



HAL
open science

Impact de l'analogie de scénario du cadre AS3 dans la résolution de problèmes arithmétiques CE2 CM1

Bastien Piot

► **To cite this version:**

Bastien Piot. Impact de l'analogie de scénario du cadre AS3 dans la résolution de problèmes arithmétiques CE2 CM1. Education. 2023. dumas-04448888

HAL Id: dumas-04448888

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04448888>

Submitted on 9 Feb 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2022-2023

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

**Impact de l'analogie de scénario du
cadre AS3 dans la résolution de
problèmes arithmétiques**

CE2 CM1

Présenté par PIOT Bastien

Mémoire de M2 encadré par WACHTEL Stéphanie

Remerciements :

- Un grand merci à mes élèves qui ont montré une réelle implication dans cette étude, toujours volontaires pour faire face au microphone et partager avec moi leur pensée, ainsi qu'à leurs parents pour les autorisations de prises de son sans lesquelles rien n'aurait été possible.
- Un remerciement également à Mme Wachtel pour sa disponibilité et son accompagnement bienveillant ainsi que ses précieux conseils tout au long de l'année.
- Enfin un remerciement tout particulier pour mes enfants et leur mère ainsi qu'à Sandy, qui se sont montrés plus que compréhensifs face à mon indisponibilité croissante au fil de l'année.

Sommaire

1. Introduction	1
2. État de l'art	2
2.1 Résoudre des problèmes	2
2.1.1 « Poser problème », un levier pour les apprentissages	2
2.1.2 Les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux	3
2.1.3 Les apports de la psychologie cognitive	5
2.2 Le cadre AS3	6
2.2.1 Principe du développement des concepts par analogie	6
2.2.2 En résolution de problème : le cadre AS3	7
2.2.3 Conséquences dans les stratégies de résolution de problème	9
2.3 Relever des informations de l'activité en résolution de problème	10
2.3.1 Déconstruire la méthodologie par étape	10
2.3.2 Les limites de l'analyse des activités par les traces écrites	11
2.3.3 Analyser l'activité réelle : la verbalisation	11
2.4 L'entretien d'explicitation	12
2.4.1 Une technique d'entretien spécifique	12
2.4.2 Approche théorique	13
2.4.3 Cadre pratique	14
3. Problématique et hypothèses de recherche	16
3.1 Problématisation	16
3.2 Hypothèses	16
4. Méthodologie	16
4.1 Environnement et participants	16
4.1.1 Environnement scolaire	16
4.1.2 Les participants	17
4.2 Déroulement et mise en œuvre	17
4.2.1 Choix et rédaction des problèmes	17
4.2.2 L'entretien d'explicitation	18
4.2.3 Mise en œuvre de l'expérimentation	19
5. Résultats : présentation et analyse	20
5.1. Méthode d'analyse	20
5.2 Présentation des résultats	22
6. Discussion et conclusion	28
6.1 Remise en contexte	28

6.2	Confrontation aux hypothèses et recherches antérieures	29
6.3	Limites	31
6.4	Perspectives	32
7.	Conclusion	32
8.	Bibliographie	33

1. Introduction

Appelé sur liste complémentaire en février 2022, j'ai eu en charge une classe de CE1-CE2 à temps complet avant de rentrer dans cette année de stagiairisation en M2A avec une classe de CE2-CM1.

Les mathématiques ont toujours été un point fort pour moi, et ne m'ont jamais réellement posé de difficultés. J'ai ainsi été surpris de voir comment la mise en place d'activités de résolution de problème pouvait mettre en difficulté mes élèves, là où les calculs nécessaires m'apparaissaient d'une, somme toute, relative simplicité.

Après réflexion, j'ai introduit un apprentissage de « lecture d'énoncé », méthode « classique » d'application de procédure de résolution en différents points clés : lire le texte, souligner la question, isoler les informations importantes, etc. Mais j'ai dû me rendre à l'évidence que cette méthode, loin d'en aider une majorité, en perdait d'autres. C'est donc confronté à un réel problème pédagogique que je me suis penché sur l'état des recherches actuelles. Assez rapidement, un nouveau paradigme est venu éclairer mes pratiques et mes attentes dans ce domaine.

Comme nous allons le voir, les activités cognitives engagées lors d'une activité de résolution de problème ne sont en rien simples. Résoudre un problème d'énoncé arithmétique demande une activité complexe que les chercheurs en psychologie cognitive et en didactique vont nous permettre d'entrevoir.

Dans ce mémoire, nous allons chercher à mieux appréhender comment les expériences que nous avons en mémoire influent sur les exercices de résolution de problème.

Ainsi nous commencerons par définir ce qu'est un problème en mathématiques, pour nous tourner ensuite vers les réflexions amenées par la psychologie cognitive et plus particulièrement le cadre développé par Emmanuel Sander basé sur la théorie de développement cognitif par analogie co-écrite avec Douglas Hofstadter. Nous nous arrêterons ensuite sur la méthode d'entretien d'explicitation, développé par Pierre Vermersch, utilisée dans ce mémoire pour relever les actions cognitives réelles des élèves.

2. État de l'art

2.1 Résoudre des problèmes

2.1.1 « Poser problème », un levier pour les apprentissages

Clément (2009) définit la notion de problème, qu'elle juge commune à toutes les théories de l'apprentissage, comme « une situation pour laquelle l'organisme a un but, mais ne dispose pas d'un moyen connu pour y parvenir » (2009, p.21).

La théorie constructiviste modèle l'apprentissage autour de l'activité interne du sujet, par des processus dits d'assimilation ou d'accommodation, résultant du principe d'équilibration majorante : « les savoirs ne se transmettent pas ni ne se communiquent à proprement parler ; ils doivent toujours être construits ou reconstruits par l'élève qui seul apprend » (Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel, Toussaint, 2008). Une situation-problème provoque un déséquilibre pour lequel le sujet fait évoluer ses schèmes pour trouver une solution.

Priole et Regnier montrent l'évolution historique de l'exercice de résolution de problème en France à travers les différentes lois scolaires qui ont modelé la didactique des mathématiques et l'insertion progressive de cette notion :

- 1923 : historiquement, l'exercice a été résolument ancré sur la vie et les métiers du quotidien, préparant à la vie future « Nous n'oublions pas que la plupart de nos élèves devront, dès qu'ils nous auront quittés, gagner leur vie par leur travail, et nous voulons les munir de connaissances pratiques qui dès demain, leur serviront dans leur métier » (Ministère de l'Instruction publique et des Beaux-arts, 1923, in d'Enfert, 2007, cité par Priole et Régnier, 2012, p.73).
- 1945 : « les problèmes doivent permettre d'utiliser des connaissances mathématiques déjà acquises » (Priole et Régnier, 2012, p.73), c'est l'aboutissement d'un apprentissage, évaluation sommative d'une maîtrise arithmétique. La difficulté est alors liée aux nombres d'opérations nécessaires à la résolution.
- 1970 : l'activité de l'élève est mise en avant. L'objectif évolue vers le fait de « dégager, reconnaître et utiliser des concepts mathématiques dans des situations variées » (Priole et Régnier, 2012, p.76).
- 1978 / 1980 : les programmes mentionnent le concept de situation-problème. Les situations-problèmes ont un triple objectif : « introduire des notions nouvelles [...] en début d'apprentissage, [...] évaluer les connaissances acquises, et celles [...] qui visent à développer des attitudes de recherche tout en suscitant la créativité de l'élève » (Priole et Régnier, 2012, p.78).

- 2002/2008 : la résolution de problème a un rôle indispensable dans les apprentissages des concepts en mathématiques, en lien avec le développement du socle commun de compétence et de connaissance (2006).

L'exercice de résolution de problème a évolué vers une place centrale dans la didactique des mathématiques. Les derniers programmes (MENJS, 2020) en font un objectif central. Celui du cycle 3 indique : « la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens » (MENJS, 2020, p.89), et les compétences visées dénotent : « chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer » (MENJS, 2020, p.90-91).

2.1.2 Les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux

« Poser problème » peut prendre plusieurs formes en mathématiques. L'une d'elles concerne les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. Il s'agit d'une situation amenée par un énoncé qui raconte une histoire avec des données numériques sur lesquelles une question est formulée. L'exercice consiste à comprendre la situation, et à répondre à la question en utilisant ces données. Pour l'aborder, deux typologies font référence.

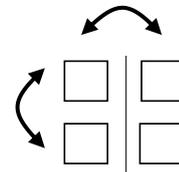
Celle d'Houdement prend en compte l'accessibilité théorique à la résolution pour l'apprenant, et de fait l'utilité didactique que l'on peut en faire :

- Les problèmes à énoncé simple ont pour objectif la découverte et le renforcement des concepts mathématiques en classe. Ils comportent une question ne demandant qu'une opération arithmétique en solution : « il s'agit des problèmes qui constituent des éléments « simples » du raisonnement (...) cette catégorie recouvrirait les problèmes à deux données (...), où il s'agit de déterminer une troisième valeur (...) à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue » (Houdement, 2017, p.64)
- Les problèmes complexes se résolvent en plusieurs opérations arithmétiques, « agrégats de problèmes basiques » (Houdement, 2017, p.65). Le travail de résolution est dit complexe car les données ne sont pas directement accessibles pour la résolution du problème.
- Les problèmes atypiques sont des problèmes « non routiniers » (Houdement, 2017, p.66) qui engagent l'apprenant dans une recherche de stratégie de résolution dont il ne dispose pas, et pour laquelle il va devoir s'appuyer sur ses acquis passés et avancer par tâtonnement, dans un esprit de recherche d'une solution par essai/erreur.

Les problèmes à énoncé simple se retrouvent ainsi au cœur de tout type de problème en mathématiques (complexe, mais aussi atypique), et proposent une grande diversité de situations notamment en fonction de leur « habillage » sémantique. Ces types de problèmes ont fait l'objet de nombreuses tentatives de classification, dont celle de Vergnaud.

Cette dernière repose sur sa théorie des champs conceptuels, additifs et multiplicatifs. Il la définit, en prenant l'exemple du champ additif, comme « l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs additions ou soustractions, et l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent d'analyser ces situations comme des tâches mathématiques » (Vergnaud, 1990, p.147). Un champ conceptuel prend donc son existence non seulement en fonction des procédés arithmétiques, mais aussi selon une variété de situations que construit l'énoncé dans la description des relations entre les objets engagés (transformation, comparaison, recherche de l'état initial, de la transformation...).

Pour le champ multiplicatif, Vergnaud précise que « les relations de base les plus simples ne sont pas ternaires, mais quaternaires, parce que les problèmes les plus simples de multiplication et de division impliquent la proportion simple de deux variables l'une par rapport à l'autre » (Vergnaud, 1990, p.153). En somme, le principe de la valeur unitaire est constamment sous-entendu, de telle sorte que les problèmes basiques du champ multiplicatif puissent être présentés sous cette forme de schéma :



Vergnaud développe également les situations de doubles proportionnalités. Ces situations relèvent finalement de la catégorie des problèmes complexes car elles combinent plusieurs rapports de proportionnalités simples. Ainsi, nous n'en développerons pas ici les différentes situations s'y rapportant, puisque notre intérêt va se porter sur les « classes de problèmes élémentaires » (Vergnaud, 1990, p.153) (annexe 1).

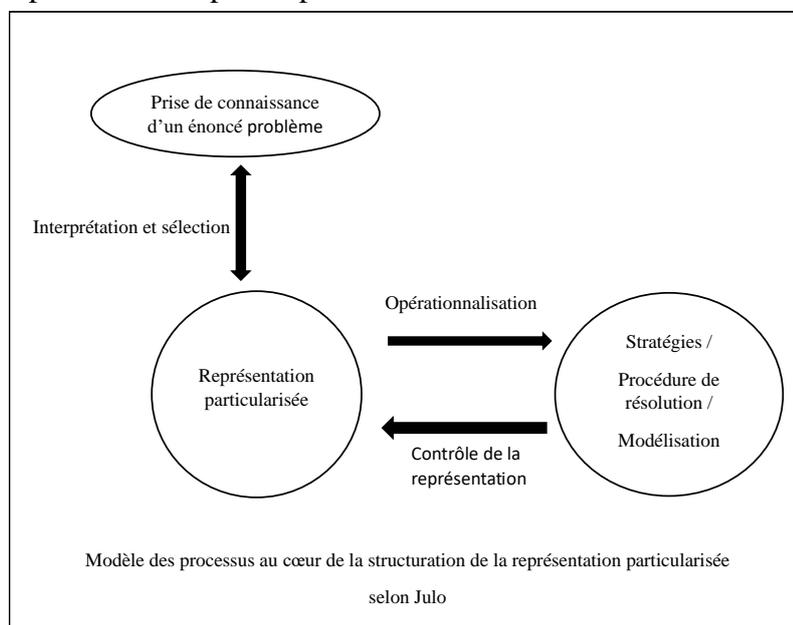
Clément montre comment ces problèmes ont peu à peu « été envisagés comme une activité finalisée complexe dans laquelle la représentation mentale de la situation occupe une place prédominante » (Clément, 2009, p.45). La résolution ne tient pas seulement compte de l'opération arithmétique, mais également du contexte sémantique de l'énoncé et de son insertion dans son champ conceptuel : « la classification des situations résulte à la fois de considérations mathématiques et de considérations psychologiques » (Vergnaud, 1990, p.156).

2.1.3 Les apports de la psychologie cognitive

Julo place l'activité de compréhension d'énoncés au centre de l'activité et développe l'idée de « représentation particularisée » (Julo, 1995, p.11). Chaque énoncé possède sa propre logique, développant une problématique, dont la tâche attendue est la résolution. Il y a donc un contrat de communication implicite : « ce qui fait la spécificité des représentations particularisées dans le cas d'un énoncé de problème c'est donc l'existence d'une tâche associée à l'objet que l'on doit se représenter, mais aussi le fait que cette tâche définit un contrat particulier » (Julo, 1995, p.16). En effet, un énoncé de problème ne vise pas à expliquer une situation. Il provoque volontairement une difficulté d'accès à la représentation particularisée. C'est là un point important du contrat implicite. Sans difficulté d'accès, il n'y a pas de problème.

Julo considère dans son ouvrage deux volets de l'activité mentale. Il sépare ainsi les processus d'action des processus entraînant la représentation particularisée. Les processus d'actions regroupent : les stratégies, « orientation générale que prend l'activité de résolution » et les procédures « ensemble des opérations élémentaires que l'on met en œuvre pour atteindre le but proposé » (Julo, 1995, p.25). Il insiste cependant sur leur non-linéarité. La représentation particularisée induit ces processus d'action qui renforcent en retour la représentation particularisée par un processus de contrôle.

+



Lorsque la représentation particularisée est défailante, un processus de restructuration, très coûteux cognitivement, est nécessaire. Ce processus est d'autant plus complexe que la première représentation particularisée a été longtemps structurée par l'action. Sur cet aspect, Clément reprend le principe développé par l'école Gestalt : la notion de « flexibilité

cognitive » : « un processus cognitif de base (...) qui témoigne de la capacité à adopter plusieurs points de vue sur la situation, à sélectionner le plus pertinent, ou à en changer (...) » (Clément, 2009, p.202). Elle en retire deux aspects : l'un en amont permettrait de réussir à s'extirper du contexte sémantique pour développer des représentations plus abstraites des énoncés : « certains participants s'engagent spontanément dans une analyse des différentes propriétés de la situation. Cette analyse permet d'encoder la situation à un niveau suffisamment abstrait, d'envisager plusieurs points de vue, et de choisir le plus approprié compte tenu des contraintes qui définissent la situation » (Clément, 2009, p. 202). Elle y fait référence sous la nomination de « flexibilité spontanée » (Clément, 2009, p.202). Le second aspect, plus en aval, est appelé « flexibilité réactive » (Clément, 2009, p.203), et est lié à la capacité de « s'engager dans une activité de réflexion et d'analyse de ce qui empêche la progression et l'atteinte du but » (Clément, 2009, p.203) lorsqu'un sujet rencontre une situation d'impasse. C'est là cette capacité à admettre une impasse lors d'un exercice de résolution et de mettre en place une restructuration de sa représentation particularisée.

