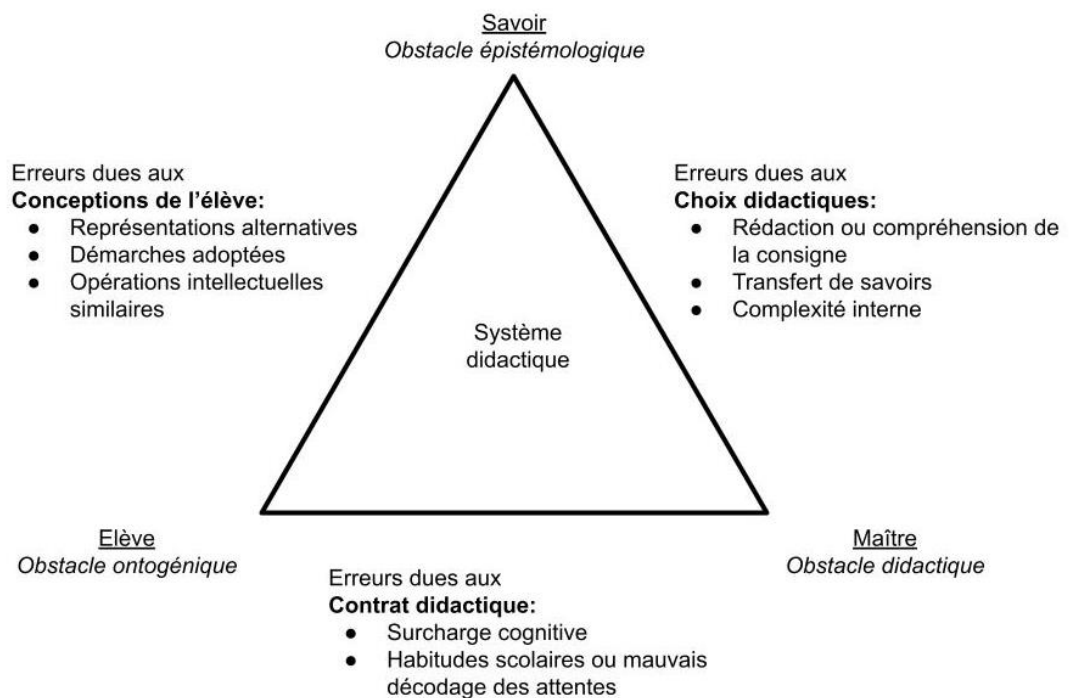


Figure n°3

Les différents types d'obstacles sont donc à l'origine de la production d'erreurs par les élèves. Ces obstacles sont décrits en didactique des mathématiques, dont les notions vont être développées dans le chapitre qui suit.

## **1.4. Didactique des mathématiques, obstacles et remédiations.**

### **1.4.1. Généralités sur la didactique des mathématiques.**

Il n'y a pas qu'une didactique. Chaque matière enseignée dans le cadre scolaire est associée à une didactique qui lui est spécifique. Reuter (2013) conçoit "les didactiques comme des disciplines de recherche qui analyse les contenus (savoirs, savoir-faire...) en tant qu'ils sont objets d'enseignements et d'apprentissages, référés/référables à des matières scolaires."

"La didactique des mathématiques est l'étude des processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science décrivant et expliquant les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage." (Douady, 1984). Elle s'impose donc comme une base nécessaire pour apporter des réponses à mon questionnement.

Robert considère que l'expérience professionnelle acquise par les enseignants peut être mise en synergie avec les résultats de la didactique. En effet, « le travail didactique sur les difficultés des élèves et le relief à mettre sur les différents domaines des mathématiques peuvent faciliter le travail de repérage et d'élaboration d'aides appropriées. » (Robert, 2008).

Ainsi les connaissances en didactique des mathématiques permettent à l'enseignant de produire et développer des séances spécifiques aux contenus à enseigner. Elle permet donc aussi l'identification et le repérage des différentes erreurs rencontrées dans le cadre d'un apprentissage en mathématiques.

### **1.4.2. Les obstacles en didactique des mathématiques.**

Pour affiner l'origine des erreurs des élèves, Brousseau (1998) adapte aux mathématiques la notion d'obstacle épistémologique qui est un concept inventé par Bachelard (1938). Selon Brousseau (1998), didacticien des mathématiques, "Un obstacle sera une connaissance, une conception, pas une difficulté ou un manque de connaissance. Cette connaissance produit des réponses adaptées dans un certain contexte, fréquemment rencontré. Mais elle engendre des réponses fausses hors de ce contexte."

Brousseau (2003) distingue donc la notion d'obstacle et celle de difficulté. Il définit cette dernière comme : « une condition, un caractère d'une situation qui accroît de façon significative la probabilité de non-réponse ou de réponse erronée des sujets actants impliqués dans cette situation. Cet actant peut être un élève,

mais aussi le professeur qui peut éprouver une difficulté à obtenir les apprentissages qu'il projette." Donc les difficultés sont des facteurs qui augmentent les risques de commettre une erreur mais n'en sont pas l'origine.

Brousseau (1998) différencie trois types d'obstacles : l'obstacle épistémologique, l'obstacle didactique et l'obstacle ontogénique.

Brousseau (1998) a adapté le concept d'obstacle épistémologique de Bachelard (1938). Il considère que "Les obstacles d'origine proprement épistémologique sont ceux auxquels on ne peut, ni ne doit échapper, du fait même de leur rôle constitutif dans la connaissance visée." (Brousseau, 1998). Ce type d'obstacle est lié de manière intrinsèque aux savoirs que nous enseignons. L'obstacle épistémologique constitue le cœur même de la séquence didactique proposée à l'élève. C'est en franchissant cet obstacle que se réalise la bascule conceptuelle signant l'acquisition de la nouvelle connaissance par l'élève. Il est essentiel pour l'enseignant d'avoir une connaissance claire de cet obstacle pour aider au mieux les élèves à le franchir.

"Les obstacles d'origine didactique sont ceux qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet du système éducatif." (Brousseau, 1998). Ce type d'obstacle fera donc l'objet de toute notre attention afin de produire, analyser et modifier si nécessaire, les séances d'enseignement.

Brousseau met en garde sur la tendance à isoler les savoirs à enseigner : « l'enseignement est conçu comme la juxtaposition de « moments » didactiquement indépendants. Le professeur « sans mémoire didactique » enseigne un savoir déterminé supposé accessible à partir des savoirs déjà appris par les élèves sans s'occuper de la façon dont ils l'ont appris, sans s'occuper de terminer les apprentissages antérieurs ni de préparer vraiment les postérieurs. » (Brousseau, 2008). L'enseignant en mathématiques devrait donc s'assurer que les séquences didactiques préalables et nécessaires pour aborder un nouveau concept, un nouveau savoir et donc un nouvel obstacle épistémologique ont bien été réalisées et assimilées.

"Les obstacles d'origine ontogénique sont ceux qui surviennent du fait des limitations (neurophysiologiques entre autres) du sujet à un moment de son développement : il développe des connaissances appropriées à ses moyens et à

ses buts à cet âge là.” (Brousseau, 2008). Les élèves sont dans une classe correspondant à leur niveau de développement neurophysiologique. Théoriquement ces types d'obstacles se présenteront rarement.

### **1.4.3. Didactique des mathématiques et remédiation.**

Selon Charnay (1990), on appelle remédiation tout acte d'enseignement dont l'objectif est de permettre à l'élève de s'approprier des connaissances, que cela soit des savoirs, savoir-faire, savoir-être ou des compétences méthodologiques, après qu'un premier enseignement ne lui ait pas permis de le faire dans les formes attendues.

