



HAL
open science

Résolution de problèmes numériques en cycle 1 pour des élèves bénéficiant de la pédagogie Montessori

Théo Devarenne, Cloé Beltran

► To cite this version:

Théo Devarenne, Cloé Beltran. Résolution de problèmes numériques en cycle 1 pour des élèves bénéficiant de la pédagogie Montessori. Education. 2023. dumas-04547043

HAL Id: dumas-04547043

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04547043>

Submitted on 15 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



**MASTER MEEF mention 1er degré
« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2022 - 2023**

**RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES EN
CYCLE 1 POUR DES ÉLÈVES BÉNÉFICIAIRES DE LA
PÉDAGOGIE MONTESSORI**

BELTRAN CLOÉ ET DEVARENNE THÉO

Directrice du mémoire : Mme BRIANT Nathalie
Assesseur : Mme TUFFERY-ROCHDI Chantal

Soutenu le 24 mai 2023

Remerciements

Tout d'abord, nous tenons à remercier Laeticia Mouttet, directrice de l'école Montessori Les Graines du Bonheur pour nous avoir accueillis dans ses locaux afin de pouvoir mener nos expérimentations et d'en apprendre davantage sur la pédagogie Montessori en maternelle.

Ensuite, nous tenons également à remercier Camille Bazalgette, enseignante en moyenne et grande section à l'école Marcellin Albert à Pignan pour nous avoir donné l'occasion de mettre en œuvre nos deux situations d'enseignement au sein de sa classe.

Également, nous adressons nos remerciements à Madame Gardes, enseignante-chercheuse en mathématiques, qui nous a accordé une visioconférence afin d'aiguiller notre réflexion sur la pédagogie Montessori.

Puis, nous remercions Madame Bernad, l'une de nos professeures au sein de la CRT « Expérimenter, manipuler en mathématiques » de nous avoir guidés, fourni de nombreux conseils et pris en compte de l'avancée de notre travail de recherche tout au long de ces deux années consécutives.

Plus spécialement, nous tenons à remercier chaleureusement Madame Briant, notre directrice de mémoire, pour sa bienveillance, sa disponibilité, ses conseils avisés ainsi que son aide permanente tant moralement que professionnellement pour produire ce travail de recherche.

Résumé

La place centrale accordée à l'élève au sein de l'école depuis plusieurs décennies s'est accompagnée d'un regain d'intérêt pour les pédagogies alternatives qui rendent l'élève acteur de ses apprentissages. De par l'intérêt de lier les enseignements mathématiques dispensés par la pédagogie Montessori en maternelle ainsi que le respect des attendus de fin de cycle 1 requis par l'Éducation Nationale, ce travail de recherche s'attache à percevoir si les élèves montessoriens sont en mesure de résoudre des problèmes numériques qu'ils n'ont pas explicitement travaillés.

Mots-clés : Montessori, manipulation, cycle 1, aspect ordinal, aspect cardinal.

Abstract

The central place given to the student within the school for several decades, has been accompanied by a renewed interest in alternative pedagogies that make the student actor of his learning. Because of the interest to link the mathematics taught by the Montessori pedagogy in kindergarten as well as the respect of the expected end of cycle 1 required by the National Education, this research work focuses on perceiving whether Montessorian students are able to solve numerical problems that they have not explicitly worked on.

Keywords: Montessori, manipulation, cycle 1, aspect ordinal, aspect cardinal.

Table des matières

Remerciements	2
Résumé	3
Abstract	4
Introduction	6
1. Partie théorique	10
1.1. Cadre théorique : la théorie des situations de Guy Brousseau.....	10
1.2. Présentation de l'enseignement et du matériel issus de la pédagogie Montessori en mathématiques au cycle 1.	12
1.3. Connaissances déjà établies sur l'enseignement de la pédagogie Montessori et sur les résultats des élèves montessoriens dans le domaine des mathématiques.	22
1.4.1. Étude de la place faite à l'apprentissage du nombre.....	33
1.4.2. Étude de la place faite à la résolution de problèmes.....	34
1.4.3. Étude de la place faite à l'aspect ordinal du nombre.....	36
1.4.4. Étude de la place faite à l'aspect cardinal du nombre.	38
1.4.5. Le rôle du matériel et de la manipulation en mathématiques au cycle 1.....	39
2. Méthodologie de recherche	42
3. Recueil de données	45
3.1. Analyse a priori.	45
3.3. Analyse a posteriori	53
4. Conclusion	71
Bibliographie	74
Annexes	78

Introduction

De multiples raisons motivent notre désir de réaliser notre sujet de mémoire sur la pédagogie Montessori. Ayant tous les deux réalisé la licence pluridisciplinarité des métiers de l'enseignement de l'éducation et de la formation au sein de la Faculté d'Éducation, nous avons eu la chance d'accomplir un stage en première année de licence au sein d'une classe de maternelle. L'enseignante en charge de 28 élèves de petite et de moyenne sections avait décidé d'insérer des ateliers de première numération dans le but de faire travailler certains attendus de fin de cycle 1 du domaine 4 « Acquérir les premiers outils mathématiques ». Les élèves avaient à leur disposition comme matériel des barres numériques, des chiffres rugueux ou encore des fuseaux¹. Sa démarche nous avait particulièrement intéressés puisque les enfants étaient investis dans les activités proposées et prenaient du plaisir dans leur apprentissage.

La lecture de l'ouvrage rédigé par Alvarez (2016) nous a également permis d'attiser encore un peu plus notre curiosité par rapport à la pédagogie Montessori. Cette professeure des écoles a eu l'idée de créer un environnement qu'elle estime plus favorable aux apprentissages. Pour ce faire, elle s'est basée en grande partie sur les travaux de Maria Montessori tout en tenant compte des avancées scientifiques contemporaines, notamment en psychologie cognitive. Un chapitre de son récit met en exergue l'utilisation des ateliers de première numération et la manière dont elle les a adaptés à ses élèves scolarisés au sein d'une école en zone d'éducation prioritaire. Elle évoque les progrès considérables que les élèves de sa classe ont pu faire par le biais de ces outils qui selon elle précisent :

[...] les intuitions innées du nombre des enfants par le *dénombrement*, *l'association de symboles et la manipulation de quantités « réelles »* avec beaucoup de finesse, de clarté et de rigueur. (Alvarez, 2016).

Sa vision de l'éducation nous a aidés à adopter une nouvelle conception des apprentissages. En maternelle, la manipulation doit occuper une place prépondérante puisqu'elle permet aux élèves de comprendre, de façon concrète, le sens des concepts mathématiques. En ce sens, il est pertinent d'étudier la pédagogie Montessori puisqu'elle place la manipulation au cœur de sa philosophie.

¹ Matériel spécifique aux ateliers Montessori qui sera explicité dans la partie théorique de l'écrit.

Nous avons pris conscience que la mise en place d'activités résultant de ce type d'enseignement est tout à fait possible au sein des écoles publiques et plus particulièrement dans des établissements en zone d'éducation prioritaire. L'ensemble de ces détails ne sont pas négligeables, car nous savons que les jeunes professeurs des écoles peuvent être affectés dans des écoles où une politique d'éducation prioritaire règne. De ce fait, grâce à la liberté pédagogique que possède tout professeur des écoles, il est intéressant d'avoir la possibilité de mettre en place, notamment en mathématiques, des pédagogies alternatives telles que celle de Maria Montessori pour aider les élèves en difficulté à progresser.

En outre, l'école a accordé, au cours des dernières décennies, une place centrale à l'enfant. Les apprentissages ainsi que les institutions scolaires doivent s'adapter à l'élève et non l'inverse. Cette évolution a considérablement changé les mœurs et de plus en plus d'enseignants et de chercheurs observent un regain d'intérêt pour les pédagogies différentes, comme celle de Maria Montessori, qui rendent l'enfant acteur de ses apprentissages. En tant que futurs professeurs des écoles, cette forte attraction pour l'éducation nouvelle nous interroge particulièrement : la pédagogie Montessori permet-elle réellement aux enfants de développer dans de meilleures circonstances leurs compétences par rapport à une pédagogie plus traditionnelle ? Si oui, quelles seraient les conditions et les contraintes de cette adaptation au sein des écoles publiques ? Le coût élevé du matériel Montessori ne représenterait-il pas un frein à la mise en œuvre de cette pédagogie ? Cette méthode alternative, basée sur des pratiques clairement définies pour l'éducateur et les enfants, ne pourrait-elle pas conduire à des dérives ne permettant pas d'accéder aux bénéfices escomptés si les acteurs ne maîtrisent pas avec exactitude le fonctionnement de cette pédagogie ? Compte tenu des effectifs de classe toujours plus chargés, les enseignants seraient-ils en capacité d'accorder à chaque élève une attention particulière pour s'adapter à ses besoins, à ses rythmes et l'aider à rentrer progressivement dans les apprentissages premiers ?