Au final, Julo se questionne également sur l'utilisation des connaissances acquises. Il fait le lien à ce qu'il nomme les schémas de problème. Pour lui, l'élève garde en mémoire des schémas dans lesquels il va puiser par analogie pour résoudre de nouveaux problèmes : « des objets [mentaux] structurés mobilisés sous la forme de blocs indissociables (mais pas nécessairement disjoint ni exclusifs : un même schéma pourrait appartenir à plusieurs schémas) [qui] auraient une fonction assimilatrice : ils constitueraient des mécanismes actifs de reconnaissance et d'assimilation des informations » (Julo, 1995, p. 102). Ce sont à ses schémas que nous ferions appel lors d'exercices de résolution pour mobiliser nos connaissances. Il y aurait ainsi selon lui une mémoire des problèmes qui s'enrichit par l'expérience et dans laquelle nous puisons pour en résoudre de nouveaux, par analogie conscientisée ou non, lorsque de nouvelles situations sont assez proches.

2.2 Le cadre AS3

2.2.1 Principe du développement des concepts par analogie

Un enfant est constamment en situation d'apprentissage. Son développement et ses acquis extrascolaires ne peuvent être omis pour construire ses apprentissages scolaires. Il est admis en didactique des sciences que l'élève a des conceptions issues des savoirs quotidiens que l'enseignant doit prendre en compte pour lui permettre de construire de façon stable et efficace les savoirs dits scientifiques (Da Silva, 2004).

La notion de mémoire des problèmes fait écho à une théorie développée plus récemment par Sander et Hofstadter (2013) qui proposent une nouvelle approche du fonctionnement de la pensée humaine. Pour eux, cette dernière fonctionne sur un principe de catégorisation des concepts en champs ouverts. Ils remettent en cause l'idée d'une mise en boîte en catégories mentales aux frontières bien délimitées qui permettrait une reconnaissance de type photographique des objets ou concepts. Ils définissent ainsi les catégories mentales comme « une structure mentale qui évolue au cours du temps, parfois lentement, parfois rapidement, qui contient des informations sous une forme organisée et qui permet d'y accéder » (Sander et Hofstadter, 2013, p.21). L'action mentale de catégorisation serait donc plutôt « une association provisoire et graduée d'une certaine entité ou situation à une catégorie existant préalablement dans l'esprit d'une personne » (Sander et Hofstadter, 2013, p.21). Au fondement de leur théorie, un individu possède ainsi des catégories mentales qui font sens pour lui, en fonction de ses particularités propres (culture, niveau social, lieu de vie, etc.) qui vont permettre par catégorisation via un processus d'analogie d'aborder des situations nouvelles en « permettant d'avoir le sentiment de la comprendre, de détecter des éléments et des caractéristiques non directement observables, d'anticiper des conséquences d'évènements ou le résultat de ses propres actions » (Sander et Hofstadter, 2013, p.22). Avec cette théorie, les concepts se développent sans limites, s'enchevêtrent et forment des liens, et ce sont les analogies, sous formes quotidiennes et constantes, qui permettent de piocher dans nos expériences passées, d'élargir nos champs conceptuels, et de pouvoir à moindre coût cognitif nous adapter constamment aux situations nouvelles.

La portée de ce que l'apprenant met en place du point de vue de ses acquis antérieurs lors de l'interprétation et de la sélection d'informations pour construire une représentation particularisée est élargie. La mémoire des problèmes se centrait sur les aspects opératoires ou relationnels des objets et sur la logique des énoncés, cette théorie développe les possibles analogies à la totalité des concepts que peut mobiliser un énoncé.

2.2.2 En résolution de problème : le cadre AS3

Sander s'est consacré par la suite au procédé de résolution de problème. Il a présenté trois formes d'analogie qui « orientent les interprétations de l'énoncé de l'élève » (Sander, 2018, p.126). Elles trouvent leur source dans le savoir quotidien et sont mobilisables par les élèves sans utilisation conscientisée des concepts mathématiques lorsqu'elles sont facilitatrices dans le contexte sémantique du problème. Lorsqu'elles sont obstructives, elles complexifient le rapport de validité entre notions de la vie quotidienne et notions mathématiques. Ces

analogies sont regroupées dans son cadre d'analyse AS3, de manière « interdépendantes mais dissociables » (Sander, 2018, p.122) :

- L'analogie de scénario porte sur les contextes et logiques utilisés dans les énoncés de problèmes et leur corrélation aux concepts mathématiques dans les activités de vie quotidienne. Les objets que mettent en situation les énoncés sont source d'analogie en fonction de leur relation attendue. Les relations fonctionnelles (contenants/contenus, les rapports de prix, répartitions, etc.) sont ainsi facilitatrices pour les énoncés multiplicatifs. Par contre, seront obstructives les situations où les objets ont des rapports symétriques ou provenant d'une même supercatégorie. Un exercice proposant des situations d'échanges entre différentes fleurs par exemple pose ainsi plus de difficultés à accéder à la représentation particularisée d'une situation relevant du champ multiplicatif qu'une situation entre fleur et pot de fleurs.
- Les analogies de substitution sont des analogies sur lesquelles se construisent les quatre opérations élémentaires à partir de nos connaissances extra-scolaires, prenant leur source dans les concepts quotidiens. Concrètement, cela donne le rapport ancré de la notion de soustraction et du concept de diminution de quantité. Pour la multiplication, Hofstadter et Sander (2013, p. 496-497) ont demandé à des étudiants universitaires de définir la multiplication et « de manière systématique, une des valeurs est un nombre entier et a le statut de multiplicateur » (Sander, 2018, p.127). L'analogie de substitution de la multiplication serait ainsi en lien avec l'addition itérée, en omettant la commutativité. Ce type d'analogie facilite l'entrée dans le champ conceptuel, mais le restreint en retour : « l'analogie de substitution donne sens à la notion, mais induit une focalisation sur un seul type de situation » (Sander, 2018, p.128). Ainsi, l'analogie de substitution de la soustraction est facilitatrice pour la recherche d'une perte, mais obstructive pour la recherche d'un gain nécessitant la modélisation mathématique d'une soustraction.
- L'analogie de simulation est en lien avec la capacité d'un individu à se projeter mentalement une situation en mettant en scène les relations et les objets que propose l'énoncé, afin d'en simuler le résultat recherché sans utilisation effective des opérations arithmétiques : « La simulation associée au modèle mental conduit à la solution sans formalisme arithmétique » (Sander, 2018, p.134). Les écarts de nombres et les relations entre eux jouent un rôle important. Calculer la différence entre 32 et 28 sera facilitateur dans l'utilisation de l'analogie de simulation, là où ce calcul avec 32 et 4 sera obstructif. Il

en va de même avec les problèmes multiplicatifs. Simuler une addition itérée de 3×50 ($50 + 50 + 50$) sera facilitateur, alors que simuler 50×3 ($3 + 3 + 3 + 3 \dots$) sera obstructif.

2.2.3 Conséquences dans les stratégies de résolution de problème

Le cadre AS3 ouvre ainsi sur l'influence de la sémantique dans la résolution de problème à travers le fait que les notions puissent être saillantes ou non, faciliter la résolution ou au contraire l'obstruer. Sander (2015) a développé en parallèle la notion de recodage sémantique. Lors de l'écriture d'un énoncé, il peut être mis en avant ou en retrait des propriétés ou des concepts liés aux opérations. L'intérêt est de varier ces codages pour entraîner les élèves à contrer les effets inductifs liés aux tournures sémantiques.

Hofstadter et Sander (2013) développent également le concept des analogies naïves, qu'ils mettent en lien avec le vocabulaire de la psychologie cognitive tel que « préconception », « raisonnement naïf », « modèle tacite » ou encore « conception naïve » (Sander et Hofstadter, 2013, p.466) et définissent tel que « [elles] rendent une situation intelligible pour une personne en lui permettant d'assimiler la nouvelle situation à une connaissance familière, de manière spontanée, irréfléchie et automatique, sans avoir la moindre conscience de faire une analogie » (Sander et Hofstadter, 2013, p.466). Il s'agit en exemple de l'enfant qui va déshabiller une banane, dont l'analogie offre un champ de validité certain à l'épluchage de la banane. Ces analogies sont vues comme la pierre de voûte sur laquelle les concepts sont construits, et subsistent bien souvent en fossile.

Sander montre avec la notion de recodage sémantique comment les éléments du texte peuvent faciliter la résolution de problème. La sémantique utilisée ou les relations entre objets impactent par le biais des analogies les stratégies mises en place. Réussir un problème construit autour d'une situation de vie quotidienne est insuffisante pour démontrer d'une réelle appropriation des concepts mathématiques. Dans ce cas, il peut se produire de « faux positifs » (Sander, 2015, p.11) : « le propre des connaissances naïves, analogues de situations familières, est effectivement de donner l'impression que la notion scientifique est réductible à une conception familière directement issue de l'expérience quotidienne. Pourtant, cette conceptualisation est loin d'être satisfaisante sur le plan des notions mathématiques » (Sander, 2015, p.6). Les progressions didactiques doivent permettre à l'élève à terme d'organiser lui-même un recodage sémantique des situations obstructives. C'est cette capacité à entrevoir la situation de façon multiple, à en développer une structure parallèle, mais facilitatrice pour « percevoir la situation d'une manière différente de celle à laquelle conduit sa perception spontanée » (CLEMENT, 2009, p.203), entrevue dans la notion de flexibilité mentale.

2.3 Relever des informations de l'activité en résolution de problème

2.3.1 Déconstruire la méthodologie par étape

Les statistiques actuelles apportées par les études sur le niveau scolaire dans l'OCDE montrent les difficultés que rencontrent les élèves dans l'exercice de résolution de problème. Au-delà des outils de modélisation, l'étude pointe les erreurs concernant les interprétations dans la sémantique utilisée par les énoncés : « Comme de nombreux travaux de recherche, l'enquête Pisa, pilotée par l'OCDE, a permis de confirmer que les difficultés des élèves ne peuvent s'expliquer par le seul niveau des connaissances et compétences mathématiques pour résoudre un problème » (MENJS, 2020, p.9).

Les auteurs que nous avons mentionnés antérieurement (Clément 2009, Julo 1995, Priolet et Régnier 2012) soulignent dans leurs écrits l'apport de Polya dans le développement d'une réelle pédagogie de la résolution de problème malgré les limites qu'ils en pointent. Priolet et Régnier définissent sa méthode ainsi « selon Polya, il existe des étapes dans le raisonnement : la résolution de problème relève d'une habileté pratique qu'il convient de faire acquérir par l'imitation et par l'usage » (Priolet et Régnier, 2012, p.74). C'est la résolution de problème vu comme un apprentissage méthodologique, dans une suite d'étape bien définie, et dont la maîtrise assurerait à coup sûr des capacités de résolution.

Cette approche a en effet été largement remise en cause. Houdement (2017) montre cependant qu'elle reste encore centrale dans les manuels de mathématiques malgré le fait démontré qu'il n'existe pas de « compétences générales de résolution de problème dont la possession rendrait le sujet capable de réussir n'importe quel problème » (Houdement, 2017, p.60). Houdement rappelle sur ce sujet que : « prélever les informations utiles (et délaisser les inutiles) se fait au cours du problème » (Houdement, 2017, p.59), comme Julo (1995) qui précisait que savoir définir les informations utiles, c'est déjà avoir commencé à se représenter le problème, tout comme réaliser un schéma ne peut pas être une tâche en amont de la compréhension puisqu'elle n'arrive qu'après opérationnalisation.

Lorsqu'un exercice de résolution de problème est donné en classe, il n'est que très rarement analysé la représentation particularisée de l'élève de la situation. Traditionnellement, le principal outil usuel d'analyse de l'activité par l'enseignant se trouve dans la trace écrite, résultat partiel de l'opérationnalisation de l'apprenant.

2.3.2 Les limites de l'analyse des activités par les traces écrites

L'analyse des traces écrites des élèves est un levier pour l'enseignant. À partir d'elles, l'enseignant relève des informations sur les réussites et les manques. En théorie, il peut donc par la suite ajuster son enseignement, pratiquer des remédiations, reprendre des notions, si les séquences n'ont pas abouti aux objectifs ciblés.

Chez l'élève en difficulté, s'il ne dépasse pas l'étape de la représentation particularisée, il n'y aura pas ou très peu de traces écrites. L'incapacité de donner naissance à une opérationnalisation est vue par Julo (1995) comme une des plus grandes frustrations possibles dans l'exercice de résolution de problème. La trace écrite peut ainsi être réalisée uniquement par pression du contrat didactique. Il y a de fait une situation d'embarras pour l'élève, mais également pour l'enseignant qui ne peut cibler les difficultés précisément.

Un effet inverse peut également être prégnant. Une trace d'apparence experte, peut ne pas avoir été obtenue en maîtrise des concepts clés visés. Les stratégies peuvent être multiples, et une application analogique d'une solution en mémoire peut être appliquée sans en avoir isolé le sens intrinsèque. Les analogies développées plus tôt dans le cadre AS3 développent en ce sens. Elles sont ici à mettre en lien avec les faux positifs décrits précédemment.

Comme le souligne Vermersch, la trace écrite contient ainsi des « informations partielles de l'activité qui l'a produite » (Vermersch, 1994, p.12) et est par la même sujette à une interprétation. Ce travail de détective reste précieux, mais ne saurait être qualifié de suffisant. Couramment, la pratique enseignante amène à un questionnement de l'élève pour l'amener à verbaliser sa réflexion et obtenir une idée plus juste de ce qui l'a freiné.

Ces questionnements pédagogiques en cours d'activités ciblent ainsi naturellement les élèves en difficultés apparentes, et visent des remédiations rapides au moment présent. Ils ont pour but premier la prise d'informations par l'enseignant, afin par la suite d'étayer ou différencier l'approche. Il s'agit de faire verbaliser la compréhension de l'élève du problème posé, mais cela se limite trop souvent à une approche pragmatique d'aide instantanée. Comme nous allons le voir, faire verbaliser, selon des méthodes spécifiques, peut être un outil plus complet pour l'enseignant.

2.3.3 Analyser l'activité réelle : la verbalisation

Verbaliser son activité, c'est mettre en mot les processus cognitifs utilisés, et donc ouvrir sur l'aide à apporter dans les dysfonctionnements des processus cognitifs au cœur de la construction d'une représentation particularisée, être plus à même de juger de la progression

conceptuelle des élèves ou encore aider potentiellement une restructuration de la représentation particularisée en se subtilisant au processus de flexibilité mentale : « interrompre, dans ces moments, l'activité du sujet, en l'orientant vers les causes des difficultés et l'évaluation des décalages entre le but poursuivi et le résultat des actions devrait servir de « rafraîchissement » attentionnel et favoriser les activités de contrôle » (Clément, 2009, p. 203).

Questionner un comportement permet d'avoir accès au cognitif pour l'enseignant, mais pour l'élève cela permet également de prendre conscience de son activité cognitive, et ainsi potentiellement d'effectuer un retour sur son cheminement réflexif. Ce retour donne également accès à ce que le psychologue nomme le fonctionnement métacognitif.

Selon Balas-Chanel (2007), l'acte d'apprentissage regroupe plusieurs niveaux pour l'apprenant : l'action (niveau comportemental), la cognition (ensemble des activités cognitives) et la métacognition (gestion de la cognition et de l'action). La métacognition est donc au contrôle du rapport entre l'action et la cognition, et celle-ci pourrait être implicite ou explicite pour l'individu. La différence s'établit si la gestion de notre cognition et de nos actions est conscientisée ou non. La verbalisation des relations entre activités comportementales et activités cognitives permettrait ainsi de rendre sa métacognition explicite, de prendre conscience de ses propres stratégies d'apprentissages : « pour apprendre à apprendre, la personne mobilise l'action, la cognition et la métacognition explicite » (Balas-Chanel, 2007, p.44).

Les techniques de verbalisation se retrouvent ainsi au cœur du sujet. L'enseignant en classe n'a que peu de temps à consacrer à chaque élève, mais des techniques efficaces existent, et permettent ce questionnement entre action du vécu et fonctionnement cognitif. C'est pour cela, et afin d'analyser au mieux d'une part la construction des représentations particularisées et d'autre part les stratégies et les procédures engagées en résolution de problème que nous engagerons dans cette étude une technique spécifique de verbalisation.