Une seule remédiation n'est généralement pas suffisante car c'est tout un réseau d'erreurs qui doit être démantelé. (Charnay, 1990)

Si une erreur est persistante, il est probable qu'elle possède plusieurs causes qui se renforcent mutuellement (IREM d'Aquitaine, 2013), cela rejoint l'analyse de Charnay (1992) sur les réseaux d'erreurs.

Afin de favoriser des situations d'observation et de remédiation des erreurs il est intéressant de proposer aux élèves des exercices ou tâches qui leurs procurent un espace de liberté sur le plan de la démarche et de l'expression de leurs conceptions du sujet mathématique. Les problèmes à prise d'initiative semblent appropriés pour servir ce projet.

### **1.5. Le problème à prise d'initiative.**

Le problème à prise d'initiative est plus riche de situations de remédiations et donc d'identification des erreurs à la lumière des éléments décrits précédemment.

Le ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse décrit ainsi les activités à prise d'initiative : « Les activités exigeant une prise d'initiative sollicitent l'autonomie et l'imagination des élèves. Elles peuvent conduire à modéliser une situation et consistent toujours à résoudre un problème. » (Eduscol, 2016)

Il précise aussi que la liberté offerte par une activité à prise d'initiative permet à l'élève d'exprimer des démarches variées. « Par la liberté de cheminement qu'elle laisse aux élèves, une activité avec prise d'initiative, contrairement à une activité guidée, doit donner lieu à des démarches et des productions variées » (Eduscol, 2016). Si une activité permet la réalisation de démarches variées pour les élèves, il est probable qu'un tel contexte permette de mettre en évidence des conceptions erronées et des erreurs. Ce sera aussi l'occasion pour l'enseignant d'apporter des remédiations. Ainsi, un problème à prise d'initiative propose un tel contexte.



D'autre part, « Une telle activité se prête donc à la différenciation pédagogique. Il importe que tous les élèves, y compris les plus fragiles, puissent s'engager dans la réalisation de la tâche. » (Eduscol, 2016). Ce qui en fait un moment privilégié pour proposer des remédiations différenciées et mettre en activité tous les élèves, indépendamment de l'hétérogénéité de niveau dans la classe.

Le ministère de l'Éducation nationale préconise aussi que les élèves soient « incités à garder trace de leurs recherches, même infructueuses ou inabouties, afin de permettre le développement et l'évaluation de la compétence « chercher » » (Eduscol, 2016). Un problème à prise d'initiative est donc aussi l'occasion de faire évoluer le statut de l'erreur pour la valoriser et de permettre aux élèves de verbaliser par écrit leur démarche conformément aux préconisations de Vygotski (1934).

Il est aussi l'occasion pour l'élève d'accéder à une posture réflexive : « Une activité avec prise d'initiative peut aider l'élève à comprendre que ses difficultés dans la résolution peuvent être imputées à une maîtrise insuffisante de connaissances ou de techniques. L'activité pourra alors donner aux yeux de l'élève une réelle légitimité pour un entraînement technique indispensable » (Eduscol, 2016).

Le problème à prise d'initiatives, en s'éloignant de la simple application du cours, est sujet à de multiples approches et donc erreurs de la part des élèves. La typologie des adaptations proposées par Robert (Vandebrouck et al, 2013) semble donc être un outil à privilégier pour anticiper ces erreurs.

### ***1.6. Les adaptations d'Aline Robert.***

Dans le but d'objectiver les activités potentielles des élèves, Robert (Vandebrouck et al, 2013) propose une méthodologie pour analyser a priori une activité.

Un repérage des connaissances que l'élève va devoir mobiliser pour résoudre la tâche proposée, sera d'abord réalisé. Chacune de ces connaissances sera évaluée selon qu'elle est ancienne ou nouvelle pour l'élève. Les notions plus récentes présenteront plus de difficultés pour l'élève que les notions plus anciennes. (APMEP, 2005)

Ensuite, il est nécessaire de déterminer si l'énoncé est une application simple et directe de ces connaissances. C'est à dire, si la connaissance à employer est mentionnée ou fait partie du chapitre en cours d'étude, et que sa mise en œuvre est identique à la méthode décrite dans celui-ci. (APMEP, 2005) Dans ce cas, l'activité ne prête à aucune adaptation.

Dans le cas où il ne suffit pas d'appliquer les connaissances du cours, une grande variété de mise en situation est possible. Alors, l'adaptation est portée par l'énoncé, induit une mobilisation et l'organisation des connaissances de l'élève. Les adaptations sont donc « les mises en fonctionnement attendues de leurs connaissances par les élèves (adaptations) » (Laboratoire de didactique André Revuz, 2017).

Cette variété peut être décrite par plusieurs grands types d'adaptations qui influencent la mobilisation des savoirs en jeu. Il est donc nécessaire d'objectiver ces adaptations pour anticiper l'activité possible des élèves. Robert propose une liste de ces différents types d'adaptations qu'elle nomme et classifie de A1 à A7 :

- Un premier type d'adaptation dont une tâche peut être porteuse est la reconnaissance des notions à utiliser et de leurs modalités d'application (A1). Cette adaptation a lieu, par exemple, quand l'élève doit reconnaître une configuration géométrique ou les hypothèses nécessaires pour convoquer un théorème.
- Il est possible que l'élève ait besoin d'introduire des intermédiaires pour résoudre la tâche (A2). Par exemple, la construction de points ou droites supplémentaires en géométrie ou des notations lors de calculs algébriques.
- Lorsque l'activité requiert un mélange ou une mise en relation de cadres ou notions alors une adaptation est présente. Dans ce même type d'adaptation, il peut être demandé à l'élève une interprétation (A3). En classe de seconde, par exemple, les élèves apprennent à passer du point de vue algébrique à géométrique (et inversement) en découvrant la notion d'équation de droite.
- Un autre type d'adaptation est présent s'il est nécessaire d'organiser un raisonnement ou des calculs, par exemple en introduisant des étapes, pour répondre aux attentes de l'activité (A4). Un exemple concret de cette adaptation est le besoin de calculer l'aire de la base d'une pyramide avant son volume.
- Au cours de l'exercice, il peut être demandé à l'élève l'utilisation de résultats de questions précédentes, ou encore, de réaliser la critique de résultats ou de méthodes (A5). Cette adaptation peut avoir lieu lors d'exercices fermés où l'élève est guidé par une suite de questions.

- Un type d'adaptation qui peut être présent dans l'activité proposée à l'élève si elle induit des choix incontournables ou non, de manière explicite ou non (A6). Quand plusieurs méthodes de résolutions sont possibles, l'élève doit choisir celle qu'il va employer.
- Lors de la résolution d'une tâche, si les connaissances convoquées, n'ont pas encore été enseignées à l'élève, alors un dernier type d'adaptation se dessine. Il s'agit donc de la reconnaissance par l'élève de la connaissance manquante (A7). Cette adaptation peut avoir lieu, par exemple pendant des activités d'introductions à de nouvelles notions.

L'emploi d'adaptations permet de diversifier les activités de l'élève et ainsi de convoquer les six compétences mathématiques qui doivent être développées par l'élève tout au long de sa scolarité. Ces six compétences sont : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer. (Académie de Guadeloupe, 2016).

### ***1.7. Mise en rapport des adaptations de Robert et des types d'erreurs selon Astolfi.***

En comparant la typologie des adaptations de Robert (Vandebrouck et al, 2013) et celle des erreurs de Astolfi (1998), il apparaît qu'elles présentent une complémentarité. Ainsi en introduisant dans une activité mathématique une adaptation, il semble probable que certains types d'erreur soient prédéterminés.