Les études menées sur le niveau des élèves en mathématiques ont renforcé nos interrogations et notre envie d'étudier la pédagogie Montessori. D'après TIMSS (2019), une baisse régulière des résultats est observable dans cette discipline. Avec un score de 485 points en mathématiques, les élèves français de CM1 se placent nettement en dessous de la moyenne des pays de l'Union Européenne (ayant un total de 527 points) et de l'OCDE (ayant un total de 529 points). Ce constat

apparaît pour le moins préoccupant. Face à ces résultats, la pédagogie traditionnelle mise en place au sein de la majorité des écoles primaires publiques se révèle-t-elle inadaptée à la plupart des élèves ? La mise en place d'une pédagogie fondée sur les ateliers de première numération accompagnée par la leçon en trois temps préconisée par Maria Montessori permettrait-elle de pallier ces difficultés et de renforcer les acquis des élèves au fur et à mesure des années ?

Ainsi, au regard de l'ensemble des éléments développés auparavant, il nous a paru pertinent, dans l'optique de la réalisation de notre futur métier, d'analyser la pédagogie Montessori et de s'interroger sur son efficacité. Néanmoins, la réalisation d'un écrit d'un mémoire implique de faire des choix et de centrer son étude sur un thème spécifique afin de le traiter avec le plus de précision possible. C'est la raison pour laquelle nous avons décidé de focaliser notre attention sur la construction du nombre en maternelle. Ce thème est central dans le programme de cycle 1 puisque l'élève effectue une première découverte des nombres et de leurs utilisations. Il sera amené tout au long de ce cycle à comprendre et à mobiliser deux fonctions essentielles du nombre : la mémorisation d'une quantité (aspect cardinal) ou d'une position (aspect ordinal) ainsi que l'anticipation d'un résultat dans des situations qui ne sont pas encore réalisées. L'acquisition de ces connaissances et de ces compétences par les élèves est incontournable puisqu'ils devront mobiliser la notion de nombre dans des domaines mathématiques variés (grandeurs géométriques, proportionnalité, etc). Pour atteindre la compréhension de la notion de nombre, les élèves doivent être régulièrement confrontés à la résolution de problèmes. Celle-ci doit ainsi susciter le goût de l'investigation et permettre aux élèves de saisir le sens du nombre et de son utilisation.

Concernant la pédagogie Montessori, les travaux de Gardes et Courtier (2018) ont démontré que certains attendus de fin de cycle 1, vis-à-vis de la construction du nombre, ne sont pas travaillés de manière explicite par l'intermédiaire des ateliers de première numération. Il est donc essentiel de s'interroger sur le niveau de compréhension des enfants à propos de ce domaine précis : les élèves montessoriens de cycle 1 sont-ils capables de résoudre des problèmes mathématiques axés sur la construction du nombre qu'ils ne travaillent pas explicitement en maternelle ? Cette problématique constitue le fruit de notre projet de mémoire étant donné qu'elle nous permet de mieux comprendre la façon dont fonctionne cette pédagogie et d'approfondir les interrogations soulevées suite à nos premières réflexions.

Dans un premier temps, nous mettrons en exergue une première partie théorique au sein de laquelle nous évoquerons le cadre théorique qui nous servira d'outil pour mettre en œuvre les situations d'enseignement permettant de répondre à notre problématique. Ensuite, nous présenterons les ateliers de première numération issus de la pédagogie Montessori ainsi que les diverses études et résultats déjà établis vis-à-vis des compétences des élèves montessoriens. Enfin, nous procéderons à une étude des programmes en vigueur de cycle 1 concernant les différents domaines mathématiques liés à notre problématique.

Dans un second temps, nous détaillerons la méthodologie de recherche que nous emploierons pour répondre de manière convenable à notre problématique de mémoire.

Dans un dernier temps, nous exposerons notre recueil de données afin de faire part des résultats envisagés avant la mise en œuvre des situations d'enseignement et des résultats finalement observés en classe. Nous concluons ainsi notre mémoire sur l'analyse de ces résultats.

1. Partie théorique

1.1. Cadre théorique : la théorie des situations de Guy Brousseau.

Comme nous avons pu l'énoncer, nous souhaitons analyser l'aptitude des élèves montessoriens à résoudre des problèmes. Pour ce faire, il est indispensable d'inscrire notre travail de recherche dans un cadre théorique adapté. Nous avons opté pour la théorie des situations de Guy Brousseau puisqu'elle constitue un outil pertinent pour préparer une séance d'enseignement centrée sur un problème mathématique. Elle permet également d'examiner a posteriori les faits observés lors du temps d'apprentissage en classe. D'après Brun (1990), la résolution de problèmes peut être définie de la manière suivante :

Un problème est une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions et d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais est possible à atteindre.

Le cadre de la théorie des situations proposé par Brousseau coïncide avec la définition ci-dessus, car celui-ci se caractérise par une approche socio constructiviste de l'enseignement : c'est-à-dire que l'acquisition de connaissances se produit par une interaction entre le sujet et l'objet d'étude. Le rôle de l'enseignant est de mettre en place un milieu résistant où l'élève va devoir s'adapter et dans lequel la connaissance visée correspond à la solution la plus adéquate pour répondre au problème. Le professeur a également le devoir de rendre les élèves responsables de leurs apprentissages. C'est ce que l'on appelle communément la phase de dévolution. Les études de Brousseau² (1998) permettent de définir cette étape comme :

L'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (...) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert.

À cet égard, l'enseignant transmet aux élèves les contraintes liées au problème et la possibilité de vérifier l'exactitude des solutions trouvées. Au cours de la phase d'activité, le professeur

² Brousseau G. (1998) Théorie des situations didactiques. Grenoble : *La Pensée Sauvage*. Consulté sur https://www.revue-mathematiques.ch/files/7714/6288/8326/Mathecole_141.pdf

n'enseigne pas des savoirs ou des connaissances aux enfants dans le sens où il n'intervient pas pour les guider sur une quelconque piste. Cette étape est nommée l'adidacticité. En effet, comme l'énonce Brousseau (1998) :

Entre le moment où l'élève accepte le problème comme le sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir ainsi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques (p. 59).

Enfin, lorsque les élèves se sont confrontés à une situation problème et ont trouvé des stratégies de résolution, l'enseignant instaure une mise en commun. Ce temps permet aux élèves d'argumenter, de démontrer et de réfuter des stratégies en adoptant un langage mathématique approprié. L'enseignant valide les réponses et permet la transformation de la nouvelle connaissance en un savoir officiel, mobilisable dans un autre contexte. Cette identification du savoir et des pratiques à retenir faisant suite à une phase d'échange entre l'enseignant et les élèves est appelée l'institutionnalisation.

Ainsi, Brousseau³ identifie quatre phases du processus d'apprentissage dans une situation didactique. Premièrement, se met en place une phase d'action où l'élève est confronté à un problème dont la solution correspond à la connaissance à acquérir. L'élève va pouvoir initialement agir et envisager une réponse qui doit se révéler insuffisante auquel cas il n'y aurait pas de situation d'apprentissage. De ce fait, l'élève doit comprendre qu'il est nécessaire de modifier ses stratégies par les informations qu'il perçoit suite à la mise en œuvre de ses procédures. Deuxièmement s'en suit une phase de formulation au cours de laquelle l'élève explicite la façon dont il a obtenu son résultat et les propriétés qu'il a mobilisées. Troisièmement, l'élève doit expliquer les raisons pour lesquelles sa stratégie est correcte d'un point de vue mathématique. Cette étape qui consiste à démontrer et à argumenter est appelée la phase de validation. Enfin, le professeur a la responsabilité de définir le savoir établi lors de l'étape d'institutionnalisation. Nous pouvons ainsi émettre, suite à l'ensemble de ces données provenant des recherches en didactique, que le cadre proposé par Guy

³ Brousseau G. (1998) Théorie des situations didactiques. Grenoble : *La Pensée Sauvage*. ; Brousseau G. (1988). Didactique fondamentale, in *Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire*, Actes de l'université d'été, Publication de l'I.R.E.M. de Bordeaux.

Brousseau nous servira à définir une situation d'apprentissage en adéquation avec notre problématique. Nous pourrions porter un regard plus critique pour donner suite aux observations que nous réaliserons par l'intermédiaire d'activités proposées aux élèves. Plus précisément, nous examinerons plus aisément leur faculté à agir dans une situation où ils sont placés en grande autonomie. Nous évaluerons également avec plus de facilité leur aptitude à réagir face à un milieu qui les contraint à s'adapter pour parvenir à résoudre un problème.