2.4 L'entretien d'explicitation

2.4.1 Une technique d'entretien spécifique

Vermersch (1994) définit les techniques d'entretien comme « un ensemble de pratique d'écoute basé sur des grilles de repérage de ce qui est dit et de technique de formulation de relances qui vise à aider, à accompagner la mise en mot d'un domaine particulier de l'expérience en relation avec des buts personnels et institutionnels divers » (Vermersch, 1994,

p.9). Il présente différentes techniques d'entretien en fonction de ce qu'il nomme les « domaines de verbalisations » (Vermersch, 1994, p.26). Verbaliser, c'est effectuer un retour sur son vécu. Mais en fonction des objectifs visés par l'intervieweur, les domaines dans lesquels l'interviewé va être amené à verbaliser ce vécu diffèrent. En effet, différentes techniques d'entretien peuvent amener à cibler différents aspects du vécu de l'interviewé : émotionnel, sensoriel, imaginaire, conceptuel, aperceptif, et en ce qui nous concerne plus particulièrement, de l'action.

Plusieurs types d'entretien peuvent amener à mettre en lumière différents aspects ou ressentis autour d'une activité. La technique d'entretien d'explicitation développée par Vermersch cible trois grands buts « aider l'intervieweur à s'informer, aider l'élève à s'auto-informer, lui apprendre à s'auto-informer » (Vermersch, 1994, p.18). Sa spécificité réside dans le fait qu'elle vise l'action effective c'est-à-dire l'ensemble des schèmes ou actions élémentaires que l'apprenant a mis en œuvre dans un espace-temps, soit pour réaliser une tâche, soit pour gérer une situation : « ces actions élémentaires pourront être décrites suivant les fonctions qu'elles occupent dans le déroulement : action de prise d'information ou d'identification, actions de réalisations, d'exécutions » (Vermersch, 1994, p.33).

Comme nous visons l'activité réelle de l'élève consciente et/ou automatisée mise en œuvre pour réaliser une tâche de résolution de problème alors il apparaît que la technique de Vermersch, centrée sur une verbalisation de l'action, nous sera la plus à même d'en obtenir les cheminements réels.

2.4.2 Approche théorique

Vermersch (1994) précise que la verbalisation du vécu de l'action doit être fortement guidée pour éviter une dispersion sur ce qu'il nomme les satellites de l'action. Ces satellites se situent dans les abords de l'action effective : la référence aux savoirs fondamentaux, aux contextes, l'auto-évaluation de son activité par commentaire de valeur subjective ou encore les justifications d'intentions. Leur verbalisation témoigne d'une mise en retrait de l'activité réelle, de façon consciente ou inconsciente : « la verbalisation de l'action référée à une tâche spécifiée suppose un guidage de la part du formateur, et même un guidage très ferme, très précis dans ces objectifs » (Vermersch, 1994, p.45).

Lorsque le guidage est réussi, la verbalisation se positionne dans ce que Vermersch décrit comme une situation de « parole incarnée » (1994, p.47). Cette position de parole particulière se ressent par le lien que l'interviewé installe avec son vécu antérieur, qu'il doit donc se

remettre en situation lors de l'interview. C'est un aspect critique de l'entretien. L'intervieweur va faire appel à la mémoire concrète de l'interviewé, mémoire brut et non réflexive, et dont le rappel se fait par retour d'une émotion ou sensation clé de l'instant visé « il est nécessaire que le sujet, au moment d'en parler, soit en train de revivre, d'évoquer de manière concrète la situation de référence » (Vermersch, 1994, p.48). Le repérage de cette position de parole se fait à travers les aspects verbaux et non verbaux de la communication : les décrochages du regard, les congruences entre messages verbaux et les comportements de l'interviewé ou encore son débit verbal.

Enfin, l'expérience interne relève de la sphère privée. En cherchant à y accéder, il y a une forme d'intrusion « Tous ces éléments pointent une évidence : avec ce questionnement, nous pénétrons dans l'intimité psychique du sujet, nous abordons sa sphère privée » (Vermersch, 1994, p.94). Cette intrusion ne peut pas être subie, et il y a donc nécessité d'établir un contrat de communication explicite, dont l'interviewé pourra remettre en cause les fondements au cours de l'entretien selon ses limites personnelles. Pour cela, ce contrat de communication devra être renouvelé autant de fois que nécessaire. Le cas contraire, une résistance peut se mettre en place au questionnement, alors que « l'autorisation faite de ne pas continuer aide souvent à prendre la décision contraire » (Vermersch, 1994, p.95)

En résumé, malgré une non-directivité des relances, et une forte liberté dans la verbalisation de son expérience, l'accès en mémoire du vécu de l'action s'obtient par guidage fort de la part de l'intervieweur. Pour s'assurer que l'interviewé se sente en sécurité, et puisse accéder de façon optimale à son vécu de l'action, de réels gestes pratiques doivent cadrer l'entretien d'explicitation.

2.4.3 Cadre pratique

Comme mentionné plus haut, l'entretien d'explicitation doit suivre un guidage ferme et précis de la part de l'intervieweur afin de s'assurer que les conditions théoriques soient remplies. Cela passe donc dans l'entretien à travers des types de relances très spécifiques :

- Établir un contrat de communication : les formulations trop complexes sont à éviter. Il s'agit de s'assurer de l'acceptation de la situation d'entretien par l'interviewé. C'est la porte d'entrée dans l'interview, à renouveler dès qu'on en ressent la nécessité. Il y a deux aspects qui engagent sa validité : conversationnel et gestuel. Les gestes de replis, d'évitement sont à surveiller, et engagent à une reformulation explicite du contrat.

- Maintenir une situation de communication : pour faciliter l'accès à la mémoire concrète l'intervieweur s'assure d'une bonne « mise en relation et synchronisation » (Vermersch, 1994, p.96) avec l'interviewé. Il s'agit d'adopter son rythme de langage (rythme et ton de la voix), ses gestes et ses postures, mais aussi son champ lexical sensoriel (l'écoute, la vue, la praxie, etc.). Une divergence de vocabulaire sensoriel peut perturber la position de parole incarnée. Pour Vermersch, c'est un des aspects les plus complexes à maîtriser : « cette dextérité s'acquiert simplement par l'exercice répété » (Vermersch, 1994, p.102).
- Initialiser/ focaliser/ réguler vers le vécu de l'action : Vermersch synthétise une « classification fonctionnelle des décisions de relances » (Vermersch, 1994, p.105) en fonction des répliques de l'interviewé. Il distingue 4 types de relances différentes :
 - Encourager : la verbalisation correspond aux objectifs. On l'entretient par le silence, des gestes d'encouragement, des acquiescements chuchotés.
 - Réguler : « la quête d'information pose problème ou elle n'est plus le but principal de l'interaction » (Vermersch, 1994, p.105). L'intervieweur peut alors quitter le cadre propre de l'entretien d'explicitation pour continuer le dialogue et mieux cibler ce qui pose des difficultés à l'interviewé. Il s'agit alors de rétablir par la suite le contrat de communication, et de réinitialiser la verbalisation.
 - Éclaircir : « l'information contenue dans la réplique est intéressante, mais insuffisante par rapport au but visé » (Vermersch, 1994, p.105). On questionne pour faire spécifier la granularité de la description à travers les verbes d'action utilisés ou un aspect inféré dans les processus de l'action absents dans la verbalisation.
 - Focaliser : « L'information est suffisante, il est encore possible et souhaitable d'aborder le recueil de nouvelles informations » (Vermersch, 1994, p.105). L'interviewé a verbalisé son activité de façon efficiente, l'intervieweur peut alors choisir de faire revenir l'interviewé sur une information antérieure non éclaircie ou encore cibler une nouvelle approche de l'entretien à travers une position différente du vécu soit par proposition, soit par question ouverte.

Le cœur de la maîtrise de l'entretien d'explicitation se trouve dans l'analyse et la prise de décision instantanée en fonction de la verbalisation et de la gestuelle de l'interviewé ce qui rend l'appropriation de la technique d'autant plus complexe. De nombreux écueils sont à éviter, dont l'induction, ou encore l'explication de l'action. La recherche de la description de l'action est centrale que ce soit à travers la granularité, la temporalité ou encore les omissions ou implicites dans la verbalisation. Un travail en amont sur les relances est ainsi indispensable pour s'assurer au maximum de la qualité des informations que l'on va récolter.

3. Problématique et hypothèses de recherche

3.1 Problématisation

Pour donner suite aux apports théoriques présentés en amont, il nous semble légitime de se questionner alors sur l'impact réel de la théorie de Sander dans les procédures que mettent en place les élèves pour résoudre des problèmes arithmétiques verbaux.

Dans un souci de temps pouvant être consacré à cette étude, seul un aspect du cadre AS3, et limité sur les problèmes de type multiplicatif, sera visé dans cette étude. Ainsi, nous allons en nous appuyant sur la technique d'entretien de Vermersch, nous questionner tout particulièrement sur l'analogie de scénario pour essayer d'entrevoir dans quelle mesure cette analogie développée par Sander dans son cadre AS3 influe-t-elle les procédures des élèves lors d'exercice de résolution de problèmes verbaux arithmétiques multiplicatifs ?

Il est à ce stade nécessaire de préciser que n'ayant pas reçu de formation adéquate à la méthode de l'entretien d'explicitation, la technique employée pour relever les données de cette étude ne saurait en être un reflet fidèle. Ainsi l'entretien pourra être qualifié d'entretien à visée d'explicitation.

3.2 Hypothèses

Fort de ce questionnement, plusieurs hypothèses se dégagent.

Dans un premier temps, nous faisons l'hypothèse que lorsque les analogies de substitutions et de simulations sont construites comme facilitatrice dans un énoncé de problème, alors l'analogie de scénario est la seule variable impactant les procédures de résolution des élèves.

Cette première hypothèse en appelle deux autres : premièrement, et quelle que soit la maîtrise des concepts arithmétiques des élèves, lorsque l'analogie de scénario est facilitatrice, elle oriente la réussite des élèves. Deuxièmement, dans les mêmes conditions, lorsqu'elle est obstructive, elle perturbe les procédures des élèves.

4. Méthodologie

4.1 Environnement et participants

4.1.1 Environnement scolaire

L'expérimentation a pris place dans une école classée en quartier politique de la ville comprenant une part importante d'élèves en difficultés dans les apprentissages de la langue française. Sa zone de carte scolaire comprend un espace socio-culturel ouvrier et avec une

forte communauté d'origine étrangère, comprenant de nombreux parents allophones. Les difficultés linguistiques sont omniprésentes, et compliquent les apprentissages. Le projet d'école se concentre particulièrement sur le langage.

L'école comprend neuf classes, comprenant l'école maternelle et l'école primaire, distribuées comme suit : un TPS, un PS-MS, un MS-GS, deux CP allégés, deux CE1-CE2, un CE2-CM1 et un CM1-CM2.

4.1.2 Les participants

L'expérimentation a été réalisée dans la classe de CE2-CM1, comprenant 5 élèves inscrits en CE2, dont un allophone, et 16 élèves en CM1, dont trois allophones. Les allophones ont été extraits de la population, ne maîtrisant pas encore suffisamment la langue pour accéder à la compréhension minimale d'un problème à énoncé verbal arithmétique.

L'entretien d'explicitation demandant un temps en aparté conséquent, des élèves ont été sélectionnés. Le temps alloué à cette étude ne permettant pas un questionnement de l'entièreté du groupe, seulement une dizaine d'entretiens a été réalisée. Cette sélection a été faite en fonction des données visibles dans la première phase de recherche pour avoir une plus grande hétérogénéité dans les relevés : aucune trace écrite, trace écrite sans solution proposée, trace écrite avec solution proposée erronée et trace écrite avec solution proposée correcte.

Afin de mener un travail de comparaison, certains des élèves sélectionnés lors de la première phase ont été réinterrogés lors de la deuxième phase comprenant un recodage sémantique du problème arithmétique verbal proposé en première phase. Cette deuxième sélection a été faite sur des critères de maîtrise de la langue et de facilité à entrer dans une position de parole incarnée telle que définie par Vermersch (1994).

4.2 Déroulement et mise en œuvre

4.2.1 Choix et rédaction des problèmes

La problématique ciblant tout particulièrement les analogies de scénario proposées dans le cadre AS3 de Sander, les analogies de Substitution et de Simulation ont été volontairement construites comme facilitatrices dans la sémantique et le choix des nombres des deux problèmes proposés. Les problèmes proposent ainsi volontairement des situations s'appuyant sur l'analogie de substitution classique de la multiplication, celle d'addition itérée. Les nombres utilisés facilitent également la simulation en simplifiant les modélisations arithmétiques.

De même, la place de la question dans la rédaction de la situation du problème a été prise en compte (Thevenaut, Barouillet, Fayol, 2004). Celle-ci sera posée en fin d'énoncé. L'objectif n'étant pas pédagogique, mais analytique et ciblé sur l'analogie de scénario, nous nous baserons sur le paradigme que le questionnement naturel d'une situation-problème est d'abord de prendre connaissance d'une situation, avant d'en relever un questionnement, pour enfin chercher à le résoudre.

L'expérimentation est construite en deux phases, chacune comprenant un exercice de résolution de problème et des entretiens d'explicitation pour récolter les informations nécessaires afin de tester les hypothèses et répondre à la problématique. Les deux phases vont permettre de cibler dans les procédures des élèves l'impact de l'analogie de scénario. Pour cela, la première phase est construite de façon à faciliter cette analogie, et la deuxième phase à l'obstruer. Comme vu plus haut, le premier problème propose ainsi comme scénario le concept facilitateur de contenant/contenu, là où le deuxième propose une relation d'objet à objet de même supercatégorie, sans relation fonctionnelle. Il est important de préciser que le premier problème correspond à un scénario déjà réalisé à plusieurs reprises en classe. Le deuxième type n'a jamais été travaillé en classe au moment de l'étude.

Fort de ces réflexions, les problèmes rédigés et proposés sont les suivants :

Problème de la phase 1 (annexe 2) :

- Des parents veulent préparer des cookies et des madeleines pour l'école. Ils ont préparé 4 boîtes de 12 gâteaux.
Combien ont-ils préparé de gâteaux ?

Problème de la phase 2 (annexe 2) :

- Des parents veulent préparer des cookies et des madeleines pour l'école. Ils ont fait 12 cookies. Pour chaque cookie, ils ont préparé aussi 4 madeleines.
Combien ont-ils préparé de madeleines ?

3.2.2 L'entretien d'explicitation

Les entretiens d'explicitations sont menés en aparté du groupe classe, mais dans la même salle. Un enregistreur est mis en route au départ, et arrêté en fin d'interview. L'intervieweur prend également un carnet, pour noter les comportements significatifs des interviewés (regard notamment), ou noter les interruptions possibles extérieures dues à la proximité du groupe classe.

Les particularités expliquées propres à l'entretien d'explicitation conduisent à ne pas éditer un plan d'entretien stricto sensu. Par contre, un cadre a été construit en amont pour guider au plus proche l'interviewé dans son vécu de l'action. Ce guide se veut une aide plus qu'un plan d'entretien, et vise tout particulièrement les aspects critiques de l'entretien d'explicitation : le contrat de communication et la nature des relances, comme vu plus haut :

- 1 : rappel du but de l'interview pour l'intervieweur et contrat de communication :
« Je voudrais qu'on discute ensemble et que tu me racontes un peu ce qu'il s'est passé pour toi lorsque tu t'es retrouvé face au problème que je vous ai donné à résoudre hier. Je vais donc te poser des questions pour t'aider à te rappeler en détail. Si jamais tu as envie d'arrêter, tu me le dis ; C'est toi qui décides. Est-ce que tu es d'accord pour qu'on commence ? »
- 2 : initialisation de la communication : « Alors lorsque je t'ai distribué ce problème, est-ce que quelque chose a retenu ton attention ? »
- 3 : relancer activement le guidage et l'accompagnement :
 - Encourager : « hum », reprendre le verbe d'action ou la phrase produite, onomatopée, acquiescement.
 - Focaliser : couleur de la feuille, situation au moment de réception du document, rappel d'objet de l'énoncé (« chercher la madeleine », VERMERSCH, 1994, p.85).
 - Éclaircir : relance, reprise ericksonienne, chercher la granularité, décomposer les verbes d'action utilisés, temporaliser l'action.
 - Réguler : recentrer sur l'activité, cibler une activité déjà mentionnée, accompagner dans les satellites de l'action pour mieux recentrer par la suite.

