



HAL
open science

Place et rôle de la manipulation pour l'enseignement de la numération au cycle 2 et plus particulièrement, pour l'étude du principe de position : une étude de manuels et de pratiques enseignantes

Fleur Baptista

► To cite this version:

Fleur Baptista. Place et rôle de la manipulation pour l'enseignement de la numération au cycle 2 et plus particulièrement, pour l'étude du principe de position : une étude de manuels et de pratiques enseignantes. Education. 2023. dumas-04513650

HAL Id: dumas-04513650

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04513650>

Submitted on 20 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

MASTER MEEF mention 1er degré
« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2022 - 2023

Place et rôle de la manipulation pour l'enseignement de la numération au cycle 2 et plus particulièrement, pour l'étude du principe de position : une étude de manuels et de pratiques enseignantes

Fleur BAPTISTA

Directeur du mémoire : Karine BERNAD
Assesseur : Chantal TUFFERY-ROCHDI

Soutenu le 17 mai 2023

Résumé :

Nous cherchons à étudier la place de la manipulation dans les pratiques enseignantes notamment pour l'enseignement du principe de numération de position pour les nombres à 3 chiffres au CE1. Pour cette étude des pratiques enseignantes nous passons par l'étude des manuels qui sont les premiers supports des enseignants et qui influencent leurs pratiques. Nous chercherons d'une part à comprendre comment et pourquoi sont organisées des phases de manipulation et d'autre part à étudier comment favoriser son utilisation.

Mots clés :

Manipulation, manuels, pratiques enseignantes, principe de numération de position, nombre à 3 chiffres.

Summary:

We are searching to understand the manipulation's place in teaching practices regarding the teaching of the positional numbering principle in 3-digit numbers in elementary school. For this study on teaching practices, we are looking at manuals because they are teachers' main resources and therefore influence their practices. We will try to understand how and why are organized those manipulation's phases and how to improve its use.

Key words:

Manipulation, manuals, teaching practices, positional numbering principle, 3-digit numbers.

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier ma directrice de mémoire Madame Karine Bernad qui a su me guider dans mes recherches et répondre à mes questions. De plus, je remercie Madame Nathalie Briand, ma professeure de mathématiques mais aussi responsable de cet UE de recherche pour ses conseils.

De plus, je tiens à remercier les enseignants du CRD de la faculté d'éducation de Montpellier qui ont su se montrer très accommodant dans l'emprunt des supports pour mon mémoire. Ainsi que les représentant des éditions Accès, Bordas pour le don des manuels qu'ils m'ont fait pour la réalisation de ce travail de recherche.

Également, j'apporte toute ma reconnaissance aux enseignants qui ont pris le temps de répondre à mon questionnaire ainsi qu'à mes amies et collègues enseignants qui ont contribué à la diffusion de celui-ci.

Enfin, je souhaite exprimer ma gratitude auprès de ma famille pour leur soutien et leur patience durant cette année intense et riche professionnellement.

SOMMAIRE

Introduction et présentation de la problématique	5
Section 1 : Apports théoriques	8
1. Les deux aspects de la numération décimale	8
2. La transposition didactique	8
3. Les pratiques enseignantes.....	10
4. La place de la numération décimale dans les programmes et les préconisations officielles .	10
<i>i. Les programmes de cycle 1</i>	<i>10</i>
<i>ii. Les programmes de cycle 2</i>	<i>10</i>
<i>iii. Rapport Villani-Torossian</i>	<i>14</i>
5. Enjeux de la manipulation.....	15
<i>i. Qu'est-ce que manipuler en mathématiques ?</i>	<i>15</i>
<i>ii. Manipuler dans les programmes de cycle 2 en numération (décimale de position).....</i>	<i>17</i>
6. Quelques concepts didactiques essentiels	18
<i>i. Dévolution et institutionnalisation.....</i>	<i>18</i>
<i>ii. La validation</i>	<i>20</i>
<i>iii. La différenciation.....</i>	<i>20</i>
Section 2 : Démarche de recherche/Partie expérimentale et cadre d'analyse.....	21
1. Choix méthodologiques	21
2. Cadre d'analyse.....	22
<i>i. Élaboration de la grille d'analyse des guides du maître (phase 2)</i>	<i>23</i>
<i>ii. Élaboration du questionnaire sur les pratiques enseignantes</i>	<i>24</i>
Section 3 : Analyses.....	27
1. Etude des manuels.....	28
<i>i. Présentation des manuels.....</i>	<i>28</i>
<i>ii. Ce qu'il en ressort.....</i>	<i>30</i>

a.	La manipulation.....	30
b.	Les compétences mobilisées pour construire le principe de numération décimale de position.....	34
2.	Questionnaire pédagogique.....	39
<i>i.</i>	<i>Présentation du questionnaire et des interlocuteurs.....</i>	<i>39</i>
<i>ii.</i>	<i>Ce qu'il en ressort.....</i>	<i>39</i>
a.	La numération décimale de position.....	39
b.	La manipulation.....	41
c.	Les manuels.....	41
	Conclusion.....	44
	Bibliographies.....	46
	Annexes.....	48
1.	Sommaire des manuels étudiés.....	48
2.	Classement des activités et exercices.....	52
3.	Extraits de grilles d'analyse des manuels.....	53
4.	Questionnaire et extraits de réponses aux questionnaires.....	54
<i>i.</i>	<i>Questionnaire sur les pratiques enseignantes.....</i>	<i>54</i>
<i>ii.</i>	<i>Extraits de réponses aux questionnaires.....</i>	<i>56</i>

Introduction et présentation de la problématique

Dans les programmes publiés en juillet 2020, « la connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2 » (Programme cycle 2, juillet 2020, p. 58). Il est également explicité que cet apprentissage est lié avec la notion de quantité et la notion de grandeur : « Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes » (Programme cycle 2, juillet 2020, p. 58). Cette connaissance est posée comme nécessaire au fondement des stratégies de calcul car elle mobilise les unités de numérations et leurs relations. Ces programmes soulignent également l'importance de mettre en œuvre des phases de manipulation pour donner du sens aux apprentissages visés : « L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction. » (Programme cycle 2, juillet 2020, p. 56).

C'est également ce que mettent en avant N. Bednarz et B. Janvier (1984), dans leur article *La numération: les difficultés suscitées par son apprentissage*, pour la construction et la compréhension des savoirs relatifs à la numération décimale.

On devrait reconsidérer la conception que l'on a de la manipulation de telle sorte que l'utilisation de matériel joue vraiment un rôle de support mutuel auquel l'enfant pourra avoir naturellement recours. (Bednarz et Janvier, 1984, p. 31)

De plus, lors de mon premier stage d'observation et pratique accompagné dans un double niveau CE1/CE2, nous avons pu constater que la compréhension du système décimal de position se plaçait parfois comme un obstacle à la résolution de calcul et de problème. Par exemple, une élève avait de grandes difficultés¹ à différencier les valeurs du nombre selon leur position ou même à identifier les unités, dizaines, centaines dans un nombre. Celle-ci ne parvenait pas à identifier pas les chiffres des nombres qui devaient être additionnés entre eux, dans le cas d'une addition posée ou en lignes. Par exemple, $24 + 13$ ne devenait pas $2d + 1d + 4u + 3u = 36$, la notion de valeur et de position n'avait pas de sens, cela pouvait devenir $2 + 3$ et $4 + 1$ donc 55. Les chiffres semblaient être perçus comme un enchaînement quelconque de caractères qu'elle organisait dans des opérations sans aucun critère apparent. Cela apparaissait clairement lorsque dans un nombre nous lui demandions d'identifier le chiffre des unités ou bien des dizaines ou encore des centaines. Elle pointait des chiffres qui pour nous semblaient résulter du hasard puisque pour un même rang demandé dans différents nombres,

¹ Toutefois, il semble bon de préciser que cette élève était en attente pour passer des tests sur la concentration et la compréhension ; des doutes persistaient auprès de l'enseignante sur l'origine de ses confusions, difficultés.

des rangs différents étaient à chaque fois désignés. Néanmoins, lorsque l'enseignante a assigné un code couleur aux différents rangs composant le nombre, il lui a été, dès ce jour-là, possible d'avancer dans le travail opérationnel. Ainsi, cette intervention de l'enseignante accompagnée ensuite par l'usage de matériel comme le boulier, des boules de papiers et les cubes (reconstituant la base de 10) a permis à l'élève de progresser dans la résolution de problèmes numériques et de réussir à effectuer des opérations et à décomposer de manière additive des nombres entiers.

Partant de ces observations et de l'importance donnée à l'enseignement de la numération dans les programmes, nous avons voulu étudier les pratiques enseignantes. Pour cela, nous avons choisi de lire des textes pour nous aider à comprendre l'origine des difficultés que nous avons pu observer. En particulier, Frédérick Tempier², dans ses travaux (2010, 2016) met d'une part en avant les difficultés des élèves face à la maîtrise du principe de position et la nécessité de l'enseigner de manière conjointe avec le principe décimal.

[...] la numération écrite chiffrée, qui est une notion essentielle pour les mathématiques de l'école primaire. Elle s'appuie sur deux principes fondamentaux qui sont indissociables : un principe décimal selon lequel chaque unité de numération est définie comme étant égale à dix unités de l'ordre inférieur et un principe de position définissant le rang d'écriture de chaque unité dans l'écriture chiffrée (EC). (Tempier, 2015, p. 93)

Il rapproche celles-ci non pas à un défaut de connaissance de la part de l'enseignant.

Nous sommes bien devant un phénomène qui ne relève donc pas d'un manque de connaissance des enseignants interrogés, mais qui est plus général et qui doit être interprété en lien avec la façon dont l'institution prend en charge ce type de problème en CE2. On peut en effet penser que, si les enseignants n'évoquent pas leurs propres stratégies de résolution, c'est bien qu'ils n'ont pas identifié ces stratégies comme légitimes à ce niveau de scolarité. Cette légitimité est portée principalement par les attentes institutionnelles pour l'enseignement de la numération. (Tempier, 2010, p. 2)

Cette lecture nous a conforté dans l'étude de ce principe qui est essentiel pour la compréhension de la numération décimale. Néanmoins, une remarque est faite, il y a un manque dans les pratiques enseignantes du point de vue de l'étude de ces savoirs.

D'autre part, en liant programmes et manuels scolaires, il soulève l'influence de ces supports sur les pratiques des enseignants ; ce qui a alors justifié notre volonté d'étudier les pratiques enseignantes au travers des supports qui orientent leurs pratiques.

² Membre de la COPIRELEM, Co-responsable du symposium (avec Valentina Celi et Caroline Lajoie) « Le formateur dans les dispositifs de formation, à l'interface entre recherche en didactique et enseignement des mathématiques », Colloque du REF (Réseau Education Francophone), 8 au 11 juillet 2019, Toulouse et Co-éditeur (avec Caroline Lajoie) d'un numéro spécial sur les dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques. Canadian Journal of Science, Mathematics and Teacher Education, Springer, il oriente ses recherches sur l'Apprentissage et enseignement de la numération décimale de position à l'école primaire et Enseignement des mathématiques et formation des enseignants. (<https://www.ldar.website/frederick-tempier>)

Pour permettre de mieux comprendre les choix qu'un enseignant peut effectuer dans sa préparation et sa gestion des activités portant sur la numération décimale, nous allons étudier, comme l'a réalisé Tempier (2010, p.65), les programmes, les évaluations nationales et les manuels du point de vue l'étude de ces savoirs, pour tenter de répondre à la question de recherche suivante : Comment les pratiques enseignantes permettent-elles de développer la manipulation pour l'enseignement de la numération au cycle 2 et plus particulièrement le principe de position ?

Nous présenterons dans la première section les apports théoriques, puis nous nous concentrerons sur notre démarche de recherche et cadre de recherche dans une deuxième section. L'étude de la place de la manipulation dans les pratiques enseignantes nous conduira à analyser les manuels scolaires dans l'enseignement de la numération décimale de position et les pratiques enseignantes à l'aide d'un questionnaire ; ce que nous développerons dans une troisième section intitulée partie expérimentale et analyses.

Section 1 : Apports théoriques

Notre travail s'intéresse à l'enseignement de la numération décimale de position et aux phases de manipulation qu'on lui accorde. On cherche donc à comprendre comment est enseigné cette notion complexe et centrale en mathématiques, qui fait intervenir plusieurs concepts importants au cycle 2. Il nous semble donc utile de faire un point sur les savoirs mathématiques et didactiques qui sont mobilisés pour cet apprentissage.

1. Les deux aspects de la numération décimale

La maîtrise de la numération décimale chez les élèves est l'un des enjeux principaux en cycle 2 en mathématiques, mais sa maîtrise est décisive pour d'autres disciplines comme les sciences, la géographie ou encore l'éducation physique et sportive et l'éducation musicale et dans le domaine d'enseignement *Questionner le monde* en cycle 2, comme l'indique le programme du cycle 2, publié en juillet 2020 (p. 65) : « Les connaissances sur les nombres et le calcul se développent en relation étroite avec celles portant sur les grandeurs. Elles sont par ailleurs nécessaires à la résolution de nombreux problèmes rencontrés dans « Questionner le monde » ».

Christine Chambris maîtresse de conférences en didactique des mathématiques et Responsable du groupe IREM Primaire-Collège, IREM de Paris, dans *Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs, Le système métrique peut-il être utile ?*, commence par rappeler que notre système numérique en base de 10 possède 2 aspects : l'aspect décimal et l'aspect de position.

Dans l'aspect positionnel, ce qui importe c'est le fait que chaque position indique une unité de numération. Pour un nombre entier en écriture chiffrée [...] Dans l'aspect décimal, ce qui importe c'est la relation entre les unités : deux unités consécutives sont dans le rapport dix. Ces deux aspects sont condensés dans la phrase : chaque chiffre indique une unité qui est dix fois plus grande que celle qui est à sa droite. (Chambris, 2012, p. 42)

En effet, pour l'enseignement de la numération, il est indispensable d'étudier conjointement ces deux aspects tout en les distinguant ; c'est ce que soulève Tempier en 2010 lorsqu'il parle du manque de lien dans l'enseignement de la numération. Le principe de position donne la valeur au chiffre dans le nombre, ce qui permet alors de traduire les relations d'égalités au sein du nombres, c'est-à-dire le principe décimal. On écrit :

$$abc = a*100 + b*10 + c = ab*10 + c = a*100 + bc = a \text{ centaines} + b \text{ dizaines} + c \text{ unités} = \dots$$

Enfin, l'apprentissage du nombre débute dès la maternelle c'est ce que nous allons voir ci-après.

2. La transposition didactique

Chevallard en 1991 définit la transposition didactique comme : « Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit [...] un ensemble de transformations adaptatives qui vont

le rendre apte à prendre sa place parmi les objets d'enseignement. Le "travail" qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique. » (1985/1991, p. 39). Ce concept permet de mettre au jour le processus auquel est soumis un enseignant lorsqu'il cherche à adapter un savoir savant pour le rendre accessible aux élèves. La lecture des programmes et de manuels permet à l'enseignant de se questionner sur le savoir scientifique et de faire des choix sur les notions qu'ils souhaitent transmettre aux élèves. Puis, il doit prendre en compte ce que les élèves savent déjà, ce qu'ils ne savent pas, ce qu'ils devront savoir et ce qui pourra leur poser des problèmes.

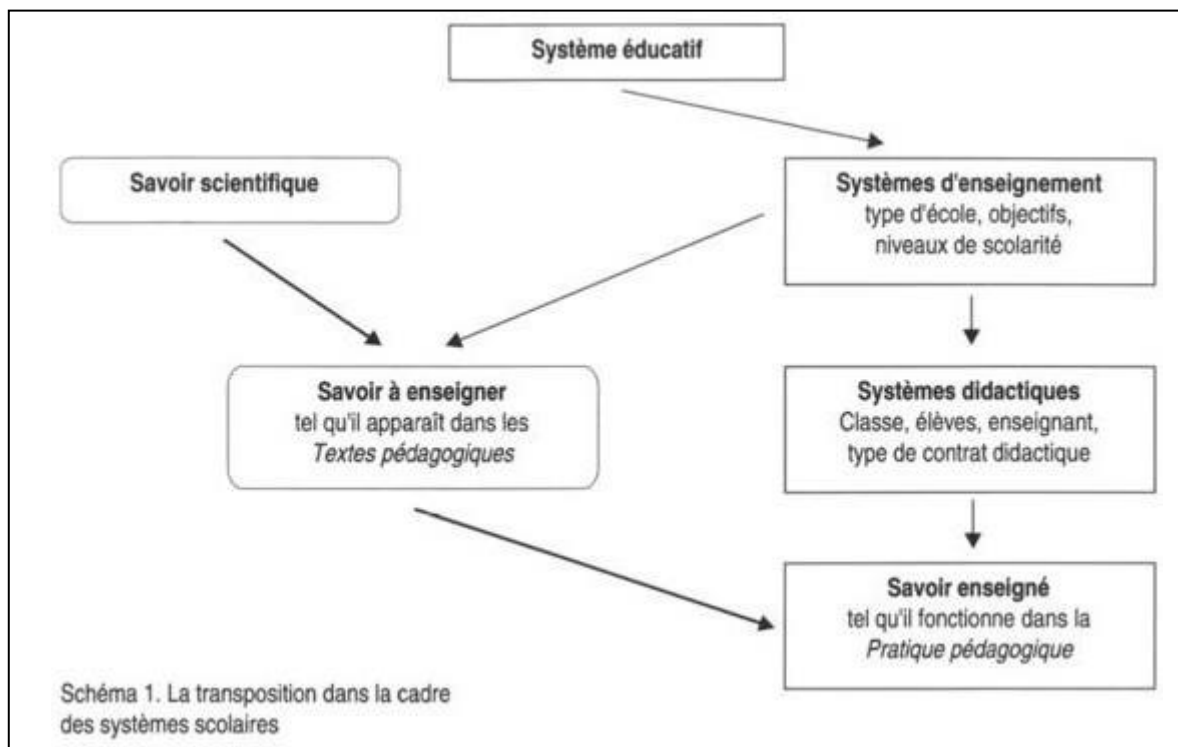


Schéma 1 : Transposition didactique selon Chevallard, 1991

La transposition didactique d'une notion, dans notre cas celui de la numération décimale de position, est à l'œuvre dans les choix que font les programmes, les enseignants et les manuels pour son enseignement. C'est également, cela qui justifiera notre étude de manuel et la mise en place d'un questionnaire comme l'explique Tempier

[...] l'étude de la transposition didactique sert de point d'appui pour la conception d'une ressource afin que cette ressource s'insère au mieux dans les pratiques des enseignants. Et réciproquement les analyses effectuées suite à l'expérimentation de la ressource par différents enseignants permettent de préciser les constats sur l'enseignement de la numération dans les classes et des contraintes institutionnelles. (Tempier, 2015, p. 101)

Nous allons donc examiner, ci-dessous, comment la numération décimale est transposée dans les programmes.

3. Les pratiques enseignantes

Étudiant les pratiques enseignantes à travers une étude de manuels et un questionnaire, nous définissons le terme « pratique enseignante ». Nous nous appuyons notamment sur la définition de Marguerite Altet dans son écrit de 2002 *Les « pratiques enseignantes » : une notion englobante opératoire pour la recherche ou « décrire, caractériser, expliquer et comprendre les pratiques avant de les évaluer. »*. D'après M. Altet, « La pratique enseignante est définie comme la manière de faire singulière d'une personne, sa façon effective, sa compétence propre d'exécuter une activité professionnelle : l'enseignement. » (Altet, 2002, p. 4-5). La pratique enseignante rejoint donc le processus qu'utilise individuellement un enseignant pour transmettre des savoirs, cela regroupe son organisation, le choix de ses supports, le rythme et gestes professionnels qu'il va employer (temps de verbalisation, manipulation, modélisation, son organisation,). La pratique enseignante est en lien avec la liberté pédagogique de l'enseignant qui lui permet de diversifier, modifier ses pratiques comme il l'entend tant que cela maintient la sécurité morale et physique des élèves et leur permet d'accéder à ses connaissances obligatoires énoncés dans les programmes. C'est pour cela que nous analysons les manuels avec des critères comme : quel moyen de validation des réponses des élèves, quelle trace écrite du professeur ou encore dans le questionnaire : critères de choix pour un manuel, s'ils utilisent ou non de la manipulation et quel(s) support(s) ils utilisent.