1.2. Présentation de l'enseignement et du matériel issus de la pédagogie Montessori en mathématiques au cycle 1.

Cette sous-partie revêt d'une grande importance pour l'étude de notre problématique. Celle-ci va nous permettre d'analyser de manière plus approfondie les différents ateliers préconisés en mathématiques par Maria Montessori et ainsi les savoirs mathématiques sous-jacents associés. Nous analyserons également la place de la manipulation dans le processus d'apprentissage des élèves montessoriens, méthode prônée pour enseigner une première approche des mathématiques à des élèves de cycle 1 d'après les programmes officiels en vigueur.⁴

La pédagogie Montessori est une méthode d'éducation créée en 1907 par Maria Montessori, première femme médecin psychiatre d'Italie. Cette dernière réalise ses premières observations scientifiques sur le développement des enfants en initiant sa thèse de doctorat en psychiatrie auprès d'enfants déficients intellectuels. Grâce à ses analyses, elle découvre que l'éducation constitue un vecteur capital pour aider ces enfants à progresser. Elle élabore à la suite de ses découvertes, une théorie éducative fondée sur le développement individuel et libre de l'enfant. Son objectif est de permettre à chaque individu d'apprendre, d'acquérir de nouvelles connaissances en fonction de ce qui l'intéresse réellement et surtout, au bon moment. D'après les dires de Deny et Pigache (2017) :

C'est en effet en laissant un enfant faire ses propres expériences et « vivre sa vie » suivant ses besoins qu'il va, en grandissant, devenir maître de ses choix et de son existence (p. 52).

⁴ MEN (2021). Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports. Programme du cycle 1. Bulletin officiel n°25 du 24 juin 2021. <https://eduscol.education.fr/document/7883/download>

Maria Montessori expose dans sa pédagogie deux structures internes, dont bénéficie l'enfant lors de sa croissance, qui jouent un rôle éminent dans les étapes de son évolution. La première s'intitule les périodes sensibles. D'après les propos de Montessori (1949) ces périodes sont :

Une puissance de sensibilité telle que les choses qui l'entourent éveillent en lui un intérêt et un enthousiasme qui pénètrent sa vie même. L'enfant assimile ces impressions non par son esprit, mais avec sa propre vie (p. 25).

Celles-ci se produisent principalement avant l'âge de six ans et permettent à l'enfant d'éprouver une sensibilité, une fascination intense qui accélèrent sa volonté de développer ses compétences dans un domaine spécifique pour répondre à un besoin d'apprentissage. La deuxième structure se nomme l'esprit absorbant : d'abord inconscient de zéro à trois ans, puis progressivement conscient de trois à six ans, Ekert (2017) définit ce phénomène comme la capacité à :

S'imprégner du monde qui l'entoure (sons, odeurs, coutumes, climat...) à s'y adapter et à le faire sien. Maria Montessori utilise la métaphore de *l'éponge qui absorbe l'eau* pour décrire combien, à cette période, l'environnement au sens large devient partie intégrante de l'enfant. (p. 34).

Afin de pouvoir répondre à ce processus de développement naturel, la méthode éducative de Maria Montessori insiste sur l'importance de la manipulation pour favoriser les apprentissages des élèves. C'est selon elle la condition sine qua non pour que l'individu puisse atteindre une capacité d'abstraction ou encore de raisonnement. En ce sens, Maria Montessori souligne que les mathématiques, en particulier, vont permettre à l'élève, tout en s'appuyant sur des objets matériels, de développer ses aptitudes spécifiques. En effet, Courtier et Gardes (2018) rappellent ces propos autrefois rapportés par la première femme médecin d'Italie :

Cet esprit mathématique « *se construit à travers l'exactitude* » [...], c'est-à-dire l'ordre et la précision. Pour cela, Maria Montessori a construit un matériel, qu'elle qualifie d'« *abstractions matérialisées* », dans le sens où la matérialisation permet à l'enfant d'accéder à l'abstraction.

Les ateliers de mathématiques au sein de la pédagogie Montessori, proposés à l'élève à compter de l'âge de quatre ans, sont réalisés selon Ekert (2017) :

(À partir) d'un matériel progressif, spécifique et autocorrectif (qui) vient nourrir l'ensemble des périodes sensibles traversées par l'enfant de 3 à 6 ans. C'est un matériel concret qui matérialise le concept abstrait des nombres, des quantités, des opérations et des symboles (p. 116).

Ces équipements mathématiques montessoriens ont la particularité d'isoler une qualité unique pour permettre à l'enfant de distinguer une seule chose à la fois et par conséquent d'être confronté à une seule difficulté, ce qui lui simplifie considérablement la tâche :

Le matériel de mathématiques isole certaines notions mathématiques, telles que les quantités, les symboles ou la parité, ce qui va permettre à l'enfant d'analyser chacune de ces propriétés présentées séparément par un matériel concret [...] (Courtier et Gardes, 2018).

En maternelle, le matériel préconisé par Montessori (2016) en mathématiques s'articule autour d'une progression logique et clairement définie :

Exposer d'abord l'enfant aux quantités, puis aux symboles et enfin à l'association entre les quantités et les symboles. Viendront ensuite la présentation du système décimal, les quatre opérations et les fractions (p. 11)

Chaque domaine et chaque matériel ne peut être utilisé que si le concept travaillé précédemment est acquis par l'élève.

Au sein des classes de maternelle montessoriennes, les ateliers de première numération sont nombreux et divers. Une présentation de l'ensemble de ce matériel mathématique est donc une bonne façon de percevoir les différents outils que les élèves montessoriens utilisent et la manière dont ils les manipulent afin d'acquérir les concepts mathématiques requis. Nous centrerons notre étude sur la numération de 1 à 10 (4 ans) ainsi que sur le système décimal (4ans – 5 ans), car ce sont les domaines mathématiques correspondant au programme officiel de maternelle qui se retrouvent dans les attendus de fin de cycle 1 d'après MEN (2021) :

- Quantifier des collections jusqu'à 10 au moins (...)
- Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à écrire les nombres en chiffres jusqu'à 10.

- Commencer à comparer deux nombres inférieurs ou égaux à 10 écrits en chiffres. (p. 16)

<p>Domaines abordés au sein de la pédagogie Montessori en maternelle (4-5 ans)</p>	<p>Matériel de mathématiques utilisé dans l'ordre précis présenté ci-contre et objectifs spécifiques associés</p>
<p>La numération de 1 à 10 (4 ans)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Les barres numériques (rouges et bleues) Objectifs : dénombrer de 1 à 10, découvrir sensoriellement des concepts d'unités et de nombres. • Les chiffres rugueux Objectifs : introduire les écritures chiffrées de 1 à 9, préparer à l'écriture et à la lecture des nombres. • L'association des barres numériques et des chiffres (association des symboles avec des quantités) Objectifs : construire la notion de nombre, introduire l'écriture du 10, associer un symbole à une quantité. • Les fuseaux Objectifs : construire la notion de nombre à partir d'une unité distincte, introduire le zéro, introduire la valeur ordinale. • Le jeu des jetons Objectifs : construire la notion de nombre, introduire la notion de divisibilité par 2 avec le concept de pair/impair, renforcer la connaissance des nombres de 1 à 10. • Le jeu de mémoire des nombres Objectif : faire correspondre une quantité à une écriture chiffrée.
<p>Le système décimal (4 ans et demi - 5 ans)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Les quantités (présentation) Objectifs : présenter et comprendre le système décimal, construire la numération de position, lire les nombres, introduire les symboles du système décimal. • Les symboles Objectif : permettre à l'enfant de lire les symboles du système décimal. • Association symboles et quantités Objectifs : lire les nombres, associer les nombres et les quantités. • La formation des grands nombres Objectifs : permettre à l'enfant d'associer les quantités et les symboles du système décimal, lire les nombres. • L'addition, la soustraction, la multiplication, la division statique/dynamique Objectifs : introduire sensoriellement l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, renforcer la compréhension du système décimal. • Les timbres : Objectifs : Passer à l'écriture de l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, introduction des signes, renforcement de la fonction de l'opération. • La table des points

	Objectifs : comprendre le mécanisme de la retenue dans l'addition, introduire dix mille.
--	--

Tableau 1. Liste du matériel de mathématiques au sein de la pédagogie Montessori pour les élèves de 4 ans à 5 ans concernant les domaines de la numération de 1 à 10 et le système décimal d'après Bieth, Constans (2018) et Godec (s.d.).⁵

Au sein de ce tableau, nous avons considéré les domaines communs au programme vigueur de cycle 1 et aux enseignements prodigués par Maria Montessori dans le but d'établir par la suite un comparatif entre les élèves montessoriens et ceux en école publique, tel est l'objet de notre travail de recherche. Ainsi, pour mettre en avant la façon dont ce matériel est utilisé, manipulé, explicité aux élèves, nous avons fait le choix de détailler un atelier spécifique au sein de chaque rubrique présente dans le tableau ci-dessus. Nous détaillerons également au cours de ces présentations l'intervention de l'éducateur qui utilise la leçon en trois temps dispensée à chaque élève de manière individuelle. Cette façon de procéder élaborée au préalable par Édouard Seguin puis reprise par Maria Montessori, permet d'après Ekert (2017) « d'introduire le vocabulaire des concepts » et de « fixer les idées de l'enfant en lui apprenant une nomenclature exacte » selon les dires de Montessori (2016). Il s'agit tout d'abord de nommer la perception rencontrée (phase de découverte), puis de constater que l'enfant distingue la perception (phase d'appropriation) et enfin, de vérifier que l'enfant a mémorisé la perception (phase de mémorisation).⁶

Dans le domaine « la numération de 1 à 10 », nous allons tout d'abord développer l'atelier des barres numériques (rouges et bleues) présenté à l'enfant vers l'âge de 4 ans, car c'est un des ateliers qui est le plus en adéquation avec notre démarche de recherche. L'objectif de ce matériel est de découvrir sensoriellement les concepts d'unités et de nombres dans le but de dénombrer par la suite

⁵ Voir en annexes le tableau détaillé du matériel mathématique Montessori pour les élèves jusqu'à 6 ans.