Pour l'adaptation (A1) qui demande à l'élève de reconnaître certaines notions à utiliser et leurs modalités d'application, il est possible que :

- L'élève rencontre des difficultés à reconnaître ou à mobiliser la connaissance, et donc qu'il se trompe sur la démarche qui est attendue de lui.
- L'élève interprète mal ce qui est attendu de lui car il ne reconnaît pas les connaissances à employer.
- L'élève possède des conceptions alternatives qui peuvent être mises en évidence par des difficultés de mobilisation d'une connaissance.

Pour l'adaptation qui consiste à introduire des intermédiaires (A2) pour résoudre la tâche, alors il est possible que :

- L'élève se retrouve en état de surcharge cognitive en étant face à une tâche trop complexe (pour être traitée directement).

Concernant la mise en relation des cadres ou notions (A3), il est possible que :

- Des erreurs aient pour origine un mélange interdisciplinaire.
- Les conceptions erronées de l'élève passent de leur cadre d'origine au nouveau.

Concernant l'organisation du raisonnement ou des calculs (A4), il est possible que :

- L'élève soit en surcharge cognitive due à une réflexion mal organisée.
- La démarche présente des erreurs dues au manque de précision du raisonnement.

Pour l'utilisation des résultats de questions précédentes (A5), alors il est possible que :

- Bien que cela soit explicite, l'élève n'en tienne pas compte. Alors les erreurs auront peut-être pour origines la compréhension des consignes.
- Si cela n'a pas été explicité, l'élève commette des erreurs dans sa démarche.

Concernant l'adaptation portant sur la réalisation d'un choix (A6), il est possible que :

- La tâche laisse libre la démarche de l'élève, celui-ci peut suivre une démarche qui n'aboutira pas.

Pour l'adaptation qui consiste à reconnaître un manque de connaissances (A7), il est possible que :

- L'élève ne le détecte pas et cela provoquera des erreurs dues à la complexité du contenu.
- L'élève soit en surcharge cognitive et ne parvienne pas à progresser sur la tâche proposée.

## 1.8. Les matrices théoriques.

<b>Matrice théorique des rapports entre adaptations et erreurs</b>	
<b>Adaptations</b> Robert (1998), APMEP (2003)	<b>Erreurs</b> Astolfi (1998)
A1/ La reconnaissance et les modalités d'application des connaissances à utiliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs portant sur les démarches adoptées</li> <li>- Erreurs résultant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes</li> <li>- Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves</li> </ul>
A2/ Introduction d'intermédiaires	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité</li> </ul>
A3/ Les mélanges, mises en relation, traductions ou interprétations	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs ayant leur origine dans une autre discipline</li> <li>- Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves</li> </ul>
A4/ Introduction d'étapes, organisation	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité</li> <li>- Erreurs portant sur les démarches adoptées</li> </ul>
A5/ Utilisation de questions précédentes dans un problème, la critique de résultats ou des méthodes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs relevant de la rédaction et de la compréhension des consignes</li> <li>- Erreurs portant sur les démarches adoptées</li> </ul>
A6/ Existence de choix	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs portant sur les démarches adoptées</li> </ul>
A7/ La détection par les élèves d'un manque de connaissances adaptées au problème qu'ils se posent	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erreurs causées par la complexité propre du contenu</li> <li>- Erreurs dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité</li> </ul>

**Matrice théorique des rapports entre origines des erreurs, relations dans le triangle didactique, types d'obstacles et actions de remédiation.**

<b>Origines de l'erreur.</b> Astolfi (1998)	<b>Relation dans le triangle didactique.</b> IREM Aquitaine (2013)	<b>Types d'obstacles.</b> Astolfi (1998) Brousseau (1989, 1998) IREM Aquitaine (2013)	<b>Actions de remédiations.</b> Astolfi (1998)
Rédaction et/ou compréhension des consignes	Choix didactiques	Épistémologiques Didactiques	Travailler la lisibilité de l'énoncé et sa formulation.
Habitudes scolaires ou mauvais décodage des attentes	Contrat didactique	Didactiques. Ontogéniques	Analyser le contrat et les coutumes didactiques. Travailler sur les attentes.
Conceptions alternatives	Conceptions de l'élève	Épistémologiques Ontogéniques	Accompagner la réflexion de l'élève. Analyser les représentations et les obstacles sous-jacents à la notion.
Opérations intellectuelles impliquées	Conceptions de l'élève	Épistémologiques Ontogéniques	Analyser les différences entre les exercices. Délimiter clairement le cadre didactique.
Démarche de résolution	Conceptions de l'élève	Épistémologiques Ontogéniques	Analyser la diversité des démarches
Surcharge cognitive	Contrat didactique	Didactiques Ontogéniques	Décomposer le problème en sous-tâches plus simples
Transfert d'apprentissage	Choix didactiques	Épistémologiques Didactiques	Rechercher les éléments invariants entre les situations
Complexité propre à l'activité	Choix didactiques	Épistémologiques et didactiques	Analyser les différents « nœuds de difficulté interne »

## **2. Méthodologie et éléments constitutifs de l'outil de recueil de données.**

Le cadre théorique précédemment développé m'a donc conduit à élaborer un outil pour anticiper les erreurs des élèves lors de leur mise en activité. Cet outil a pour objectif l'anticipation des erreurs par la mise en rapport avec les adaptations contenues dans le sujet. Il propose secondairement une orientation pour la remédiation de ces erreurs du fait des liens qu'elles entretiennent avec les obstacles.

Le sujet proposé aux élèves, sur lequel porte le recueil de données, est un problème à prise d'initiative. Les données seront collectées à partir des productions des élèves, c'est à dire leurs commentaires et leurs résultats lors de la résolution de l'exercice.

Ces données seront constituées à partir des erreurs des élèves et de leur anticipation par l'analyse à priori du sujet.

Comme cela a été évoqué précédemment, si l'erreur anticipée est produite, elle pourra être rapportée à un couple d'obstacles. La remédiation à proposer porterait donc sur l'un ou l'autre de ces obstacles, et parfois les deux.

### ***2.1. Le sujet proposé aux élèves.***

L'activité vise à faire calculer le volume d'un polyèdre complexe, le grand dodécaèdre étoilé. L'objectif d'apprentissage de ce problème est d'apporter un exemple concret d'utilisation du volume de la pyramide.

En découpant un volume complexe en pyramides, il est possible de calculer son volume. Pour prolonger cet objectif, l'exercice supplémentaire nécessite un découpage en cube et pyramides.

Il est possible de calculer un volume complexe en le découpant en volumes simples que l'élève sait calculer. La connaissance à mobiliser ou acquérir dans cet exercice est le calcul d'un volume complexe en le fractionnant en volumes simples; le calcul de ces volumes simples étant déjà connu par l'élève.

Ce problème de recherche permet ainsi de donner du sens à la connaissance comme outil permettant à l'élève d'élargir ses capacités.

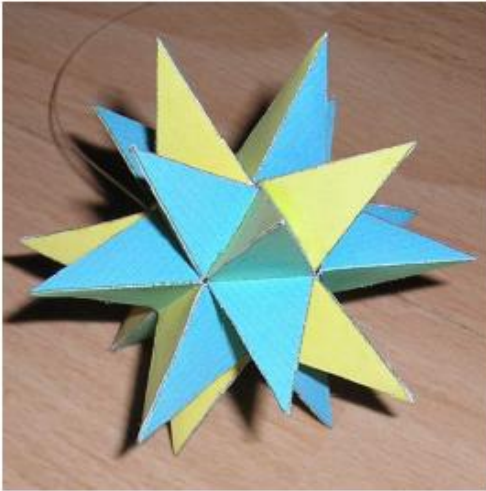
Les principales compétences que mobilise ce problème sont :

- Chercher : En effet, l'activité porte sur un problème de recherche dont la démarche n'est pas indiquée. L'élève doit s'engager dans une démarche de recherche et corriger sa démarche si cette dernière ne correspond pas.
- Communiquer : Il est attendu des élèves un compte rendu rédigé clair car une suite de calculs sans explication ne serait pas suffisante.
- Reasonner : Les élèves devront concevoir des étapes pour résoudre ce problème
- Calculer : Les calculs doivent être justes et devront être organisés.