4. La place de la numération décimale dans les programmes et les préconisations officielles

i. Les programmes de cycle 1

La construction du nombre commence dès le cycle 1, celle-ci débute son apprentissage à travers l'aspect quantitatif du nombre. Il est travaillé à la fois par sa codification orale et écrite. Cette notion est enseignée dès la première année de maternelle et les élèves s'exercent déjà aux compétences de composition et décomposition. Il est ainsi rappelé que « la maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre » (Programme cycle 1, 2020, p. 20). Ce travail est donc en petite section introduit sur les nombres 2 et 3 et se prolongeront jusqu'à 10 en grande section. Il s'agit d'un attendu de fin de cycle : « Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et décomposer par manipulations effectives puis mentales. » (Programme cycle 1, 2020, p. 22).

ii. Les programmes de cycle 2

En cycle 2, la numération décimale (de position) se retrouve dans le domaine « Nombres et calculs » (Programme cycle 2, 2020, p. 58) et se place comme un enjeu majeur. Son apprentissage est lié aux notions de quantité, de grandeur et vise à étudier les « relations internes aux nombres » ainsi

que les « les différentes désignations orales et/ou écrites » (Programme cycle 2, 2020, p. 58) du nombre. Pour cela, il est demandé à l'enseignant de proposer différentes compétences mathématiques :

<i>Étude de relations internes aux nombres</i>	<i>Étude des différentes désignations orales et/ou écrites</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Décomposer/recomposer (additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numérations : dizaines, centaines, milliers), - Changer d'unités de numérations de référence, - Comparer, - Ranger, - Itérer (+1, +10, +n) 	<ul style="list-style-type: none"> - Nom du nombre, - Écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position), - Double de, moitié de, somme de, produit de, différence de, quotient et reste de, - Écriture en ligne (additives, soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération)

Par ailleurs, il est important de noter que cette connaissance du nombre est nécessaire pour atteindre des stratégies de calcul :

L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. (Programme cycle 2, 2020, p.58)

La capacité à comprendre et manipuler les nombres se retrouvent alors dans trois attendus de fin de cycle (Programme cycle 2, 2020, p.58) :

- « Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer » ;
- « Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers » ;
- « Calculer avec des nombres entiers ».

Et déclinent les compétences suivantes :

Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer
<ul style="list-style-type: none"> - Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant, notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers : <ul style="list-style-type: none"> o désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle ; o utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections. - Repérer un rang ou une position dans une file ou sur une piste. - Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent : <ul style="list-style-type: none"> o relation entre ordinaux et cardinaux. - Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant les symboles =, ≠, <, > : <ul style="list-style-type: none"> o égalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre ; o ordre ; o sens des symboles =, ≠, <, >.

Tableau 1 : Programme cycle 2, 2020, p.58

Les points jaunes surlignés ci-dessus et ci-après visent à expliciter aux enseignants les compétences, savoir-faire mathématiques recommandées pour l'apprentissage de cette notion. Désigner un nombre d'éléments de diverses façons reprend et approfondit la construction du nombre réalisé en cycle 1. C'est à travers cette première tâche de composition et décomposition que se construit le nombre. C'est également le cas de la tâche suivante « égalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre » ; ici l'objectif est d'amener les élèves à comprendre qu'un nombre possède plusieurs écritures mais que celles-ci représentent le même nombre (principe décimal).

Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers
<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main...). Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées. - Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques. - Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56) : <ul style="list-style-type: none"> o unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) ; o valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ; o noms des nombres. - Itérer une suite de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100. - Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée, ainsi qu'à la distance de ce point à l'origine. - Grader une demi-droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur. - Associer un nombre ou un encadrement à une grandeur en mesurant celle-ci à l'aide d'une unité. - Faire le lien entre unités de numération et unités du système métrique étudiées au cycle 2.

Tableau 2 : Programme cycle 2, 2020, p.59

Dans l'attendu de fin de cycle « Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers », 4 compétences renvoient à la notion de numération décimale de position. « Utiliser diverses

représentations des nombres » est une nouvelle fois sollicitée mais dans des dimensions plus larges, cette fois-ci il s'agit d'associer l'écriture littérale à l'oral à l'écrit numérique et à des représentations visuelles (constellation du dé, des doigts, graduation, ...). Il est également travaillé conjointement la numération décimale puisque l'interprétation de nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques est recommandée. Cela va permettre aux élèves de construire et reconstruire le nombre avec du sens en comprenant que le rang dans le nombre est porteur d'une valeur. Cela qui nous amène à la troisième tâche « Utiliser des écritures en unités de numérations ». Enfin, cet attendu de fin de cycle souligne l'importance des croisements avec d'autres disciplines. Pour l'enseignement de la numération décimale des compétences liées aux unités du système métriques vont aider à comprendre la valeur du rang dans le nombre.

Calculer avec des nombres entiers
<ul style="list-style-type: none"> - Mémoriser des faits numériques et des procédures : <ul style="list-style-type: none"> o tables de l'addition et de la multiplication ; o décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par 10 et par 100, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc. - Mobiliser en situation ses connaissances de faits numériques et ses connaissances sur la numération pour par exemple : <ul style="list-style-type: none"> o répondre à des questions comme : $7 \times 4 = ?$; $28 = 7 \times ?$; $28 = 4 \times ?$, etc. ; o retrouver que 24×10, c'est 24 dizaines, c'est 240.
<p>Calcul mental et calcul en ligne</p> <ul style="list-style-type: none"> - Traiter à l'oral et à l'écrit des calculs relevant des quatre opérations ; - Élaborer ou choisir des stratégies, expliciter les procédures utilisées et comparer leur efficacité : <ul style="list-style-type: none"> o addition, soustraction, multiplication, division ; o propriétés implicites des opérations : <ul style="list-style-type: none"> $2 + 9$, c'est pareil que $9 + 2$; 3×5, c'est pareil que 5×3 ; $3 \times 5 \times 2$, c'est pareil que 3×10. o propriétés de la numération : <ul style="list-style-type: none"> « $50 + 80$, c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est 130 » ; « 4×60, c'est 4 \times 6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240 » ; o propriétés du type : $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$.

Tableau 3 : Programme cycle 2, 2020, p.59-60

Le dernier attendu de fin de cycle travaillant la numération décimale de position est « Calculer avec des nombres entiers ». En effet, « mémoriser des faits numériques et des procédures » va permettre de construire une banque de connaissance, de données et des automatismes chez l'élève qui lui permettront dans des phases de calcul de mettre en place des stratégies. Par exemple :

$$158 + 72 = 100 + 100 + 20 + 10 = 200 + 30 = 230.$$

Finalement, les programmes orientent les enseignants vers des exercices et activités en fonction de compétences définies pour travailler les 2 aspects (décimal et de position) de notre numération. Nous nous attendons donc à retrouver dans nos analyses de manuels et dans les questionnaires des activités

et exercices mobilisant : l'écriture en unité de numération ; des compétences de composition et décomposition ; des écritures additives et multiplicatives du nombre ; la mobilisation du principe décimal ; la désignation, l'écriture de nombre sous diverses forme (principe décimal) ; l'utilisation des grandeurs vue en cycle 2 (grandeur métrique et la monnaie) pour réaliser des conversion et comprendre la valeur du rang. Ces compétences et cette compréhension de la numération seront alors les outils permettant d'accéder à des stratégies de calcul.

iii. Rapport Villani-Torossian

Le rapport Villani-Torossian (2018), intitulé *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*, confirme la volonté de recentrer les mathématiques comme une priorité dans l'enseignement français. Celui-ci, en relevant les difficultés et réussites de notre système, permet de proposer des pistes de progressions.

D'une part, il conseille pour la notion de nombre de l'enseigner parallèlement au calcul.

Il est souvent question de « donner du sens » au calcul mais il ne faut pas oublier que le calcul est porteur de sens en lui-même. Il est même « donneur de sens » puisque la construction du nombre dans les petites classes passe par des activités ludiques variées et que ces jeux sur les nombres sont l'essence même du calcul. (Villani-Torossian, 2018, p. 29)

De plus, il est évoqué la nécessité de produire du sens pour les élèves car trop souvent la notion de nombre est réduite à celle de comptage par récitation de la comptine numérique.

D'autre part, se pose la question du manuel. Le présentant comme le premier support de l'enseignant, il souhaite réagir face au défaut de certification de leur conformité aux programmes et recommandations. Ils ajoutent cependant des avertissements dans leurs emplois : l'utilisation de plusieurs manuels à la fois peut altérer l'institutionnalisation des car celle d'un manuel ne sera pas forcément adaptable à la formulation d'un autre ; les fichiers sont déconseillés car ils enferment les élèves dans un cadre trop strict bloquant alors leur réflexion et ils appellent à la prudence lorsque les manuels ne sont plus à jour des programmes.

[...] l'utilisation [...] de ressources de type « fichiers », notamment pour les classes du cycle 2, dont le renouvellement onéreux est nécessaire à chaque rentrée scolaire. Ce type de manuels peut enfermer l'enseignant dans une réflexion didactique trop rigide et développer chez l'élève un systématisme peu constructeur de sens, notamment par la pratique d'un écrit trop fragmenté. (Villani-Torossian, 2018, p. 56-57)

Enfin, ce rapport rappelle l'importance et la nécessité de manipuler en classe : « Parmi les enjeux didactiques, celui des manipulations concrètes est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstractions. » (Villani-Torossian, 2018, p. 13). Il positionne cette phase d'apprentissage comme essentielle chez l'élève car elle lui permet de transposer plus facilement du concret vers l'abstrait mais aussi car elle rend la tâche plus ludique et procure à l'élève une envie, une volonté de les accomplir et d'y revenir. Les compétences de

composition et décomposition, qui sont mobilisées dans des jeux de société, sont mises en avant pour la compréhension de la numération décimale.

En travaillant les fondamentaux par une approche différente, le jeu contribue lui aussi à la formation mathématique des élèves. Les jeux traditionnels (comme les échecs), les jeux à règles (jeux de cartes, jeux de plateaux pour les petites classes, jeux de l'oie, etc.) et les jeux de construction stimulent le raisonnement logique et contribuent à créer ou restaurer le plaisir de faire des mathématiques (pour l'élève comme pour son professeur). Tous ces jeux sont d'excellents outils pour décomposer-composer les nombres[...] (Villani-Torossian, 2018, p. 58)

En conclusion, le rapport Villani-Torossian s'accorde avec les recherches antérieures (Tempier 2010, Chambris 2012) quant à l'importance de l'apprentissage de la numération et à l'importance de lier celle-ci à d'autres notions comme les grandeurs et mesures ou le calcul pour lui donner du sens. Cette étude confirme le lien indéfectible présent entre l'enseignant, et le manuel mais ne manque pas de réveiller notre vigilance devant eux. Pareillement, elle rappelle la nécessité de phases de manipulation et la diversité du matériel qu'elles peuvent prendre (jetons, cubes emboîtables, matériel de base 10, bouliers, réglettes colorées, planches à clous avec élastiques ou géoplans, mosaïques de formes géométriques, tangrams, solides à remplir avec de l'eau ou du sable, jeu de cartes, de plateau, ...). Cela nous amène dans le paragraphe suivant à étudier la place et le rôle de la manipulation à partir de la lecture de textes issus de la recherche en didactique des mathématiques et des programmes officiels.

5. Enjeux de la manipulation

i. Qu'est-ce que manipuler en mathématiques ?

Nous commençons par nous appuyer ici sur un ouvrage écrit par Thierry Dias, docteur en didactique des mathématiques et en sciences de l'éducation, professeur à la Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud en Suisse³. Dans son ouvrage *Manipuler et expérimenter en mathématiques* publié en 2017, différencie manipulation et expérimentation mais les relie tout de même à une relation commune « Expérimenter et manipuler c'est entretenir des relations avec des phénomènes et de faits appartenant à la réalité » (Dias, 2017, p.). Il explique qu'il s'agit de situation mobilisant des connaissances mathématiques abstraites dans un contexte bien réel permettant un ancrage didactique.

³ Thierry Dias a aussi enseigné pendant plus de 20 ans dans le premier degré en France, notamment auprès d'élèves en difficulté, en 2015, il reçoit le prix du Best Science Teacher, il est aussi membre du comité de culture mathématique de l'Institut Henri-Poincaré (IHP) ainsi que de la Mission Mathématiques Villani-Torossian et notons qu'il est le conseiller scientifique de la méthode Archimaths parue aux éditions Magnard

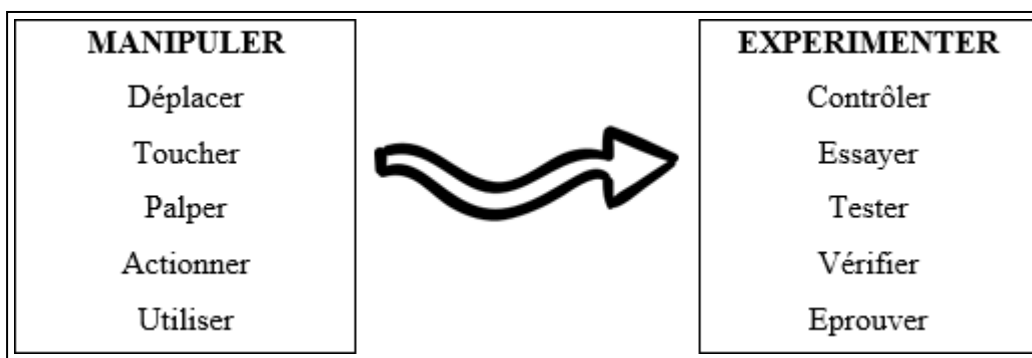


Schéma 1 : De la manipulation à l'expérimentation (Dias, p.23, 2017)

Nous comprenons alors que les rôles associés à la manipulation et à l'expérimentation sont différents mais restent cependant liés. La manipulation rejoint l'expérimentation par l'utilisation des sens qui lui sont attribués. L'expérimentation rentre en jeu lorsqu'il est attribué à cette manipulation un but précis (contrôler, essayer, tester, vérifier, éprouver). L'expérimentation nécessite alors toujours de la manipulation, ce qui n'est pas réciproque.

Dias soulève l'importance du contexte de manipulation. Il rappelle que ces phases de manipulation, d'expérimentation sont essentielles à l'élève pour la construction de la compétence visée. Il s'agit de permettre aux élèves de mobiliser leurs compétences en acte permettant alors à l'enseignant par une fine observation de comprendre le mécanisme, la réflexion de l'élève afin d'identifier les points, connaissances à étayer par la mise en mots.

[...] il est donc nécessaire de leur proposer des situations d'apprentissages dans lesquelles ils pourront faire preuve de leurs compétences d'abord en actes. Reste ensuite à l'enseignant à observer ces actes, avec rigueur et précision, afin de repérer les connaissances et d'étayer alors leur mise en mots. (Dias, 2017, p. 22)

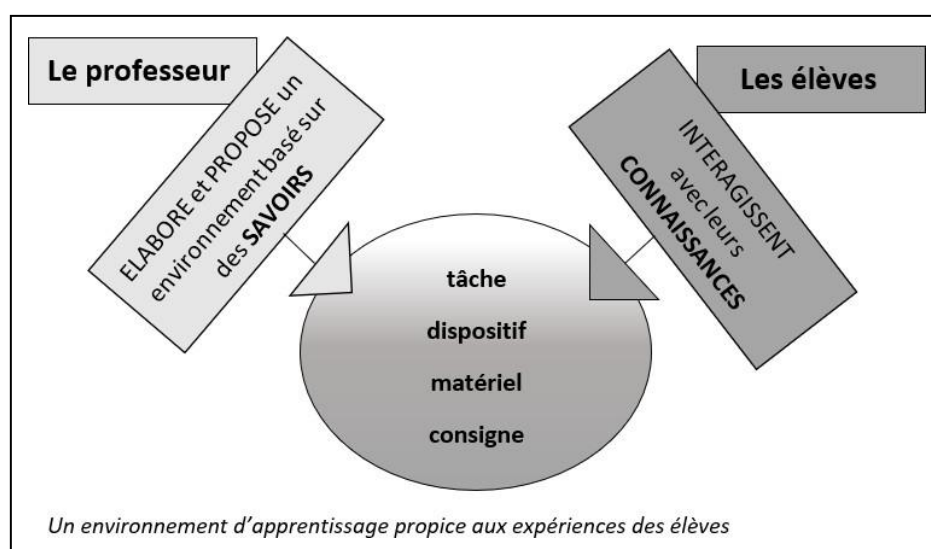


Schéma 2 : Dias, 2017, p.23

Également, dans son article *Manipuler en mathématiques... oui mais*, publié en 2019, Joël Briand maître de conférences en mathématiques formateur des enseignants du premier et second degré,

témoigne de l'importance du contexte et de la tâche demandée lorsque l'on fait manipuler les élèves. Il remarque l'importance de l'étape de réflexion chez l'élève dans ce temps de manipulation, celui-ci ne doit pas être un temps de reproduction et/ou de simple illustration de la situation proposée.

[...] une activité au cours de laquelle les élèves ont à produire un modèle (par une représentation ou un écrit) qui permet de contrôler une action effectuée dans un milieu matériel. Bien sûr, il faudra plusieurs séances pour que les élèves progressent dans les écrits mais l'activité mathématique se situe au niveau de l'écrit. L'écrit sert à prévoir ; les formes d'écrit évoluent toujours avec pour le but de contrôler le milieu matériel. (Briand, 2019, p. 2)

Il rajoute que la manipulation est à utiliser avec prudence car elle peut agrandir l'écart de progression entre les élèves, si la manipulation donne directement la réponse cela n'est pas utile pour la réflexion de l'enfant. Celle-ci est néanmoins utile lorsque l'élève produit des hypothèses de résultats en amont. Par ailleurs, il accorde une place essentielle au lien entre le signe et la matérialisation (verbalisation, explication) : « Il est donc utile de lier les transformations dans le milieu des signes et les transformations dans le milieu matériel lorsque c'est possible. » (Briand, 2019, p. 5).

L'importance du lien entre la manipulation de l'élève et la compétence visée est donc mise en évidence. Celle-ci ne doit pas se contenter d'illustrer une situation mais donc être le support, le vecteur d'une réflexion pour l'élève. C'est ce que nous chercherons à identifier dans les manuels à partir d'une grille d'observation et d'analyse. De plus, son efficacité est double, c'est un outil pour l'élève mais aussi pour l'enseignant puisqu'elle lui permet d'accéder au niveau de compréhension de l'élève qu'il n'arrive parfois pas à mettre en mots. Quelles fonctions assument les phases de manipulation ? Illustration, réflexion, différenciation, dévolution⁴. Et quand sont-elles réalisées ? En introduction pour faire découvrir la notion ; en phase d'appropriation pour tester, vérifier ; ... De quoi sont-elles suivies ? Verbalisation, ...

ii. Manipuler dans les programmes de cycle 2 en numération (décimale de position)

Nous retrouvons ci-dessous les préconisations émises par les programmes pour la manipulation dans l'enseignement de la numération décimale.

Dans un premier temps la manipulation semble avoir pour objectif d'illustrer l'abstrait afin de le rendre concret, pour que la notion soit perceptible afin de modifier les propres actions de l'élève et de l'aider à observer ses caractéristiques, à reconnaître et utiliser ses représentations.