⁶ <http://albummontessori.blogspot.fr/> (consulté le 22/02/23). Ce site est un blog fondé par une éducatrice Montessori formée par l'AMI. Elle a rendu public dire la présentation des différents ateliers Montessori. Ces présentations semblent représentatives de ce qui est dispensé dans les formations AMI. Nous nous baserons donc en partie sur ses dires pour développer chaque atelier.

de 1 à 10. Ce matériel se présente de la façon suivante : dix barres qui représentent 1 à 10 unités. Chaque barre possède une couleur qui alterne entre le rouge et le bleu chaque 10 centimètres.

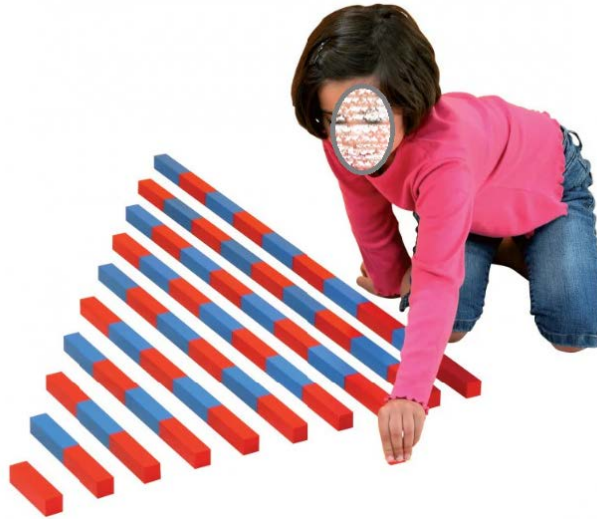


Image 1. Barres numériques rouges et bleues, d'après Tout Pour Le Jeu SARL (2022).

D'après les dires de Gardes et Courtier (2018) :

(Cet atelier) fait suite à un atelier de vie sensorielle : les barres rouges. L'enfant aura appris à distinguer les barres rouges selon leur longueur et à les ordonner de la plus petite longueur à la plus grande longueur. Cela lui permet ainsi d'effectuer la première tâche de l'atelier des barres numériques : placer les barres en « escalier » en alignant le côté rouge à gauche (p. 90).

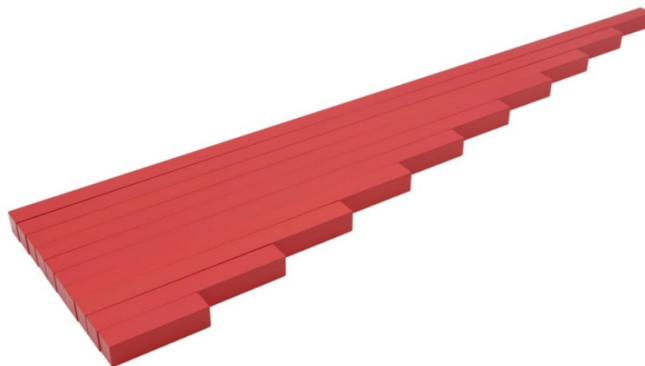


Image 2. Barres numériques rouges, d'après Montessori Spirit (s. d.)

Comme nous l'avons énoncé précédemment, l'ensemble des ateliers préconisés par Maria Montessori possède une logique interne entre eux. Chaque atelier doit devenir un préalable nécessaire pour envisager l'utilisation d'un prochain matériel. Il est donc primordial d'aller au rythme de l'élève en ne sautant pas d'étapes, car cela pourrait engendrer une mauvaise représentation des concepts mathématiques pour lui.

Lors de la première présentation de cet atelier, seules les barres correspondant à 1, 2 et 3 unités sont présentées à l'enfant, car il est fondamental de ne pas le surcharger cognitivement dès la première présentation. Il est également essentiel de laisser l'élève manipuler, toucher ce matériel afin qu'il puisse se l'approprier et entrer par la suite plus facilement dans les apprentissages.

Temps 1 : L'éducateur demande dans un premier temps à l'enfant d'aller chercher uniquement les 3 premières barres et de les placer en désordre sur un tapis.

Temps 2 : Tout en faisant un lien explicite avec les barres rouges que l'enfant a déjà manipulé auparavant, l'éducateur demande : « Place ces barres de la plus petite à la plus grande comme tu avais fait avec les barres rouges, mais en plaçant le côté rouge sur la gauche ».

Temps 3 : L'éducateur va nommer avec l'élève le matériel. Il va prendre la barre la plus courte, passer son doigt de gauche à droite et énoncer « 1 c'est 1 ». Il propose ensuite à l'élève d'effectuer ce même geste et de répéter ce qu'il vient de dire. Ensuite, il effectue ce même procédé avec la deuxième barre « 2 c'est 2 », il passe ensuite le doigt sur la partie rouge et énonçant « 1 » et continuer à passer son doigt sur la partie bleue en disant « 2 » puis il repasse le doigt sur l'ensemble de la barre en disant « c'est 2 ». L'éducateur effectue cette même procédure avec la barre 3.

Temps 4 : Ensuite, l'éducateur dispose les barres dans le désordre et demande : « Montre-moi 1, puis montre-moi 2 puis montre-moi 3 ».

Temps 5 : Enfin, l'éducateur demande à l'élève « Qu'est-ce que c'est ? » en pointant du doigt chaque barre.

Plus tardivement, l'éducateur introduira les barres numériques 4,5, 6 puis 7,8,9,10 dans cet ordre. Lorsque l'élève a manipulé l'ensemble des barres numériques de 1 à 10, deux jeux peuvent l'aider à atteindre l'objectif mis en avant par cet atelier à savoir dénombrer de 1 à 10. Le premier consiste à mettre toutes les barres numériques en désordre sur un tapis et à demander à l'enfant de poser sur

un second tapis une barre spécifique. L'éducateur dans cette situation, incite l'élève à vérifier son résultat en dénombrant avec ses doigts. Le deuxième jeu se déroule de la manière suivante : l'éducateur dispose les barres numériques dans le désordre sur un tapis et en prend une au hasard tout en demandant à l'élève « qu'est-ce que c'est ? ». Le moyen de vérification de son résultat reste identique au premier jeu.

En ce qui concerne la rubrique « le système décimal », nous allons développer l'atelier des timbres concernant l'addition présenté à l'enfant vers l'âge de 5 ans. L'objectif de cet atelier est d'introduire l'écriture de l'addition, des signes et de la fonction de l'opération. Nous avons fait le choix de développer ce matériel spécifique, car dans les programmes de maternelle en cycle 1, les élèves en école publique effectuent une première approche du concept d'addition en commençant, d'après MEN (2021) à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout (...) dont les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10. Il est donc pertinent de pouvoir observer l'approche de ce concept au sein des écoles montessoriennes.

L'atelier des timbres se compose d'une boîte en bois avec 6 compartiments contenant des timbres rectangulaires, de couleurs différentes, représentant les quantités et les symboles du système décimal à savoir 1, 10, 100, 1000. Ces timbres s'accompagnent de petites quilles : 9 de couleur verte, 9 de couleur bleue, 9 de couleur rouge, 1 grande quille verte représentant les diviseurs ainsi que 3 jetons symbolisant le 0 du diviseur, 1 jeton rouge, 1 jeton vert et 1 jeton bleu représentant chacun une catégorie. Ce plateau est accompagné de papier quadrillé et d'un crayon.



Image 3. Jeu des timbres d'après Pensées Montessori (2023). Spirit (s.d.)