## Narration de recherche sur le grand dodécaèdre étoilé

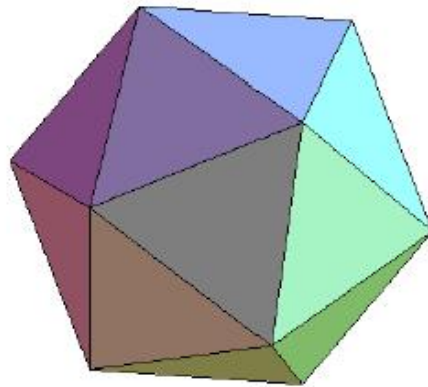
On veut calculer le volume de ce polyèdre :



Sa surface est formée de 60 triangles isocèles de mêmes mesures.

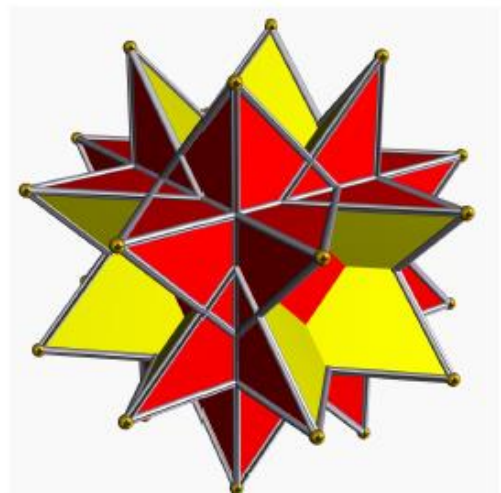
On peut le voir comme un icosaèdre (voir la deuxième image) où on aurait ajouté une pyramide sur chacune des faces triangulaires. A savoir un icosaèdre est un polyèdre avec 20 faces en forme de triangle équilatéral.

Ici les arêtes les plus grandes mesurent 32,4 cm et les plus courtes 20 cm. De plus, on définit la hauteur d'un icosaèdre comme la distance entre deux faces opposées, ici elle est de 30,2 cm. La distance entre le centre de la base d'une pyramide et un de ses sommets est de 11,5cm.



**Questions supplémentaires :**

Trouvez une méthode de calcul du volume de l'hexaèdre tronqué étoilé (3ème image)



## **2.2. Le déroulement de la séance.**

Le recueil de données a eu lieu le mardi 5 avril 2022 dans une classe de 4ème de 11h10 à 12h05. J'ai récupéré vingt et un comptes rendus d'élèves.

En amont de la récolte de données, un déroulement de la séance a été établi. Un séquençage de la séance dans le temps a été prévu. Il n'a pas été imposé aux élèves mais avait pour objectif de permettre un repérage et une observation dans le temps de leur activité.

- De 11h10 à 11h20, la présentation du sujet à la classe est effectuée et la composition des groupes d'élèves est réalisée. Pour la présentation du sujet et pour aider à la visualisation du polyèdre, une animation sous forme de vidéo du polyèdre tournant sur lui-même.
- Jusqu'à 11h35, les élèves cherchent la méthode de résolution.
- Jusqu'à 11h45, les élèves débutent leurs calculs. Si des élèves ne voient toujours pas la décomposition de l'icosaèdre ou de tout le polyèdre en pyramides il est prévu de leur faire visualiser avec des dés à quatre faces qui ont la forme de pyramides et à vingt faces qui a la forme d'icosaèdre et des pyramides en papiers.
- Jusqu'à 11h55 ou 12h, les élèves parviennent à la fin de leurs calculs.
- Durant les cinq ou dix dernières minutes de la séance, un bilan de l'activité est réalisé avec la classe entière. La méthode qui était attendue leurs est expliquée. Le découpage en pyramide à l'aide de Geogebra leurs est exposé. Une conclusion et une ouverture portant sur les utilités diverses du calcul du volume de pyramides est proposée.

En début de séance lors de l'exposition du sujet, il a été demandé aux élèves d'insister sur la rédaction de leurs démarches de résolution et les difficultés qu'ils rencontrent.

## **2.3. L'analyse à priori du sujet**

### **2.3.1. Les adaptations présentes dans le sujet.**

Les objectifs initiaux visés par ce problème sont le développement de la vision dans l'espace des élèves. Mais aussi, l'organisation en subdivisions, en

étapes et en tâches simples d'un raisonnement mathématique présentant une certaine complexité. Ce problème a aussi pour objectif de donner du sens au calcul de volume d'une pyramide. Ce dernier est utile pour calculer, à leur tour, des volumes complexes après un découpage approprié.

Les prérequis à cette activité sont la connaissance de la formule de calcul du volume d'une pyramide, la formule de l'aire d'un triangle, la reconnaissance et l'utilisation du théorème de Pythagore.

La séance se situant en fin de chapitre sur le calcul du volume des pyramides, toutes les connaissances sont considérées comme anciennes. Le théorème de Pythagore a déjà été vu plus tôt dans l'année, il est donc une connaissance ancienne.

En analysant la correction du sujet (Annexe 1) au regard des adaptations d'Aline Robert, les élèves doivent reconnaître l'utilisation du théorème de Pythagore, du calcul de la surface d'un triangle et du calcul d'un volume de pyramide (A1).

Il est aussi nécessaire que les élèves introduisent des étapes et organisent leur raisonnement et calculs (A4).

Le problème est ouvert donc les élèves sont libres de choisir quelle méthode utiliser et celle-ci n'est pas indiquée (A6).

### **2.3.2. L'anticipation des erreurs.**

Il est possible d'anticiper les erreurs du fait des rapports qu'elles entretiennent avec les adaptations, comme précédemment décrit.

Voici les types d'erreurs que les élèves pourraient produire lors de la résolution du problème :

Les élèves lors de la résolution devront reconnaître la nécessité d'utilisation du théorème de Pythagore, ainsi que celles des formules du calcul de l'aire d'un triangle et du volume d'une pyramide. Si ce n'est pas le cas, il est possible que les élèves produisent des erreurs dans leurs démarches.

Il est aussi possible qu'ils n'aient pas l'habitude de convoquer des connaissances du début de l'année.

Lors de la mobilisation de connaissances, les conceptions alternatives des élèves peuvent être à l'origine d'erreurs.

Face à la densité du travail à fournir, les élèves devront organiser leurs raisonnements pour ne pas se retrouver en surcharge cognitive et produire des erreurs. Il est attendu des élèves qu'ils fractionnent leurs raisonnements en étapes.

Les élèves étant libres de choisir la méthode à employer, il est possible que la méthode adoptée soit inadaptée à la résolution du problème.

#### ***2.4. Les propositions de remédiation.***

Comme nous l'avons vu précédemment une erreur peut être mise en rapport avec deux éléments du triangle didactique auxquels sont associés deux types obstacles.

Ainsi, les propositions de remédiation qui seront indiquées dans l'analyse qualitative du recueil de données indiqueront les deux obstacles possibles qui devraient être analysés pour produire une remédiation de l'erreur anticipée. Il doit être bien distingué que ce n'est pas la remédiation à produire, en elle-même, qui est extraite des données. Il s'agit d'une orientation pour la remédiation guidée par le couple d'obstacles qui est déterminé.