Au cycle 2, on articule le concret et l'abstrait. Observer et agir, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations) ou symbolique, abstraite (nombres, concepts). (Programme cycle 2, 2020, p. 4)

⁴ Ces termes « différenciation » et « dévolution » seront définis ci-après, à partir de lectures et de connaissances construites durant mon master.

Dans un second temps, la manipulation donnera accès au sens de la notion aux élèves. Elle liera le vocabulaire à l'action associée, ce qui permettra progressivement une transition vers l'abstrait en introduisant notamment les symboles mathématiques correspondants.

Mathématiques [...] L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction. (Programme cycle 2, 2020, p. 56)

Enfin, voici la place qu'occupe la manipulation entre les programmes de mathématiques et le socle commun de connaissances, de compétences et de culture :

Compétences travaillées	Domaines du socle
<p>Chercher</p> <ul style="list-style-type: none"> - S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. - Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur. 	2, 4

Tableau 4 : Programme cycle 2, 2020, p.57

Pour l'enfant et l'élève cette étape lui permet d'une part de s'inscrire dans une démarche d'investigation (scientifique) car elle lui permettra de développer des compétences comme « chercher ». Et d'autre part, elle éveillera sa curiosité et son ouverture au monde, le poussant à vouloir trouver des outils pour répondre à ses questions ou résoudre des problèmes. Ces compétences et capacités sont recensées dans le socle commun de connaissances, de compétences et de la culture : le domaine 2 ? mentionne « accès à l'information et à la documentation », « conduite de projets individuels et collectifs » et le domaine 4, met en avant « approche scientifique et technique de la Terre et de l'univers », « curiosité et sens de l'observation », « capacité à résoudre des problèmes ».

6. Quelques concepts didactiques essentiels

i. Dévolution et institutionnalisation

Prenant en compte à la fois les préconisations officielles et des articles de recherche (Dias 2017, Briand 2019), nous nous interrogeons sur les fonctions qu'assume la manipulation et notamment à analyser son rôle dans les phases de dévolution. Il s'agit d'un processus que Brousseau, en 1998, définit comme « l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (...) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert ». La dévolution est le processus par lequel le professeur fait en sorte que les élèves assument leur

part de responsabilité dans l'apprentissage des notions visées. Il cherche à ce qu'ils s'engagent dans la réalisation des compétences et à les rendre acteurs dans leurs apprentissages dans une situation où les savoirs visés sont contextualisés dans une situation didactique. Ainsi dans notre démarche de recherche, nous analyserons le rôle de la manipulation lors de cette phase : la manipulation peut-elle être un outil pour la phase de dévolution ?

Les processus de dévolution et d'institutionnalisation sont complémentaires. Selon Annie Bessot⁵, lors de la phase de dévolution « l'enseignant fait d'abord le travail inverse du chercheur : il cherche à recontextualiser et repersonnaliser le savoir à enseigner: il cherche des problèmes qui vont donner du sens aux connaissances à enseigner ». (Bessot, 2004, p. 22-23) Ensuite l'institutionnalisation se déroule « quand l'élève a trouvé des solutions aux problèmes posés, il (l'élève) ne sait pas qu'il a produit une connaissance [...] permet de convertir une connaissance chez l'élève en un savoir réutilisable (dépersonnalisée, décontextualisée, détemporalisée). ». (Bessot, 2004, p. 22-23). Une phase d'institutionnalisation est aussi un moment essentiel, il vise à verbaliser ou faire verbaliser les nouveaux savoirs afin qu'ils puissent être pris en compte par les élèves.

Selon Brousseau (...), « La prise en compte "officielle" par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'institutionnalisation. »⁶. C'est le processus dans et par lequel le professeur signifie aux élèves les savoirs ou les pratiques qu'il leur faut retenir comme les enjeux de l'apprentissage attendu. Cette étape décontextualise les savoirs visés. Pour transformer les réponses et les connaissances des élèves en savoirs, les élèves vont devoir, avec l'aide du professeur, décontextualiser, dépersonnaliser la connaissance qu'ils ont produite afin de reconnaître dans ce qu'ils ont fait quelque chose qui ait un caractère universel, un savoir culturel réutilisable.

Ce moment est souvent suivi, soutenu par une trace écrite. Elle participe à la mise au point de la synthèse. Elle permet de produire une trace afin de conserver les notions essentielles travailler lors d'une séance, d'une séquence d'apprentissage. Elle peut prendre diverses formes : affichage, court texte, schéma, tableau, dessin donnant une visibilité/ représentation de à la notion visée, travaillée. Dans un souci d'efficacité, il est bénéfique de la construire avec les élèves au fur et à mesure afin qu'ils en perçoivent l'utilité. Elle prend place à la fin de chaque séance, généralement en même temps

⁵ Annie Bessot, est une collaboratrice bénévole, Maître de Conférences Hors Classe, Retraitée, Université Joseph Fourier, Grenoble 1. Elle a notamment étudié des contraintes du système d'enseignement et analyse des pratiques des enseignants et des élèves dans l'enseignement général et professionnel des mathématiques.

⁶ <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/06/MONTREAL-archives-GB1.pdf>

ou en suite de la phase d'institutionnalisation. D'ailleurs, le rapport Villani-Torossian (2018) ne manque pas de relever son importance : « La trace écrite est une référence qui permet à l'élève de structurer sa pensée, son savoir et ses compétences. Il ne faut pas la négliger. » (Villani-Torossian, 2018, p. 24).

ii. La validation

Également, nous allons examiner comment la manipulation peut fournir des moyens de vérification. Les phases de validation sont nécessaires lors d'un enseignement. Elles peuvent être réalisées par l'élève : on parle de situations auto-validantes. Elles peuvent être menées sous la direction de l'enseignant demandant à l'élève d'expliquer pourquoi la réponse donnée est valable : il s'agit alors pour l'élève de démontrer la validité irréfutable de la réponse notamment à travers des faits mathématiques (calcul, propriété, ...). Cette étape peut se réaliser de plusieurs façons : des échanges verbaux permettant d'explicitier une procédure, le savoir amené par l'enseignant, la confrontation de travaux d'élèves ou la manipulation. Chacune de ces modalités permettent de comparer des résultats entre eux, d'identifier la ou les procédures correctes. Dans le cas de la confrontation nous cherchons à identifier le résultat et la procédure correctes, pour les autres méthodes les procédures des élèves sont comparés à la, les procédures et le résultats que nous savons correcte.

iii. La différenciation

Selon les préconisations officielles (Eduscol, 2016), la différenciation pour l'enseignant est un moyen de permettre à tous les élèves d'arriver à un objectif commun par des moyens différents prenant en compte leur diversité, leur capacité, leur besoin. La différenciation sert à rendre plus efficace et équitable l'enseignement en s'adaptant aux besoins de chacun dans une optique de réduction des inégalités et de réussite de chacun notifie Eduscol. Il n'y a pas de modalité de travail unique pour la mettre en place, c'est l'alternance de travail collectif et individuel tout en modifiant différents éléments dans l'enseignement : les contenus, les structures, les productions et les processus. Ces adaptations individuelles ou collectives sont à la charge de l'enseignant pour être mise en place, ainsi les moyens et outils mis en place sont diverses et variés.

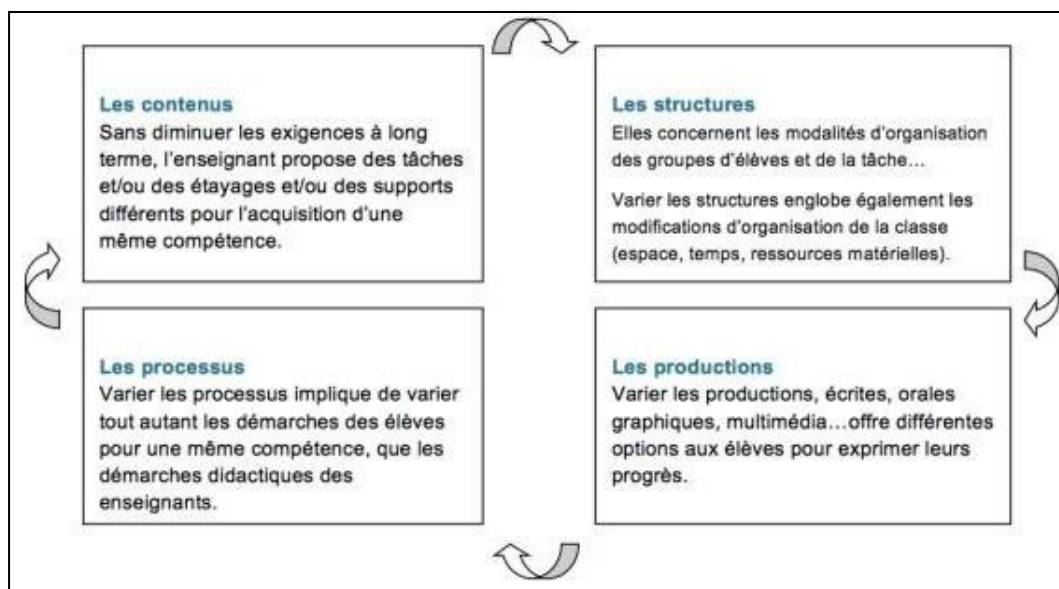


Schéma 3 : Quelles variables pour différencier ? Quatre axes de réflexions, Eduscol cycle 2 Français

Annie Feyfant dans *La différenciation pédagogique en classe*, en 2016 s'interroge sur la complexité et les différents moments et formes que peut prendre la différenciation. Ainsi, elle relève la vigilance des enseignants.

La manipulation en mathématiques a des rôles précis (anticipation de résultat, validation, support de réflexion, ...) et peut-être mise en place pour diverses raisons (phase de découverte, illustration, différenciation, engagement dans la tâche, ...). Nous allons alors préciser ci-dessous les méthodes et outils utilisés pour étudier celle-ci dans les manuels et dans les pratiques enseignantes actuelles.

Section 2 : Démarche de recherche/Partie expérimentale et cadre d'analyse

1. Choix méthodologiques

Avant d'expliquer la démarche de recherche, rappelons que nous cherchons à étudier si et comment les enseignants proposent des phases de manipulation et si les manuels permettent de développer ces pratiques notamment pour l'enseignement de la numération décimale de position car nous savons que ces ressources influencent la pratique des enseignants. Cela nous permettra alors de nous interroger sur le taux de présence de phases de manipulation proposées par les enseignants aux élèves. Notre étude porte sur des manuels de CE1 et des situations d'apprentissages sur les nombres à 3 chiffres.

En effet, en classe de CE1, cela fait déjà un an que les élèves étudient le principe décimal et le principe de position de numération entière avec les nombres à 2 chiffres. Ils commencent alors à travailler sur les nombres à trois chiffres ; ce qui présente plus de possibilités de décomposition, groupement ($12 = 1d+2u = 12u$ alors que $125 = 1c+2d+5u = 12d+5u = 1c+1d+15u = 10d+25u = 125u$) que les nombres à deux chiffres. Les élèves restent néanmoins dans une phase d'introduction sur le

travail des liens dans les nombres (principe de position), étape supposant mobiliser de la manipulation. C'est pour cela que nous avons souhaité centrer notre étude sur ce niveau, et ce contexte d'apprentissage des nombres à trois chiffres.

Comme l'a fait Tempier en 2010, nous avons donc souhaité analyser un corpus de manuels pour étudier les pratiques enseignantes et afin de savoir si ces ressources répondaient aux demandes et aux préconisations des instructions officielles. Quatre manuels seront analysés, nous justifierons notre corpus de manuels dans le premier paragraphe de la troisième section qui présente les supports utilisés pour notre expérimentation. De plus, comme le reprennent les programmes, l'introduction et la phase de découverte des notions semblent être à privilégier à travers des phases de manipulation et expérimentation. Ainsi, nous analysons en deux temps, en distinguant « activités introductives » et « exercices d'applications » ; cela nous permettra d'identifier la place, le rôle de la manipulation que chacune de ces phases mobilise. Ces résultats seront ensuite mis en regard avec les préconisations officielles (Programme de cycle 2, juillet 2020 et le rapport Villani Torossian). Nous avons également souhaité connaître l'opinion et la demande qu'ont les enseignants face à ces ressources que sont les manuels. La création d'un questionnaire nous permet alors d'accéder aux opinions de plusieurs enseignants.es sur la manipulation ainsi que sur leurs attentes vis-à-vis de ces ressources.

2. Cadre d'analyse

Nous avons étudié notre corpus de manuels en 2 temps.

Dans un premier temps, seulement le manuel de l'élève a été analysé à partir de la première grille ci-dessous (organisation mathématique et organisation didactique). Nous avons analysé le contenu des exercices et activités, nous tenons compte de l'organisation mathématique à travers 6 critères ainsi que de l'organisation didactique avec 5 critères indiqués ci-dessous.

<u>Organisation mathématique</u>	<u>Organisation didactique</u>
1_ Identifier les compétences mathématiques des élèves	1_Y'a-t-il une (des) phase(s) de manipulation ?
2_ Identifier les réponses/procédures attendues par l'enseignant	2_Est-ce que cela permet l'engagement des élèves dans la tâche mathématiques ? (principe de dévolution)
3_ Identifier les connaissances mobilisées	3_Les élèves vont-ils émettre des hypothèses, procédés à des tests ? avec quels objets ?
4_ Identifier les procédures éventuelles des élèves, avec les erreurs possibles	4_Comment se réalise la validation des propositions des élèves ?
5_ Identifier les difficultés possibles des élèves	5_Quelle trace écrite pour les élèves et l'enseignant ? (institutionnalisation)

6_Implique-t-il du matériel de numération ? pourquoi ? À quoi sert-il (engagement élève/ validation) ?	
--	--

L'identification de ces critères a été réalisée à partir des travaux des didacticiens en mathématiques comme Thierry Dias. En effet, dans son ouvrage *Manipuler et expérimenter en mathématiques : Agir, réfléchir, faire des maths autrement*, il souligne l'importance que la phase de manipulation soit inscrite dans la réalisation de la tâche, c'est pour cela qu'il est nécessaire de poser les 3 premiers critères pour étudier l'organisation mathématique, c'est-à-dire identifier la tâche de l'élève, les réponses et procédures attendues par l'enseignant et les connaissances mobilisées. De plus, les critères « procédures » et « erreurs éventuelles » et « difficultés possibles » permettront d'anticiper des moments de différenciation. Et l'identification du matériel évoqué dans le manuel permettra d'évaluer les conditions matérielles mises en place par les enseignants et de comparer avec le questionnaire sur le matériel qu'utilisent les enseignants.

Pour les critères d'analyse de l'organisation didactique, nous nous sommes appuyées sur les travaux de J. Briand afin d'analyser la prise en compte de l'activité de l'élève.

Dans un second temps, nous avons constaté la nécessité d'étudier simultanément le guide de maître car il apporte des informations supplémentaires sur les activités et exercices que propose le manuel de l'élève. Il complète le déroulé des séances, exercices par des moments de manipulation, de verbalisation et de différenciation parfois, non explicités dans le manuel de l'élève. C'est ce que nous allons voir ci-dessous.

i. Élaboration de la grille d'analyse des guides du maître (phase 2)

Comme dit précédemment, l'étude préliminaire des « manuels élève » a montré que les phases de manipulations ne sont souvent pas explicités dans la consigne c'est pour cela que nous réalisons donc l'analyse du guide du maître de chaque manuel du corpus. Aussi, nous avons pu remarquer que sur les quatre manuels étudiés chacun distingue les phases de découverte/recherche et d'entraînement. Cependant nous avons pu observer que la manipulation est régulièrement mobilisée durant le premier temps de découverte de la nouvelle notion mais elle reste parfois présente dans les exercices d'entraînement, de rebrassage. De facto, nous avons jugé nécessaire de maintenir notre étude à la fois sur les activités de découverte et les exercices d'entraînement. Néanmoins, nous distinguerons ces 2 activités de découverte, exercices d'entraînement afin de comprendre et visualiser l'organisation de la manipulation dans chacun des manuels. L'analyse des compétences et rôles de ces moments de manipulation seront regroupés à travers les mêmes critères d'analyse explicités ci-dessous.

Grille d'analyse des guides du maître (phase 2) :

- La tâche proposée est-elle recommandée par les programmes ?
- Présence de manipulation ?
- Si oui, est-elle explicitée dans la consigne ?
- Si implicite, comment est-elle amenée (guide du maître, matériel dans manuel élève) ?
- Quel est son rôle (recherche, support de réflexion, différenciation, remédiation) ?
- Quels matériels ?

Ainsi, cette seconde partie d'analyse se révèle essentielle. La connaissance du guide du maître deviendra alors un facteur pour la réussite de la mise en place des séquences proposées par le manuel de l'élève et un critère essentiel pour mettre en place des phases de manipulation au sein de ses exercices.

A partir de cela, nous interrogeons donc à l'aide d'un questionnaire les enseignants sur leur rapport au manuel et aux phases de manipulation.

ii. Élaboration du questionnaire sur les pratiques enseignantes

Ce questionnaire a été diffusé à une dizaine d'enseignants du cycle 2 et 3, soit sous forme d'un document Word ou d'un lien à un questionnaire Google Forms⁷ envoyé par mail, soit sous forme papier, selon la préférence de chacun. Nous avons essayé de varier les contextes sociaux et politiques des écoles dans lesquelles nous avons envoyé le questionnaire afin d'avoir une représentation fidèle à la réalité et à la diversité à laquelle nous devons faire face. Il a pour objectif de recueillir des opinions d'enseignants mais aussi leur discours sur ce qui se passe en classe lorsqu'est étudié le thème de la numération, sur l'usage de manuels et sur l'utilisation de la manipulation : Comment l'enseignant-t-ils ? Avec quel(s) support(s) ? Qu'en est-il réellement pour les élèves en classe ? Mais aussi, quel(s) rôle(s) prend le manuel dans la pratique d'un enseignant ?

Pour cette raison nous avons structuré le questionnaire qui a pour objectif de récolter des informations sur les pratiques enseignantes ainsi que des opinions afin de les confronter aux analyses de manuels et des programmes. Ma problématique traitant de la numération décimale, des manuels scolaires mais aussi de la manipulation, nous avons souhaité construire mon questionnaire selon ces 3 axes. Nous avons également proposé un quatrième axe visant à faire commenter 2 exercices différents (un impliquant de la manipulation et l'autre non). Cela permettra de révéler les préférences dans les pratiques pédagogiques de l'enseignant face à un cas concret.

⁷ Lien questionnaire par Google Forms : <https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeEDDn2zE20esZqmk9O4VLM-HHLA9q0xoLKgCMT595kx-zXg/viewform>

Les trois premières questions portent sur les choix d'enseignement de la numération décimale, sur les difficultés que celle-ci pose aux élèves

- 1) Dans l'enseignement de la numération décimale, quelle place accordez-vous à l'enseignement du principe de position ?
- 2) Quelles sont les principales difficultés des élèves sur ce thème ?
- 3) Comment procédez-vous pour remédier à ces difficultés là ?

Le choix de commencer par celle-ci vise à recueillir sans influence la relation qu'entretient l'enseignant avec l'emploi de la manipulation en classe (temps de recherche, outil de remédiation, aucun emploi) ; cela leur laisse la possibilité de l'évoquer naturellement.

La deuxième partie traite des manuels scolaires. Support principal de ma recherche mais aussi ressource première de l'enseignant, nous consacrons 2 questions relevant de son emploi et des critères que l'enseignant y recherche.

- 4) Pour l'enseignement de ce thème, utilisez-vous un manuel ? Si oui, lequel ? Si non, pourriez-vous transmettre l'un de vos supports ?
- 5) Quels sont vos critères de sélection pour un manuel, comment choisissez-vous un manuel de mathématiques (cycle 2/3) ?

Ces questions laissent encore une possibilité de mentionner la place de la manipulation dans leur pratique mais aussi dans les ressources sur lesquelles ils se reposent. Ont-ils besoin d'être guidé pour la mettre en place ou le font-ils indépendamment ?