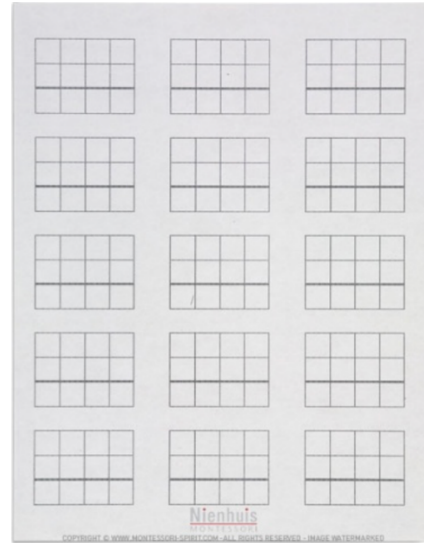
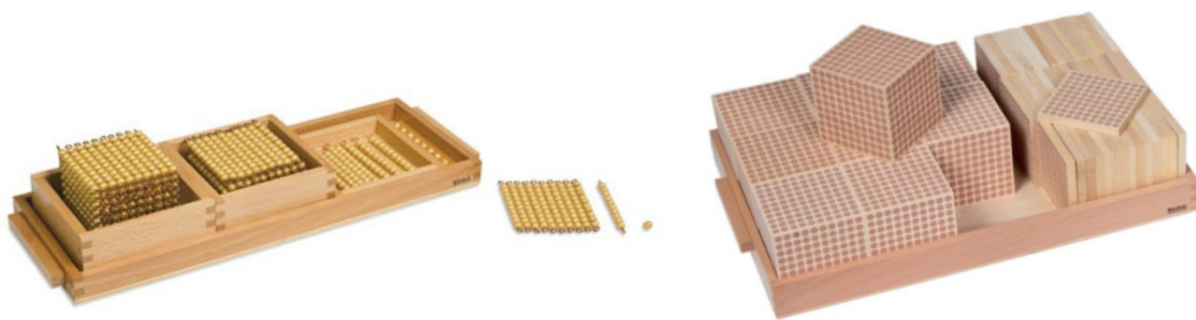


Image 4. Papier quadrillé d'après Montessori

D'après Daoust, Jor'dan, Laski et Murray (2015) deux ateliers de première numération précèdent celui des timbres, ce qui confirme une réelle progressivité des apprentissages au fil du temps :

Les matériaux progressent de l'instanciation des unités individuelles en nombres à des carrés en bois marqués de cercles pour signifier les unités à des carreaux en bois avec une quantité indiquée uniquement par des chiffres (jeu des timbres).



Images 5 et 6. D'après Montessori Spirit (s.d.)

Nous pouvons donc constater que les élèves montessoriens apprennent à effectuer une addition dès l'âge de 5 ans avec de grands nombres. Tout d'abord, une première présentation de l'addition statique (sans retenue), est présentée à l'élève.

Temps 1 : L'éducateur demande à l'élève d'aller chercher le matériel des timbres et de le déposer sur la table.

Temps 2 : L'éducateur présente les différents timbres à l'élève. Il montre le timbre avec la valeur « 1 » et demande à l'élève ce que c'est, il énonce ensuite « c'est 1 unité ». Il effectue de même avec le timbre « 10 » et énonce « c'est une dizaine, une dizaine c'est 10 unités », avec le timbre « 100 » en disant « c'est une centaine, une centaine c'est 10 dizaines » et enfin avec le timbre « 1000 » en énonçant « c'est mille, mille c'est 10 centaines ». Puis, l'éducateur range les timbres.

Temps 3 : L'éducateur dit à l'élève « nous allons faire une addition ». Il écrit celle-ci sur le papier quadrillé en prenant soin de disposer un chiffre dans chaque case et la lit en même temps « $1631 + 2125 =$ ». Les signes + et = sont introduits ainsi que la façon de présenter une addition.

Temps 4 : L'éducateur propose à l'élève de composer le premier et le deuxième nombre avec les timbres sur la table en commençant par les milliers. Il demande ensuite à l'enfant s'il se rappelle ce qu'est une addition à savoir « c'est mettre ensemble ».

Temps 5 : L'éducateur invite l'élève à mettre ensemble les timbres du bas vers le haut en comptant la totalité de ces timbres en commençant par les unités. L'éducateur lit le résultat et l'écrit ensuite sur la feuille.

Par la suite, l'éducateur enseignera à l'élève comment effectuer une addition dynamique (avec retenue). Le dispositif est le même, or, lors du comptage de tous les timbres du bas vers le haut en commençant par les unités, si une des catégories dépasse 10, l'éducateur montre à l'élève comment effectuer le change avec un timbre.

En explicitant ces deux ateliers de première numération, nous pouvons observer que la manipulation est au cœur de la pédagogie Montessori. Comme l'énonce Ekert (2017) :

L'ensemble du matériel permet donc à l'enfant de travailler sur des bases sensorielles. Des concepts et des notions profondément compris, parce que ressentis. Ces propriétés, tour à tour distinguées, identifiées, précisées, organisées puis généralisées, sont autant d'étapes nécessaires à la construction d'images mentales significatives (p. 98).

Perçue comme la base des apprentissages, celle-ci permet à l'élève, d'après Ekert (2017), de mieux comprendre et manipuler les concepts mathématiques abordés en maternelle qui seront réutilisés

ensuite tout au long de la scolarité. Cette manipulation effective permet, comme l'énonce Montessori (2016), de « penser avec ses mains » et d'atteindre plus tardivement une forme d'abstraction, car l'esprit de l'élève va s'organiser grâce à ce matériel innovant pour répondre à « l'ordre naturel de son développement ».

1.3. Connaissances déjà établies sur l'enseignement de la pédagogie Montessori et sur les résultats des élèves montessoriens dans le domaine des mathématiques.

La méthode montessorienne utilisée en mathématiques et décrite précédemment peut être complétée par les ressources bibliographiques que nous avons rencontrées tout au long de nos lectures. Ces dernières nous permettent d'effectuer un état des lieux de la pédagogie Montessori à l'heure actuelle en rendant compte des connaissances déjà établies et des questions encore débattues en lien avec notre problématique de projet de mémoire.

L'émergence des neurosciences dans notre société moderne a permis de valider de nombreuses observations et pratiques prônées par Maria Montessori notamment dans le domaine des mathématiques. D'après Daoust, Jor'dan, Laski et Murray (2015), de nombreux résultats à propos de l'omniprésence des manipulateurs au sein des classes de l'école maternelle se contredisent quant à leur efficacité pour l'apprentissage des concepts mathématiques. La recherche, qui s'est davantage intéressée à l'utilisation de ces manipulateurs, fait le constat suivant :

Une méta-analyse récente de 55 études comparant l'enseignement avec ou sans manipulateurs suggère que les manipulateurs peuvent être bénéfiques pour l'apprentissage, mais seulement dans certaines conditions (Daoust, Jor'dan, Laski et Murray, 2015)

Un manipulateur peut être défini d'après les chercheurs comme :

Des matériaux en béton (par exemple, des blocs, des carreaux) utilisés pour démontrer un concept mathématique ou pour soutenir l'exécution d'une procédure mathématique.

En raison de ce diagnostic, les chercheurs établissent quatre critères qui favorisent une utilisation pertinente des manipulateurs : employer un manipulateur pendant une période allongée tout en l'exploitant de manière cohérente, commencer par des représentations concrètes puis plus abstraites

au fur et à mesure du temps, ne pas utiliser des manipulateurs assimilables à des objets de la vie quotidienne qui ont des caractéristiques gênantes et non pertinentes et enfin, décrire explicitement le lien entre le manipulateur et le concept mathématique qui y est associé. En prenant en compte ces éléments précis, les experts concentrent leur attention sur une méthode d'éducation semblant promouvoir un apprentissage des mathématiques efficace : l'approche Montessori :

Les enfants qui suivent des programmes Montessori dans la petite enfance font preuve de grands niveaux de réussite en mathématiques. Les enfants qui ont été sélectionnés au hasard pour suivre un programme Montessori ont obtenu un score plus élevé lors d'un test de mathématiques standardisé que les enfants qui n'avaient pas été sélectionnés et qui ont suivi un programme non Montessori (Lillard et Else-Quest, 2006).

Selon les auteurs, le premier critère souligné précédemment est une des conditions fondamentales pour permettre aux élèves de résoudre des problèmes. L'utilisation prolongée de manipulateurs au fil du temps permet une compréhension approfondie de la relation entre le matériel concret et le concept mathématique sous-jacent :

Ce délai pluriannuel et la cohérence entre les programmes de la petite enfance et du primaire offrent aux enfants de nombreuses possibilités d'abstraire les concepts mathématiques représentés par les manipulateurs mathématiques Montessori et de développer progressivement des connaissances plus sophistiquées sur une longue période (...).