La proposition de remédiation objectivée portera sur l'un ou l'autre des obstacles voire les deux.

### 3. Analyse du recueil de données.

#### 3.1. Analyse quantitative des erreurs produites par les élèves mise en rapport avec les adaptations.

Le tableau d'analyse qui suit présente une comptabilisation de toutes les erreurs observées. Elles sont mises en rapport avec l'adaptation qui permettait de les anticiper. Il est constaté que toutes ces erreurs avaient bien été anticipées dans l'analyse à priori et du fait des adaptations contenues dans le sujet.

<b>Décompte des erreurs produites par les élèves mise en rapport avec les adaptations qui ont permis de les anticipées</b>			
<b>Types d'erreurs</b>		<b>Adaptation à l'origine de l'erreur</b>	<b>Nombres d'erreurs</b>
Erreurs portant sur les démarches adoptées	N'identifie pas le théorème de Pythagore, l'aire d'un triangle ou le volume d'une pyramide	(A1)	8
	Ne découpe pas en étapes son raisonnement	(A4)	2
	Emploi une méthode non adaptée	(A6)	5
Erreurs résultant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes		(A1)	1
Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves		(A1)	3
Erreurs pouvant être dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité		(A4)	2

Tableau n°1

## **3.2. Analyse qualitative des erreurs produites par les élèves mise en rapport avec les adaptations.**

### **3.2.1 Absence d'erreur.**

Un groupe d'élèves a réussi à avancer plus que les autres tout en produisant des comptes-rendus corrects du point de vue de la compétence « communiquer ». Ce groupe n'a pas fait d'erreurs. Cela est peut-être dû à la présence dans ce groupe de l'élève de la classe le plus à l'aise en mathématiques.

Les élèves ont calculé le volume des pyramides extérieures et ont initié leur démarche pour calculer le volume de l'icosaèdre en déterminant la hauteur d'une pyramide intérieure. Avec plus de temps, ce groupe aurait réussi à résoudre à ce problème.

Pour ce groupe, j'ai utilisé les pyramides en papier pour expliquer l'agencement de celles-ci dans le découpage de l'icosaèdre. Même si ce groupe semblait plus à l'aise que le reste de la classe, il a rencontré des difficultés à comprendre cet agencement témoignant d'un obstacle lié à la représentation dans l'espace. (Annexe 2)

### **3.2.2. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A1).**

#### **➤ Erreurs portant sur les démarches adoptées.**

Pour calculer l'aire de la base, plusieurs élèves n'ont pas convoqué le théorème de Pythagore pour déterminer la hauteur manquante nécessaire à ce calcul. (Annexe 3)

A photograph of a piece of yellowed, lined paper with handwritten text in black ink. The text reads: "On a bloquer bloquer pour calculer la base". The handwriting is somewhat messy and appears to be a student's verbalization of a problem.

Figure n°4 : Verbalisation d'un problème sur la démarche

Cela implique que l'élève n'a pas été capable de reconnaître et mobiliser le savoir nécessaire pour calculer l'aire de la base. La comparaison avec la correction en annexe montre que l'adaptation A1 semble bien à l'origine de l'erreur de l'élève.

La proposition de remédiation s'orientera sur la recherche et l'analyse d'obstacles épistémologiques ou ontogéniques.

➤ **Erreur résultant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes.**

Un élève écrit ne pas comprendre « comment calculer la Base ». Il explique ne pas savoir à quoi servent les valeurs. Il décode donc mal comment les utiliser. Mais il semble aussi avoir l'habitude de les utiliser quand même. Il semble qu'il s'agisse d'habitudes scolaires inappropriées et d'un mauvais décodage des attentes.

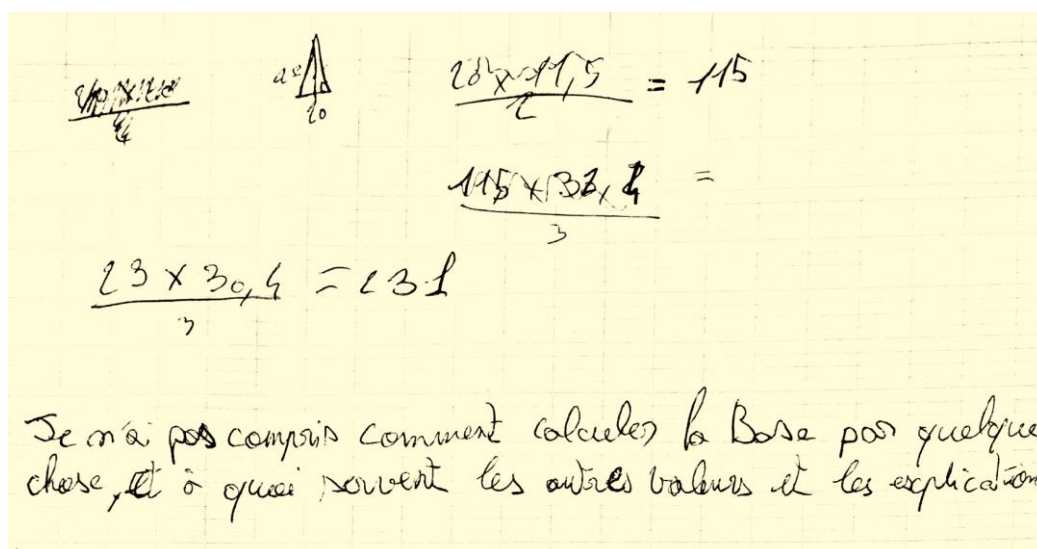


Figure n°5 : Erreur de décodage des attentes par rapport à l'utilisation des valeurs du triangle

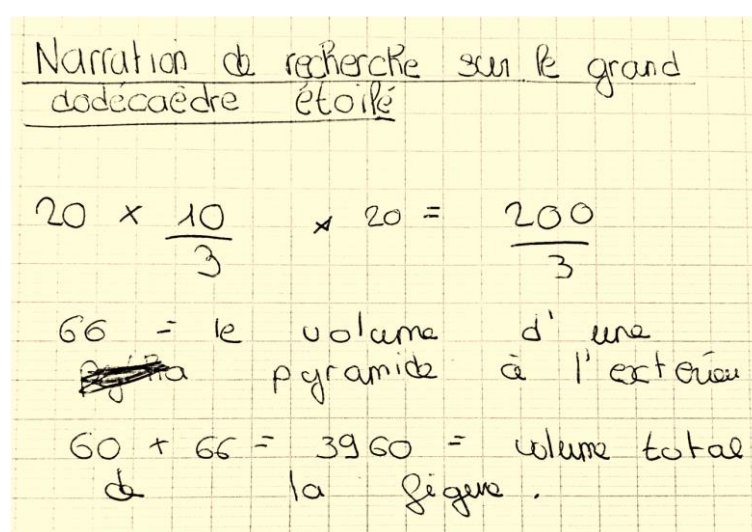
Ici l'élève a produit son erreur lorsqu'il était nécessaire de convoquer le théorème de Pythagore et la formule de l'aire d'un triangle. Cela correspond à une adaptation de type (A1) intégrée au sujet qui correspond à la reconnaissance et la mobilisation d'une connaissance.

Cette erreur peut avoir pour origine un obstacle didactique ou ontogénique. Il est possible que la remédiation consiste ensuite à analyser le contrat, les

coutumes didactiques et travailler sur les attentes que l'enseignant a à l'égard de l'élève. L'enseignant devra peut-être aussi réaliser un travail critique quant à l'exposé de ses attentes auprès de l'élève.