Ensuite une troisième partie, propose l'analyse de 2 extraits d'exercices sur le thème de la numération décimale de position.

- 6) Voici 2 extraits de manuels, ces exercices vous paraissent-ils intéressants ? Les proposeriez-vous dans votre classe ?

Comment avons-nous sélectionné les 2 exercices proposés en troisième partie du questionnaire ?

Extrait 2 :

Pour cette question-là, nous avons d'une part souhaité sélectionner 2 exercices pour lesquels la tâche principale est la même (composer, décomposer) pour que l'analyse par les enseignants soit centré implicitement sur la présence de manipulation et sur la mise en œuvre de ceux-là. En effet, ce type de compétences étant recommandé dans les programmes et instructions officielles ce choix m'est donc paru approprié. Nous avons choisi ces exercices dans les manuels *Cap Maths* et *J'apprends les*

maths avec Picbille car après une analyse à priori, il s'oppose dans leur méthodes (manipuler ou non) ; ce qui sera mis en évidence dans ultérieurement.

L'exercice extrait du manuel *J'apprends les maths avec Picbille* propose une illustration de chaque cas de l'exercice qui est également reproductible avec les éléments cartonnés fourni par le manuel. Il se compose en 2 étapes. Il propose de retrouver le nombre schématisé par le matériel en retrouvant les groupements par unité de numération puis de le traduire en écriture chiffré usuelle. Celui-ci nous semble donc pertinent car la manipulation et la représentation proposées ne jouent pas le rôle d'une simple illustration mais sont le support premier sur lequel l'élève va devoir réfléchir. Il renvoie à la manipulation avec le rôle de toucher/déplacer avec le matériel disponible et à l'expérimentation avec le rôle d'éprouver, essayer d'interpréter une modélisation. Celui-ci associe la décomposition par unité de numération au nombre tel que cela permet de lier la fonction de position à la place du positionnement du chiffre dans le nombre.

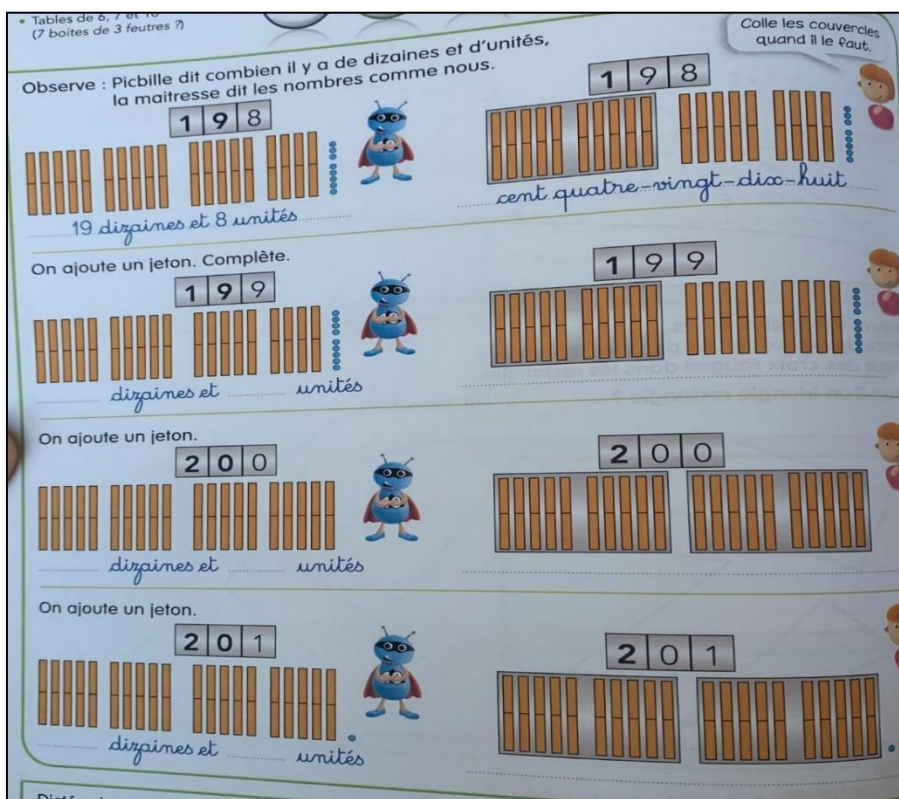


Photo 1: Exercice 1 p116, *J'apprends les maths* (CE1, éd. Retz)

A contrario, nous avons choisi l'exercice du manuel *Cap maths* car il ne propose aucune illustration et/ou manipulation pour résoudre cette tâche. En proposant des compétences de composition et recomposition, celui-ci mobilise le sens des apprentissages et associe principe décimal ($4d = 10+10+10+10 = 40$) et principe de position (où se positionne le chiffre en fonction de sa valeur et inversement).

4 Complète.		
exemple 42	4 dizaines et 2 unités	$10 + 10 + 10 + 10 + 2$
204		
310		
	4 dizaines et 2 centaines	
		$100 + 100 + 10 + 10 + 6$
	8 unités et 2 centaines	

Photo 2: Exercice 4 p. 40, Fichier d'entraînement Nombres et grandeurs, Cap maths (CE1, éd. Hatier)

Cette question nous permet d'observer les points de vue et différentes interprétations que l'on peut avoir d'un exercice. En effet, cela fait ressortir la polyvalence des exercices et montre qu'ils n'ont pas une position définie dans l'apprentissage l'élève. Ces exercices étant à la fois liés dans la tâche mais opposés dans la résolution (manipulation/ pas de manipulation), cela nous paraît par conséquent intéressant de les soumettre aux enseignants.

Enfin la dernière partie, et dernière question aborde pour l'unique fois explicitement dans ce questionnaire la question de la manipulation (sa place dans l'enseignement de la notion, les modalités de son utilisation, ...).

- 7) Pour l'enseignement de la numération décimale, organisez-vous des phases où les élèves manipulent ? Si oui, pourriez-vous en donner une description (quels objets sont manipulés pour répondre à quelle consigne ?) et dire pourquoi cela est-il important ? Si non, pour quelles raisons ?

Ce questionnaire va nous permettre de retrouver ou non les organisations proposées dans les manuels.

Section 3 : Analyses

Dans un premier temps, nous allons analyser distinctement les données concernant les manuels et celles concernant le questionnaire pédagogique. A l'aide de graphiques nous nous intéresserons pour chacun aux taux de manipulation et aux compétences travaillées pour construire la notion de numération décimale de position. De plus pour le questionnaire pédagogiques nous identifierons les difficultés pouvant être rencontrées par les élèves pour cette notion et nous relèverons les critères de sélection d'un manuel pour les enseignants. Grâce à ces analyses, nous proposerons des activités et exercices adaptés pour cet enseignement et nous proposerons des solutions pour développer des phases de manipulation en classe.

1. Etude des manuels

i. Présentation des manuels

Dans le but de réaliser cette étude, il nous a fallu créer un corpus de manuels scolaires. Nous en avons sélectionné 4 pour être soumis à cette étude :

- *J'apprends les maths avec Picbille* éd. Retz rédigé sous la direction de Rémi Brissiaud maître de conférences de psychologie expérimentale et son équipe André Ouzoulias professeur agrégé, Florence Suire, François Lelièvre tous deux professeurs des écoles et Pierre Clerc instituteur.
- *Cap Maths* éd. Hatier (fichier d'entraînement nombres et calculs) créé sous la direction de Roland Charnay professeur de mathématiques et son équipe : Georges Combier professeur de mathématiques, Marie-Paule Dussuc professeur de mathématiques en ESPE et Dany Madier professeur des écoles.
- *Les maths avec Léonie* éd. Bordas (cahier 1 et 2) coordonné par Laura Schall professeur certifié en mathématiques et réalisé avec Mélanie Cueto professeur des écoles et maître formateur à Paris, Caroline Giradot professeur certifiée de mathématiques et formatrice à l'INSPE de Paris.
- *Maths au CE1* Accès édition produit par Gaëtan et Sophie Duprey respectivement conseiller pédagogique et institutrice, Fabienne et Isabelle Mauffrey respectivement professeur des écoles et conseillère pédagogique et Véronique Godé professeur des écoles.

Nous allons voir ci-dessous les raisons pour lesquelles nous avons établi ce corpus de manuel.

Précisions que l'étude de ces manuels est également réalisée avec leur guide/livre du maître respectif.

Dans un premier temps, nous avons sélectionné *J'apprends les maths avec Picbille* par curiosité car celui-ci était mon manuel scolaire. Il s'est avéré, que celui-ci est un précurseur de la manipulation dans les manuels, avant même les recommandations celui-ci l'a exploité déjà. Ensuite, nous nous sommes orientées vers le manuel *Cap maths*, celui-ci étant plutôt répandu dans les classes, il nous a alors semblé intéressant d'étudier sa méthode. Celui-ci oriente sa méthode autour de situation problème qu'il pense être « un enjeu et moteur des apprentissages »⁸, il utilise une approche spiralaire des connaissances et souligne l'importance d'explicitier mais aussi la nécessité d'exercices d'application pour ancrer les connaissances. D'autre part, nous nous sommes penchées sur les *Maths au CE1* de chez Accès, car principalement éditeur pour la maternelle, ils se sont diversifiés à l'élémentaire. Comme nous le savons, l'apprentissage au cycle 1 passe essentiellement par la manipulation c'est pour cela que nous avons souhaité étudier le manuel de CE1, afin de constater s'ils ont conservé cette approche. Finalement, le dernier manuel de ce corpus *Les maths avec Léonie*,

⁸ <https://capmaths.editions-hatier.fr/focus-sur/quelques-orientations-de-la-methode-cap-maths>

repose sur la méthode Singapour. N'étant pas familière avec celle-ci, son étude permettra de nous éduquer mais aussi de mettre en lumière les éléments qui font qu'elle est recommandée dans le rapport Villani-Torossian.

Notons que ces manuels ont pour certains d'entre eux étaient conçus par des formateurs d'INSPE et par des didacticiens en mathématiques ; ce qui leur procure une certaine légitimité institutionnelle.

Qu'est-ce que la méthode Singapour ?

Le terme « méthode Singapour » s'est vu créé aux Etats-Unis. Elle a été conçue au début des années 80 par une équipe de professeurs de mathématiques mandatée par le ministère de l'éducation de Singapour. Celle-ci repose sur les bases de recherches de divers pédagogues comme Jérôme Bruner, Jean Piaget, George Polya ou encore Maria Montessori. Cette méthode devient mondialement renommée lorsqu'elle obtient pour la première fois la première place au classement TMISS⁹ en 1995 puis en 2008 au classement PISA¹⁰. Elle repose sur 3 aspects fondamentaux : modélisation, l'approche « concrète – imagée – abstraite » et verbalisation.

L'étape de modélisation permet de mettre en image des situations difficiles, abstraites. L'enseignant dans cette étape a pour rôle de guider l'élève (à travers des questions) pour qu'il réalise le bon schéma. Durant la seconde phase, dite de l'approche, la transition du concret à l'abstrait est recherchée. Chaque nouvelle notion est premièrement abordée par le concret à travers des situations de la vie courante mais aussi par des représentations, par des objets (cubes, jetons, enveloppes, ...). Il est à noter que celle-ci s'inspire de la pédagogie de Maria Montessori. Dans cette même phase, il est abordé des situations que l'élève puisse représenter par des schémas. Retenons que ce moment n'est pas spécifique à la méthode Singapour mais que son moment d'intervention dans la méthode lui confère son originalité. Cela permet de formaliser et même d'institutionnaliser comme le référait Guy Brousseau. Puis l'abstrait intervient enfin, il s'agit ainsi de représenté par les nombres et les symboles mathématiques. Finalement, le troisième et dernier temps clé de cette méthode est la verbalisation, elle sert aux élèves comme moyen de communiquer leur pensée, réflexion lui permet de décrire et expliquer les étapes de son cheminement. L'enseignant ici, fournit des exemples pour aider l'élève à étayer son propos.

⁹ Le classement TMISS (Trends in International Mathematics and Science Study) "est une enquête internationale sur les acquis scolaires, coordonnée par l'International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) (wikipedia)

¹⁰ Le classement PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves) est un ensemble d'études menées par l'Organisation de coopération et de développement économiques visant à mesurer les performances des systèmes éducatifs des pays membres et non membres (wikipedia)

ii. Ce qu'il en ressort

Avant même d'avoir étudié les activités et exercices dédiés à la notion de numération de position décimale, nous avons d'abord constaté et relevé la méthode de travail que chacun utilise. Pour 3 d'entre eux, les manuels *J'apprends les maths*, *Les maths avec Léonie* et *Maths au CE1 de Accès* propose un déroulement incluant a priori de la manipulation dans leur apprentissage général.

J'apprends les maths, Retz	Les maths avec Léonie, Bordas	Maths au CE1, Accès
1) Découverte 2) Appropriation 3) Entretien	1) La manipulation 2) L'observation 3) La modélisation mathématique 4) L'entraînement 5) L'utilisation de jeux mathématiques 6) La résolution de problème	1) Manipulation, Expérimentation 2) Représentation 3) Abstraction

J'ai souhaité réaliser la sélection des différentes activités et exercices à partir du sommaire lorsque cela était possible afin d'analyser au plus proche la construction de chacun des manuels. Ainsi pour les manuels *Cap maths*, *J'apprends les maths* et *Les maths avec Léonie* le sommaire était assez détaillé la sélection provient donc uniquement du sommaire. A contrario, le détail du sommaire pour *Maths au CE1 de Accès* n'a pas suffi, nous avons donc établi la sélection en partie avec le sommaire puis par nos connaissances sur le sujet et par rapport aux autres manuels.

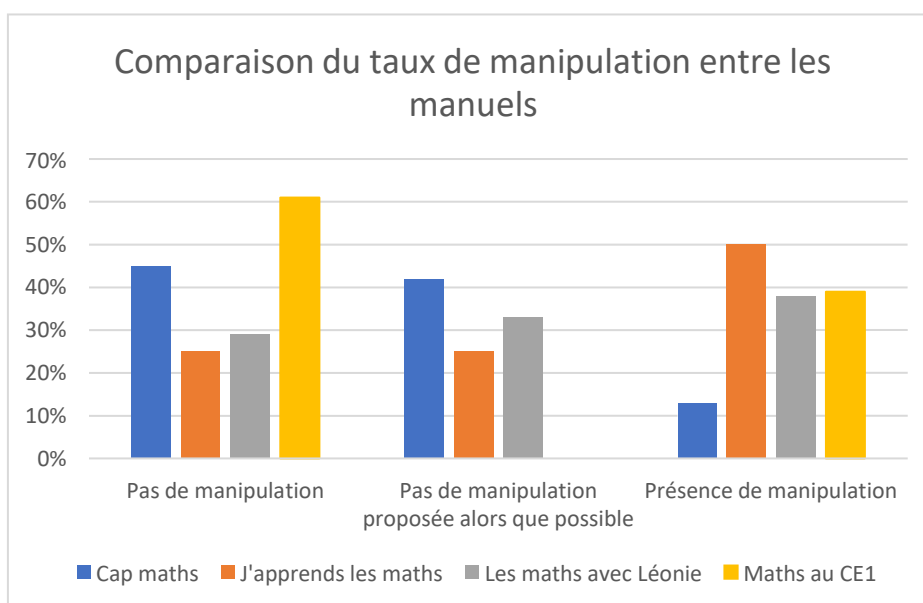
a. La manipulation

Pour commencer, nous avons décidé d'établir un graphique analysant le taux de manipulation dans chacun des manuels. Cela nous permet d'avoir dans un premier temps une vue d'ensemble sur la présence de manipulation face à cette notion. Notons que ce tableau est un résultat plus poussé car nous y avons ajouté l'analyse des activités et exercices ne sollicitant pas de manipulation de la part du manuel de l'élève ou du guide du maître alors que c'était possible, d'où le critère « Pas de manipulation alors que possible ». Ces activités et exercices ont été recensés lors d'une analyse finale lorsque tous les exercices proposant de la manipulation avaient été relevés. Certains d'entre eux proposaient la même situation que certains relevés avec de la manipulation. Cette étape nous est parue nécessaire car elle permet d'observer une progression dans les apprentissages ou l'absence de la mise en place de manipulation. Ce critère soustrait au simple critère « Pas de manipulation » les activités

et exercices ne proposant aucune manipulation alors que la présentation, dispositif de ceux-ci le permettaient.

	Nombre d'exercices pour notre situation d'étude	Pas de manipulation	Pas de manipulation proposée alors que possible	Manipulation
Cap maths	31	14	13	4
J'apprends les maths	23	6	7	13
Les maths avec Léonie	80	23	25	32
Maths au CE1	29	18	0	11

Nous pouvons constater dans un premier temps que nos quatre manuels proposent de la manipulation ce qui est réconfortant quant à la place de la manipulation dans les manuels et dans les programmes et recommandations officielles comme le préconise le rapport Villani-Torossian. Cependant, la présence de manipulation reste différente pour chacun. Sans surprise face à la présentation de leur méthode les manuels *J'apprends les maths*, *Les maths avec Léonie* et *Maths au CE1* ont un taux de manipulation largement supérieur au manuel *Cap maths* (au moins trois fois plus).



Le manuel *J'apprends les maths* concernant le nombre d'exercices qu'il dédie à notre situation d'étude a alors le taux de manipulations le plus élevé. Avec 26 activités et exercices travaillant la numération décimale de position pour les nombres à 3 chiffres, la moitié soit 50% de ceux-ci mobilisent de la manipulation. Divers rôles lui sont associés, phase de validation par le tracé, support de la phase de recherche notamment pour les situations problèmes et encore outils pour l'élève dans sa recherche : appropriation des informations en dessin/schéma. Pourtant celle-ci n'est pas explicitée aux élèves sur leur manuel par un titre ou dans les consignes, elle est seulement donnée à l'enseignant

dans le guide du maître. Nous pouvons constater alors que la seconde moitié de ces exercices ne proposent de manipulation dont 7 d'entre eux proposent des situations où cela est pourtant possible. Bien que ce manuel propose le moins d'activités et exercices sur la notion il est pourtant celui qui mobilise dans cela le plus de manipulation, 50% de manipulation au sein des activités et exercices. De plus, nous constatons que les temps de manipulation proposés sont répartis également sur les activités de découverte et les exercices d'entraînement (rajouter note de bas de page pour référence à l'annexe du tableau de répartition). La réalisation des phases de manipulation proposées par le manuel est facilement réalisable car l'essentiel du matériel nécessaire est fourni par les planches cartonnées au fond de chaque manuel d'élève. Également, du matériel supplémentaire est fourni avec le guide du maître permettant notamment de réaliser des activités de remédiation plus varié.

Le manuel *Les maths avec Léonie* est celui qui propose le plus d'activités et exercices sur la notion, 80 en tout. Ainsi s'appuyant sur la méthode Singapour il reprend méthodiquement et à chaque leçon le déroulé suivant :

1. Je manipule
2. J'observe
3. J'apprends
4. À mon tour

Nous retrouvons alors le deuxième taux de manipulation le plus important presque 38%. Elle est stipulée, explicitée dans les consignes des exercices et notamment dans la phase introductrice de chaque leçon, séance par le titre « Je manipule ». Se démarquant des autres manuels par l'explicitation plus régulière de la manipulation dans la consigne caractéristique spécifique de la méthode Singapour chaque leçon et séance sont introduites par de la manipulation, le guide pédagogique reste cependant nécessaire puisqu'il met au jour certaines phases de manipulation non explicites dans le fichier des élèves. Divers outils sont utilisés comme des cubes, barrettes ou plaques de couleurs, ou encore de la monnaie factice, le tableau de numération et l'usage de l'ardoise pour dessiner, schématiser Par ailleurs, nous constatons alors que 62% d'activités ne mobilisent pas de manipulation alors que 33% d'entre elles le pourraient.