Cette pratique dans la pédagogie Montessori permet donc aux élèves de mieux interpréter la signification des symboles et de les utiliser à bon escient pour développer leurs compétences dans les différents problèmes à résoudre. L'utilisation efficace de manipulateurs chez les élèves montessoriens permet également d'assurer un meilleur transfert entre les représentations concrètes et les représentations plus abstraites et par conséquent d'engendrer une meilleure capacité à résoudre des problèmes. Cette aptitude est notamment due à une avancée logique de l'utilisation du matériel de mathématiques préconisée par Maria Montessori qui prône une décoloration progressive pour passer du concret à l'abstrait.

En prenant l'exemple du concept de nombre, les éducateurs favorisent en premier lieu un matériel sensoriel, représentant physiquement la composition des nombres (avec une collection de perles individuelles), ensuite, les élèves passent à une représentation composée de carrés en bois marqués

par des cercles pour signifier les unités, enfin, l'enfant utilise des carreaux de bois sur lesquels la quantité n'est inscrite que par l'intermédiaire de chiffres. Plus la similitude physique entre le manipulateur et le concept mathématique est élevée, plus l'enfant est capable de comprendre la relation entre les deux et transférer les connaissances qu'il a acquises au cours de ces ateliers à des problèmes nouveaux et décontextualisés.

En outre, le matériel proposé par Maria Montessori n'est pas assimilable à des objets du quotidien ce qui génère de meilleurs résultats quant à la résolution de problèmes d'après les chercheurs :

(...) la simplicité des matériaux Montessori est que bien qu'ils soient superficiellement moins intéressants ou attrayants que les manipulateurs plus largement utilisés, ils sont conçus de manière à cibler l'attention des enfants sur les attributs qui représentent le concept mathématique et à accroître l'apprentissage.

Par ce biais, l'attention de l'enfant est focalisée sur le concept mathématique et sa représentation concrète et non sur d'autres caractéristiques peu importantes qui pourraient détourner l'individu de la tâche. Enfin, la leçon en trois temps dispensée par les éducateurs montessoriens permet de décrire précisément à l'enfant le lien entre le manipulateur et le concept mathématique associé. Cette explicitation, réitérée à chaque utilisation du matériel, est un immense avantage pour aider l'élève à progresser dans ses apprentissages et à s'imprégner de l'ensemble de ces concepts mathématiques.

De son côté, Lillard (2017), conforte les bienfaits assignés à la pédagogie Montessori. L'étude longitudinale qu'elle a menée sur trois années consécutives porte sur 141 enfants inscrits sur liste d'attente afin d'être sélectionnés dans les écoles montessoriennes publiques de Hartford. Parmi ces individus, la moitié d'entre eux est acceptée, ce qui permet à Lillard de baser sa réflexion et d'effectuer ses tests sur un échantillon d'enfants désigné au hasard. Plusieurs résultats de sa recherche peuvent être interprétés pour mettre en avant l'aptitude des élèves montessoriens à résoudre des problèmes portant sur des domaines qu'ils n'ont pas explicitement étudiés.

En premier lieu, Lillard estime que la cognition sociale des élèves scolarisés dans des institutions Montessori se développe plus rapidement que les autres enfants lambdas. Cette notion peut être définie d'après Ric et Muller (2017) comme un :

« [...] processus par le(s)quel(s) les gens donnent du sens à eux-mêmes, aux autres, au monde qui les entoure [...] ».

Cette capacité accrue chez les élèves montessoriens, favorisée par les classes d'âges mixtes offrant des interactions sociales plus riches entre les élèves, peut alors être considérée comme un atout pour se projeter dans un problème. C'est cette aptitude qui est notamment travaillée à travers l'atelier des poupées⁷ proposé par Lillard (2017) :

(Pour cet atelier), les enfants Montessori ont débuté de manière similaire au groupe de contrôle et se sont améliorés régulièrement au cours des trois années, montrant des acquis significatifs après deux ans.

Celui-ci de mesurer à quel point l'enfant est capable d'attribuer un état mental à autrui en se représentant mentalement ses pensées. Ainsi, les résultats significatifs des élèves montessoriens pourraient leur être favorables afin de placer entièrement leur attention dans un problème nouveau et décontextualisé.

Le deuxième résultat promettant de l'étude de Lillard (2017) concerne le domaine du but de maîtrise. Pour ce faire, le test mis en place dans une classe bénéficiant des programmes Montessori est de montrer aux élèves un casse-tête simple et un autre impossible à résoudre tout en leur donnant la possibilité d'exécuter l'un ou l'autre. Contrairement à ce que l'on peut penser, les élèves montessoriens sont plus attirés par le casse-tête insoluble :

À la deuxième année de l'étude, les enfants Montessori étaient plus à même de choisir le casse-tête le plus difficile, disant des phrases comme : « parce que je pense que je peux y arriver ».

Ce dénouement montre à quel point ces enfants ont développé une persévérance sans faille face à des situations qu'ils n'arrivent pas à résoudre rapidement. Cette ténacité peut constituer une qualité d'une importance capitale lorsque ces élèves se retrouvent face à un problème nouveau qui ne mobilise pas des concepts mathématiques travaillés explicitement auparavant. Les élèves peuvent

⁷ Atelier qui consiste à montrer aux enfants un objet caché dans un tiroir de maison de poupée puis à leur présenter une poupée tout en leur indiquant qu'elle n'a pas vu ce qui est caché à l'intérieur du tiroir. Il était alors question de demander aux enfants si la poupée pouvait savoir ce qu'il y avait dans ce tiroir et si elle avait pu voir ce qui s'y cachait à l'intérieur.

ainsi percevoir la résolution d'un problème inhabituel comme un challenge à relever. Comme l'exprime Lillard (2017) dans son article : [...] la pédagogie Montessori met l'accent sur la motivation intrinsèque plutôt que sur les récompenses extrinsèques [...].

Le troisième résultat significatif concerne le plaisir scolaire. Les élèves bénéficiant de la méthode Montessori ressentent un réel plaisir à réaliser les activités reliées avec l'école. Cet enthousiasme se transfère ainsi sur la réussite scolaire des enfants et permet de développer une concentration de qualité pour évoluer dans les apprentissages. Cet avantage est non négligeable, car il signifie que les élèves ont acquis les codes de l'école et qu'ils s'intéressent aux activités qui leur sont proposées. Nous pouvons ainsi énoncer que ce bien-être constitue un atout pour la résolution de problèmes qui nécessite de la rigueur, de l'attention et du temps. Parallèlement à l'analyse des résultats des élèves montessoriens, Lillard souligne que les éducateurs sont de meilleurs enseignants que ceux des écoles traditionnelles. La formation AMI⁸ insiste sur l'attitude bienveillante, chaleureuse que l'adulte doit développer à l'égard de l'enfant. Ainsi, ce comportement met en confiance les élèves et peut les aider à se surpasser lorsque l'activité proposée s'avère plus difficile que d'habitude, comme nous pouvons l'envisager pour la résolution de problèmes qui demande du tâtonnement et par conséquent plusieurs essais qui peuvent se révéler au début inefficaces. Enfin, Lillard (2017) expose que les programmes des institutions Montessori s'avèrent plus opérants pour améliorer les performances des élèves tout au long de leur scolarité :

Les programmes Montessori de haute fidélité sont plus efficaces que d'autres programmes scolaires habituels pour améliorer les performances de tous les enfants tout en permettant aussi d'égaliser les résultats des sous-groupes d'enfants dont les résultats sont généralement moins bons.

Ce constat peut nous amener à suggérer que les élèves montessoriens n'aient pas de difficultés majeures dans la résolution de problèmes puisqu'il est démontré d'après Daoust, Jor'dan, Laski et Murray, (2015), qu'ils obtiennent de meilleurs résultats en mathématiques que les élèves suivant une pédagogie plus traditionnelle.

⁸ Association Montessori Internationale

Cependant, d'autres recherches mettent en exergue une représentation moins prodigieuse des résultats des élèves montessoriens en comparaison à celles de Daoust, Jor'dan, Laski et Murray, (2015) et de Lillard (2017).

C'est le cas de Courtier (2020), qui dans sa thèse de doctorat dédie une partie de sa recherche aux compétences mathématiques des élèves jouissant de la méthode Montessori. Elle stipule qu'aucune différence entre les élèves montessoriens et lambda n'est perçue quant aux tests passés sur la résolution de problèmes mathématiques. Toutefois, elle met en évidence un facteur qui peut rendre les enfants bénéficiant d'une méthode Montessori moins aptes à résoudre des problèmes mathématiques relevant de la vie quotidienne. Elle estime que les enfants issus de classes conventionnelles ont généralement l'habitude d'effectuer des activités en mathématiques avec des situations et des objets qui tiennent compte de la vie réelle ce qui n'est pas le cas des élèves montessoriens qui pourraient ainsi être défavorisés. Toutefois, elle nuance ses propos en énonçant que les élèves dans les institutions Montessori pourraient obtenir de bonnes performances s'ils ont des capacités de transfert suffisamment développées pour passer d'un matériel à un autre. C'est cette aptitude qui pourrait éventuellement servir aux élèves montessoriens à résoudre des problèmes en tout genre. En effet, le lien entre le matériel et le concept mathématique est rappelé aux élèves à de nombreuses reprises par l'intermédiaire de la leçon en trois temps. De plus, ils utilisent un matériel cheminant progressivement du concret vers l'abstrait. L'ensemble de ces compétences pourraient ainsi permettre à l'élève d'avoir développé implicitement cette capacité de transfert.