➤ **Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves.**

Lors de calculs, certains élèves ont essayé de calculer le volume d'une pyramide. Ici, vingt centimètres est la mesure d'un des côtés de la base triangulaire. Mais son emploi par l'élève, dans la formule de calcul d'une pyramide, montre qu'il conçoit la hauteur comme identique aux côtés. Cela renvoie à une conception alternative de la hauteur de pyramide.



Narration de recherche sur le grand dodécaèdre étoilé

$$20 \times \frac{10}{3} \times 20 = \frac{200}{3}$$

66 = le volume d'une ~~20~~ pyramide à l'extérieur

$$60 + 66 = 3960 = \text{volume total de la figure.}$$

Figure n°6 : Calculs de volumes présentant des erreurs

Cette erreur a lieu lors du calcul du volume d'une pyramide. Moment de la résolution où une adaptation (A1) du type « reconnaissance et modalités d'application des connaissances à utiliser » est présente dans le sujet. L'élève reconnaît donc qu'il s'agit de calculer le volume d'une pyramide mais il commet des erreurs dans l'application des connaissances à utiliser.

Les obstacles, sur lesquels pourrait s'orienter la remédiation, sont épistémologiques ou ontogéniques. Il est possible que la remédiation consiste alors à « accompagner la réflexion de l'élève » et « analyser les représentations et obstacles sous-jacents. » (Astolfi, 1997).



### 3.2.3. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A4).

#### ➤ Erreur dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité.

Face aux difficultés pour réaliser la tâche un élève écrit : « c'est un ex compliqué, on comprends pas trop à quoi correspond chaques mesures... ». L'élève verbalise ainsi une surcharge cognitive pour traiter les données de l'activité et les employer.

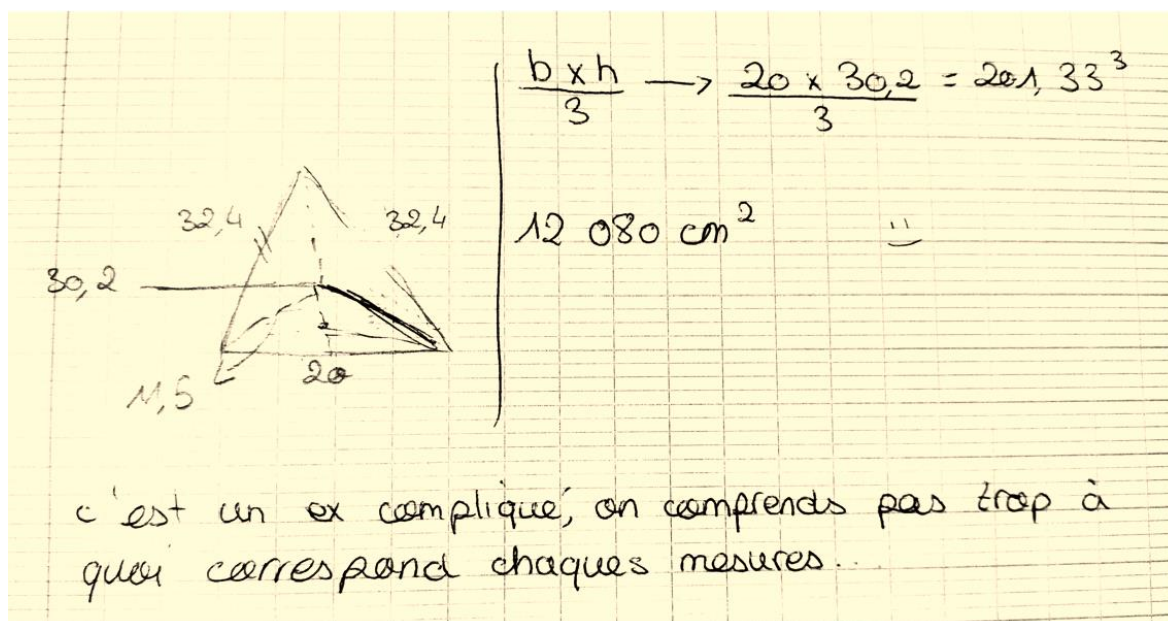


Figure n°7 : Surcharge cognitive d'un élève en cours d'activité

L'erreur trouve donc son origine dans l'adaptation (A4) d'organisation et d'introduction d'étapes, et semble porter sur l'ensemble du raisonnement et sur la méthode globale à adopter.

Les obstacles, sur lesquels pourrait s'orienter la remédiation, sont didactiques ou ontogéniques. La remédiation pourrait consister en une décomposition de l'exercice en sous-tâches plus accessibles à l'élève.

#### ➤ Erreur portant sur les démarches adoptées.

Un élève exprime sur son compte-rendu le fait qu'il ne comprend pas « comment calculer tous ces triangles isocèles pour parvenir au volume du dodécaèdre étoilé ». Cela laisse transparaître que cet élève n'a pas compris que la tâche ne nécessite pas d'avoir à calculer un triangle isocèle et donc n'adopte pas

une démarche adaptée. D'autre part dans un premier temps il ne pense pas à réaliser les calculs des volumes des pyramides, puis il ne pense pas à les assembler pour calculer le volume du dodécaèdre étoilé. Il s'agit donc bien d'une erreur portant sur les démarches adoptées. (Annexe 4)

A handwritten note on a yellow background. The text is written in cursive and reads: "Je ne comprend pas comment calculer tout ces triangle isocèle pour parvenir au volume de ce dodécaèdre étoilé".

Figure n°8 : Verbalisation d'une démarche erronée

Dans ce cas, l'erreur renvoi directement à l'adaptation nécessitant l'introduction d'étapes (A4) qui est présente tout au long de l'activité.

Les obstacles, sur lesquels pourrait s'orienter la remédiation, sont épistémologiques ou ontogéniques. La remédiation pourrait consister à analyser les diverses démarches et étapes à produire.

### **3.2.4. Erreurs anticipées à partir de l'adaptation (A6).**

#### **➤ Erreur portant sur les démarches adoptées.**

La méthode suivante a été exprimée exclusivement à l'oral par les élèves. Un groupe d'élèves avait pour projet de calculer le côté du cube qui contient trois pyramides. Il était impossible pour les élèves de déterminer le côté de ce cube et ils ont donc abandonné cette méthode.

L'erreur a pour origine la méthode choisit par les élèves et donc l'adaptation « existence de choix » (A6).

Les obstacles sont épistémologiques ou ontogéniques. La remédiation pourrait consister à analyser les diverses démarches et leurs faisabilités.

### **Conclusion**

La correspondance qui a été établie entre les adaptations et les erreurs possibles des élèves semble avoir permis de produire un outil fonctionnel. En effet, lors de l'analyse des productions des élèves, toutes les erreurs que j'avais anticipées lors de l'analyse à priori ont été retrouvées. D'autre part l'ensemble des

erreurs observées dans les productions des élèves étaient en rapport avec une adaptation présente dans le sujet.

Cet outil semble donc permettre l'anticipation de l'erreur et donc pouvoir produire un gain de temps pour proposer une remédiation.

Il serait intéressant de vérifier que cet outil est efficient lors de son utilisation avec d'autres problèmes à prise d'initiative porteurs d'adaptations qui n'étaient pas contenues dans le sujet qui a donné lieu au recueil de données. Les connaissances ciblées dans ces problèmes pourraient aussi être diversifiées pour vérifier l'efficience de cet outil.

Pour valider la constance des rapports entre les adaptations et les erreurs probables, il pourrait être également intéressant d'utiliser cet outil sur une population élargie d'élèves. En effet, celle sur laquelle cet outil a été évalué est restreinte et donc peu représentative sur le plan statistique.