D'une part, le manuel *Maths au CE1*, avec 29 exercices sur la notion propose une peu moins de 40% de manipulation à travers cela soit 11 exercices. D'ailleurs, nous avons pu situer les phases de manipulation essentiellement dans les activités de découverte (8 activités) et seulement 3 exercices

de manipulation lors d'exercices d'entraînement sur les 11 mobilisant la manipulation. Chaque séquence propose donc de la manipulation mais les exercices proposés dans le manuel des élèves (séance 3 bilan) est la confirmation de l'abstraction de la notion, il n'y a donc pas de manipulation pour ces exercices. Le guide du maître semble alors impératif à cette méthode. Il anime et explicite les séances 1 et 2. La séance 1 présente systématiquement de la manipulation or pour la séance 2 cela varie, celle-ci laisse parfois place à la transition vers l'abstraction. Le matériel utilisé reste le même pour la numération : cubes, barrettes de cubes, plaque et ardoise pour dessiner ou réfléchir plus aisément car elle permet d'effacer et recommencer sans souci. Il est important de souligner qu'il s'agit du seul manuel exploitant la manipulation des situations qu'il propose car le reste des exercices n'en proposant pas n'en nécessite pas ou n'en offre pas la possibilité. Ainsi, il reste 60% des exercices sans manipulation proposée et possible.

Puis pour le dernier manuel *Cap maths*, nous observons que le taux de manipulation est le plus faible, 13% des activités et exercices en proposent soit 4 sur les 31 concernant notre champs d'étude. Pour un total de 87% d'exercices sans manipulation, il présente le taux le plus important présentant des situations où ces phases restent possibles mais où ce n'est pas exploité. Cela représente 42% des 87% d'exercices sans manipulation. Les quelques phases de manipulation sont présentes en début d'unité et nous en retrouvons aussi dans les étapes de bilan et révision. Cependant, pour une méthode originellement destinée au cycle 1, les phases de manipulation sont proposées comme des temps d'atelier et donc uniquement présentes sur le guide de l'enseignant et non pas sur le manuel des élèves. De plus, la manipulation est considérée comme un outil de différenciation alors que 42% composant ces 87% pourrait en proposer de diverses façons (manipulation de cadran de numération, dessin, billes/boules de papier, matériel pour la base de 10 (cubes, réglette, ...)), c'est-à-dire comme un support de réflexion, un outil d'anticipation de résultat et/ou de validation.

Pour conclure sur la place de la manipulation dans les manuels pour l'enseignement de la numération décimale de position sur les nombres à 3 chiffres en CE1, il est rassurant de constater une volonté de la part des éditeurs et des équipes de rédaction de proposer la mise en œuvre des temps de manipulation. Nous retrouvons la plus grande partie des phases de manipulation dans les activités de découverte notamment pour illustrer la notion afin de la rendre concrète et perceptible pour les élèves, comme cela est préconisé dans les programmes. Les travaux de Dias lorsqu'il explique le rôle de la manipulation soulignent qu'en début de séquence la manipulation permet d'observer les compétences, théorèmes en actes des élèves. Cela permettra ensuite à l'enseignant de guider, d'organiser, d'anticiper les difficultés pour cette notion. Nous avons pu comprendre que

l'organisation de ces phases répond également à une volonté d'engagement des élèves dans la tâche qui s'inscrit alors dans des activités de résolution de problèmes ou encore des mises en scène de défis : c'est le cas du manuel *J'apprends les maths* lorsqu'il l'emploie dans les compétences de composition/décomposition avec l'écriture de Picbille et celle de la maîtresse) comme le conseille aussi le rapport Villani-Torossian.

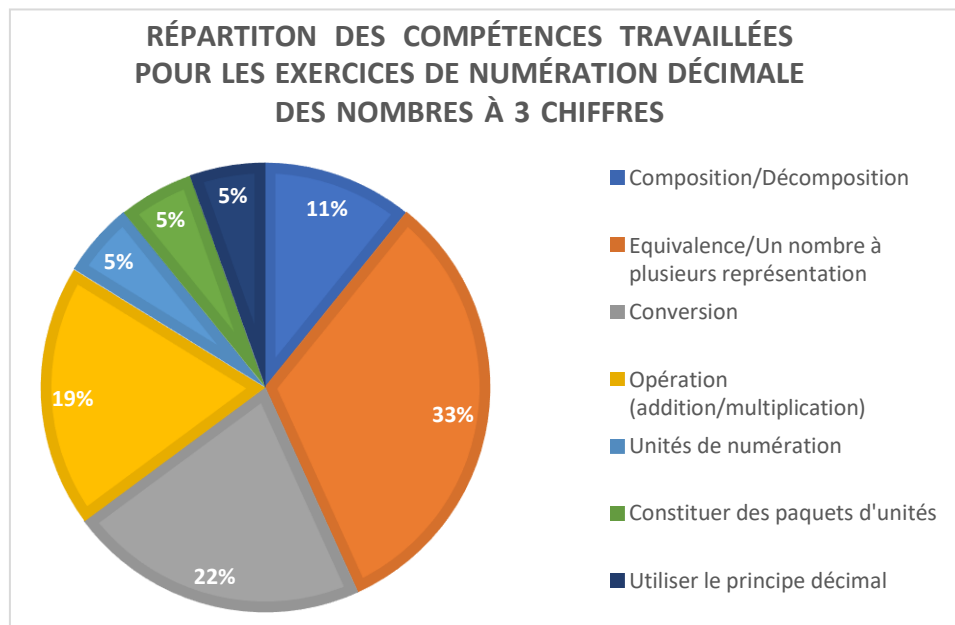
b. Les compétences mobilisées pour construire le principe de numération décimale de position

Les 4 manuels mobilisent l'ensemble des diverses compétences requises par les programmes, construisant ainsi simultanément le principe décimal et le principe de position. Notons qu'avec une répartition presque équitable sur la majorité des compétences pour le manuel *Les maths avec Léonie*, les 2 compétences les moins mobilisées sont celles travaillant le principe décimal puisque cette méthode ne recommande pas l'apprentissage simultané des 2 principes de notre numération malgré les programmes et les recherches menées par Tempier et Chambris. Ainsi nous retrouvons 7 à 8 compétences dans les manuels pour construire les savoirs de la numération décimale et plus particulièrement le principe de position.

Compétences rencontrées dans les manuels
- composer/décomposer ;
- équivalence/un nombre à plusieurs représentation ;
- l'opération (addition/multiplication) ;
- les unités de numération ;
- utiliser le principe décimal ;
- conversion ;
- constituer des paquets d'unités ;
- comparaison.

Dans le manuel *J'apprends les maths*, le principe de numération décimale de position pour les nombres à 3 chiffres est abordé au travers de 26 exercices mobilisant le croisement avec le domaine des grandeurs et mesure, comme cela est conseillé dans le programme de cycle 2. Ces 26 exercices mettent alors en jeu 7 compétences, compétences pour travailler le principe de numération décimale de position : composer/décomposer (4x) ; équivalence/un nombre à plusieurs représentation (12x) ;

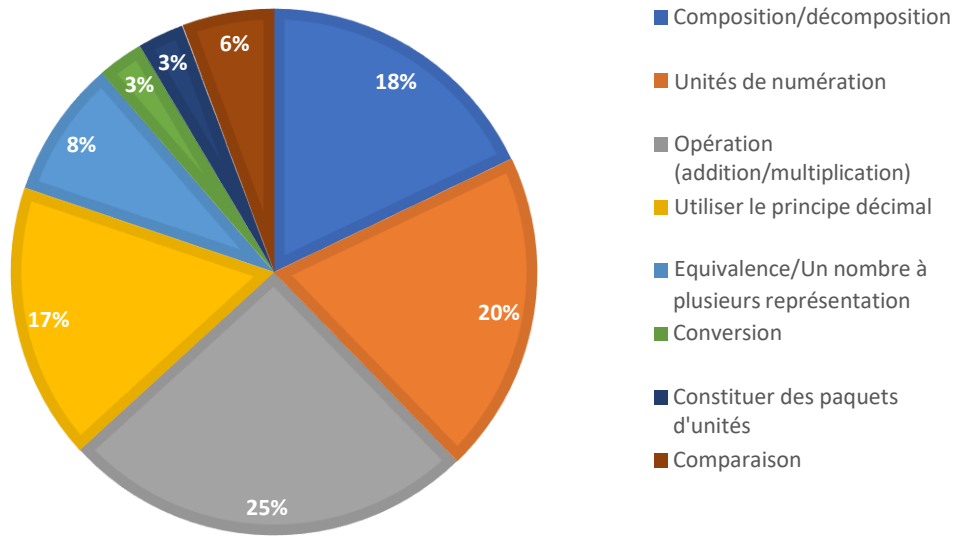
l'opération (addition/multiplication) (7x) ; les unités de numération (2x) ; utiliser le principe décimal (2x) ; conversion (8x) et constituer des paquets d'unités (2).



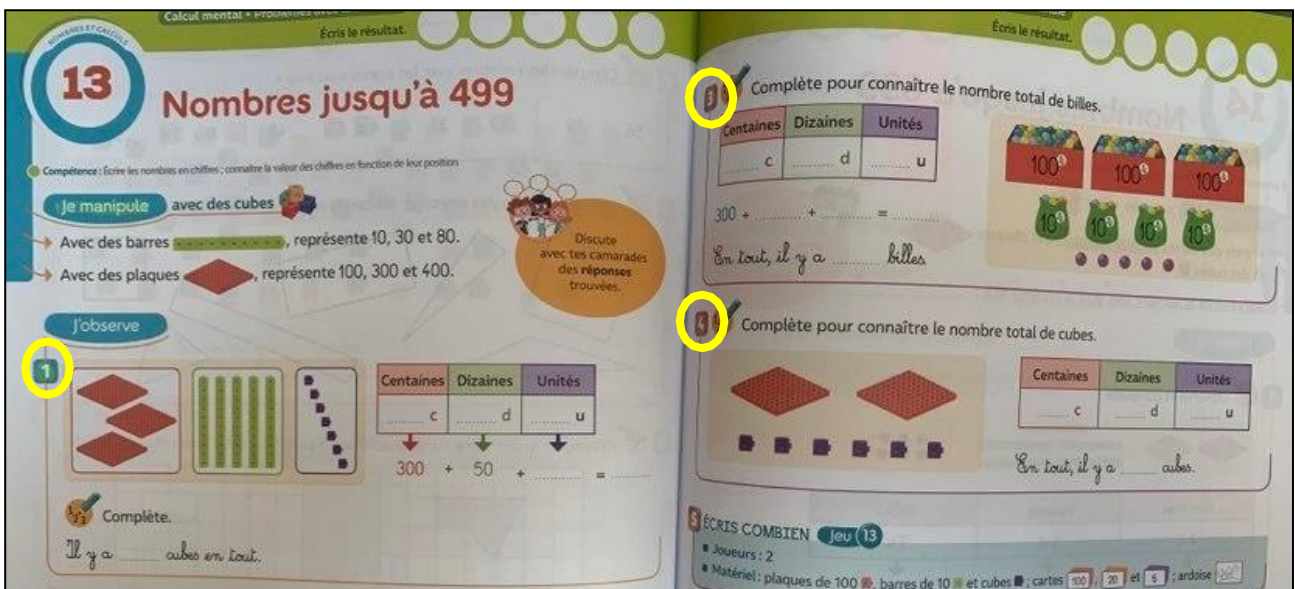
Il est remarquable qu'un travail sur le sens et la compréhension des relations entre les unités de numération pour désigner un nombre est mené avec ce manuel car 12 exercices sollicitent la notion d'équivalence et de diversion représentation/expression d'un nombre. De plus, une approche « interdisciplinaire » mobilisant la conversion avec la monnaie et les unités de mesure de longueurs est proposée comme cela est recommandé dans les programmes.

Pour le manuel *Les maths avec Léonie*, la méthode précise que les aspects décimal et de position sont d'abord étudiés séparément puis seront réinvestis conjointement au fur et à mesure que le champ numérique s'agrandit. Cela est justifié par l'objectif d'assurer une progressivité adaptée à tout profil de la classe. Afin d'atteindre la compréhension de cette notion, 8 compétences sont mobilisées à travers 61 exercices identifiés : composer/décomposer (19x) ; équivalence/un nombre à plusieurs représentations (9x) ; l'opération (addition/multiplication) (27x) ; les unités de numération (21x) ; utiliser le principe décimal (18x) ; conversion (3x) ; constituer des paquets d'unités (3x) et la comparaison (6x).

RÉPARTITION DES COMPÉTENCES TRAVAILLÉES POUR LES EXERCICES DE NUMÉRATION DÉCIMALE DES NOMBRES À 3 CHIFFRES



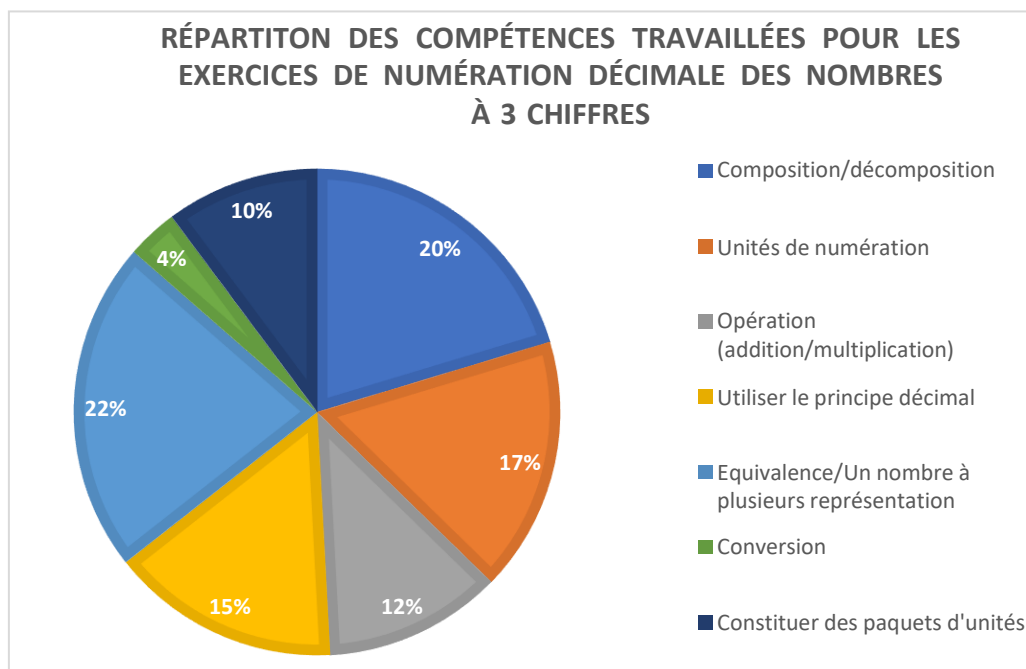
La compétence la plus présente est effectuer une opération. En effet celle-ci est nécessaire dans la composition/décomposition mais aussi, dans les exercices de groupements, de conversion. Contrairement aux 2 manuels étudiés précédemment, les unités de numération avec l'usage du tableau de numération sont fortement mobilisées, il est présent dans 20% des exercices(soit 21 exercices). Voici quelques exercices relevés dans le premier cahier : 1 p. 36, 1-3-4 p. 46-47, 1 p. 48, 6-9-10 p. 52-53, 1-2 p.78.



Extrait 1: Exercices 1, 3, 4 p. 46-47 (Les maths avec Léonie, éd. Bordas)

Néanmoins, un point commun apparaît, les compétences de groupement et conversion restent pour ces 3 manuels les moins sollicitées. Notons aussi qu'aucun croisement avec l'enseignement des notions de mesures de longueur (cm/m) n'est réalisé.

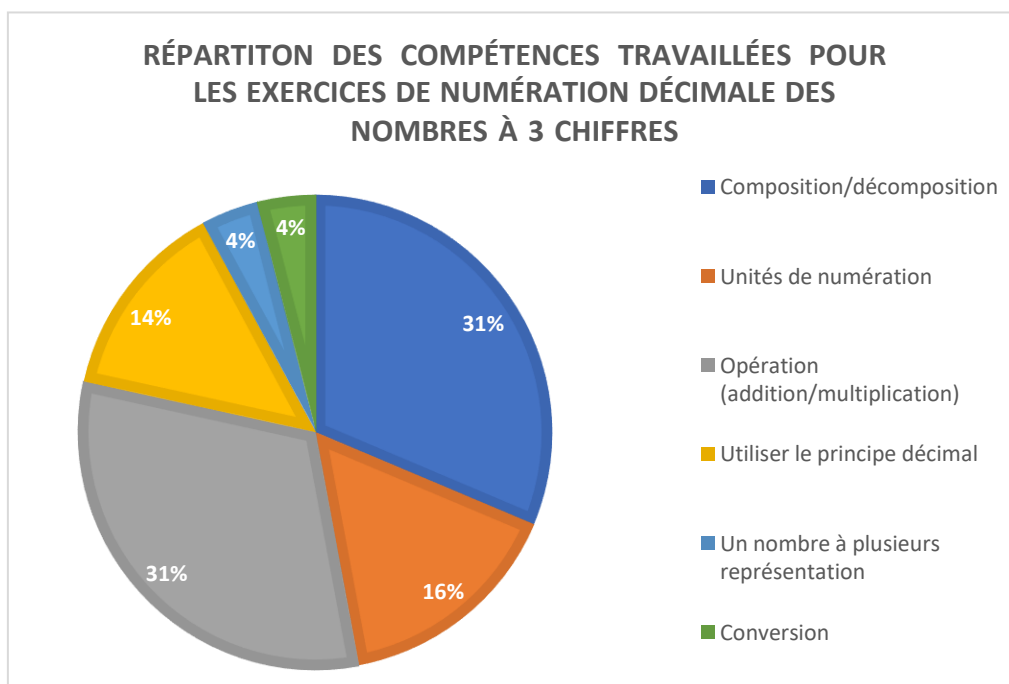
Dans le manuel *Maths au CE1*, les exercices mobilisent 7 compétences suivantes : composer/décomposer (12x) ; équivalence/un nombre à plusieurs représentations (13x) ; l'opération (addition/multiplication) (7x) ; les unités de numération (10x) ; utiliser le principe décimal (9x) ; conversion (2x), constituer des paquets d'unités (6x).



J'ai pu constater que ce manuel met avant un travail sur le sens du principe décimal et du principe de position à travers les compétences de composition/décomposition mais aussi avec les égalités de représentations d'un nombre. Ce manuel cherche à faire comprendre aux élèves les relations dans la construction du nombre. C'est ainsi que ces compétences représentent respectivement 20 et 22% des compétences dans les exercices. De facto, les unités de numération et leurs liens prennent donc 17 et 15% de places dans les exercices. D'un autre côté, il est notable qu'aucun lien avec les mesures de longueurs ou la monnaie n'est établi dans ce travail malgré leur présence dans les recommandations officielles ; ce qui justifie le nombre faible d'exercices de conversion, seulement 4%.

Enfin pour le manuel *Cap maths*, 6 compétences sont utilisées pour construire cette notion : composer/décomposer (16x) ; les unités de numérations (8x) ; les opérations (addition/multiplication)

(16x) ; utiliser le principe décimal (7x) ; un nombre à plusieurs représentations (2x) ; les conversions (2x).



Chacune de ces compétences sont parfois associées à d'autres dans un même exercice comme composer/décomposer, les unités de numération, le principe décimal avec les différentes représentations est étudié. Conformément au programme, les compétences composer et décomposer un nombre est majoritairement réalisée puisqu'elle représente 31% des compétences pour cette notion. Il est également remarquable que la compétence opération (addition/multiplication) est le même taux de présence que la compétence composer/décomposer puisqu'elle est nécessaire à la réalisation de cette tâche. De plus, un lien est établi avec la monnaie et ses conversions de centimes à euros et inversement.

Certains manuels se concentrent sur des compétences de base pour travailler les principes de position et décimal comme *Cap maths* qui majoritairement propose des activités de composition et décomposition, nécessitant de mobiliser les opérations (addition, multiplication).