D'autres études, comme celle de Laski, Vasilyeva et Schiffman (2016), ont décidé d'évaluer les compétences mathématiques acquises chez des élèves en classe Montessori et non Montessori en raison des mauvais résultats des élèves américains qui persistent au fur et à mesure des années. Les chercheurs mentionnés précédemment ont dressé un premier diagnostic : la compréhension de la base 10 chez les élèves est un des concepts mathématiques les plus importants à acquérir afin de pouvoir utiliser de meilleures stratégies et par conséquent, trouver les solutions adéquates lorsqu'une résolution de problèmes leur est proposée. Ainsi, la présente étude veut découvrir s'il existe des différences entre ces deux types d'élèves (montessoriens ou non) quant à la compréhension de cette notion mathématique précise. Plusieurs groupes d'élèves sont alors sélectionnés pour passer différents tests tout au long de leurs premières années d'école :

Descriptive Information of Participants Included at Time 1 (T1) and Time 2 (T2)

	T1		T2	
	Kindergarten	First Grade	Second Grade	Third Grade
Montessori <i>n</i>	48	56	15	17
Non-Montessori <i>n</i>	29	17	8	13
Mean Age (months)	74	86	101	112

Tableau 2. Tableau extrait de Laski, Vasilyeva et Schiffman (2016) montrant le nombre d'élèves participant aux tests T1 et T2 en grande section de maternelle (kindergarten), en CP (first grade), en CE1 (second grade) et en CE2 (third grade).

Le premier test intitulé T1 permet d'évaluer les élèves sur leur compréhension du système décimal, mais également sur leurs stratégies et leurs performances quant à l'effectuation d'addition. Le deuxième test nommé T2 évalue les élèves sur leur aptitude à comparer des grands nombres sous une forme symbolique (écrit en chiffres) et sur leur capacité à convier des stratégies afin de résoudre des problèmes arithmétiques. En T1, il se trouve que les élèves montessoriens ont réussi 28% de problèmes de plus que les autres élèves concernant la compréhension du système décimal. Également, il est démontré qu'il n'existe aucune distinction entre les deux groupes concernant l'effectuation d'addition. En T2, aucune différence n'a été mise en avant pour la résolution des deux tâches demandées entre les élèves montessoriens et ceux qui ne le sont pas d'après Courtier (2020).

Ces chercheurs, grâce à leurs résultats, montrent par conséquent que les enfants bénéficiant d'une pédagogie Montessori et les enfants non-montessoriens ont des niveaux similaires en arithmétique, mais que les élèves issus des institutions Montessori ont une meilleure connaissance du système décimal. Nous pensons que cette compréhension plus développée pourrait servir de base solide à ces élèves pour améliorer leurs compétences dans le domaine de la résolution de problèmes.

La pédagogie Montessori dans l'enseignement des mathématiques est également étudiée par Courtier et Gardes (2018) et par Croset et Gardes (2019) à la suite de l'intérêt croissant des enseignants pour les pédagogies alternatives et au peu de travaux de recherches menés actuellement vis-à-vis de cette méthode d'éducation. Les didacticiennes citées précédemment se sont

particulièrement intéressées au matériel de première numération proposé par Maria Montessori. Elles soulignent les limites de cette pédagogie. En croisant les données du tableau de Courtier et Gardes (2018) concernant les attendus de fin de cycle 1 avec les informations données par Croset et Gardes (2019) au sujet des différents types de tâches dans le domaine de la construction du nombre, plusieurs manques se font ressentir :

D'autres attendus, en revanche, ne semblent pas travaillés pour eux-mêmes dans les ateliers de première numération. Par exemple, aucun des 6 ateliers ne fait spécifiquement réaliser une collection de quantité égale à une autre en utilisant le dénombrement (attendu « utiliser le dénombrement pour réaliser une collection de quantité égale à une collection proposée »).

Il en résulte une véritable interrogation sur la façon dont les élèves peuvent acquérir ce savoir. En suivant ce même raisonnement, nous pouvons citer, comme autre lacune principale du fonctionnement de cette pédagogie, l'aspect ordinal du nombre puisqu'aucun atelier n'y fait référence :

De même, l'aspect ordinal du nombre n'est a priori pas abordé par les ateliers de mathématiques (...). En effet, il semble réduit à la connaissance de l'ordre des nombres dans la comptine numérique. Cet aspect est plusieurs fois mentionné dans les objectifs mathématiques des ateliers (par exemple dans les fuseaux et dans le jeu des jetons). Or, de notre point de vue, cet ordre des nombres dans la séquence relève davantage de la connaissance de la comptine numérique que l'aspect ordinal du nombre.

Ces défaillances entraînent de multiples questionnements sur l'acquisition des compétences non travaillées par les élèves dans la pédagogie Montessori. Dans ce contexte, les chercheuses s'interrogent sur la capacité des élèves à réussir des tâches qui ne sont pas explicitement travaillées par l'intermédiaire des ateliers de première numération en classe. Elles se demandent si ce type de tâche n'est pas considéré par l'institution Montessori comme étant acquis naturellement au cours du développement de l'enfant. Ainsi, la centration des savoirs dans le système Montessori est bénéfique pour les apprentissages d'après Chopin (2006), mais nous questionne sur la capacité des élèves à mobiliser leurs connaissances sur des tâches qui ne sont pas étudiées formellement dans l'institution. L'aptitude des élèves montessoriens à développer leurs capacités de transfert pour la résolution de problèmes suscite ainsi notre curiosité et engendre des interrogations de notre part.

Afin de répondre à ces questionnements, Croset et Gardes (2019), ont élaboré à l'aide de leur équipe de recherche BBL (Brain, Behavior and Learning) provenant de l'Institut des Sciences Cognitives à Lyon, le projet COGMONT ayant pour objectif premier :

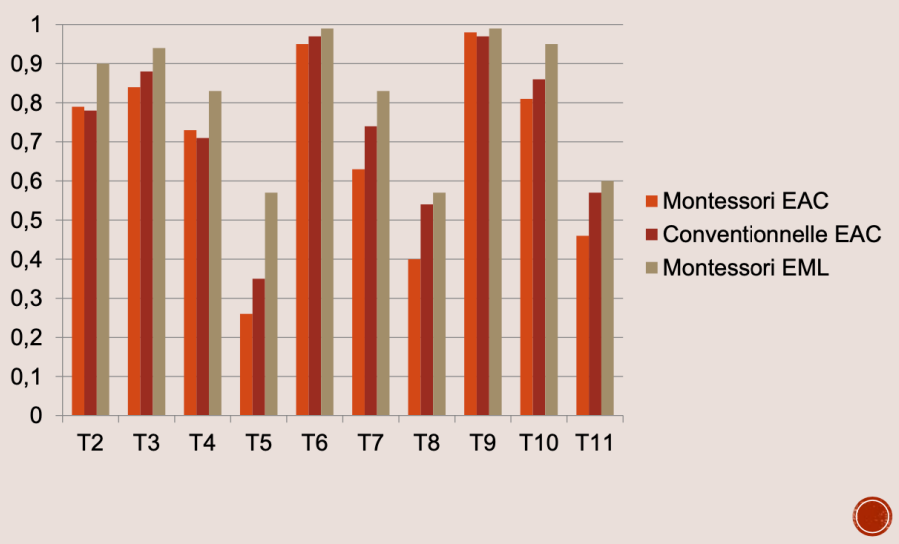
d'évaluer l'impact de la pédagogie Montessori en école maternelle sur des compétences de contrôle exécutif telles que l'inhibition ou la flexibilité, sur des compétences sociales telles que la capacité des enfants à comprendre les connaissances, les croyances et les désirs d'autrui et sur des compétences scolaires, en particulier, des compétences mathématiques.

Pour répondre à ce but précis, elles ont décidé d'élaborer leur expérimentation en prenant en compte trois types d'enseignement distincts. Le premier, appelé « Conventiionnelle EAC », propose une pédagogie traditionnelle de l'enseignement des mathématiques rencontrée au sein des écoles publiques. Le deuxième, nommé « Montessori EAC », met en œuvre une pédagogie Montessori au sein d'une institution publique. Enfin, le troisième, intitulé « Montessori EML », applique une pédagogie Montessori au sein d'une école hors contrat affiliée à l'AMI. La volonté de Gardes et de Croset (2019) était de proposer 11 tâches mathématiques aux élèves de maternelle issus de ces trois catégories. Parmi ces tâches se trouvaient une situation d'apprentissage sur la création d'une collection équipotente (T5) ainsi qu'une situation d'apprentissage sur le placement ordinal (T11) dont nous parlerons plus spécifiquement. Leur hypothèse de recherche concernant ces deux tâches précises était que les élèves issus des institutions conventionnelles allaient être plus performants que les élèves montessoriens.