4.2.3 Mise en œuvre de l'expérimentation

L'expérimentation a été organisée sur deux semaines. Le déroulement de ces deux semaines est pensé de manière volontairement répétitive.

Afin de favoriser la focalisation des élèves dans le domaine de verbalisation du vécu de l'action lors des entretiens individuels d'explicitation, les problèmes ont été imprimés sur des feuilles de couleur. Le premier sur une feuille jaune, le deuxième sur une feuille verte (annexe 2).

Le lundi à 10h15 est donné l'énoncé du problème. Un temps limité de 15 min est donné aux élèves pour tenter de résoudre le problème. Le travail de groupe est interdit, et chaque élève est en autonomie. Lorsque le travail est terminé, les élèves prennent un travail autonome de mini-fichier de géométrie, utilisé dans la méthode heuristique de mathématiques suivie en classe pour éviter de perturber les autres.

Le mardi, deux créneaux étaient consacrés aux entretiens d'explicitations. Pour les élèves généralement en réussite, les entretiens ont été organisés de 10h45 à 11h15, lorsque le groupe classe était en activité autonome à travers un système de ceinture. Pour les élèves généralement en difficulté, les entretiens d'explicitation ont pris place sur le créneau de 16h30 à 17h15, consacré aux aides pédagogiques complémentaires.

5. Résultats : présentation et analyse

5.1. Méthode d'analyse

Comme présenté dans la méthodologie de l'expérimentation, la première partie de la première phase concernant la résolution du problème 1 a été réalisée sur l'ensemble de la classe. Après un tri des traces écrites, treize élèves devaient participer à l'entretien individuel. Malheureusement, un élève a été absent sur longue durée à partir du second jour. Il n'est donc pas partie prenante de l'expérimentation. Il y a donc pour cette première phase douze transcriptions d'entretien en analyse.

Pour la deuxième phase, un tri a été fait parmi les élèves en fonction de leur faciliter à entrer dans la position de parole incarnée, et ne pas se laisser parasiter outre mesure par le contrat didactique. Ainsi 4 élèves n'ont pas participé à la deuxième phase d'entretien. Un autre élève a été écarté de l'étude suite à l'échec de l'entretien d'explicitation (E5).

Afin de garder l'anonymat nécessaire à ce type de recherche, les élèves qui ont été pris en entretien individuel sont nommés par la suite selon le code suivant, dans l'ordre de passage de la première phase : E1, E2, E3, E4, E5, E6, ..., E12.

De façon à pouvoir questionner efficacement nos hypothèses, trois grilles d'analyse ont été mises en place pour extraire les données obtenues lors des entretiens. Celles-ci visent plusieurs aspects de la résolution de problème : l'accès à la représentation particularisée et les modélisations mentionnées, la sémantique utilisée par l'élève lors de son explicitation, et enfin la mise en relation conscientisée ou non des énoncés avec d'autres problèmes antérieurs. Pour chacune des colonnes de ces trois grilles d'analyse, une croix est mise à partir du

moment où la condition de l'item est remplie lors de la verbalisation de l'élève de son activité, sans relever le nombre d'occurrences.

Dans la grille numéro 1, l'accès à la représentation particularisée, sont relevées les informations montrant si l'élève a dû réaliser une phase de tâtonnement dans la représentation du problème ou s'il a eu accès de façon automatisée à une procédure de résolution. Par exemple, lorsque E1 mentionne pour la première phase « du coup j'ai compris direct » (1.55-56, annexe 3) une croix a été placée dans « représentation particularisée automatisée », alors que dans la phase 2, les verbalisations « j'ai mis deux minutes tr... deux minutes trois... 2 minutes ou 3 minutes », « j'étais en train de réfléchir » et « bah je... mémorise dans ma tête » (1.37, 1.41 et 1.43, annexe 4) ont permis de valider « phase de tâtonnement » pour E3. De même, lorsque E1 mentionne « j'ai dessiné les quatre boîtes » (1.58, annexe 3), la modélisation schématique est cochée. La présence d'une modélisation mathématique et leur nature sont également récoltées. Trois sous-items sont possibles : absence de modélisation mathématique, modélisation additive et modélisation multiplicative. Pour E1, lors de la phase 1, la modélisation additive est validée par « $12 + 12$ » et « j'ai fait 24 plus 24 » (1.23 et 1.33, annexe 3), de même pour la modélisation multiplicative lorsque E7 indique « j'ai fait 12 fois 4 » (1.25, annexe 4).

Le deuxième aspect témoigne, à travers l'usage de la sémantique utilisée par l'élève d'une activité cognitive de recodage sémantique pour résoudre le problème proposé. Les sous-items proposés ont pour objectif de pointer cet aspect. Si les mots clés exacts du problème sont restés en mémoire, cela montre l'absence de recodage sémantique par l'élève, et inversement. Par exemple, E1 n'utilise que les termes de l'énoncé dans sa verbalisation (annexe 3), les cases correspondantes aux termes « boîtes » et « gâteaux » ont donc été cochées, et les items du « recodage sémantique » laissés libres. A contrario, E11 mentionne des « paquets » (1.15, annexe 3) et des « cartons » (1.21, annexe 3) ce qui donne lieu à une validation du recodage sémantique contenant/contenu, tout comme l'utilisation de « par » pour la proportionnalité de E7 en phase 2 (1.19, 1.29 et 1.49, annexe 4). A également été rajouté un item de verbalisation des relations entre les objets qu'utilise l'habillage des problèmes. Dans le premier problème, la relation instaurée entre « cookies » et « madeleine » donnent l'objet « gâteaux ». Elle devrait normalement être omise car superflue dans la résolution. À l'inverse, la relation contenant/contenu est saillante et indispensable à la résolution. Dans « gâteau y a-t-il dans les boîtes » (1.42-43, annexe 3), E1 mentionne clairement la relation contenant /contenu du problème de la phase 1. Pour aller plus loin, même si E11 mentionne un calcul additif dans

son discours, le fait qu'il n'ait pas exprimé entre quels items celui-ci a été utilisé ne m'a pas permis de le valider.

Enfin la troisième grille relève la mise en relation dite conscientisée à d'autres problèmes du champ multiplicatif ou additif. Que ce soit naturellement dans la discussion ou après proposition de mise en relation par l'intervieweur, la mise en relation avec un problème antérieur valide un des items en fonction de son scénario : E1 réalise cette mise en relation lorsqu'elle exprime suite à mon questionnement « quand des problèmes où y avait aussi des gâteaux au chocolat » (1.63, annexe 3). L'incapacité à mentionner une référence d'un problème ayant pu aider dans la résolution valide l'item « absence de mise en relation conscientisée » (Annexe 4, E11).

5.2 Présentation des résultats

Nous allons maintenant analyser les résultats qui ont été recueillis lors de notre expérimentation. Pour pouvoir tester nos hypothèses et répondre à notre problématique par la suite, nous allons procéder par comparaison des données obtenues grâce aux entretiens d'explicitation au cours des deux phases.

Avant cela, il paraît opportun de présenter les résultats globaux de réussite de l'ensemble des élèves, comprenant ainsi l'ensemble de la population de départ de l'expérimentation, aux deux problèmes proposés.

	Réussite
Problème phase 1 : analogie de scénario facilitatrice	12/16
Problème phase 2 : analogie de scénario obstructive	6/15

Nous constatons donc, au-delà même de l'analyse que nous allons mener, la forte disparité de réussite entre les deux phases. En effet, seulement 6/15 des élèves de la classe ont réussi à résoudre le problème de la phase 2 qui proposait un scénario basé sur deux objets de même supercatégorie « gâteau ».

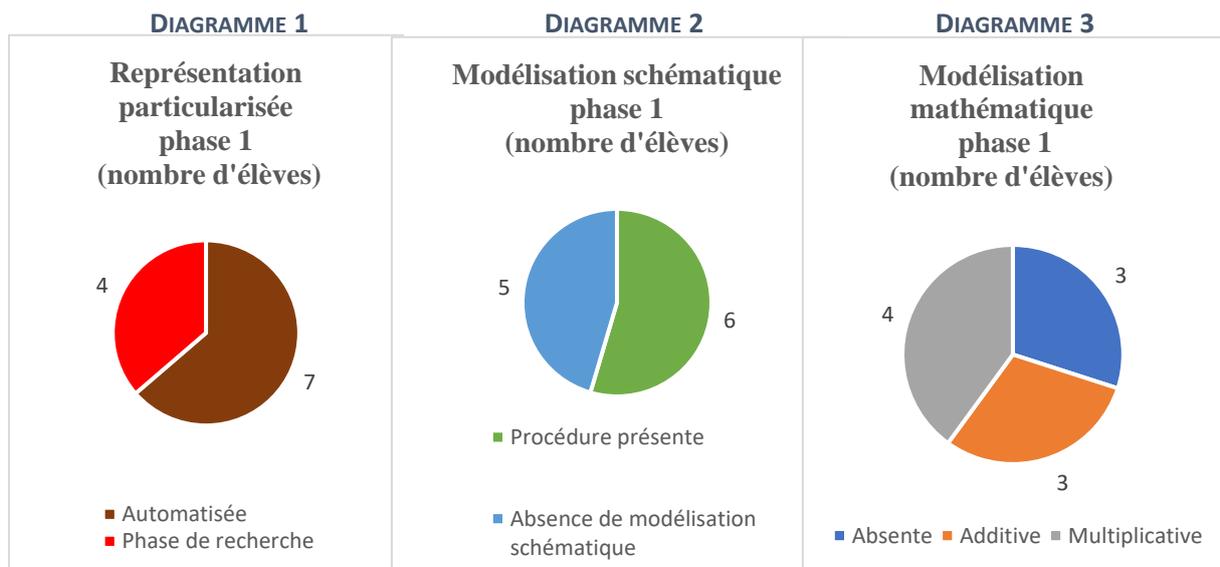
5.2.1 Accès à une représentation particularisée et procédures

Au-delà des résultats bruts aux deux phases de résolutions, ces entretiens d'explicitation ont permis de spécifier les stratégies et procédures mises en place par les élèves.

Concernant les procédures, nous observons :

→ Phase 1 : scénario type relation d'objet contenant / contenu

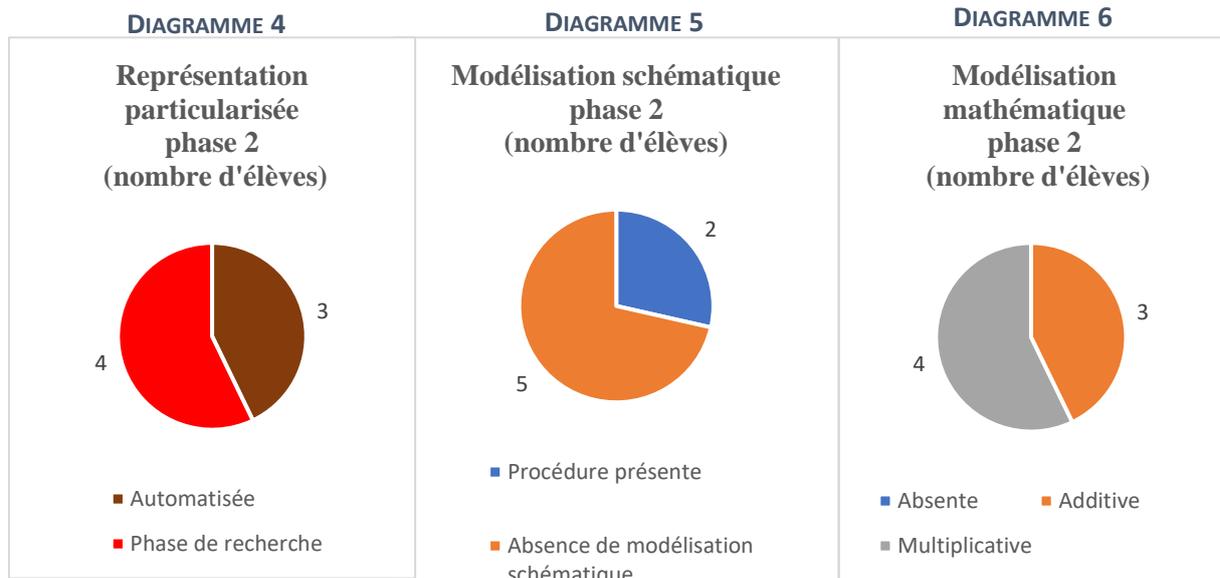
Première analyse, nous remarquons que le problème de la phase 1 permet un accès à une représentation particularisée de manière automatisée pour 7/11 élèves (diagramme 1). Malgré cela, nous observons une grande proportion à l'utilisation d'une modélisation schématique (diagramme 2, 6/11). Ce qui est à noter c'est que la modélisation schématique n'affiche aucune corrélation avec la capacité des élèves à accéder à une représentation particularisée automatisée dans ce scénario (tableau 1, annexe 5). Les modélisations mathématiques sont assez bien réparties entre les trois items. Mais d'une manière générale, les élèves ont peu utilisé la modélisation experte la plus attendue dans cette situation, la modélisation multiplicative (diagramme 3, 4/10). Notons qu'un élève n'a pas réussi à mentionner le type de modélisation mathématique, malgré le fait d'assurer en avoir fait une « et après j'ai essayé de faire un dessin, mais j'ai dit pas la peine, du coup j'ai calculé » et « je m'en rappelle plus des calculs » (I.54 et 56, E6).



→ Phase 2 : scénario type relation d'objet de même supercatégorie

La phase 2 a entraîné une légère augmentation de phase de recherche pour accéder à une représentation particularisée du problème (diagramme 4, 4/7), alors que, à l'inverse, la modélisation schématique a été utilisée en moindre mesure (diagramme 5, 2/7). Par contre, l'entièreté du groupe a utilisé une modélisation additive ou multiplicative (diagramme 6, 7/7). Il est à noter que les seuls élèves ayant eu recours à la schématisation sont passés par une phase de tâtonnement dans l'accès à la représentation particularisée, tout en utilisant une modélisation mathématique additive. À l'inverse, les élèves ayant eu accès à une

représentation automatisée n'ont pas eu recours à la modélisation schématique et sont passés par une modélisation mathématique multiplicative.