J'apprends les maths propose une uniformité du travail de chaque compétence en insistant sur l'équivalence entre diverses représentations d'un même nombre. C'est le seul à travailler à partir des grandeurs métriques pour donner du sens aux relations entre les unités de numération à l'aide de conversions.

Pour finir, chaque manuel travaille différemment la notion, chacun fait l'effort d'intégrer de la manipulation malgré une présence hétérogène. D'autre part, un nombre de compétences communes

et se retrouvent dans les manuels cependant une recommandation *utiliser les grandeurs métriques et de masse* n'est pourtant prise en compte que par le manuel *J'apprends les maths*. Regardons si nous retrouvons cela dans les pratiques enseignantes.

2. Questionnaire pédagogique

i. Présentation du questionnaire et des interlocuteurs

Ce questionnaire a été proposé à des enseignants dans diverses écoles avec des contextes sociaux plus ou moins variés. Comment sont choisis ces enseignants ? Quelle prise de contact ? Sept enseignants ont répondu à celui-ci, par souci de confidentialité nous les associerons à des lettres capitales de l'alphabet aléatoirement distribué.

Ville d'enseignement	Pérols (34470)		Montpellier (Saint Eloit)	Candillargues (34130)		Lattes (Boirargues)	Lattes (Cougourlude)
Niveau de classe actuel de l'enseignant	CE1-CE2	CM2	CP-CE1	CM2	CE2-CM1	CE2	CP-CE1
Lettre référente	A	B	C	D	E	F	G

Les enseignants A, B, F, G sont en poste dans deux villes proches, accueillant des classes sociales moyennes (parfois même aisés), ce sont des zones avec des quartiers résidentiels. Les enseignants D et E sont dans un village proche de la zone urbaine mais avec un fond de zone rural. Cette commune accueille des classes sociales moyennes mais aussi plus basses. Enfin, l'enseignante C se situe sur une école dans le commune de Montpellier dans le quartier de Saint Eloi. Ce quartier accueille toutes les classes sociales (basses, moyennes et hautes) ce qui engendre une diversité des populations dans les écoles et les classes.

ii. Ce qu'il en ressort

a. La numération décimale de position

L'enseignement du principe de numération décimale de position est un enjeu que les enseignants considèrent comme fondamental. Il est compris et perçu comme essentiel pour la poursuite des apprentissages, c'est ce que rapportent les 7 enseignants : l'enseignant C parle de « position centrale », selon l'enseignant A, c'est « fondamental ». Les 2 principes s'enseignent simultanément comme le souligne l'enseignant G : « La place du principe de position est centrale et se fait conjointement à la découverte du système décimal ». Nous retrouvons cependant 2 méthodes d'enseignement, comme le présente 6 enseignants sur 7 : des séquences spécifiques lui sont dédiés

pour travailler dans un premier temps le principe décimal et le principe de position afin de donner du sens et de permettre d'avancer des apprentissages de mathématiques ou encore dans Questionner le monde.

Cependant cet apprentissage pose souvent des difficultés aux élèves, tel que la compréhension du sens d'écriture puisqu'il est inverse à celui de l'écriture littéraire non numérique) comme le remarque l'enseignants A. Une deuxième difficulté qui ressort est la confusion entre chiffre et nombre. En effet le nombre représente une valeur, une quantité alors que le chiffre est un symbole, l'outil graphique. De plus, le nombre zéro semble être problématique pour certains élèves qui ne savent pas comment l'interpréter. Enfin, les principes décimal et de position sont parfois trop abstraits pour les élèves qui n'arrivent alors pas à leur donner de sens (1 dizaine = 10 unités), (mémoriser les noms des unités de numération et leur organisation scripturale pour écrire le nombre : m c d u ; un chiffre n'a pas la même valeur selon sa position : 256 -> 2c = 200, 124 -> 2d = 20, 872 -> 2u = 2). C'est notamment ce qu'identifie l'enseignant G « La confusion entre « 1 » dizaine et « 10 ». Cela peut générer 2 types d'erreurs : ils dénombrent par exemple 2 groupes de 10 et 3 unités : ils écrivent 203 (pour 20+3) ; pour décomposer un nombre comme 23, ils écrivent 2+3 ».

Ainsi pour remédier à ces difficultés, les enseignants n'hésitent pas à revenir en arrière en proposant des activités, exercices de début de séquence ou du niveau inférieur pour construire une connaissance solide. Diverses techniques, méthodes peuvent être employées. Certains enseignants cherchent à revenir au sens à travers des compétences de décomposition ou encore essaie d'adapter le vocabulaire pour rendre les situations plus accessibles notamment avec le vocabulaire de Stella Baruk¹¹ qu'utilisent l'enseignant C « je présente aux élèves le fait que dans un nombre à 2 chiffres l'un dit « la vérité », les unités et l'autre est le « chiffre menteur » et l'enseignant G « pour 23, le 2 dit « 20 » et le « 3 » qui dit la vérité. J'insiste également sur la façon dont on entend le nom des nombres, 23, j'entends 20 et j'entends 3. ». Par ailleurs, tous les enseignants ont évoqué avoir recours à des phases de manipulation pour proposer des exercices de remédiation mettant en jeu les outils suivants : tableau de numération, allumettes, doigts, jetons, carnet de numération, ...).

La numération décimale de position est donc considérée comme relevant de savoirs essentiels et complexes pour les élèves. Nous avons alors pu constater que les enseignants manipulent lors de phases de remédiation mais s'en servent-ils en amont pour essayer de prévenir les difficultés des élèves ? C'est ce que nous allons voir ci-après.

¹¹Professeur de mathématiques et chercheur en pédagogie très reconnue, Stella Baruk propose un apprentissage des mathématiques fondé sur la langue.

b. La manipulation

Le questionnaire a révélé que la majorité des enseignants interrogés reconnaissent l'importance des phases de manipulation. Sur les 7 enseignants, 6 disent mettre en place des phases de manipulation dans leur enseignement des mathématiques (A, B, C, D, E, G), et seule l'enseignant F dit ne pas en mettre en place cette année par manque de temps car elle a un double niveau.

Ces phases sont vues comme primordiales en cycle 2, notamment au début des apprentissages comme pour la numération et comme essentielles pour les élèves afin de concrétiser le savoir pour se l'approprier ; c'est ce qu'explique l'enseignant A : « Toujours ! C'est fondamental car la numération est abstraite. Il faut manipuler pour la ressentir, pour lui donner du sens » et l'enseignant E : « C'est automatique lors des premières séances ». Ensuite, la manipulation facilitera le passage vers l'abstraction, c'est ce que fait comprendre notamment l'enseignante G : « Lorsque je présente des exercices de manipulation, j'essaie de faire faire des groupes de 10 du côté gauche pour que les élèves prennent l'habitude de voir les dizaines à gauche ».

La manipulation chez les enseignants est d'autant plus présente en mathématiques qu'elle est une source de différenciation leur permettant de rendre plus concret le savoir mathématiques visé, et donnant la possibilité aux élèves d'observer et d'agir sur ces phénomènes, concepts qui leur paraient parfois si lointain, abstrait. Les enseignants A, B, C, D, E le constatent, enseignant E « pour d'autres, ça ne leur parle pas vraiment [...] manipulation avec du matériel de numération ». Un premier lot de matériel permettra de travailler sur le principe décimal : les tableaux, les bouliers, les abaqués, les cubes ou les barres. Et un second ensemble de matériel de numération permettra de travailler le principe de position : les unités, les tableaux de numérations, les compteurs, les images de la cible et les cartes de numération.

Nous comprenons alors que les enseignants sont conscients de l'importance des phases de manipulation en mathématiques pour la construction du système de numération décimale de position et qu'ils s'efforcent de les intégrer de manière efficace dans leurs pratiques pédagogiques. Néanmoins, un constat de la réalité en classe reste que le matériel n'est pas toujours accessible du fait du budget, c'est ce qu'a souligné l'enseignant F qui soulève aussi le manque de temps face à l'organisation de la classe (double niveau) ou encore le charge des programmes.

Regardons alors si les enseignants cherchent dans les manuels des phases de manipulation pour les mettre en place plus facilement.

c. Les manuels

Comme nous l'avons dit ; les manuels sont la ressource première des enseignants. Grâce à eux, ils ont la possibilité d'accéder une banque d'exercices déjà organisés et avec des objectifs précis

tout en ayant une grande diversité sur la forme, le déroulé, la réalisation de chacun. C'est ainsi que chaque enseignant peut construire, mettre en place des séquences tout en faisant preuve d'une liberté pédagogique. Néanmoins, aucun manuel ne semble se suffire à lui-même, c'est le constat réalisé à partir de notre questionnaire. Aucun enseignant n'utilise un manuel unique, ils s'appuient tous au minimum sur 2 manuels, on retrouve alors : Maths +, Accès (Maths au ...), la méthode heuristique des mathématiques, MHM, Maths explicite, Outils pour les maths, À la portée des maths qui sont souvent utilisés en parallèle l'un de l'autre ou complété notamment par Ermel ou des méthodes, vocabulaire comme Stella Baruk.

Parfois insatisfaits de la méthode qui est à leur disposition, les enseignants souhaiteraient renouveler les livres ; ce qui est très souvent impossible car cela présente un budget important. Cependant nous avons questionné les enseignants sur les critères qu'ils recherchent dans un manuel et nous retrouvons des situations « proposant de la manipulation » pour 3 enseignants (A, C, G), des situations de « découverte intéressante » pour l'enseignant D avec des exercices permettant de la différenciation. De plus, l'organisation, la progression proposée par le manuel est essentiel pour les enseignants, chacun fait référence à une progression cohérente « Je choisis les manuels [...] en fonction de la logique de progression. En tout cas une logique qui correspond à la mienne. » rapporte l'enseignante C en accord avec les enseignants A, D et D. L'enseignant A rajoute « J'apprécie les progressions spirales et non linaires. ». D'autre part, l'enseignant B est le seul à avoir fait référence au guide du maître, car celui-ci apporte des informations complémentaires et qu'il propose diverses approches des exercices et des phases de manipulation. Ainsi le guide du maître pour un manuel est très important pour situer l'exercice par rapport à sa progression car si celui-ci n'est pas étudié nous pouvons interpréter des exercices de diverses manières. C'est ce que nous avons pu voir dans le questionnaire dans la partie 3 : Proposition d'exercices.

	Extrait 1	Extrait 2
<u>A</u>	Si pas de manipulation au préalable ou pendant NON Concept boîte Picbille intéressant	Trop d'écriture Travail décomposition canonique et écriture c, d, u intéressant ->plus éval sommative qu'entraînement
<u>B</u>	X	Oui si précédé de manip
<u>C</u>	Intéressant pour comprendre que dizaine ne disparaît pas malgré centaine mais dur pour élève de comprendre qu'on peut dire et compter les nombres de différentes manières	Classique, bien car conscience plusieurs écriture, représentation pour un nombre

	->si élèves connaissent pas matériel pas possible mais exo similaire proposé avec autre représentation rendant accessibilité plus simple	
<u>E</u>	Démarche progressive et visuelle permet de passer de manipulation à visualisation <u>Point négatif</u> : dans certaines mais pas expressions de la centaine	Exercice d'entraînement, qui va vers l'abstraction. Considéré comme l'étape suivant l'exercice de l'extrait 1
<u>G</u>	Plutôt pour comprendre différence nombre/chiffre	Pour prendre conscience du lien entre une quantité et une écriture chiffrée (plus abstraite), utilise ce type d'exo depuis CP pour automatiser décomposition du nombre

Par conséquent, la volonté des enseignants pour enseigner avec des phases de manipulations la numération de position décimale est remarquable. Par ailleurs, le contexte des et la dynamique des classes sont soulignés par les enseignants comme un facteur déterminant pour le choix de la mise en place des phases de manipulation. En effet, un double niveau rend selon eux plus difficile la mise en place de ces moments, ainsi que la dynamique de la classe parfois trop facilement dissipable, agitée. D'ailleurs, cela est également justifié par le manque de ressources fiables menant parfois les enseignants à restreindre leur liberté pédagogique par le manque de budget pour changer les méthodes, manuels déjà présents dans l'établissement.

Conclusion

Notre étude de la place de la manipulation dans les pratiques enseignantes dans le cadre de l'enseignement de la numération décimale de position en CE1 a été conduite par une étude de manuels et la passation d'un questionnaire destiné aux enseignants.

Au début de ce mémoire, nous pensions que ce manque de manipulation dans les pratiques enseignantes était dû au manque de manipulation dans les manuels. Ce travail nous a permis de nuancer cette opinion. Nous avons pu alors comprendre que si certains manuels prévoient d'organiser des phases de manipulation, d'autre en utilisent moins. Cependant, les manuels qui proposent ces phases mobilisent un matériel spécifique à leur collection qui n'est pas toujours présent dans les classes. De plus, les enseignants n'ont pas souvent accès au manuel de leur choix et/ou à une variété de ressources. Ce travail nous a donc amenée à nous confronter à un constat fait par le rapport Villani-Torossian (2018) : les enseignants font face à un manque de ressources, un manque de ressources vérifiés et accessible à toute la communauté enseignante. Ces auteurs voient ainsi pertinente l'élaboration d'un comité pour créer des ressources validés et accessibles à tous les enseignants.

Ensuite, l'organisation des manuels reste parfois à revoir. Nous avons pu souligner l'existence d'un manque d'explicitation dans les consignes pour amener la manipulation, très souvent non explicité dans le manuel de l'élève. Par ailleurs si la manipulation est présente, elle est souvent utilisée comme un moyen de différenciation ou de remédiation pour les élèves alors qu'elle pourrait se présenter comme une étape obligatoire d'une procédure de validation comme le propose le manuel *Les maths avec Léonie*.

Face à cela s'ajoute, les réponses des enseignants au questionnaire mettent en évidence le manque de temps ou la contrainte du climat de classe ne permettant pas toujours la mise en place sereine de phases de manipulation. Ainsi, proposée sous forme de rituels en début de séquence et comme moyens d'illustration et de validation ritualisée dès le CP, ces phases pourraient développer une forme d'autonomie pour les élèves.

Néanmoins, des solutions restent possibles pour les enseignants. D'une part, l'utilisation, la fabrication, la substitution du matériel avec des objets du quotidien comme des boîtes à œufs, boules de papier, lego, allumettes serait une possibilité, une alternative accessible à tous et tout aussi efficace ; ce qui est proposé dans des manuels comme le manuel Ermel.

D'autre part, pour une solution plus durable, uniformiser l'utilisation d'un type de matériel au sein d'une même école pourrait faciliter les pratiques des enseignants qui veulent mettre en œuvre des situations pour lesquelles des objets du quotidien sont mobilisés afin qu'elles soient réalisables à moindre coût pour l'enseignante et la classe. Enfin, si le comportement et la dynamique du groupe

classe se présentent comme problématiques pour la mise en place de ces moments, il faudrait généraliser, dès le CP et dans la continuité des cycles, l'utilisation de ces outils pour qu'ils soient en libre accès au sein de la classe pour une différenciation autonome en banalisant l'usage de ce matériel afin que ces moments dédiés ne soient finalement pas si particulier et source d'excitation et d'agitation pour les élèves.

Toutefois, ayant réalisé une étude sur un petit corpus de manuels et sur un petit nombre de réponses à notre questionnaire pédagogique nous sommes conscientes que nos résultats ne reflètent probablement pas la réalité même mais nous donne accès à un aperçu des différents facteurs mis en jeu pour cette problématique. Pour mieux comparer l'efficacité de ces manuels, ils auraient été possibles d'observer et puis de soumettre à une évaluation commune des classes les utilisant.

Finalement, pour l'enseignement de la numération décimale de position, une autre remarque nous semble essentielle. Malgré les recommandations dans les programmes, l'utilisation des grandeurs (métriques, masses et monnaie) n'a pas été évoquée par les enseignants comme un moyen pour donner du sens aux principes de position et décimal. Nous pouvons imaginer que cela est dû au manque de croisement des notions par les manuels car seul le manuel *J'apprends les maths* propose d'étudier les deux grandeurs (monnaie et métrique) pour l'enseignement de la numération. C'est ainsi un aspect qui nous questionne, et auquel nous serons particulièrement vigilante pour notre future pratique d'enseignant. Ce travail de recherche nous a ainsi permis de développer nos connaissances sur des notions majeures et nécessaires pour l'enseignement des mathématiques, notamment sur les enjeux de l'enseignement de la numération. Nous avons aussi pu découvrir des supports variés et développer des questionnements sur la qualité des ressources et supports que nous pourrions rencontrer, compétences importantes pour nos pratiques.

Bibliographies

- ALTET, M. (2002). Les « pratiques enseignantes » : une notion englobante opératoire pour la recherche ou «décrire, caractériser, expliquer et comprendre les pratiques avant de les évaluer». *Actes du Séminaire à l'université de Nantes*
- BESSOT, A. (2004). Une introduction à la théorie des situations didactiques (Master" Mathématiques, Informatique" de Grenoble 2003-2004).
- BEDNARZ, N. E., & JANVIER, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N*, 33, 5-31.
- BRIAND, J. (2019). Manipuler en mathématiques... oui mais. *Au Fil des Maths*, 531, 6-9.
- BRONCKART, J. P., & PLAZAOLA GIGER, I. (1998). La transposition didactique. Histoire et perspectives d'une problématique fondatrice. *Pratiques*, 97(1), 35-58.
- BROUSSEAU, G., & BALACHEFF, N. (1998). Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990. La pensée sauvage.
- CHAMBRIS, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile?. *Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire*, (89), 39-69.
- CHEVALLARD, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique ». *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19/2, 221-266.
- CORRIVEAU, C., & JEANNOTTE, D. (2015). L'utilisation du matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ*, 55(3), 32-49.
- DEBLOIS, L. (1995). Le développement de l'écriture des nombres chez Christine. *Revue des sciences de l'éducation*, 21(2), 331-351.
- DIAS, T. (2018). *Manipuler et expérimenter en mathématiques (Nouvelle édition 2017)*. Magnard.
- ANNIE, F. (2016). La différenciation pédagogique en classe.
- PIAGET, J. (1998). L'initiation aux mathématiques, les mathématiques modernes et la psychologie de l'enfant. Dans : J. Piaget, *De la pédagogie* (pp. 293-299). Odile Jacob.
- TEMPIER, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N*, 86, 59-90.
- TEMPIER, F. (2015, Mars). La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource. In *Séminaire national de didactique des mathématiques ARDM*.
- TEMPIER, F. (2016). Composer et décomposer: un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*.

Manuels scolaires

BRISSIAUD R. (2016), J'apprends les maths CE1, livre de l'élève, Paris : Retz

BRISSIAUD R. (2016), J'apprends les maths CE1, livre du maître, Paris : Retz

CHARNAY R. (2016), Cap Maths CE1, manuel de numération de l'élève, Paris : Hatier

CHARNAY R. (2016), Cap Maths CE1, guide de l'enseignant, Paris : Hatier

DUPREY G. (2019), Maths au CE1, cahier de l'élève, Schiltigheim : Accès

DUPREY G. (2019), Maths au CE1, guide de l'enseignant, Schiltigheim : Accès

SCHALL L. (2020), Les Maths avec Léonie CE1, cahier 1 et 2 de l'élève, Paris : Bordas (Nathan)

SCHALL L. (2020), Les Maths avec Léonie CE1, guide pédagogique, Paris : Bordas (Nathan)

Textes des programmes, recommandation officielles et documents Eduscol

EDUSCOL (2016), Français cycle 2, Mise en œuvre de la différenciation pédagogique

MEN (2020) : programme cycle 2 : BOEN n° 31 du 30 juillet 2020

VILLANI, C., & TOROSSIAN, C. (21). mesures pour l'enseignement des mathématiques (La documentation française, p. 96)[Rapport public]. Ministère de l'éducation nationale.