De plus, tous les liens exposés et résumés dans la première matrice n'ont pas pu être testés.

D'autre part tous les liens entre les adaptations et les erreurs n'ont peut-être pas été établis.

Les commentaires des élèves sur leurs difficultés ayant été très pauvres, il n'a pas été possible de déterminer par l'analyse de ces écrits l'obstacle à l'origine de l'erreur. Il semblerait intéressant de développer et de proposer à l'élève un outil d'auto-évaluation afin qu'il décrive et conceptualise ses difficultés. Cet outil permettrait aussi à l'enseignant de catégoriser les difficultés de l'élève. Cette catégorisation permettrait ensuite de déterminer le ou les obstacles responsables de la difficulté ou de l'erreur de l'élève et secondairement l'action de remédiation à réaliser.

## **Bibliographie**

- **Ouvrages.**

Astolfi, J P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner*. Paris : ESF.

Bruner Jérôme S. (1983). *Le développement de l'enfant : Savoir-faire, savoir dire*, traduit et présenté par M. Deleau, Paris, PUF, coll. « Psychologie d'aujourd'hui »

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

Reuter, Y. Cohen-Azria, C. Daunay, B. Delcambre, I. Lahanier-Reuter, D. (2013). *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. Éditions De Boeck Supérieur.

Vergnaud, G. (2000). *Lev Vygotski, Pédagogue et penseur de notre temps*. Hachette éducation

Vygotski, Lev. (1997). *Pensée et langage* (4è éd.) (ouvrage original publié en 1934) Paris : La dispute.

- **Articles.**

APMEP. (2005). Dossier : Didactique des mathématiques. *Quelles différences y a-t-il...? Exemples d'analyses didactiques d'exercices et d'activités d'élèves (en collège ou lycée)* Aline Robert. (p.226-238). APMEP, 457 . Récupéré de : <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA05022.pdf>

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs , Obstacles et Conflits* (p. 41-63). Montréal: CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc. Récupéré de : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516581v1>

Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. Guy Brousseau. *La théorie des situations didactiques, La pensée sauvage*, (p.115-160). Recherches en Didactiques des Mathématiques. Récupéré de : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516595v2>

Brousseau, G. (2003). *Erreurs, Difficultés, Obstacles*. Site personnel de Guy Brousseau. Récupéré de : <http://guy-brousseau.com/1659/erreurs-difficultes-obstacles-2003/#more-1659>

Brousseau, G. (2010). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Site personnel de Guy Brousseau. Récupéré de : [http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf)

Charnay, Roland. (1990). *De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes...* Grand N n°48. Récupéré de : [https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/48n5\\_1562937289243-pdf](https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/48n5_1562937289243-pdf)

Charnay, Roland. (1992). *Traitement des erreurs en mathématiques et stratégies de différenciation*. *Repères, recherches en didactique du français langue maternelle*, n°5. doi : <https://doi.org/10.3406/reper.1992.2051>

IREM d'Aquitaine, groupe didactique des mathématiques (2013). *L'erreur dans l'apprentissage des mathématiques*. *Petit x*, n°93. Récupéré de : **Erreur ! Référence de lien hypertexte non valide.**

Vandebrouck, F., Robert, A., Rogalski, J., Abboud, M., Blanchard, C., Cazes, C.,.....  
Hache, C. (2013). *Activités des élèves et pratiques des enseignants en classe de mathématiques*. Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz, 5. Récupéré de : <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS13001.pdf>

Robert, A. (2008). *Laisser chercher les élèves ? Les faire travailler en petits groupes?* *L'ouvert* N°117 (p. 31-46). IREM de Strasbourg. Récupéré de : <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/ouvert/louvert-n-118-juin-2010-a-111-juin-2005/>

- **Publications gouvernementales**

Eduscol. (2016). Ressources transversales, mathématiques. *Différents types de tâches*. Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. Récupéré de :

[https://www.pedagogie.ac-nantes.fr/medias/fichier/ra16-c4-math-types-de-taches-547938\\_1458852610610-pdf?ID\\_FICHE=430871&INLINE=FALSE](https://www.pedagogie.ac-nantes.fr/medias/fichier/ra16-c4-math-types-de-taches-547938_1458852610610-pdf?ID_FICHE=430871&INLINE=FALSE)

- **Sites internet – documents électroniques.**

Académie de Guadeloupe. (2016). *Les 6 compétences mathématiques*. Récupéré le 12 juin 2022 du site de l'académie de Guadeloupe : [https://pedagogie.ac-guadeloupe.fr/mathematiques/6\\_competences\\_mathematiques](https://pedagogie.ac-guadeloupe.fr/mathematiques/6_competences_mathematiques)

Douady, R. (1984) « MATHÉMATIQUES (DIDACTIQUE DES) », *Encyclopædia Universalis* [en ligne], consulté le 17 janvier 2022. Récupéré de : <https://www.universalis.fr/encyclopedie/mathematiques-didactique-des/>

Laboratoire de didactique André Revuz. (2017). Aline ROBERT. Récupéré le 16 juin 2022 <https://www.ldar.website/aline-robert>

## Annexes

### Annexe 1 :

#### Correction du sujet :

(Réalisation d'un choix méthodologique. Adaptation A6)

Le polyèdre peut être découpé en 40 pyramides. 20 de ces pyramides sont "intérieures" et forment l'icosaèdre. Les 20 autres sont "posées" sur les faces de l'icosaèdre.

Il est nécessaire de commencer par calculer l'aire de la base des pyramides qui forment le polyèdre.

#### Calcul de la hauteur de cette base :

Dans le triangle ABC, rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore : (Reconnaître l'utilisation du théorème. Adaptation A1)

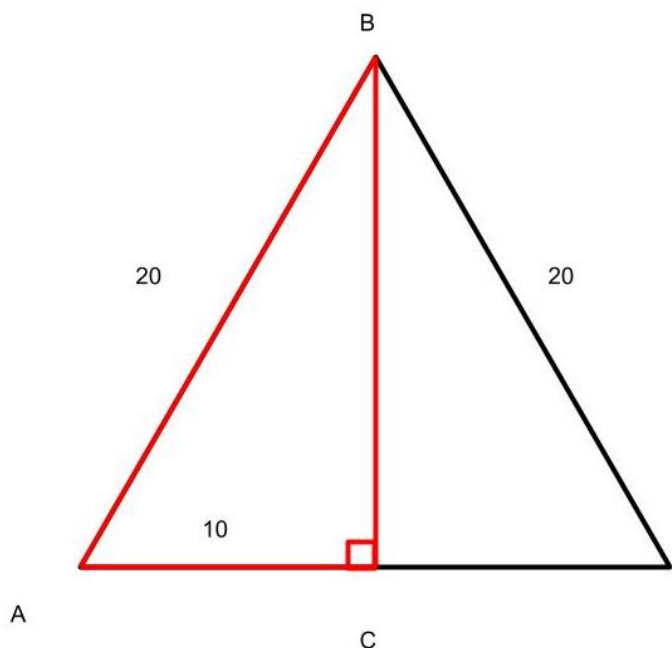
$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$BC^2 = 20^2 - 10^2$$

$$BC^2 = 300$$

$$BC = 17,3\text{cm}$$



#### Calcul de l'aire de la base :

(Reconnaître l'utilisation de la formule. Adaptation A1)

$$Aire_{base} = \frac{1}{2} \times base \times hauteur$$

$$Aire_{base} = \frac{1}{2} \times 20 \times 17,3$$

$$Aire_{base} = 173cm^2$$

Intéressons-nous maintenant au volume d'une pyramide "extérieure".