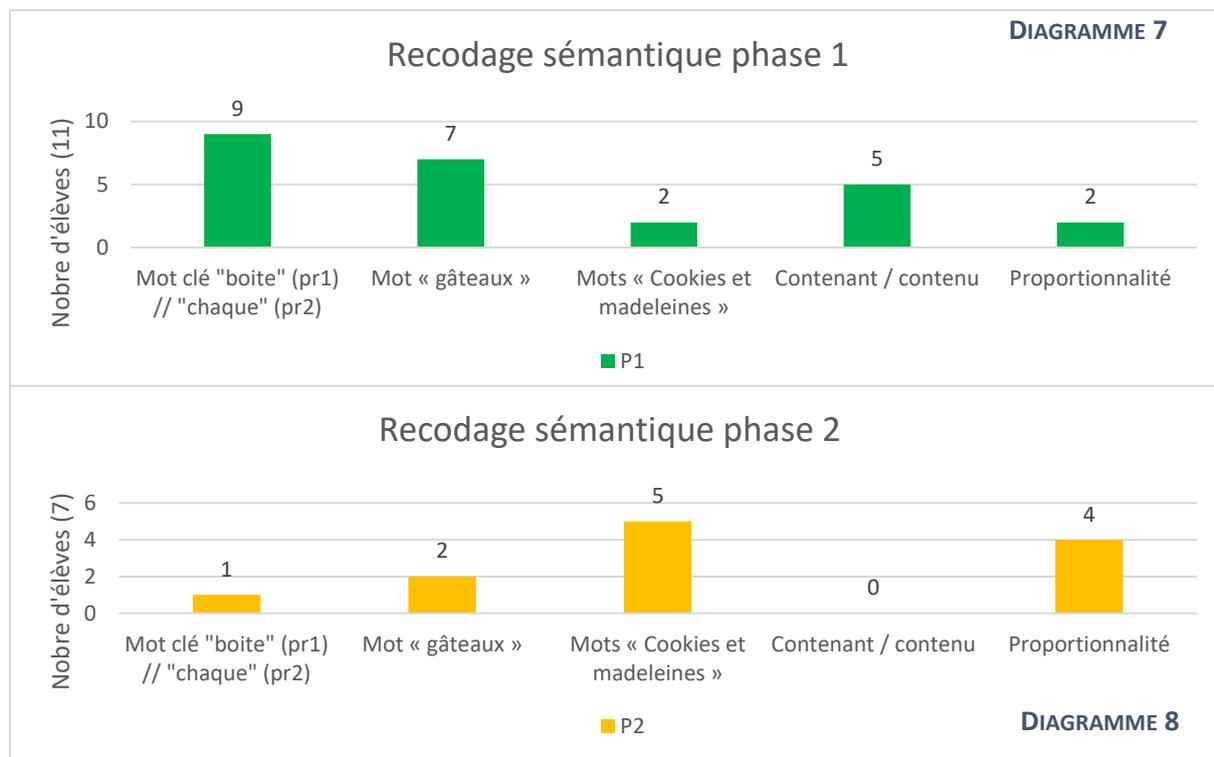


De manière plus globale, nous remarquons ainsi que le problème de la phase 1 a donné lieu à un éventail plus élargi de combinaison dans les procédures de résolution utilisées. Par contre, le problème de la phase 2 a provoqué une limitation des procédures, et principalement deux patterns comme le montre le tableau 4 (annexe 5). Pour les trois élèves qui ont eu accès à une représentation particularisée automatisée, la modélisation schématique est absente et la modélisation mathématique est experte. Alors que trois des quatre élèves qui sont passés par une phase de recherche ont utilisé une modélisation mathématique additive, et 2/4 se remémorent avoir utilisé une modélisation schématique. Également, en croisant les données du tableau 1 (annexe 5) et du tableau 4 (annexe 6), il est remarqué que les élèves ayant utilisé une modélisation multiplicative dans la phase 2 n'ont pas systématiquement utilisé celle-ci pour le problème de la phase 1 (E3, E4, E6, E7). Par contre, ceux ne l'ayant pas utilisée durant la première phase ne l'ont pas utilisée non plus dans la seconde (E1, E8, E11).

5.2.2 Aspect sémantique de la verbalisation

La deuxième grille visait à analyser la sémantique utilisée lors des verbalisations des activités réalisées par les élèves. Les données ont permis de construire quatre histogrammes en traitant le tableau 2 (annexe 5, diagramme 7 et 9) pour la phase 1, et le tableau 5 (annexe 6, diagramme 8 et 9) pour la phase 2. Pour mieux mettre en relation les points communs et différences entre les deux phases nous allons croiser au fur et à mesure de l'analyse les diagrammes équivalents aux deux phases.

La première analyse traite ainsi de la sémantique utilisée stricto sensu dans la verbalisation des élèves :

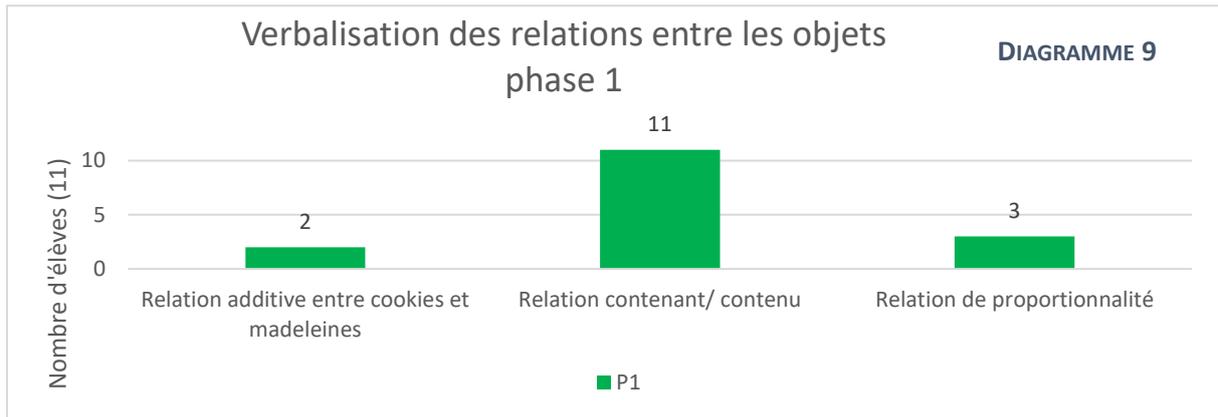


On dénote tout d'abord que le terme « boîte » dans la phase 1 (diagramme 7, 9/11) et les termes « cookies et madeleines » (diagramme 8, 5/7) dans la phase 2 sont les plus utilisés dans les entretiens. Les termes les moins utilisés dans la phase 1 sont les mots « cookies et madeleines » (diagramme 7, 2/11). Leur faible présence montre que les élèves n'en ont pas eu l'utilité dans leur activité de résolution. Par contre, à l'inverse, le terme « gâteau » est revenu de façon plus régulière dans la phase 2 alors qu'il n'était pas présent dans le scénario (diagramme 8, 2/7). Les premiers items n'étaient pas des données utiles, mais un vocabulaire destiné à l'habillage des problèmes. Le deuxième montre la restructuration des items « cookies » et « madeleines » dans leur supercatégorie. La relation entre les objets « cookies » et « madeleines » a impacté la représentation particularisée des élèves.

Pour cibler un peu plus les mots clés de la phase 2 (diagramme 8), le terme « chaque » a été très peu utilisé (1/7) pour lequel un synonyme en rapport à la proportionnalité a été plus souvent utilisé (4/7). La notion de proportionnalité a subi un fort recodage sémantique de la part des élèves pour accéder à la représentation particularisée. De l'autre côté, les termes de la phase 1 ont relativement moins subi de recodage sémantique (diagramme 7, 5/11). Le terme « gâteau » a été cependant moins utilisé que « boîte ». L'occurrence plus élevée du

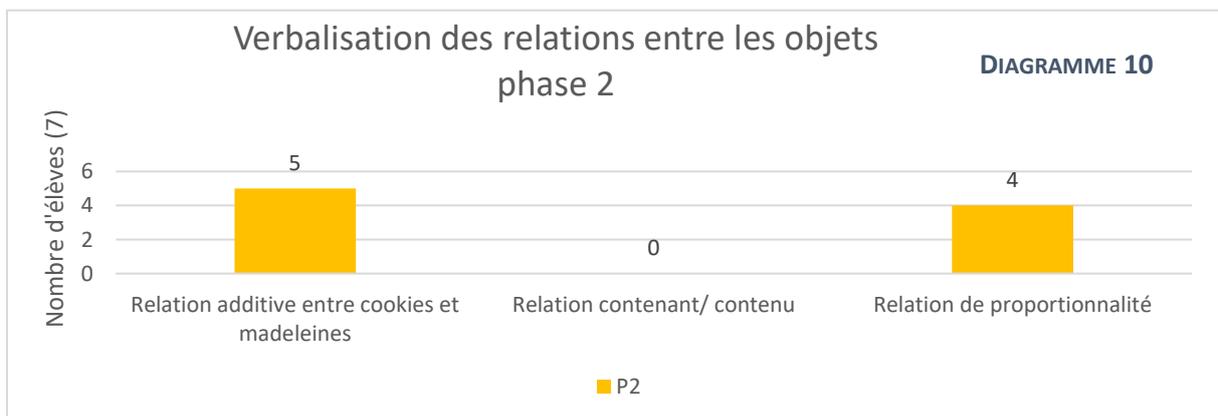
« contenant » montre que les élèves en ont fait une utilisation maîtresse dans l'accès à leur représentation particularisée.

Nous remarquons enfin que l'utilisation d'un recodage sémantique dans la phase 1 au profit d'un vocabulaire de situation de proportionnalité (E5, E8) ne coïncide pas avec une facilité d'accès à la représentation automatisée dans la phase 1 ou dans la phase 2 (tableau 2, annexe 5 et tableau 5, annexe 6).



En observant le diagramme 8 sur les verbalisations des relations entre les objets de la phase 1, on s'aperçoit que cibler la relation contenant/contenu est apparu d'une évidence claire à la totalité des élèves (11/11), et cela même si certains ont également mentionné une relation additive entre les cookies et les madeleines (2/11), ou ont élargi sur une reformulation d'une situation proportionnelle (3/11).

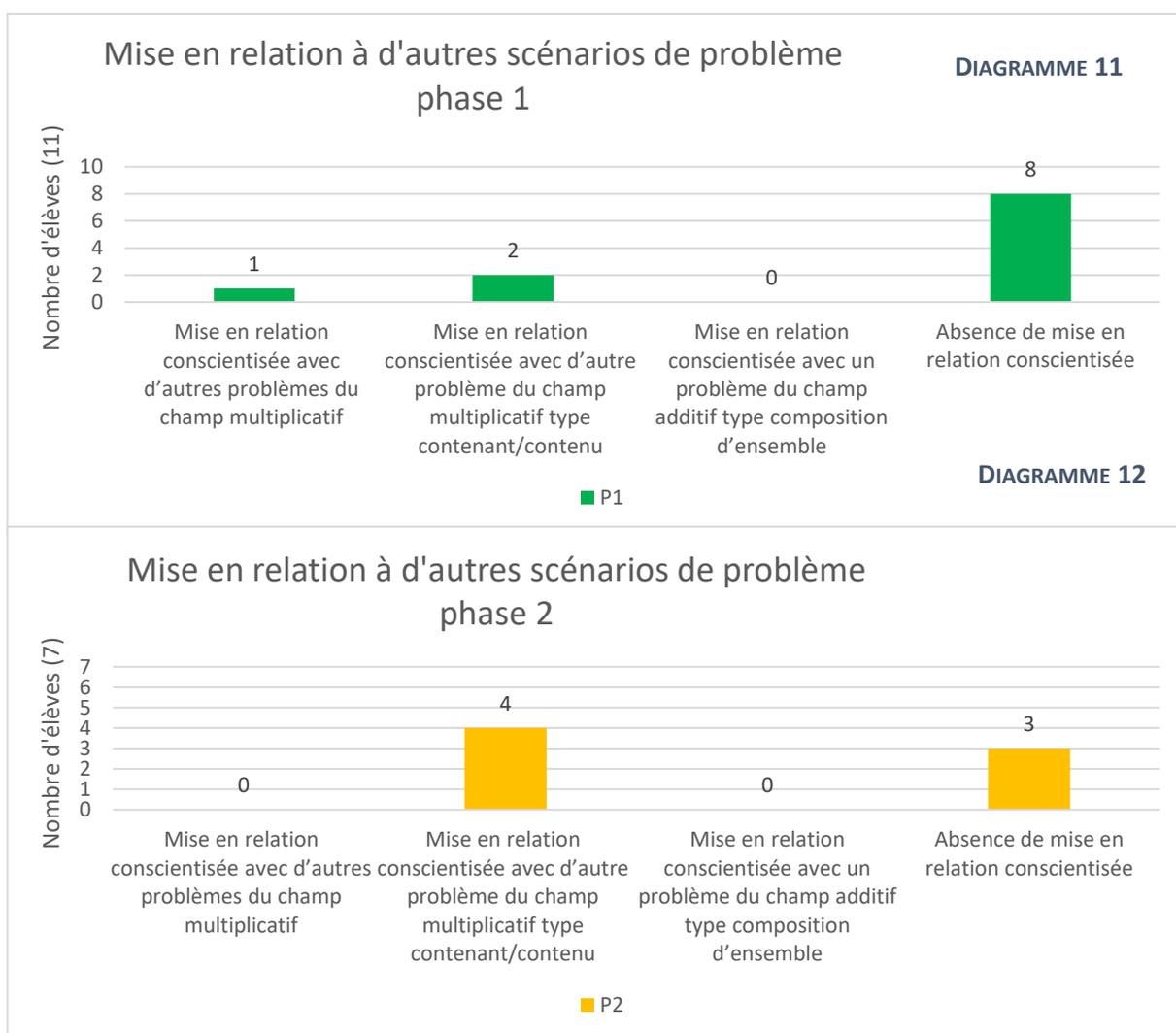
Par contre, la phase 2 (diagramme 10) montre que formaliser la relation de proportionnalité entre les deux objets « cookies » et « madeleines » a été plus complexe (4/7), et un très grand nombre (5/7) ont mentionné, d'une manière ou d'une autre, une forme de relation additive entre ces deux items. Parmi eux, deux élèves (tableau 5, annexe 6) ont dans leur entretien verbalisé tour à tour les deux relations : « elle avait fait 12 euuh cookies et 4 de plus madeleines... 4 madeleines de plus » et 4 fois plus de madeleines (E4, 1.19 et 57, annexe5).



Cette analyse de la sémantique utilisée par les élèves dans leur verbalisation montre ainsi une grande disparité entre les deux phases. L'activité de recodage sémantique a été plus élevée en phase 2 qu'en phase 1. Et cibler la relation entre les objets du problème a été plus réussi en phase 1 qu'en phase 2.

5.2.3 Analyse des recours à la mémoire des problèmes

La dernière grille nous permet d'observer si les élèves ont de façon conscientisée pu, ou pas, mettre en relation des problèmes, issus de leur mémoire de problème, pour résoudre ceux proposés dans les deux phases.



Tout d'abord, on remarque que la mise en relation avec des problèmes du champs additifs est complètement absente. Les compositions d'ensembles multiples sont ainsi entièrement exclues d'une quelconque mise en relation avec les problèmes du champ multiplicatif utilisés dans les deux phases.

Ensuite, le problème de la première phase n'a que très peu été mis en relation avec des problèmes antérieurs (diagramme 12). En effet, 8/11 des élèves n'ont donc pas mis ce problème en relation avec un autre problème de type contenant/contenu de manière conscientisée. Dans les faits, les mises en relations coïncident avec des élèves ayant eu une représentation particularisée automatisée (tableaux 1 et 3, annexe 5). Par contre, la réciproque n'est pas vérifiée. C'est moins évident dans la phase 2, E1 et E3 ayant fait référence à un problème multiplicatif, mais n'ayant pas eu accès à une représentation particularisée automatisée (tableaux 4 et 6, annexe 6).

Ensuite, une majorité des élèves (4/7) a mis en relation le problème proposé par la phase 2 avec un problème de type contenant /contenu. En allant dans le détail, cette mise en relation correspond à une mise en relation avec le problème de la phase 1 avec par exemple : « c'était presque le même euuuh problème » (E3, 1.78, annexe 4) ou encore « c'est dans le problème précédent qu'on a fait... qu'on a revu » (E7, 1.43, annexe 4). Cela montre un effet dû au recodage sémantique utilisé pour l'habillage des deux problèmes et la variation de scénario, surtout lorsqu'E7 déclare par la suite « oui les cookies et les madeleines ça m'a beaucoup aidé » (E7, 1.53, annexe 4). Ces élèves ont donc fait appel à leur mémoire de problème pour construire leur représentation particularisée du scénario de la phase 2.

Ainsi, le fait d'avoir réalisé dans leur scolarité de nombreux problèmes de type contenant / contenu n'impacte pas de façon conscientisée l'exercice de résolution de la phase 1. Par contre, la proximité temporelle des deux phases de l'expérimentation et le recodage sémantique utilisé pour rédiger le scénario du deuxième problème ont provoqué leur mise en relation pour une majorité des élèves ayant pris part à la seconde phase.

6. Discussion et conclusion

6.1 Remise en contexte

Cette étude avait pour objectif de mieux appréhender les difficultés des élèves dans l'activité de résolution de problème arithmétique à énoncés verbaux. Elle est partie d'un constat de terrain sur la faible efficacité pour aider les élèves de l'apprentissage d'une méthodologie de résolution par étapes. L'état de l'art a amené à cibler le cadre AS3 de Sander et à s'accorder sur la nécessité de recueillir des informations sur les procédures réelles des élèves en utilisant la technique d'entretien d'explicitation de Vermersch. Ainsi, un questionnement s'est développé sur l'impact de l'analogie de scénario dans l'activité de résolution des élèves en formulant la problématique suivante : « *dans quelle mesure cette*

analogie développée par Sander dans son cadre AS3 influe-t-elle sur les procédures des élèves lors d'exercices de résolution de problèmes verbaux arithmétiques multiplicatifs ? »

Trois hypothèses avaient alors été formulées. En premier lieu, avait été postulé le fait que si les deux autres analogies de substitution et de simulation du cadre AS3 étaient construites comme facilitatrice dans un énoncé, alors l'analogie de scénario serait la seule variable impactant la résolution de problème selon qu'elle soit elle-même facilitatrice ou obstructive. En second lieu, et quelle que soit la maîtrise apparente des concepts arithmétiques des élèves, avait été avancé que d'une part elle orienterait la réussite des élèves lorsque facilitatrice, et d'autre part elle perturberait les procédures des élèves lorsqu'obstructive.