Annexes

1. Sommaire des manuels étudiés

a) Cap Maths, CE1, éd. Hatier

	Problèmes, organisation, gestion de données	Nombres et numération
Unité 1	Problèmes de partage • Partage équitable en 2 ou en 3 6, 7, 14 Problèmes à énoncés écrits • Doubles 6 • Compléments 10 Banque de problèmes : «La monnaie en euros» 15	Nombres jusqu'à 99 Suite écrite des nombres de 1 en 1, de 10 en 10 7, 8, 9 Compréhension des écritures chiffrées • Dizaines et unités 9, 10, 14 Lecture et écriture des nombres 11, 14
Unité 2	Problèmes à énoncés écrits • Compléments 16 • Stratégie de recherche 20 Banque de problèmes : «La classe de Lisa» 25	Nombres jusqu'à 99 Comparaison de nombres 16, 17, 24 Compréhension des écritures chiffrées • Dizaines et unités 17, 18 Lecture et écriture des nombres 21 Ligne graduée (repérage) 21, 24
Unité 3	Problèmes à énoncés écrits • Compléments 26 • Doubles et moitiés 30 Joue avec Moustik : «Des nombres carrés et des nombres triangulaires» 36	Nombres jusqu'à 99 Compréhension des écritures chiffrées • Ajout, retrait de dizaines et d'unités 26 Comparaison de nombres 27 Lecture et écriture des nombres 28 Ligne graduée (repérage) 29
Unité 4	Problèmes à énoncés écrits • Déplacements sur une ligne graduée 37, 41 • Multiplication et addition itérée 42, 43 • Relations entre données et questions 43 Banque de problèmes : «Le marchand de ballons» 47	Nombres jusqu'à 999 Compréhension des écritures chiffrées • Dizaines et unités 39 • Le nombre 100 39 • Centaines, dizaines et unités 40, 46 Lecture et écriture des nombres 41, 46
Unité 5	Problèmes à énoncés écrits • Sommes et compléments 48 • Tableau à double entrée 52 Banque de problèmes : «Les autocars» 57	Nombres jusqu'à 999 Compréhension des écritures chiffrées • Centaines, dizaines et unités 49, 50 • Ajout d'unités, dizaines, centaines 50, 51, 56 Lecture et écriture des nombres 53
Unité 6	Problèmes à énoncés écrits • Groupements par 2 58 • Problèmes à étapes 62 • Recherche de toutes les possibilités 63 Joue avec Moustik : «On continue» 68	Nombres jusqu'à 999 Suite écrite des nombres de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100 63 Comparaison de nombres • Comparaison, rangement 67
Unité 7	Problèmes à énoncés écrits • Comparaison 69, 72, 76 • Tables de multiplication de 2 et de 5 71 • Problèmes à étapes 73 Banque de problèmes : «À la pâtisserie» 78	Nombres jusqu'à 999 Décompositions avec 10 et 100 69, 76 Centaines, dizaines et unités 70 Comparaison de nombres • Rangement 73
Unité 8	Problèmes à énoncés écrits • Échanges 79, 83 • Compléments 79, 80, 88 • Multiplication 79, 80 • Groupements par 5 ou par 2 84, 85, 88 Banque de problèmes : «La promenade en bateau» 89	Nombres jusqu'à 999 Décompositions avec 10 et 100 82
	Problèmes à énoncés écrits	

b) J'apprends les maths, CE1, éd. Retz

Sommaire		Nombres et calculs		Espace et géométrie		Grandeurs et mesures	
1^{re} période							
1	Organisation et écriture littérale des nombres ≤ 10 .	14	14	31	Soustractions mentales et comparaison	45	45
2	La somme : combien en tout ?	15	15	32	Organiser le répertoire additif pour le mémoriser.	46	46
3	Tracer à la règle	16	16	33	Problèmes pour apprendre à chercher	47	47
4	Organiser les nombres entre 5 et 10 pour les comparer	17	17	34	Numeration décimale : les nombres entre 60 et 79	48	48
5	Les nombres entre 10 et 20	18	18	35	Groupes de 2, 3, 5, 10 et unités isolées. Combien en tout ?	49	49
6	Introduction du signe « - » et du mot « différence »	19	19	36	Soustractions du type $48 - 6$, $42 - 4$ et $48 - 10$: calcul réfléchi	50	50
7	Soustraction mentale	20	20	37	Soustractions du type $32 - 8$; vers la mentalisation	51	51
8	Organiser 36 en 3 groupes de dix et 6 jetons solés	21	21	38	Numeration décimale : les nombres de 80 à 100	52	52
9	Le jeu de la planche	22	22	39	Doubles des nombres 10, 15, 20, 25...	53	53
10	Somme et différence	23	23	40	Lecture de l'heure (1)	54	54
11	Les signes exprimant l'inégalité ($>$ et $<$)	24	24	41	Ordonner les nombres jusqu'à 100	55	55
12	La monnaie : former une somme avec des billets et des pièces	25	25	42	Additions mentales : « quarante-trois » - « vingt-huit »	56	56
13	Calcul réfléchi de l'addition : $n + 5$ et doubles	26	26	43	Problèmes pour apprendre à chercher	57	57
14	Compléments à n ($n \leq 10$)	27	27	44	Soustractions du type $42 - 38$: calcul « en avançant »	58	58
15	Calcul réfléchi de la soustraction : retirer un grand nombre	28	28	45	Soustractions mentales et comparaison	59	59
16	Groupes de 2, 3, 5 et 10. Combien en tout ?	29	29	46	Bilan terminal de la 1 ^{re} période	60	60
17	Pièces de 2 € et billets de 5 et 10 €	30	30	2^e période			
18	Calcul réfléchi de la soustraction : retirer un petit nombre	31	31	47	Numeration décimale jusqu'à 199 (1) : 130, c'est 13 groupes de 10	62	62
19	Décompositions du type « 1 et encore » ou « 2 et encore... »	32	32	48	Numeration décimale jusqu'à 199 (2)	66	66
20	Calcul réfléchi de l'addition : le passage de la dizaine	33	33	49	Soixante-dix + cinquante, c'est 7 groupes de dix plus...	67	67
21	Chercher des alignements de points	34	34	50	Mesure de longueurs : utiliser le double décimètre	68	68
22	Partager en 2 des nombres jusqu'à 20	36	36	51	Calculer une addition en colonnes	70	70
23	Problèmes pour apprendre à chercher	37	37	52	Poser une addition en colonnes	71	71
24	Calcul réfléchi de la soustraction : cas du type $12 - 3$	38	38	53	Problèmes pour apprendre à chercher	72	72
25	Mesure de longueurs : reporter un étalon	39	39	54	Problèmes pour apprendre à chercher	73	73
26	Calcul réfléchi de l'addition : « vingt plus quarante », etc.	40	40	55	L'angle droit et l'équerre	74	74
27	Calcul réfléchi de l'addition : « une nouvelle dizaine ou non ? »	42	42	56	Compléments à 100	76	76
28	Calcul réfléchi de la soustraction : cas du type $12 - 9$	43	43	57	Soustractions mentales du type $124 - n$	77	77
29	Calcul réfléchi de l'addition : « vingt-trois + quarante »	44	44	58	Vers la soustraction en colonnes (cas du type $135 - 78$)	78	78
30	Calcul réfléchi de l'addition :			59	La soustraction en colonnes (cas du type $135 - 78$)	80	80
				60	Le mètre : 1 m, c'est 10 fois 10 cm ou encore 100 cm.	81	81
				61	Le mètre : 13 fois 10 cm, c'est 130 cm ou 1 m et 30 cm	82	82
				62	L'euro : 13 pièces de 10 centimes, c'est 130 centimes ou 1 € 30	83	83
				63	Problèmes pour apprendre à chercher	84	84
				64	Problèmes pour apprendre à chercher	85	85
				65	Polygones, triangles et quadrilatères	86	86
				66	Le rectangle	87	87
				67	Le signe \times (multiplier par \times) comme symbole de la commutativité	88	88
				68	Penser à un quadrillage pour comprendre la commutativité	89	89
				69	Utiliser la multiplication pour calculer une addition répétée	90	90
				70	Les tables de multiplication de 5, 3 et 4	91	91
				71	Somme, différence et produit (nombres de 2 chiffres)	92	92
				72	Problèmes pour apprendre à chercher	94	94
				73	Problèmes pour apprendre à chercher	96	96
				74	Calcul des multiplications du type 6×20 ou 20×6	97	97
				75	Le rectangle et le carré : propriétés métriques	98	98
				76	Calcul en signes des multiplications du type 36×4	100	100
				77	Lecture de l'heure (2)	102	102
				78	Quadrillages : codage de routes et de déplacements	104	104
				79	Partager en 2 les nombres 30, 50, 70...	106	106
				80	Problèmes pour apprendre à chercher	107	107
				81	Problèmes pour apprendre à chercher	108	108
				82	Le début des tables de multiplication de 6, 7, 8, 9 et 10	109	109
				83	La multiplication en colonnes	110	110
				84	Mieux comprendre l'égalité	111	111
				85	Reproduction de figures sur un quadrillage	112	112
				86	Bilan terminal de la 2 ^e période	113	113
				87	Numeration décimale jusqu'à 999 : 230, c'est 23 dizaines	114	114
				88	Numeration décimale jusqu'à 999 : 430, c'est 43 dizaines	116	116
				89	Exprimer un nombre en unités de numération	118	118
				90	Partager en 2 des nombres comme 56, 86.	120	120
				91	43 traits de 10 cm mis bout à bout, 43 billets de 10 €, c'est...	121	121
				92	Calculer une addition en colonnes (nombres à 3 chiffres)	122	122
				93	Problèmes pour apprendre à chercher	124	124
				94	Problèmes pour apprendre à chercher	126	126
				95	Partager en 5 des nombres jusqu'à 50	127	127
				96	Soustraction en colonnes : cas général	128	128
				97	Calcul réfléchi de la multiplication : cas du type 30×9 et 300×2	129	129
				98	Ordonner les nombres	130	130
				99	Les masses : le gramme	131	131
				100	Partager en 5 des nombres jusqu'à 100	132	132
				101	Le milieu d'une ligne brisée	134	134
				102	La multiplication en lignes (cas des nombres à 3 chiffres)	135	135
				103	Tracer une figure pour qu'elle ait un axe de symétrie	136	136
				104	La preuve de la soustraction	138	138
				105	Problèmes pour apprendre à chercher	139	139
				106	Problèmes pour apprendre à chercher	140	140
				107	Algorithmes numériques	141	141
				108	Les solides (1) : les cylindres	142	142
				109	La multiplication en colonnes (cas des nombres à 3 chiffres)	143	143
				110	Les solides (2) : les tétraèdres	144	144
				111	Le millier : 1 000, c'est 100 groupes de 10 ou 10 groupes de 100	146	146
				112	Le kilomètre	148	148
				113	La calculatrice	150	150
				114	Les solides (3) : pavés et cubes	151	151
				115	Problèmes pour apprendre à chercher	152	152
				116	Problèmes pour apprendre à chercher	154	154
				117	Bilan terminal de la 3 ^e période	155	155
				118		156	156
Progression par domaine				140	140		
La planche des nombres « comme Picoule »				142	142		
Tables des moitiés et des doubles				146	146		
Les tables de multiplication				163	163		
Matériel en +							
• Deux planches autocollantes avec les commandes des boîtes et des valves							
• Une feuille calque pour les activités de géométrie							
• Trois planches pour écrire les nombres, calculer les groupes et calculer les soustractions							
• Le matériel pour construire le compteur							
• Quatre planches de pièces et de billets piécobourcés							
• Deux règles graduées en millimètres et en cm							
• Des patrons pour construire des solides							
• Une horloge à assembler							

CAHIER 1		CAHIER 2	
Durée indicative 2 jours 4 jours		Durée indicative 2 jours 4 jours	
Période 1		Période 3	
1 BIEN DÉMARRER Nombres jusqu'à 20 Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer	10	24 Addition du même nombre Comprendre le lien entre addition du même nombre et multiplication	4
2 BIEN DÉMARRER Nombres jusqu'à 50 Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer	12	25 Table de multiplication par 5 Comprendre la table de multiplication par 5	6
3 Nombres jusqu'à 69 Ecrire les nombres en chiffres Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position	14	26 Multiplication par 10 Savoir multiplier par 10 un nombre inférieur à 100	8
4 Nombres jusqu'à 99 Lire, dire et écrire les nombres en chiffres et en lettres Utiliser la relation $1 d = 10 u$	18	27 Utilisation de la règle graduée pour mesurer Mesurer et tracer des segments (en plus dm)	10
5 Additions et soustractions en ligne Utiliser des procédures de calcul pour additionner et soustraire	22	28 Mesure de longueurs en m, dm et cm Choisir une unité de mesure adaptée Connaître les relations entre les unités de longueur	14
6 Problèmes additifs à une étape Résoudre des problèmes du champ additif (addition et soustraction)	26	29 Soustraction posée Poser et effectuer des soustractions en colonnes (sans retenue, puis avec retenue)	16
7 Utilisation de la règle pour tracer Utiliser la règle non graduée pour repérer et tracer un alignement	28	30 Égalités de longueurs et milieu Repérer et placer le milieu d'un segment	22
8 Description de polygones Reconnaître et décrire les figures usuelles (carré, rectangle, triangle)	30	31 Cercle et compas Reconnaître et tracer un cercle	24
9 Reproduction de polygones Reproduire et construire un polygone sur quadrillage	32	32 Table de multiplication par 3 Comprendre la table de multiplication par 3	26
10 Comparaison des nombres jusqu'à 99 Comparer des nombres entiers en utilisant les symboles $<$ ou $>$ ou $=$	34	33 Table de multiplication par 4 Comprendre la table de multiplication par 4	28
11 Le nombre 100 : la notion de centaine Comprendre la notion de centaine Connaître les compléments à 100	36	34 Problèmes multiplicatifs Utiliser la propriété de la commutativité Résoudre des problèmes multiplicatifs	30
12 Monnaie Manipuler la monnaie (euros et centimes d'euro)	40	Période 4	
Je fais le point 1		44	
Période 2		Période 5	
13 Nombres jusqu'à 499 Ecrire les nombres en chiffres Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position	46	40 Calculs en ligne Utiliser les décompositions et repérer les compléments pour calculer astucieusement	66
14 Nombres jusqu'à 699 Lire, dire et écrire les nombres en chiffres et en lettres	48	41 Angles et polygones Identifier les angles droits, dans un carré, un rectangle et un triangle rectangle	70
15 Nombres jusqu'à 999 Connaître les décompositions et utiliser les différentes représentations d'un nombre Utiliser la relation $100 u = 10 d = 1 c$	50	42 Reproduction de figures Reproduire une figure sur différents supports avec une règle, une équerre, un compas	72
16 Masses Comparer des objets selon leur masse Mesurer des masses en kg et en g	54	43 Symétrie Reconnaître si une figure présente un axe de symétrie Compléter une figure par symétrie	74
17 Suites de nombres jusqu'à 999 Compléter une suite de nombres à 3 chiffres Comprendre le lien entre ajout/retrait d'une unité et nombre suivant/précédent	58	44 Comparaison des nombres jusqu'à 999 Comparer et ordonner des nombres à 3 chiffres dans l'ordre croissant ou décroissant	76
18 Ajouts et retraits de dizaines et de centaines Compléter des suites de 10 en 10 et de 100 en 100	60	45 Encadrements de nombres jusqu'à 999 Placer ou nommer un nombre identifié sur un axe	78
19 Repères pour se situer et se déplacer Situer des objets ou des personnes en utilisant un vocabulaire spatial précis Décrire une position dans la classe ou sur un plan	62	46 Le nombre 1 000 Construire le nombre 1 000 avec les symboles $<$ ou $>$	80
20 Codage d'un déplacement Utiliser une suite d'instructions pour coder un déplacement sur un quadrillage et avec un logiciel	66	47 Contenances Comparer des objets selon leur contenance Utiliser le litre pour mesurer des contenances	84
21 Addition posée Poser et effectuer des additions en colonnes (sans retenue, puis avec retenue)	68	48 Grandeurs et unités de mesure Choisir une unité de mesure adaptée Connaître les relations entre les unités de mesure	86
22 Problèmes additifs à deux étapes Résoudre des problèmes du champ additif (addition et soustraction)	72	49 Problèmes sur les grandeurs Estimer un ordre de grandeur Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs	90
23 Table de multiplication par 2, doubles et moitiés Connaître la table de multiplication par 2 Connaître les doubles et les moitiés de nombres dusage courant	74	Je fais le point 5	
Je fais le point 2		78	