(Choix pyramides intérieures ou extérieures. adaptation A6)

Calcul de la hauteur d'une pyramide "extérieure" :

Dans le triangle ABC, rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore :

(Reconnaître l'utilisation du théorème.

Adaptation A1)

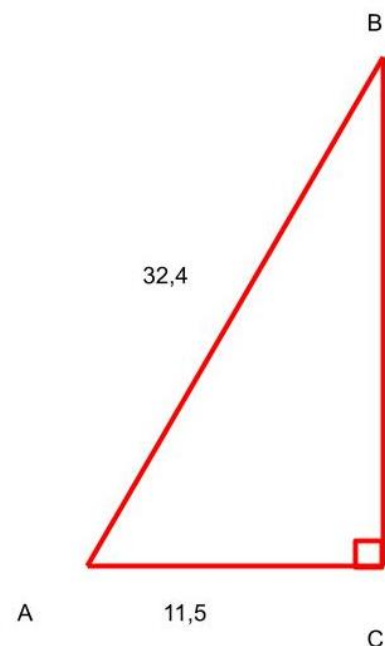
$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$BC^2 = 32,4^2 - 11,5^2$$

$$BC^2 = 917,5$$

$$BC = 30,3cm$$



Calcul du volume d'une pyramide "extérieure" :

(Reconnaître l'utilisation de la formule. Adaptation A1)



$$V_{ext} = \frac{1}{3} \times Aire_{base} \times hauteur$$

$$V_{ext} = \frac{1}{3} \times 173 \times 30,3$$

$$V_{ext} = 1747,3cm^3$$

Il nous faut maintenant calculer le volume d'une pyramide "intérieure".

Les pyramides "intérieures" sont positionnées par paires en "sablier" dans l'icosaèdre, donc la hauteur d'une pyramide "intérieure" est la moitié de la hauteur de l'icosaèdre.

Calcul du volume d'une pyramide "intérieure" :

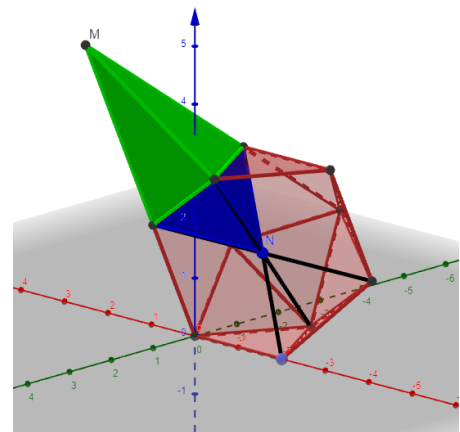
(Reconnaître l'utilisation de la formule.

Adaptation A1)

$$V_{int} = \frac{1}{3} \times Aire_{base} \times hauteur$$

$$V_{int} = \frac{1}{3} \times 173 \times 15,1$$

$$V_{int} = 870,8cm^3$$



Calcul du volume total :

$$V_{total} = 20 \times V_{int} + 20 \times V_{ext}$$

$$V_{total} = 20 \times 870,8 + 20 \times 1747,3$$

$$V_{total} = 52361cm^3$$

Le volume du polyèdre est donc de  $52361cm^3$ .

(Structure du raisonnement. Adaptation A4)

1. Calcul de la hauteur de la base
2. Calcul de l'aire de la base
3. Calcul de la hauteur des pyramides extérieures
4. Calcul du volume d'une pyramide extérieure
5. Calcul de la hauteur des pyramides intérieures
6. Calcul du volume d'une pyramide intérieure
7. Calcul du volume total

Annexe 2 :

Calcul de la hauteur de la base de la pyramide

Dans le triangle ABC rectangle en A  
D'après la réciproque du théorème de Pythagore  
 $AB^2 + AC^2 = CB^2$   
 $AC^2 = CB^2 - AB^2$   
 $AC^2 = 20^2 - 10^2$   
 $AC^2 = 17,3$

Calcul de la base

$$\frac{\text{hauteur} \times \text{largeur}}{2}$$
$$\frac{17,3 \times 20}{2} = 173 \text{ cm}^2$$

Calcul de la hauteur

Dans le triangle rectangle  
D'après le théorème de Pythagore  
 $AB^2 = AC^2 - BC^2$   
 $AB^2 = 32,6^2 - 11,5^2$   
 $AB^2 = 917,5$   
 $AB = 30,30$

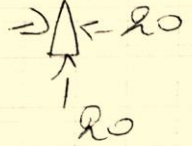
Calcul de la pyramide

$$\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3} =$$
$$\frac{173 \times 30,3}{3} = 1747,3 \text{ cm}^3$$

Volume de toutes les pyramides  
 $1747,3 \times 20 = 34946 \text{ cm}^3$

Calcul du volume de l'icosièdre  
 $30,2 \div 2 = 15,1$   
 $15,1$

**Annexe 3 :**

$20 \Rightarrow$  

~~$20 \times 11,5 \div 2 = 115$~~

~~$115 \times 30,2 \div 3 = 1157,6$~~

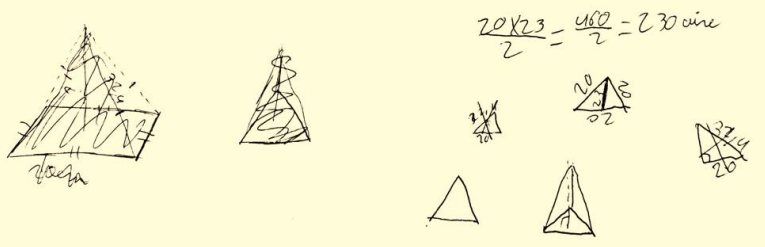
On a ~~la base~~ la base pour calculer la base

**Annexe 4 :**

Je ne comprend pas comment calculer sur ces triangle

Je ne comprend pas comment calculer tout ces triangle isocèle pour parvenir au volume de ce dodécaèdre étoilé

$\frac{20 \times 20}{2} = \frac{400}{2} = 200$  aire



## **4<sup>ème</sup> de couverture**

5 Mots clés : didactique, erreurs, adaptations, obstacles, prise d'initiative.

### **Résumé en Français :**

Il est tenté dans ce mémoire de développer un outil pour anticiper les erreurs des élèves et préparer une juste remédiation. Le développement d'un cadre théorique, à partir de publications de chercheurs en didactique des sciences (Astolfi) ou des mathématiques (Brousseau, Robert), a permis de mettre en rapport les concepts d'obstacles, d'erreurs et d'adaptations. À partir de ce cadre, il a été produit un problème à prise d'initiative comportant des adaptations permettant théoriquement d'anticiper les erreurs des élèves. Ces erreurs anticipées ont permis une proposition pour orienter les remédiations sur les deux obstacles auxquels elles peuvent être rapportées. L'analyse de l'activité d'une classe d'élèves de 4<sup>e</sup>, portant sur ce problème à prise d'initiative, a permis de vérifier les hypothèses portant sur l'anticipation des erreurs et les propositions d'orientation des remédiations.

### **Résumé en Anglais :**

This thesis attempts to develop a way to anticipate students' errors and to prepare an appropriate remediation for them. The development of a theoretical framework, based on publications by researchers in didactics applied to science (Astolfi) or mathematics (Brousseau, Robert), has made it possible to relate the concepts of obstacles, errors and adaptations. From this framework, a "problem with initiative" was produced with adaptations that theoretically allowed the anticipation of students' errors. These anticipated errors allowed for a proposal to direct remediation on the two obstacles to which they could be related with. The analysis on a class of 4th grade students' activity dealing with this "problem with initiative" allowed to verify the hypotheses concerning the anticipation of errors and the proposals for the orientation of remediation.