Pour tester ces hypothèses et répondre à notre problématique, une expérimentation en deux phases a été menée afin de mener une étude comparative. Dans chacune des deux phases, un problème utilisant un des deux effets de l'analogie de scénario a été résolu. Par la suite de chaque activité de résolution, un entretien d'explicitation différé, mené sur une partie de la population d'étude, a permis de recueillir l'activité réelle de ces élèves lors de l'exercice et de compléter trois grilles d'analyse ciblant les processus cognitifs en jeu et la sémantique qu'ils ont verbalisés.

6.2 Confrontation aux hypothèses et recherches antérieures

L'hypothèse stipulant que l'analogie de scénario oriente la réussite des élèves lorsqu'elle est facilitatrice est validée. Les données ont montré le fait que les élèves ont tous reconnu la relation entre les objets contenant/contenu dans leur représentation particularisée du problème comprenant l'analogie de scénario facilitatrice. De plus, on constate que cela a entraîné la mise en place de procédures multiples. Les élèves ont ainsi pu mettre en place celles qui leur étaient moins coûteuses sur le plan cognitif, et multiplier les techniques de contrôle de leur représentation particularisée. Nous pouvons même spécifier que l'effet du mot indiquant le contenant est particulièrement prégnant puisqu'il revient plus encore que celui du contenu. La situation a donc orienté les élèves à moindre coût. Elle leur a permis une réussite tout en n'utilisant pas la modélisation experte multiplicative de la situation, et a également favorisé l'appui par une modélisation schématique.

Dans un deuxième temps est également validée l'hypothèse selon laquelle l'analogie de scénario perturbe les procédures des élèves lorsqu'obstructives. La relation de proportionnalité entre les deux objets du problème de la phase 2 n'a pas été pointée autant que la relation contenant/contenu de la phase 1. Qui plus est, le terme indiquant « chaque »,

construisant la relation multiplicative entre les deux objets de même supercatégorie, n'a que très peu été repris. Les élèves ont majoritairement procédé à un recodage sémantique de ce dernier, montrant la plus grande difficulté à accéder à un niveau de représentation particularisée suffisamment efficace pour engager une stratégie de résolution. Qui plus est, le scénario a limité la modélisation schématique. Les élèves se sont plus orientés vers des procédures de modélisation arithmétique. Le point tangible réside dans le fait qu'une grande proportion des élèves a mentionné une relation additive entre les objets, et pour deux d'entre eux, en parallèle de la relation multiplicative. Cela prouve la perturbation dans l'accès à la représentation particularisée qu'a provoqué ce scénario.

Enfin, la comparaison des deux études a permis d'invalider notre première hypothèse. Si comme nous venons de le voir, les deux premières hypothèses sont validées, nous ne pouvons statuer sur le fait que l'analogie de scénario soit la seule variable influençant l'activité de résolution de problème chez les élèves dans le cadre de cette expérimentation. En effet, deux aspects viennent la contredire formellement. Tout d'abord, les données obtenues montrent que dans la phase 2, les élèves qui ont eu accès à une représentation particularisée automatisée ont presque tous émis une mise en relation conscientisée avec le problème proposée dans la phase 1, à l'exception de E3. Cet élève peut faire ici figure d'anomalie explicative. En effet, alors qu'il n'a pas réussi à construire une représentation particularisée efficace marquée par l'absence de modélisation lors de la première phase (tableau 1, annexe 5), il a réussi à en construire une mathématique dans la deuxième (transcription E3 annexe 4 et tableau 4, annexe 6), contredisant ainsi les deux premières hypothèses. Cette anomalie dans l'expérimentation peut ne plus en être une à partir effectivement où l'on considère sa mise en relation conscientisée avec l'énoncé du premier problème « c'était presque le même euuuh problème » (1.79, E3, annexe 4). Ainsi, ces élèves ont potentiellement utilisé le recodage sémantique effectué dans cette étude entre les problèmes des deux phases par analogie de la sémantique utilisée. Cette analogie peut avoir joué un rôle facilitateur dans l'accès à leur représentation particularisée, leur facilitant un processus de recodage sémantique, et permettant ainsi de mettre la mise en place d'une procédure efficace de résolution (tableau 6, annexe 6).

Finalement, l'analogie proposée dans son cadre AS3 par Sander provoque effectivement des divergences selon qu'elle soit facilitatrice ou obstructive dans l'activité cognitive des élèves lors d'exercice de résolution de problème. L'activité cognitive lorsqu'obstructive est plus coûteuse pour l'élève. Par contre, le cadre AS3 se retrouve insuffisant pour expliquer

entièrement les processus utilisés par les élèves dans cet exercice. Sa notion de recodage sémantique (2013) se trouve finalement au cœur de cette étude dans la possibilité qu'elle offre dans le cadre d'une progression didactique. La mémoire des problèmes développés par Julio est devenue de fait un facteur facilitateur. Qu'ils aient été en réussite ou pas dans le résultat final, quatre des huit élèves ayant participé aux deux expérimentations ont probablement « pioché » par analogie de la sémantique dans le scénario contenant/contenu du problème de la phase 1 pour construire leur représentation particularisée du problème de la phase 2.

6.3 Limites

Bien qu'intéressante par sa volonté de mesurer l'impact réel de l'analogie de scénario dans les procédures de résolution des élèves au-delà des résultats binaires de réussites/échecs en résolution de problème et donc les résultats qu'elle souligne dans ce domaine, cette étude montre clairement quelques limites dans son exécution.

Tout d'abord, l'aspect qualitatif limite très clairement sa généralisation. Le nombre réduit de sa population ne permet à ce stade que de remarquer de potentiels effets. Il faudrait pour s'assurer de ses résultats la réitérer sur une population plus nombreuse, et plus diversifiée.

Ensuite, le jeu des variables est insuffisant dans l'expérimentation. L'étude repose sur la supputation d'un aspect facilitateur de deux des trois analogies du cadre AS3. Il n'est pas certain que dans le cas où l'une des deux soit obstructive, les résultats puissent être mis en corrélation. Ces trois analogies mériteraient d'être mises en variable d'une expérimentation à plus grande échelle, afin d'en cibler plus clairement leurs impacts dans les procédures des élèves en résolution de problème.

Également, l'aspect facilitateur du recodage sémantique remarqué lors de cette étude vient rajouter une variable qui n'avait pas été anticipée. Comme nous l'avons vu, elle a influencé l'activité cognitive des élèves. Elle fausse donc ainsi les résultats de la deuxième phase. Une étude proposant la même expérimentation, mais en variant les objets utilisés dans l'habillage des deux problèmes, apporterait une meilleure exactitude concernant l'impact réel de l'analogie de scénario.

Enfin, Vermersch (1994) précisait dans son ouvrage l'aspect empirique de l'appropriation de la technique d'entretien d'explicitation. N'ayant eu qu'un temps limité, ma formation à cette technique ne s'est fait que par la lecture de ressource, et elle s'est avérée largement insuffisante pour éviter les biais de la méthode. Une étude approfondie des relances effectuées

lors des entretiens laisserait largement apparaître mon amateurisme dans son application. Je m'en excuse par avance auprès du Groupe de Recherche sur l'Explicitation (GREX).

6.4 Perspectives

Cette étude possède cependant le mérite d'avoir cherché à montrer l'impact réel dans l'activité des élèves d'une des trois analogies proposées par Sander. À ce titre, elle permet de mieux cibler les aspects positifs que peut amener l'analogie de scénario lorsqu'elle est facilitatrice concernant la découverte d'un concept arithmétique. Cette analogie peut ainsi permettre une entrée aisée dans la multiplication. Qui plus est, elle montre également deux aspects pouvant être pris en compte dans une progression didactique en résolution de problème. Premièrement, se limiter à ce genre de scénario ne permet effectivement pas d'élargir le champ conceptuel de la multiplication. Les élèves utilisent les processus cognitifs les moins coûteux, et la modélisation mathématique, malgré l'apparente facilité, n'est donc pas automatiquement mobilisée. L'évolution rapide vers des énoncés proposant une obstruction se révèle ainsi indispensable pour renforcer les champs conceptuels.

Deuxième apport concernant les progressions didactiques, il est effectivement possible de renforcer un champ conceptuel en utilisant le recodage sémantique dans le cadre d'une progression didactique. Un point d'attention serait cependant de ne pas permettre aux élèves de créer des analogies naïves sur la sémantique, ce qui se trouverait être alors contre-productif. Il faudrait ainsi ne pas en faire une situation récurrente d'apprentissage. Apprendre aux élèves à manipuler d'eux-mêmes la sémantique d'un énoncé, d'en reformuler et d'en adapter les termes, se trouverait également au cœur d'un apprentissage plus spécifique cherchant à développer la flexibilité cognitive de Clément (2002) et s'avérerait sûrement un atout majeur dans le développement métacognitif de l'apprendre à apprendre.

7. Conclusion

Cette étude a été pour moi un long, mais fantastique parcours. Comme annoncé dans l'introduction, celle-ci partait d'un réel constat d'impuissance de ma part dans l'aide que je pouvais apporter à mes élèves et la compréhension de leurs difficultés en résolution de problème. Grâce à mes recherches, j'ai appris énormément. Ceci dit, il m'apparaît à ce stade d'autant plus saillant le décalage entre l'état actuel des recherches et les activités d'apprentissages méthodologiques présentées dans de nombreux manuels. J'oserai le parallèle en avançant que les analogies naïves sont bien ancrées dans ce domaine. Ayant fait personnellement l'expérience des limites qu'offre ce type d'analogie, je n'en serai dans le

futur que plus méfiant dans les autres disciplines scolaires.

Pour finir, le contact avec la méthode d'entretien d'explicitation pour le bien de mes récoltes de données a également considérablement amélioré ma pratique professionnelle au quotidien. Cette méthode a influencé mes pratiques et interactions avec mes élèves, de questionnements comme de remédiations. Les « pourquoi » ont été largement évacués, et j'obtiens plus souvent un cheminement plutôt qu'une justification ou des silences gênés accompagnés d'un refus de verbalisation. D'une part, cela me permet de savoir s'ils font réellement preuve d'une activité réflexive sur les activités que je leur propose. Mais surtout, cela leur permet de prendre conscience qu'ils ont une réelle activité même s'ils n'arrivent pas à passer à l'écrit, valorisant la réflexion aux dépens de l'unique validité du résultat, remodelant ainsi les termes du contrat didactique. En retour, ils montrent une plus grande confiance en eux, et osent plus volontiers se lancer dans des activités plus résistantes.

8. Bibliographie

- Astolfi, J.-P., Darot, É., Ginsburger-Vogel, Y., & Toussaint, J. (2008). Chapitre 4. Constructivisme : In *Pratiques pédagogiques*, 49-58. De Boeck Supérieur.
<https://doi.org/10.3917/dbu.astol.2008.01.0049>
- Balas-Chanel Armelle. (2007). Aider à apprendre : Métacognition et explicitation. *Explicititer le journal de l'association GREX*, 68, 40-51.
- Carré Philippe. (2004). Bandura : Une psychologie pour le XXIème siècle ? *savoirs, Hors-série*, 9-50.
- Clément Évelyne. (2009). *La résolution de problème : À la découverte de la flexibilité cognitive*. A. Colin.
- Da Silva Veleida Anahi. (2004). *Savoirs quotidiens et savoirs scientifiques : L'élève entre deux mondes*. Anthropos diff. Économica.
- Hofstadter Douglas Richard, & Sander Emmanuel. (2013). *L'analogie : Cœur de la pensée*. O. Jacob.
- Houdement Catherine. (2012). La résolution de problème en France (6 à 12 ans). In *Enseignement des mathématiques et contrat social : Enjeux et défis pour le 21e siècle : Actes du colloque EMF2012, Genève, 3 au 7 février 2012 par Dorier J.-L., Coutat S*, 1795-1805.
- Houdement Catherine. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

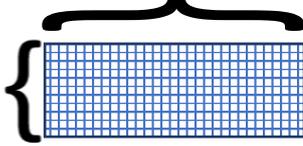
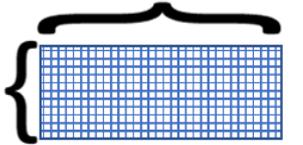
- Julo Jean. (1995). *Représentations des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.
- Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports (MENJS). (2020, juillet). *Programme d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3)*.
https://cache.media.education.gouv.fr/file/31/88/7/ensel714_annexe2_1312887.pdf, consulté le 07/05/2023.
- Ministère de l'éducation nationale de la jeunesse et des sports (MNEJS). (2022). *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*.
<https://eduscol.education.fr/document/32206/download>, consulté le 07/05/2023.
- Priolet Maryvonne & Régnier Jean-Claude. (2012). Les problèmes mathématiques dans les instructions et programmes officiels de l'école primaire, de 1833 à nos jours. *Grand N*, 90, 69-87.
- Sander Emmanuel. (2016). Enjeux sémantiques pour les apprentissages arithmétiques : *Bulletin de psychologie*, Numéro 546(6), 463-469.
<https://doi.org/10.3917/bupsy.546.0463>
- Sander Emmanuel. (2019). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S3. In *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018*, IREM de Paris, 122-140.
- Thevenot, C., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2004). Représentation mentale et procédures de résolution de problèmes arithmétiques : L'effet du placement de la question. *L'année psychologique*, 104(4), 683-699. <https://doi.org/10.3406/psy.2004.29685>
- Vergnaud Gérard. (s. d.). *La théorie des champs conceptuels*. 10(2,3), 133-170.
- Vermersch Pierre. (1994). *L'entretien d'explicitation* (7e éd. 2017). ESF sciences humaines.

Annexes

Table des matières

1. Annexe 1 : Problèmes simples du champ multiplicatif selon Vergnaud	<u>1</u>
2. Annexe 2 : Exemples de traces écrites phase 1 et 2.....	<u>2</u>
3. Annexe 3 : Exemples de transcription phase 1	<u>3</u>
4. Annexe 4 : Exemple de transcription phase 2.....	<u>5</u>
5. Annexe 5 : Tableaux d'analyses phase 1	<u>9</u>
6. Annexe 6 : Tableaux d'analyses phase 2	<u>10</u>

Annexe 1 : Problèmes simples du champ multiplicatif selon Vergnaud

Relation de base	Classe de problème élémentaire	Procédure arithmétique	Relation	Exemple						
Proportionnelle simple	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">a</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">b</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> </table>	1		a	b			Multiplication :	Configuration rectangulaire	 Nombre par colonne x nombre par ligne
		1		a						
		b								
		Comparaison multiplicative :	Recherche d'un état final à « n fois plus »							
	Addition itérée	Si j'ai « b » quantité de « a » combien en ai-je ? $a + a + a \dots + a = a \times b$								
	Produit cartésien	Recherche du nombre de combinaisons possibles pour a et b éléments								
	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">a</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">c</td> </tr> </table>	1		a			c	Division quotient	Configuration rectangulaire : Recherche du nombre de parts	 Combien par ligne ou par colonne ?
		1		a						
			c							
	Recherche du nombre de parts	Si j'ai « a » pour une part, combien de parts avec « c » ?								
	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">b</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">c</td> </tr> </table>	1			b		c	Division partition	Comparaison multiplicative	Recherche d'un état initial « n fois moins »
		1								
b			c							
Comparaison multiplicative	Recherche du rapport scalaire « combien de fois plus ou moins »									
Recherche de la valeur d'une part	Si j'ai « c » pour « b » parts, quelle est la valeur d'une part ?									
<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">a</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">b</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">c</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> </table>	a		b	c			Quatrième proportionnelle	Recherche d'une quantité sans passage par l'unité	Si pour « a » j'ai « b », alors combien ai-je pour « c » ?	
a		b								
c										

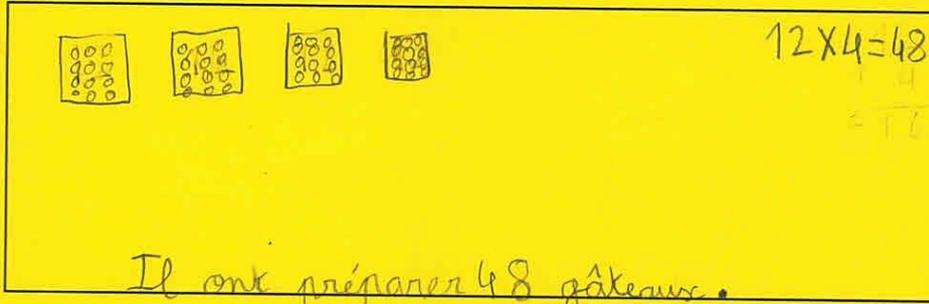
Annexe 2 : Exemples de traces écrites phase 1 et 2

Problème phase 1 :

Énoncé :

Des parents veulent préparer des cookies et des madeleines pour l'école. Ils ont préparé 4 boîtes de 12 gâteaux.