Nombres		Résolution de problèmes		Calculs		Espace et Géométrie		Grandeurs et Mesures		Apprendre à Chercher	
Sommaire											
Période 1											
1	Réaliser des tracés avec la règle	15	Calculer en ligne la somme de deux nombres	21	Comparer les nombres jusqu'à 199	27	Enigmes mathématiques (2)	33	Mesurer des longueurs : mètre et centimètre	39	Reconnaitre un rectangle
2	Dénombrer en utilisant le groupement par 10	16	Poser et calculer des additions en colonnes	22	Comprendre le sens de la multiplication (1)	28	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (2)	40	Enigmes mathématiques (3)	40	Enigmes mathématiques (3)
3	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 99	17	Dénombrer en utilisant le groupement par 100	23	Comprendre le sens de la multiplication (2)	29	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 999	41	Poser et calculer des soustractions en colonnes avec des nombres à deux chiffres	41	Poser et calculer des soustractions en colonnes avec des nombres à deux chiffres
4	Associer diverses représentations d'un nombre	18	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 199	24	Comprendre le sens de la multiplication (3)	30	Associer diverses écritures d'un nombre jusqu'à 999	42	Tracer des carrés et des rectangles	42	Tracer des carrés et des rectangles
5	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (1)	19	Associer diverses écritures d'un nombre jusqu'à 199	25	Encadrer et intercaler les nombres jusqu'à 199	31	Lire et écrire les nombres jusqu'à 999	43	Résoudre des problèmes en deux étapes : addition et multiplication	43	Résoudre des problèmes en deux étapes : addition et multiplication
6	Lire et écrire les nombres jusqu'à 59	20	Lire et écrire les nombres jusqu'à 199	26	Reconnaitre un polygone	32	Poser et calculer des additions avec des nombres à trois chiffres	44	Résoudre des problèmes impliquant des prix : les euros	44	Résoudre des problèmes impliquant des prix : les euros
7	Utiliser les notions d'alignement et de milieu	21	Comparer les nombres jusqu'à 199	27	Enigmes mathématiques (2)	33	Mesurer des longueurs : mètre et centimètre	45	Résoudre des problèmes impliquant des prix : les centimes d'euro	45	Résoudre des problèmes impliquant des prix : les centimes d'euro
8	Lire et écrire les nombres jusqu'à 79	22	Comprendre le sens de la multiplication (1)	28	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (3)	34	Mesurer des longueurs : mètre, décimètre et centimètre	46	Reconnaitre et tracer des triangles rectangles	46	Reconnaitre et tracer des triangles rectangles
9	Mesurer des longueurs : le centimètre	23	Comprendre le sens de la multiplication (2)	31	Lire et écrire les nombres jusqu'à 999	35	Poser et calculer des additions avec des nombres à deux chiffres	47	Mesurer une longueur : le kilomètre	47	Mesurer une longueur : le kilomètre
10	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (2)	24	Comprendre le sens de la multiplication (3)	32	Poser et calculer des additions avec des nombres à trois chiffres	36	Comparer les nombres jusqu'à 999	48	Reconnaitre et utiliser la notion de symétrie	48	Reconnaitre et utiliser la notion de symétrie
11	Lire et écrire les nombres jusqu'à 99	25	Encadrer et intercaler les nombres jusqu'à 199	33	Mesurer des longueurs : mètre et centimètre	37	Reconnaitre un carré : longueurs des côtés et angles droits	49	Résoudre des problèmes de partage (1)	49	Résoudre des problèmes de partage (1)
12	Comparer les nombres jusqu'à 99	26	Reconnaitre un polygone	34	Mesurer des longueurs : mètre, décimètre et centimètre	38	Repérer des angles droits	50	Coder un déplacement (1)	50	Coder un déplacement (1)
13	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (3)	27	Enigmes mathématiques (2)	35	Poser et calculer des soustractions en colonnes avec des nombres à deux chiffres	39	Reconnaitre un rectangle	51	Enigmes mathématiques (4)	51	Enigmes mathématiques (4)
14	Enigmes mathématiques (1)	28	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (4)	36	Comparer les nombres jusqu'à 999	40	Enigmes mathématiques (3)	P1	Je révise	P4	Je révise
P1	Je révise	29	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 999	37	Reconnaitre un carré : longueurs des côtés et angles droits	41	Poser et calculer des soustractions en colonnes avec des nombres à deux chiffres	Période 4			
Période 2											
Période 3											
Période 5											
Période 4											
Période 5											
15	Calculer en ligne la somme de deux nombres	52	Calculer en ligne des sommes et des différences	58	Résoudre des problèmes de partage (2)	64	Reproduire un cercle avec un compas	65	Enigmes mathématiques (5)	65	Enigmes mathématiques (5)
16	Poser et calculer des additions en colonnes	53	Compléter une figure par symétrie	59	Reconnaitre et nommer les solides	66	Reproduire un cube et un pavé droit	PS	Je révise	CE2	Destruction CE2
17	Dénombrer en utilisant le groupement par 100	54	Mesurer des masses : le gramme et le kilogramme	60	Décrire un cube et un pavé droit	67	Mesurer des contenances : le litre	CE2	Aide-mémoire	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.	
18	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 199	55	Calculer en ligne des produits	61	Mesurer des contenances : le litre	68	Reproduire un cercle avec un compas	CE2	Aide-mémoire		
19	Associer diverses écritures d'un nombre jusqu'à 199	56	Lire l'heure	62	Coder un déplacement (2)	69	Utiliser un tableau ou un graphique	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
20	Lire et écrire les nombres jusqu'à 199	57	Mesurer des durées	63	Utiliser un tableau ou un graphique	70	Reproduire un cercle avec un compas				
21	Comparer les nombres jusqu'à 199	58	Résoudre des problèmes de partage (2)	64	Reproduire un cube et un pavé droit	71	Mesurer des contenances : le litre	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
22	Comprendre le sens de la multiplication (1)	59	Reconnaitre et nommer les solides	72	Mesurer des contenances : le litre	72	Mesurer des contenances : le litre				
23	Comprendre le sens de la multiplication (2)	60	Décrire un cube et un pavé droit	73	Utiliser un tableau ou un graphique	73	Utiliser un tableau ou un graphique	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
24	Comprendre le sens de la multiplication (3)	61	Mesurer des contenances : le litre	74	Reproduire un cercle avec un compas	74	Reproduire un cercle avec un compas				
25	Encadrer et intercaler les nombres jusqu'à 199	62	Coder un déplacement (2)	75	Reproduire un cercle avec un compas	75	Reproduire un cercle avec un compas	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
26	Reconnaitre un polygone	63	Utiliser un tableau ou un graphique	76	Reproduire un cercle avec un compas	76	Reproduire un cercle avec un compas				
27	Enigmes mathématiques (2)	64	Reproduire un cube et un pavé droit	77	Mesurer des contenances : le litre	77	Mesurer des contenances : le litre	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
28	Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (2)	65	Enigmes mathématiques (5)	78	Reproduire un cercle avec un compas	78	Reproduire un cercle avec un compas				
29	Utiliser les écritures chiffrées jusqu'à 999	66	Reproduire un cube et un pavé droit	79	Mesurer des contenances : le litre	79	Mesurer des contenances : le litre	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
30	Associer diverses écritures d'un nombre jusqu'à 999	67	Mesurer des contenances : le litre	80	Reproduire un cercle avec un compas	80	Reproduire un cercle avec un compas				
31	Lire et écrire les nombres jusqu'à 999	68	Reproduire un cercle avec un compas	81	Mesurer des contenances : le litre	81	Mesurer des contenances : le litre	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
32	Poser et calculer des additions avec des nombres à trois chiffres	82	Mesurer des contenances : le litre	82	Mesurer des contenances : le litre	82	Mesurer des contenances : le litre				
33	Mesurer des longueurs : mètre et centimètre	83	Reproduire un cercle avec un compas	83	Reproduire un cercle avec un compas	83	Reproduire un cercle avec un compas	Avec notre crayon vert, nous t'aiderons à commencer certains exercices de ton cahier.			
34	Mesurer des longueurs : mètre, décimètre et centimètre	84	Reproduire un cercle avec un compas	84	Reproduire un cercle avec un compas	84	Reproduire un cercle avec un compas				

2. Classement des activités et exercices

Manipulation proposé pour ces exercices	Activités découverte	Exercices entraînement	Bilan/Révision
Cap maths, Hatier 31exos	Unité 4 : 3, 4p40 + B, C p44, 4-5p45 Unité 5 : 3-4-5p 51 Unité 7 : 4-5-6p69, Ap75, 2p75	Unité 4 :5p46 Unité 5 : 5-6p56	Unité 5 : 2p49, 2- 3p50, Bp54, 3-4- 5p55 Unité 7 : 2-3p70, 3, 4, 5p76 Unité 8 : 2-3p82
J'apprends les maths, Retz 26exos	Leçon 48 : 1,2p66 Leçon 61 : 1,2p82 Leçon 87 : 1-2p116-117 Leçon 88 : 1-2-3p118 Leçon 89 : 1p120 Leçon 90 : 1p121 Leçon 91 : 1-2p122-123 Leçon 111 : 1-2p148	Leçon 47 : 1-2-3- 4p62 à 65 , Leçon 60 : 1p81 Leçon 62 : 1-2-3p83 Leçon 88 : 4p119	Leçon 90 : 2p121 Leçon 96 : 3p129
Les maths avec Léonie, Bordas 80exos	Leçon 11 : 1-2p36 Leçon 12 : 1p40, 6p42 Leçon 13 : 1p46 Leçon 14 : 1p48 Leçon 15 : 1p50, 6p52 Leçon 18 : 1-2-3p60 Leçon 50 : 1-2p76 Leçon 52 : 1-2p80 + nous manipule pour tous + x2 L12, L15	Cahier1 Leçon 11 : 3-4p37, 13p39 Leçon 12 : 2-3-4p41, 7-8-9-10-11p42-43 Leçon 13 : 2-3-4-5- 6p46-47 Leçon 14 : 2-3-4- 5p48-49 Leçon 15 : 3-4- 5p51, 7-8-9-10- 11p52-53 Leçon 18 : 4 5-6p61 Cahier2 Leçon 35 : 3-5p35 Leçon 50 : 3-4-5-6- 8p77	Leçon 12 : 5p41 Je fais le point leçon 1 à 12 : 4-6p44-45 Je fais le point leçon 13 à 23 : 1-2p78

		Leçon 52 : 3-4-5-6-7-8p81	
Maths au CE1, Accès (pas classifié dans manuel par code) 29exos	Sqc 17 : 1-2-3-4p38-39 Sqc 18 : 1-2p40-41 Sqc19 : 1-2-3p42-43 Sqc 29 : 1-2-3-4-5p64-65	Sqc 18 : 3-4-5p41 Sqc 19 : 4-5-6p43 Sqc 30 : 1-2-3-4-5-6-7p66-67	P2 je révise : 1-3p60

3. Extraits de grilles d'analyse des manuels

a) Grille pour manuel

b)

J'apprends les maths avec Picbille		Recommandation IO		Analyse des maths (orga maths)		Légende manuel: cadre couleur forte : activité découverte Cadre couleur légère : activité d'appropriation Cadre grisé : activité d'entretien des notions		Période 1 Période 2 Période 3			
Les tâches	Les réponses attendues par PE	Connaissance que ça mobilise	Les procédures éventuelles avec erreurs possibles	Difficultés des élèves	Matériels de num ? Pour quoi ? A quoi sert-il ?	Est-ce que phase de manipulation ?	Est-ce que cela permet engagement des élèves dans la tâche ? (Dévotion)	Trace écrite pour les élèves et PE (Institutionnalisation)			
2, 3, 4 : p63 à 65 Exprimer un nombre en groupement de 10	100 = 10 groupes de 10	1c=10d décomposition	Erreurs : prendre que le chiffre des dizaines comme pour nombres à 2 chiffres Limite car mis en gras	Comprendre qu'il faut prendre tous les chiffres 1/2barrette =5 d'avant jusqu'au rang de la dizaine pour former le nombre de groupement de 10	Oui Barrette modéliser la base 10 1/2barrette =5 1 barrette =10	oui	Un peu	Phrases avec schéma si besoin			
1, 2p81 2 p82 1, 2, 3p83	Conversion m en cm et inverse Convertir euros en centimes et inverse 1, 1€=100 =10*10=10p 2, 109c=1€09c 1€07=107c	Conversion euros centimes et équivalence	Erreurs : oublier le 0 quand nombre de centimes est une	Se rappeler 1€=100c	Oui Pièces de monnaies	Oui	Oui contexte de l'argent utilise connaissance naturalisé	Réponse avec illustration par manipulation			

b) Grille pour guide du maître

Guide pédagogique_Maths avec Léonie

Aspect décimal et de position travaillé d'abord séparément

Puis réinvestit conjointement au fur et à mesure que le champ numérique s'agrandit (assure progressivité adapté à tout profil de la classe)

Progression spiralaire

Matériel : cubes, barres, jetons, monnaie, horloge

Séquence	objectif	Manip ?	Possible mais pas dit	Matériel	Rôle ?	Validation ?	Verbalisation ?
11	Notion de centaine (num décimale) relation $1c=10d=100u$	Je manip		Cube, tableau de num	Illustrer, réfléchir, valider	manip	oui

4. Questionnaire et extraits de réponses aux questionnaires

i. Questionnaire sur les pratiques enseignantes

Le questionnaire :

Bonjour, étudiante en master 2 MEEF 1^{er} degré, je m'intéresse pour mon mémoire de recherche à l'enseignement de la numération décimale ainsi qu'à la sélection de manuel en mathématiques en cycle 2. Je souhaite collecter les points de vue des enseignants afin de les lier, croiser à mes résultats.

Les réponses à ce questionnaire seront évidemment utilisées anonymement.

Merci d'avance pour le temps que vous consacrerez à ce questionnaire.

Fleur Baptista.

Partie 1 : La numération décimale

1) Dans l'enseignement de la numération décimale, quelle place accordez-vous à l'enseignement du principe de position ?

2) Quelles sont les principales difficultés des élèves sur ce thème ?

3) Comment procédez-vous pour remédier à ces difficultés là ?

Partie 2 : Les manuels

4) Pour l'enseignement de ce thème, utilisez-vous un manuel ? Si oui, lequel ? Si non, pourriez-vous transmettre l'un de vos supports ?

5) Quels sont vos critères de sélection pour un manuel, comment choisissez-vous un manuel de mathématiques (cycle 2/3) ?

Partie 3 : Proposition d'exercices

6) Voici 2 extraits de manuels, ces exercices vous paraissent-ils intéressants ? Les proposeriez-vous dans votre classe ?

Extrait 1 :

Tables de 6, 7 et 10
(7 boîtes de 3 feutres ?)

Observe : Picbille dit combien il y a de dizaines et d'unités, la maîtresse dit les nombres comme nous.

1 9 8
19 dizaines et 8 unités
cent quatre-vingt-dix-huit

On ajoute un jeton. Complète.

1 9 9
dizaines et unités

On ajoute un jeton.

2 0 0
dizaines et unités

On ajoute un jeton.

2 0 1
dizaines et unités

Colle les couvercles quand il le faut.

Extrait 2 :

4 Complète.

exemple	42	4 dizaines et 2 unités	$10 + 10 + 10 + 10 + 2$
	204		
	310		
		4 dizaines et 2 centaines	
			$100 + 100 + 10 + 10 + 6$
		8 unités et 2 centaines	

Partie 4

- 7) Pour l'enseignement de la numération décimale, organisez-vous des phases où les élèves manipulent ? Si oui, pourriez-vous en donner une description (quels objets sont manipulés pour répondre à quelle consigne ?) et dire pourquoi cela est-il important ? Si non, pour quelles raisons ?

ii. Extraits de réponses aux questionnaires

- a) Extrait réponse enseignant A

Partie 1 : La numération décimale

- 1) Dans l'enseignement de la numération décimale, quelle place accordez-vous à l'enseignement du principe de position ?

Ce principe est fondamental. Il n'est pas facile à percevoir pour les enfants lors de leurs premières années d'école. Il est très important de le travailler car ce n'est pas inné. D'ailleurs, la numération décimale positionnelle n'est pas universelle.

- 2) Quelles sont les principales difficultés des élèves sur ce thème ?

Tout d'abord, on ne retrouve ce principe nulle part ailleurs. Par exemple dans les mots, les lettres ont la même valeur, qu'elles soient au début, au milieu ou à la fin.

De plus la distinction chiffre et nombre n'est pas acquise. Ex : 7 est un **nombre** lorsqu'il représente une quantité mais **aussi un chiffre** : le caractère pour écrire des nombre. Souvent la confusion est entretenue et beaucoup d'enfants pensent que les « nombres » sont à partir de 10.

On retrouve cette nuance dans les exercices comme « quel est le nombre de dizaines, le chiffre des dizaine... ». Si ce n'est pas maîtrisé les exercices sont incompréhensibles.

Ce qui me semble difficile pour les élèves c'est l'écriture de « droite à gauche ». La première lettre d'un mot est à gauche / le premier chiffre d'un nombre est à droite.

- a) Extrait réponse enseignant D

Partie 2 : Les manuels

- 4) Pour l'enseignement de ce thème, utilisez-vous un manuel ? Si oui, lequel ? Si non, pourriez-vous transmettre l'un de vos supports ?

Oui Maths + et Maths explicite

- 5) Quels sont vos critères de sélection pour un manuel, comment choisissez-vous un manuel de mathématiques (cycle 2/3) ?

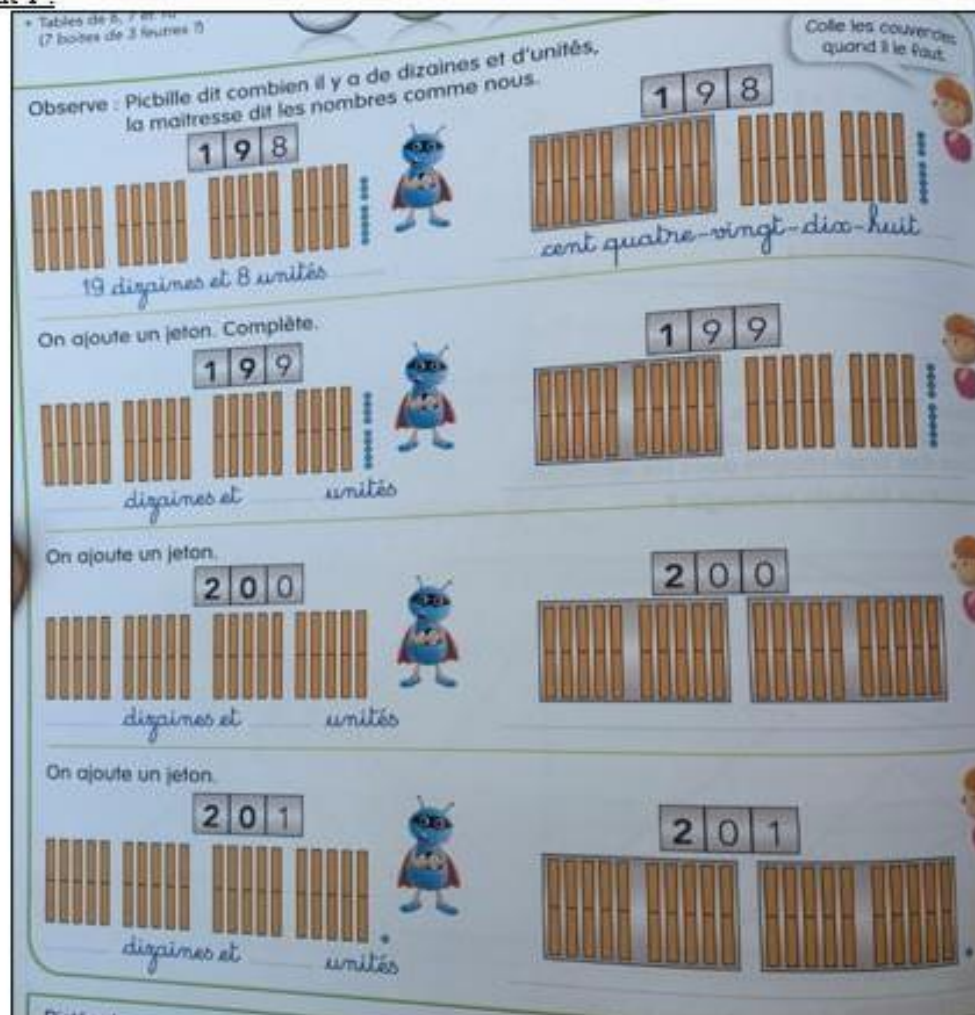
Situation découverte intéressante / organisation logique dans le déroulé des notions / batterie d'exercice permettant la différenciation

b) Extrait réponse enseignant C

Partie 3 : Proposition d'exercices

6) Voici 2 extraits de manuels, ces exercices vous paraissent-ils intéressants ? Les proposeriez-vous dans votre classe ?

Extrait 1 :



Cet exercice est intéressant dans la mesure où il oblige les élèves à prendre en compte le fait que ce n'est pas parce qu'une centaine a été faite que les dizaines ont disparu. Or c'est une grosse difficulté pour les élèves de comprendre que l'on peut compter et dire les nombres de différentes manières en prenant en compte ce que l'on veut compter (les unités, les dizaines ou les centaines). Il y a un gros souci de vocabulaire entre chiffre et nombre. Par exemple si vous demandez le nombre d'unités d'un nombre, les élèves répondent systématiquement par le chiffre. Il est très difficile de leur faire prendre conscience de la différence. Pour revenir à cet exercice, le problème c'est la connaissance d'un matériel très particulier, les boîtes de Picbille. On ne peut utiliser cet exercice que si on a présenté ce matériel. Par ailleurs cet exercice est proposé dans tous les manuels avec d'autres représentations et cela est tout aussi efficace.

Extrait 2 :

4 Complète.		
exemple 42	4 dizaines et 2 unités	$10 + 10 + 10 + 10 + 2$
204		
310		
	4 dizaines et 2 centaines	
		$100 + 100 + 10 + 10 + 6$
	8 unités et 2 centaines	

Cet exercice est un classique du genre. Il entraîne les élèves à prendre conscience qu'un nombre a de multiples écritures et représentations. Cela les entraîne à une « gymnastique » à mon sens très bénéfique. De plus c'est un exercice que l'on peut faire évoluer en complexifiant les propositions et en étendant le champ numérique.

c) Extrait réponse enseignant E

Partie 4 :

7) Pour l'enseignement de la numération décimale, organisez-vous des phases où les élèves manipulent ? Si oui, pourriez-vous en donner une description (quels objets sont manipulés pour répondre à quelle consigne ?) et dire pourquoi cela est-il important ? Si non, pour quelles raisons ?

C'est automatique lors des premières séances, pour tous les élèves. Cela devient un outil de différenciation au fil de la séquence.

Manipuler des cubes qui s'emboitent : un barre de 10 devient un objet pratique à comparer visuellement avec les unités. Compter des legos est très pratique.

Des barres de perles qui s'attachent pour former un carré de 10 barres permet de visualiser la centaine.

Le ressenti physique de la réalité ancre le nombre dans le réel, ce qui nécessite plus ou moins de temps selon les élèves.