Combien ont-ils préparé de gâteaux ?



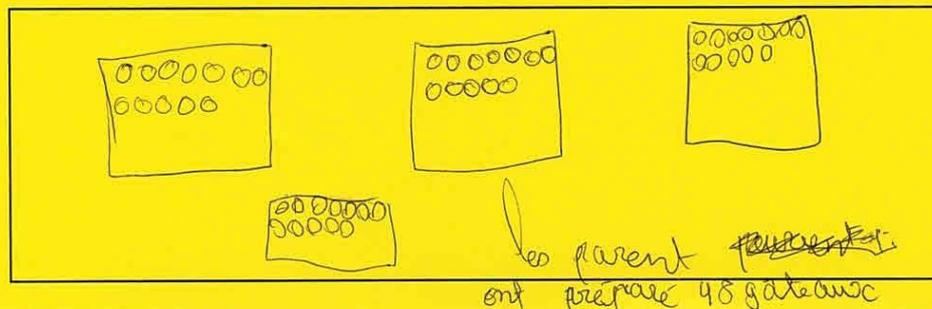
$12 \times 4 = 48$

Il ont préparé 48 gâteaux.

Énoncé :

Des parents veulent préparer des cookies et des madeleines pour l'école. Ils ont préparé 4 boîtes de 12 gâteaux.

Combien ont-ils préparé de gâteaux ?



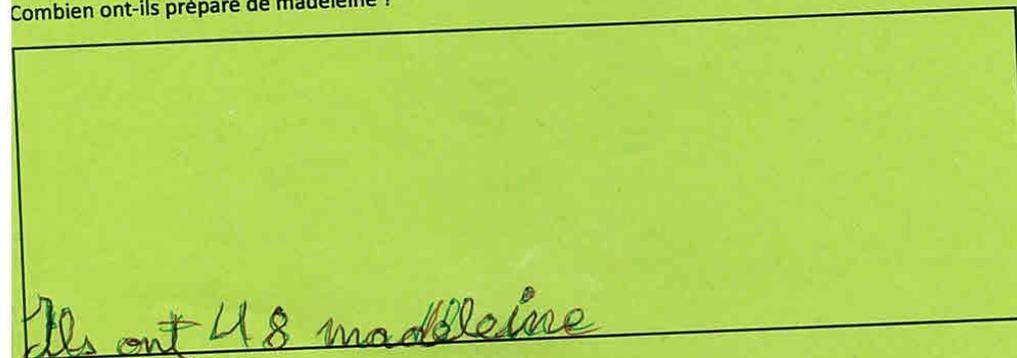
les parent ~~preparent~~
ont préparé 48 gâteaux

Problème phase 2 :

Énoncé :

Des parents veulent préparer des cookies et des madeleines pour l'école. Ils ont fait 12 cookies. Pour chaque cookie, ils ont préparé aussi 4 madeleines.

Combien ont-ils préparé de madeleine ?



Ils ont 48 madeleine

Annexe 3 : Exemples de transcription phase 1

Phase 1 : entretien d'explicitation, élève E1.

Durée de l'entretien : 4'55

- 1 P.E : « On va essayer de discuter un petit peu ensemble, et j'aimerais que tu me racontes ce qu'il s'est passé pour
2 toi lorsque je vous ai donné le problème à résoudre hier. On va en discuter ensemble et si tu as envie d'arrêter tu
3 me le dis, c'est toi qui décides. Je vais t'accompagner, mais ça va être à toi de me raconter.
4 E1 : « ok... »
5 PE : « est-ce que tu es d'accord pour qu'on commence ? »
6 E1 : « ouuuu » (*intimidé*)
7 P.E : « Alors, quand tu as posé tes yeux sur le problème, est-ce qu'il y a quelque chose qui a retenu ton
8 attention ? »
9 E1 : « euuuh... (*silence*) Pas tellement, j'sais pas... »
10 P.E : « Tu ne sais pas... Alors [*hésitation*] y'avait peut-être... La feuille, elle avait quelque chose de spécial ? »
11 E1 : « Non »
12 P.E « Et, est-ce que t'étais en train de travailler ? »
13 E1 : « euh... oui... Sur le problème »
14 P.E : « d'accord, et quand tu as travaillé, qu'est-ce que tu as fait sur le problème ? »
15 E.1 : « bah... j'ai commencé à lire le problème »
16 P.E : [acquiescement encourageant]
17 E1 : « Et c'était une maman qui devait faire une vente de gâteau »
18 P.E : [acquiescement encourageant]
19 E1 : « Et... hum... [*recherche en mémoire*] elle avait... 4 boîtes de 12 et donc on devait compter... Y'en avait
20 combien dans les 4 boîtes. Donc, moi, j'ai posé en ligne, j l'ai fait en ligne... j'ai commencé à faire.... deuuu...
21 12 + 12.. Donc j'ai fait 1+1 est égal à deux j'ai fait comme ça là comme un v
22 [*dessine un v sur la table, avec main droite, continue sur le calcul à faire des allers-retours sur le v imaginaire*]
23 j'ai mis le 2, j'ai fait 2 + 2 est égal à 4... »
24 P.E : « Moui... et quand tu as vu que c'étaient des boîtes au début comment tu as compris du coup ce qu'il fallait
25 que tu fasses là, ce que tu racontes »
26 E1 : « Il fallait que je fasse 4 fois 12 »
27 P.E « Et comment tu es arrivé du coup à... [*coupure par anticipation*]
28 E1 : « hé bein après j'ai fait ça donc ça faisait 24 »
29 P.E « oui »
30 E1 « donc j'ai fait 24 plus 24, j'ai fait 2 plus 2 est égal à 4 et 4 + 4 est égal à 8, et donc ça m'a fait 48...
31 PE « d'accord »
32 E1 : « ... Et j'ai écrit Il y a 48 gâteaux. »
33 P.E : « Et donc, ce calcul, quand tu as fait ce calcul tu l'as compris à partir de ta lecture, c'est ça que tu me dis ?
34 E1 : [acquiescement humé]
35 P.E : « d'accord, et qu'est-ce qui a fait dans ta lecture que tu as compris que c'est ça qu'il fallait faire ? »
36 E1 : « bah... euh... c'est parce que c'est... euh... la question. Elle dit combien d.... euh... gâteau y a-t-il dans
37 les boîtes ? »
38 P.E : « d'accord. Et il y a un mot dans cette question qui a fait que tu as compris un peu plus... »
39 E1 : « Euh... Oui »
40 P.E : « c'était... du coup ?
41 E1 « c'était... euh... combien... dans les boîtes... et dans les boîtes aussi »
42 P.E : « d'accord. Le mot « les boîtes » du coup t'a aidé à comprendre ? »
43 E1 : « euh oui »
44 P.E : « et est-ce que tu sais... ; est ce que tu peux m'expliquer pour [*coupé en milieu de mot*] Comment ça t'a
45 aidé à comprendre ? »
46 E1 : « euuuuh... » [*incompréhension*]
47 P.E : « Est-ce qu'il s'est passé quelque chose peut-être qui fait que ça t'a aidé à comprendre ? »
48 E1 : « euuuh... j'sais pas... ça m'a fait comprendre parce que l'histoire elle parlait des boîtes et ça m'a aussi dit
49 combien y a-t-il dans les boîtes... ça m'a demandé la question... du coup j'ai compris direct »
50 P.E : « d'accord, t'as compris direct. Ça t'a peut-être rappelé d'autre chose que tu avais fait avant ? »
51 E1 : « euh oui... j'ai aussi essayé de dessiner les 4 boîtes. J'ai dessiné les quatre boîtes. J'ai écrit 12 dedans et
52 j'ai compté. »
53 P.E « d'accord. Et ça, c'est quelque chose que tu avais déjà fait avant ? »
54 E1 : « oui »
55 P.E : « dans quelle situation ? »

56 E1 « mmmm [lève les yeux] quand des problèmes où y 'avait aussi des gâteaux au chocolat, il fall... des trucs...
57 je m'en rappelle plus... des... je sais plus comment ça s'appelait [sourire/rire léger] et... euh... il fallait en
58 compter... au total y en avait 126... si je dis pas de bêtise. »
59 P.E : « donc ça t'a du coup rappelé d'anciens problèmes c'est ça que tu me dis »
60 E1 : [acquiescement]
61 P.E « ... qui ressemblait fortement à ça »
62 E1 : [acquiescement]
63 P.E : « d'accord, très bien. Bon, je te remercie ».
64 E1 : « de rien »

Phase 1 : entretien d'explicitation, élève E11. Durée de l'entretien : 1'46

1 P.E : « Est-ce que tu sais ce qu'on fait là ? »
2 E11 : « nan »
3 P.E : « nan. Alors on va... J'avais expliqué, on fait un entretien, on va discuter un peu de comment ça s'est
4 pour... passé pour toi hier quand on a fait des problèmes. Tu te rappelles hier matin ? »
5 E11 : « oui »
6 P.E : « tu revois... Est-ce que donc tu es d'accord pour qu'on discute ? »
7 E11 : « mmm »
8 P.E : « oui ? Alors est-ce que tu revois le moment un petit où je... euh... vous donne, je te donne ce problème ?
9 E11 : « oui »
10 P.E : « est-ce qu'il y a quelque chose qui a retenu ton attention quand tu as ce problème ? »
11 E11 : « non »
12 P.E : « non ? hum, alors est-ce que tu, du coup tu revois bien le moment où je te donne le problème ? »
13 E11 : « mmm »
14 P.E : « alors qu'est-ce que tu fais à ce moment-là ? »
15 E11 : « je dessine euuuh 4 paquets de 12 »
16 P.E : « donc tu commences directement par dessiner »
17 E11 : « mmm »
18 P.E : « tu fais pas, tu fais rien avant ? »
19 E11 : « na, je lis le problème »
20 P.E : « ah oui »
21 E11 : « et après je fais 4 cart... 4 cartons de 12 »
22 P.E : « mmm »
23 E11 : « et après j'additionne »
24 P.E : « d'accord. Tu as additionné du coup »
25 E11 : « mmm »
26 P.E : « tu as additionné les 4 cartons, c'est ça ? »
27 E11 : « mmm »
28 P.E : « et comment tu as su qu'il fallait faire 4 cartons de 12 ? »
29 E11 : « parce que c'était écrit »
30 P.E : « c'était écrit. Donc tu as compris euuuh est-ce qu'il y a, est-ce que y a quelque chose qui peut t'avoir
31 aidé ? »
32 E11 : « mmm [hésitation] j'sais pas »
33 P.E : « est-ce que c'est un, genre de problème qui t'a rappelé quelque chose, qui t'a rappelé d'autres problèmes
34 un peu ? »
35 E11 : « nan »
36 P.E : « nan ? d'accord [4 s] très bien. Bon bein je te remercie.
37 E11 : « ok »
38 P.E : « c'était rapide, tu t'es bien rappelé »

Annexe 4 : Exemples de transcription phase 2

Phase 2 : entretien d'explicitation, élève E4.

Durée de l'entretien : 3'41

- 1 P.E : « Alors... On va discuter un peu comme la semaine dernière... »
- 2 E4 : « oui »
- 3 P.E : « ... de la résolution de problème, tu te rappelles ? »
- 4 E4 : « oui »
- 5 PE : « et on va parler un peu du problème d'hier. Est-ce que tu es d'accord ? »
- 6 E4 : « oui »
- 7 P.E : « oui ? ok. Alors est-ce que quand... y a quelque chose qui a attiré ton attention sur ce problème ? »
- 8 E4 : « nan »
- 9 P.E : « nan ? rien du tout ? quand je distribue le problème tu étais en train de faire quoi ? tu te rappelles ? tu te remets en situation ? »
- 10 P.E : « d'accord »
- 11 E4 : « ... le problème »
- 12 P.E : « ouai. [2 s] Et alors quand tu lis ce problème, qu'est ce qui se passe ? »
- 13 E4 : [2 s] y avait une maman elle voulait faire euuuh des cookies et des madeleines »
- 14 P.E : « mmm »
- 15 E4 : « elle avait fait... »
- 16 P.E : [vers la classe] « chhhut » [vers E4] « pardon... c'est pas pour toi »
- 17 E4 : « elle avait fait 12 euuuh cookies et 4 de plus madeleines... 4 madeleines de plus »
- 18 P.E : « mmm »
- 19 E4 : « et... Après j'ai assemblé... j'ai fait 12 fois 4 »
- 20 P.E : « ah tu me dis elle avait fait 4 madeleines de plus »
- 21 E4 : « elle a fait 4 euuuh 4 de... euuuh... fois plus »
- 22 P.E : « mmm, et qu'est ce qui t'a amené à comprendre que c'était 4 fois plus ? comment tu en es arrivé là ? »
- 23 E4 : « beh j'ai su qu'il fallait faire une multiplication... »
- 24 P.E : « mmmm »
- 25 E4 : « ... et pas une addition »
- 26 P.E : « et qu'est-ce que t'a fait réfléchir comme ça ? »
- 27 E4 : « la question »
- 28 P.E : « la question. Tu revois la question ? »
- 29 E4 : « [2 s] euuuh... combien a... combien... euuuh... j'm'en rappelle plus »
- 30 P.E : « c'était quoi les 48 alors ? »
- 31 E4 : « euuuh 48 madeleines »
- 32 P.E : « mmm. Don ça répondait à quelle question ça ? »
- 33 E4 : « Euuuh combien y avait-il de madeleines ? »
- 34 P.E : « mmm, et cette question-là t'a amené à... à comprendre que c'était une multiplication, c'est ça que tu me dis ? »
- 35 E4 : « euuuh non, c'était le résult... »
- 36 P.E : « alors d'accord. Alors où est-ce que tu as trouvé du coup, quand... dans...tu as lu, le fait qu'il fallait faire ce calcul ? tu revois ? »
- 37 E4 : « nan »
- 38 P.E : « tu revois pas... Tu as pris au hasard ? »
- 39 E4 : « non »
- 40 P.E : « non. Donc quelque chose t'a fait comprendre ? »
- 41 E4 : « oui »
- 42 P.E : « donc on revoit, tu lis le texte... et tu comprends »
- 43 E4 : « oui »
- 44 P.E : « est-ce que tu revois un petit peu... tu te revois lire le texte ? »
- 45 E4 : « [3 s] non... »
- 46 P.E : « mmm, est-ce que du coup euuuh quelque chose te reviens en mémoire de ce texte ? »
- 47 E4 : « euuuh oui »
- 48 P.E : « mmm »
- 49 E4 : « qu'il fallait préparer 12 cookies et euh ils avaient pas dit le nombre de madeleines qu'il fallait préparer »
- 50 P.E : « ils avaient quoi ? »
- 51 E4 : « ils avaient pas dit le nombre de madeleines qu'il fallait préparer »
- 52 P.E : « est ce qu'il y a avait des indices alors sur les madeleines peut être ? »
- 53 E4 : « euuuh oui, ils avaient fait 12 cookies et 4 madeleines de plus. 4 fois plus de madeleines »

58 P.E : « y avait écrit 4 fois plus. Tu revois écrit 4 fois plus ? »
59 E4 : « oui »
60 P.E : « d'accord. Très bien. Bon. Je te remercie alors »
61 E4 : « ok »

Phase 2 : entretien d'explicitation, élève E3.

Durée de l'entretien : 4'19

1 P.E : « Alors, hier on a fait un petit problème, pour la deuxième fois, donc on a fait un problème et j'aimerais
2 qu'on en parle un petit peu ensemble. Tu es d'accord ? »
3 E3 : « mmoui » [hésitant]
4 P.E : « on peut commencer ? »
5 E3 : [signe de tête]
6 P.E : « alors quand je t'ai distribué la feuille du problème hier, euh, est-ce qu'il y a quelque chose qui t'as attiré
7 l'attention ? »
8 E3 : [2 s] « nan »
9 P.E : « non. Qu'est-ce que tu... qu'est-ce que tu as fait du coup à ce moment-là ? »
10 E3 : « bah... j'ai... j'ai... j'ai posé »
11 P.E : « t'as posé. [3 s] et qu'est-ce que tu as posé ? »
12 E3 : « euuuh la... la... l'addition »
13 P.E : « tu as posé l'addition, directement ? »
14 E3 : « non ! J'ai... j'ai compté combien y avait de... c'était des cookies et madeleines non ? »
15 P.E : « oui »
16 E3 : « c'est des coo... et j'avais... posé les cookies, et combien de cookies et de madeleines »
17 P.E : « mmm »
18 E3 : « y avait 12 madeleines, nan 12 cookies, et 4 madeleines »
19 P.E : « oui »
20 E3 : « je l'ai posé »
21 P.E : « d'accord »
22 E3 : « j'ai fait plus »
23 P.E : « ouai »
24 E3 : « ou fois je me rappelle plus, j'ai fait fois eeet... »
25 P.E : « Alors, et comm...comment tu es arrivé à choisir du coup entre fois ou plus ? »
26 E3 : « j'ai mis... j'ai mis fois »
27 P.E : « et qu'est ce qui a fait que tu as mis fois ? »
28 E3 : « j'sais pas ça m'est arrivé comme ça d'la tête »
29 P.E : « ça t'es arrivé comme ça d'la tête. Et c'est venu de où un peu plus, comment tu fais... donc tu fais le
30 calcul, comment t'as fait avant de faire le calcul ? »
31 E3 : « bah... tsss... bah t... bah tu la pose... »
32 PE : « mmm »
33 E3 : « ...et tu fais... »
34 PE : « mais le calcul il est pas arrivé au hasard ? »
35 E3 : « non ! »
36 P.E : « ah, alors comment t'as fait pour comprendre... choisir le calcul du coup ? »
37 E3 : « j'ai mis deux minutes tr... deux minutes trois... 2 minutes ou 3 minutes »
38 P.E : « mmm »
39 E3 : « après j'ai fait le calcul... »
40 P.E : « t'as mis... et dans ces deux ou trois minutes, qu'est-ce que tu as fait ? »
41 E3 : « j'étais en train de réfléchir »
42 P.E : « ah, alors ça ça m'intéresse du coup. Tu réfléchis. Et alors qu'est-ce que tu fais quand tu réfléchis ? »
43 E3 : « bah je... mémorise dans ma tête »
44 P.E : « tu mémorises l'hist... Tu mémorises... l'histoire ? »
45 E3 : « mm, ouai »
46 P.E : « alors, tu mémorises, tu réfléchis »
47 E3 : « mmm »
48 P.E : « et tu réfléchis à quoi à ce moment-là ? »
49 E3 : « bah les 12 cookies et les 4 madeleines »
50 P.E : « d'accord [3 s] et tu réfléchis euuuh juste aux 12 cookies et aux 3 madeleines, tu imagines 12 cookies et
51 3 madeleines ? »
52 E3 : « non ! c'est 4 madeleines ! »
53 P.E : « 4 madeleines ! pardon... »
54 E3 : « mm »

55 P.E : « et qu'est-ce qui fait que tu choisis de faire fois alors ? »
56 E3 : « mmm j'sais pas... » [4 s]
57 P.E : « y a peut-être quelque chose dans le texte qui te donne un indice ? qui te permet de comprendre ? tu te
58 rappelles ? »
59 E3 : « oui ! y a des madeleines, des cookies »
60 P.E : « mouai »
61 E3 : « et on en a 12... »
62 P.E : « ouai »
63 E3 : « 12 cookies et 4 madeleines »
64 P.E : « oui »
65 E3 : « après je me suis dit je vais me... je vais faire des fois... à la place de plus... d'addition j'ai fait des
66 multiplications »
67 P.E : « et tu t'es dit ça comme ça ? »
68 E3 : « ouai »
69 P.E : « y a pas un petit mot peut-être ou quelque chose qui t'as fait comprendre ? »
70 E3 : [signe de tête]
71 P.E « alors pour... qu'est-ce qui... qu'est-ce que tu penses qui t'as fait choisir de faire fois toi ? »
72 E3 : « j'sais pas, j'me suis dit je vais mettre euuh fois »
73 P.E : « mmm... [3 s]... à cause de ce qu'on avait fait avant peut-être ? »
74 E3 : « mouai »
75 P.E : « alors qu'est-ce qu'on avait fait avant qui t'as fait faire ça ? »
76 E3 : « bein on avait fait euuh... »
77 P.E [vers la classe] « chhhuuuuu »
78 E3 : [bégaie] « c'était presque le même euuh problème »
79 P.E : « d'accord »
80 E3 : « mais y avait plus de cookies et de madeleines »
81 P.E : « et le fait que ce soit presque le même du coup fait que tu as choisi le même calcul c'est ça ? »
82 E3 : « mmm »
83 P.E : « d'accord. Très bien. Bon je te remercie »
84 E3 : « de rien »

1

2 Phase 2 : entretien d'explicitation, élève E7.

Durée de l'entretien : 3'34

3 P.E : « Est-ce que tu sais pourquoi on est là ? »
4 E7 : « euuh oui »
5 P.E : « pour ? »
6 E7 : « pour euuh... t'expliquer le problème que j'ai fait »
7 P.E : « d'accord. On va essayer d'expliquer ensemble, je vais te poser des questions et tu vas essayer de te
8 rap...de te remettre en situation un petit peu quand tu... quand tu as résolu ce problème hier du coup. Est-ce que
9 c'est bon pour toi ? on peut commencer ? »
10 E7 : « oui »
11 P.E : « ok. Alors, hier, quand je t'ai distribué la feuille du problème, est-ce qu'il y a quelque chose qui a attiré
12 ton attention ? »
13 E7 : « oui, euuh, c'est que... ils ont fait euuh 'mm le père et la... les parents »
14 P.E : « mmm »
15 E7 : « ils ont fait euuh 'mm ils ont fait des... des gâteaux et des madeleines pour l'école »
16 P.E : « mmm »
17 E7 : « ils ont dit... ils ont dit que par euh par 12... y a 12 cookies »
18 P.E : « mmm »
19 E7 : « et pa... et 4... et par cookies y a 4 madeleines »
20 P.E : « mmm »
21 E7 : « et ils m'ont demandé combien y a-t-il de madeleines »
22 P.E : « d'accord. Et qu'est-ce que tu as fait du coup ? »
23 E7 : « j'ai... j'ai calculé euuh 12 et le 4 »
24 P.E : « 12 et le 4, et ça... qu'est-ce que tu veux dire quand tu dis 12 et le 4 »
25 E7 : « j'ai fait 12 fois 4 »
26 P.E : « d'accord, et ça t'as donné le... »
27 E7 : « ... le résultat »
28 P.E : « le résultat. Et alors comment tu es arrivé à comprendre que c'était ce calcul là qu'il fallait faire ? »
29 E7 : [3 s] « parce que par cookies, on... il y avait 4 madeleines... »
30 P.E : « d'accord »

31 E7 : « ... donc si on faisait 12 cookies fois 4 madeleines, bah y aurait le résultat »
32 P.E : « donc quand tu dis par cookies y avait 4 madeleines, tu re... tu te revois faire ce... lire ce passage dans le
33 texte ? »
34 E7 : « oui »
35 P.E : « d'accord. Et est-ce que c'est euuh du coup y a un... ce passage en particulier qui t'a...qui t'a aidé ?
36 C'est ça que tu me dis ? »
37 E7 : « mm »
38 P.E : « d'accord. Euuh est ce que tu as l'impression que c'était quelque chose que tu avais peut-être déjà fait ? »
39 E7 : « oui »
40 P.E : « ce genre de chose »
41 E7 : « mm »
42 P.E : « est-ce qu'... à quel moment ? »
43 E7 : « c'est dans le problème précédent qu'on a fait... qu'on a revu »
44 P.E : « mmm, d'accord. Tu revois dans le problème précédent la même chose, c'est ça que tu me dis. Et qu'est-
45 ce qui te fait penser que c'est la même chose ? »
46 E7 : « parce que on avait dans euuh on avait 4 euuh 4 je sais plus 4 trucs »
47 P.E : « mmm »
48 E7 : « eet y av... y avait par... par 4 y'avait 12. Donc si je fais 4 fois 12 ça fait... » [Signe de tête et regard
49 montre évidence]
50 P.E : « ok. D'accord. Du coup ça t'a fait directement penser à ça »
51 E7 : « oui »
52 P.E : « ok. Un mot en particulier qui t'a peut-être fait penser à ça ? »
53 E7 : « oui les cookies et les madeleines ça m'a beaucoup aidé »
54 P.E : « d'accord. Le fait qu'il y ait cookies et madeleines, ça t'a beaucoup aidé. Donc c'est parce que les deux
55 c'était pas la même... on a l'impression que c'est peut-être pas la même chose ? y 'en a un où tu dis y avait des
56 trucs, est-ce qu'il y avait des... tu te vois, tu te revois voir dans le texte qu'il y avait des trucs aussi dans le...
57 dans celui d'hier ? »
58 E7 : « euuh, mmm » [acquiescement]
59 P.E : « ok, d'accord. Bon, bein je te remercie »
60 E7 : « de rien »

Annexe 5 : Tableaux des relevés d'analyse phase 1

Tableau 1		Grille « représentation particularisée et modélisations utilisées »					
P1	Représentation particularisée		Modélisation schématique		Modélisation mathématique		
Élèves	Automatisée	Phase de recherche	Procédure présente	Absence de modélisation schématique	Absente	Additive	Multiplicative
E1	X		X			X	
E3		X			X		
E4	X					X	X
E5	X		X				X
E6		X					
E7	X					X	
E8		X	X		X		
E9		X	X				X
E10	X						X
E11	X		X			X	
E12	X		X		X		
Total	7	4	6	5	3	4	4

Tableau 2		Grille « utilisation du vocabulaire »						
P1	Utilisation d'un vocabulaire en rapport au scénario					Verbalisation de la relation		
Élèves	Mots clés de l'énoncé			Recodage sémantique		Relation additive entre cookies et	Relation contenant/contenu	Relation de proportionnalité
	Mot « boîte »	Mot « gâteaux »	« Cookies » et « madelines »	Contenut/contenu	Proportionnalité			
E1	X	X					X	
E3	X		X			X	X	
E4	X	X		X			X	
E5	X	X			X		X	X
E6	X	X					X	
E7	X	X		X			X	
E8	X	X		X	X		X	X
E9	X		X			X	X	
E10	X	X					X	
E11				X			X	
E12				X			X	X
Total	9	7	2	5	2	2	11	3

Tableau 3		Grille « capacité de mise en relation de l'énoncé avec d'autres problèmes antérieurs »			
P1	Élèves	Mise en relation conscientisée avec d'autres problèmes du champ multiplicatif	Mise en relation conscientisée avec d'autres problèmes du champ multiplicatif Type contenant/contenu	Mise en relation conscientisée avec un problème du champ additif type composition d'ensemble	Absence de mise en relation conscientisée
E1					
E3					X
E4					X
E5		X			
E6					X
E7			X		
E8					X
E9					X
E10					X
E11					X
E12					X
Total		1	2	0	8

Annexe 6 : Tableaux des relevés d'analyse phase 2

P2	Représentation particularisée		Modélisation schématique		Modélisation mathématique		
Élèves	Automatisée	Phase de recherche	Procédure présente	Absence de modélisation schématique	Absente	Additive	Multiplicative
E1		X	X			X	
E3	X			X			X
E4	X			X			X
E5							
E6	X			X			X
E7	X			X			X
E8		X	X			X	
E11		X		X		X	
Total	4	3	2	5	0	3	4

P2	Utilisation d'un vocabulaire en rapport au scénario				Verbalisation de la relation			
Élèves	Mots clés de l'énoncé			Recodage sémantique		Relation additive entre « cookies » et « madeleines »	Relation « contenant/ contenu »	Relation de proportionnalité
	Mot « chaque »	Mot « gâteaux »	Mots « cookies » et « madeleines »	Contenant/ contenu	Proportionnalité			
E1	X	X			X			X
E3			X			X		
E4			X		X	X		X
E5								
E6			X		X	X		X
E7		X	X		X			X
E8			X			X		
E11						X		
Total	1	2	5	0	4	5	0	4

P2	Mise en relation conscientisée avec d'autres problèmes du champ multiplicatif	Mise en relation conscientisée avec d'autres problèmes du champ multiplicatif Type contenant/contenu	Mise en relation conscientisée avec un problème du champ additif type composition d'ensemble	Absence de mise en relation conscientisée
Élèves				
E1		X		
E3		X		
E4				X
E5				
E6		X		
E7		X		
E8				X
E11				X
Total	0	4	0	3

Année universitaire 2022-2023

Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

Titre du mémoire : Impact de l'analogie de scénario du cadre AS3 dans la résolution de problèmes arithmétiques - CE2/CM1

Auteur : Piot Bastien

Résumé : Au cours du dernier siècle, l'activité de résolution de problème a pris sa place dans la didactique des mathématiques, prenant sens dans les activités de découverte ainsi que dans le renforcement des concepts en parallèle avec la notion de situation-problème. Mais cette activité met couramment enseignants et élèves en situation d'échec. La technique d'entretien d'explicitation permet l'accès au vécu de l'action physique et cognitive. Dans son cadre AS3, Sander développe, autour de la théorie de construction de la pensée par un double processus d'analogie-catégorisation, trois analogies (scénario, simulation et substitution) au cœur de l'activité de résolution de problème. Cette étude comparative cherche à mesurer l'impact de l'analogie de scénario dans les procédures de résolution des élèves. Cette analogie est en lien avec les savoirs extra-scolaires, et se construit dans la relation plus ou moins analogue aux situations de vie quotidienne instaurée entre les objets utilisés dans les énoncés de problème. L'expérimentation montre comment, en fonction de son aspect facilitatrice ou obstructive, les procédures des élèves peuvent être orientées ou perturbées par cette analogie. Elle ouvre également sur la notion de flexibilité cognitive et l'utilisation du recodage sémantique par les élèves, mais aussi dans le cadre d'une progression didactique.

Mots clés : mathématiques, cadre AS3, psychologie cognitive, résolution de problème, CE2, CM1, analogie de scénario, entretien d'explicitation

Abstract : Through the last century, problem-solving activities have taken a large place in the didactics of mathematics, taking on meaning in activities of discovery as well as in the reinforcement of concepts, in parallel with the notion of situational problem. However, this type of activity routinely puts teachers and students in a situation of failure. The explicitation interview technique provides access to the action as it is experienced, both physically and cognitively. In his AS3 framework, Sander develops, around the theory of the construction of thought through a double process of analogy-categorization, three analogies (scenario, simulation and substitution) at the core of problem-solving activities. This comparative study seeks to measure the impact of scenario analogy on students resolution procedures. This analogy is linked to extra-school knowledge, and is built in the more or less analogous relationship to everyday situations established between the objects used in problem statements. The experiment shows how depending on its facilitating or obstructing aspect, the students processes can be oriented or disturbed by this analogy. It also opens on the notion of cognitive flexibility and the use of semantic recoding by students, but also in the context of a didactic progression.**Keywords: mathematics, AS3 framework, cognitive psychology, problem solving, CE2, CM1, scenario analogy, explicitation interview**