Si nous nous référons aux résultats qu'elles ont publiés, la T5 est celle qui a été globalement la moins réussie par les élèves quelle que soit la pédagogie suivie. Ce résultat proviendrait, selon les dires de Gardes, de difficultés liées à la compréhension, à la passation des consignes ou encore à l'enseignement de cette tâche précise. Sur le graphique ci-dessous, en se basant sur une échelle de 0 à 1, nous pouvons tout de même observer une réussite plus accrue pour « Montessori EML » avec un résultat d'environ 0,58. En deuxième position se place « Conventiionnelle EAC » avec un résultat d'environ 0,35. En dernier se trouve « Montessori EAC » avec un score d'environ 0,25.

COGMONT - Résultats en maths Zoom sur l'étude transversale

Partie 4



Graphique 1. Proposé par Croset, M.-C. et Gardes, M.-L. (2019, 16 novembre).

En ce qui concerne la T11, celle-ci fait également partie des situations d'apprentissages les moins bien réussies par l'ensemble des élèves issus de ces trois types d'enseignement. Nous pouvons remarquer que « Montessori EML » a une légère avance sur « Conventielle EAC » avec des scores respectifs de 0,6 et de 0,58 environ. En dernière place se trouve « Montessori EAC » avec un total de 0,47 environ.

En conclusion, Croset et Gardes (2019), font le constat suivant pour T5 et T11 : l'institution Montessori réussit aussi « bien » que les institutions conventionnelles sur des tâches peu ou pas travaillées. Néanmoins, Madame Gardes souligne qu'il est indispensable, pour interpréter ces résultats, de prendre en considération que les élèves montessoriens étudient la construction du nombre à l'école maternelle en seulement six mois (cette période d'apprentissage se déroulant du milieu de la moyenne section jusqu'au début de la grande section). Les élèves issus des institutions conventionnelles, quant à eux, l'étudient sur trois années consécutives.

Nous pouvons conclure de l'ensemble de ces lectures que chacune d'entre elles propose parfois une vision optimiste, mais également nuancée quant à la capacité des élèves montessoriens à savoir résoudre des problèmes dans des domaines qu'ils n'ont pas explicitement travaillés. Néanmoins,

nous pouvons souligner, à la suite de ces analyses, que la majorité des chercheurs indiquent que la pédagogie Montessori apporte de nombreux bienfaits aux enfants qui la suivent notamment au niveau de la compréhension des concepts mathématiques sous-jacents généraux qui doivent être travaillés en cycle 1.

Ainsi, nous pensons à l'heure actuelle que toutes les possibilités peuvent être envisagées. Même si les élèves des institutions Montessori travaillent sur du matériel abordant une seule compétence précise à la fois, ils pourraient avoir de très bonnes capacités de transfert et donc réussir à résoudre un problème nouveau auquel ils ne se sont jamais confrontés grâce aux apprentissages qui respectent leur rythme, la leçon en trois temps qui leur est dispensée ou encore l'attitude bienveillante de l'éducateur. Au regard de notre problématique et des avis divergents sur l'efficacité de la pédagogie Montessori, il paraît tout à fait envisageable de proposer d'autres situations plus spécifiques sur l'aspect ordinal du nombre et sur la construction de collections équipotentes afin d'apporter de nouveaux éléments de réponses à ce questionnement. Nous pourrions ainsi, dans une certaine mesure, confirmer ou invalider les résultats des recherches proposées par ces chercheurs afin d'enrichir les travaux de recherches peu nombreux menés jusqu'à présent sur la pédagogie Montessori en mathématiques.

1.4. Étude des programmes de cycle 1 entre 2002 et 2021

Les programmes scolaires sont des instructions officielles que chaque enseignant doit respecter pour assurer un enseignement complet, progressif et commun à tous les élèves. Ainsi, il est indispensable de montrer que notre travail de recherche et notre problématique s'inscrivent bien au sein de ces prescriptions. Nous allons donc mettre en avant la place qu'accordent les bulletins officiels à l'apprentissage du nombre. Nous traiterons plus spécifiquement la place faite à la résolution de problèmes, à l'aspect ordinal et cardinal du nombre et enfin, la place donnée au matériel et à la manipulation en mathématiques. Nous étudierons les attendus préconisés par l'institution traditionnelle afin de percevoir les exigences et l'importance de ces thèmes au fil des années ainsi que le niveau que chaque élève doit atteindre en mathématiques en fin de cycle 1. Ainsi, nous aurons traité l'ensemble de ces notions au sein de la pédagogie Montessori ainsi qu'au sein des programmes de cycle 1 préconisés par le Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse.

1.4.1. Étude de la place faite à l'apprentissage du nombre.

Pour donner suite à l'analyse des enquêtes internationales et des évaluations nationales, les programmes scolaires évoluent au fil du temps et visent à offrir aux élèves une meilleure instruction et éducation. Ainsi, de nouvelles indications sur les savoirs à étudier et de nombreuses propositions pour améliorer les pratiques sont proposées aux enseignants. Des changements à propos des instructions officielles de 2002 jusqu'à 2021 sont remarquables dans le domaine des mathématiques et plus spécifiquement au sein du thème de la construction du nombre, mais aussi dans le domaine de la résolution de problèmes en cycle 1, (MEN, 2002, 2008, 2015, 2021). De prime abord, il est important de préciser que les compétences visées par l'école maternelle se perpétuent au fil des années dans les différentes instructions officielles à savoir :

Comparer les collections avec des procédures numériques et non numériques, réaliser une collection équipotente à une autre ou d'un cardinal donné, connaître la comptine numérique jusqu'à 30 (Hunault, 2015).

Néanmoins, en ce qui concerne la compétence « connaître l'écriture des nombres en chiffre », les préconisations ont changé. Dans les programmes scolaires de 2002 et de 2008, l'élève doit acquérir la compétence : « connaître l'écriture des nombres en chiffre jusqu'à 30 ». Les bulletins officiels de 2015 et de 2021, quant à eux, se recentrent sur les petits nombres et stipulent comme objectif de fin de cycle d'être en capacité de les écrire en chiffre jusqu'à 10. Ce changement témoigne de la volonté des politiques éducatives de stabiliser la connaissance des petits nombres et de proposer un enseignement plus progressif et davantage adapté au rythme d'apprentissage des enfants. Dans l'objectif de mieux construire la notion de nombre, le programme scolaire de 2015 et celui en vigueur actuellement ont mis en évidence un point essentiel : une place centrale doit être accordée à un travail sur les décompositions et recompositions, mais aussi sur l'itération de l'unité.

Effectivement, avant l'année 2015, selon Hunault et Buff (2015), la compétence « dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus » était systématiquement mentionnée dans les programmes, mais ne faisait pas l'objet d'une réelle préoccupation quant aux procédures mobilisées pour compter et dénombrer. Actuellement, le programme de cycle 1 invite à exercer une vigilance accrue quant à l'utilisation du « comptage-numérotage » pour les activités de dénombrement :

Une grande attention doit être portée aux activités de dénombrement pour que soit évité le « comptage-numérotage » (MEN, 2021).

Ce choix est justifié par Brissiaud (2020), concepteur des programmes de 2015, qui considère le comptage-numérotage comme une stratégie de « bas niveau » qui « enferme l'élève » et rend difficile l'acquisition du concept de nombre. Il estime que cette stratégie, en limitant la compréhension du nombre seulement à son aspect ordinal, ne permet pas à l'enfant de comprendre qu'un mot nombre renvoie à une quantité. Selon lui, cette procédure est une mise en scène de la correspondance terme à terme puisqu'elle incite l'élève à faire correspondre un mot nombre avec une unité. Il met en évidence que pour rendre plus explicite la notion de cardinal, fondement du nombre, il est indispensable de travailler sur le comptage-dénombrement en disant par exemple « 1 et encore 1, 2, etc ». On remarque ainsi une rupture de ce qui est attendu dans les pratiques de classe à partir des programmes scolaires de 2015.

1.4.2. Étude de la place faite à la résolution de problèmes.

Les recommandations des programmes vis-à-vis de la résolution de problèmes ont également évolué. Tout d'abord, les instructions officielles de 2002 marquent une intention prononcée d'impulser la résolution de problèmes à l'école maternelle. Il est préconisé dans le bulletin officiel de donner la priorité à la résolution de problèmes en passant par une meilleure compréhension du sens des nombres :

[...] donner du sens aux nombres par leur utilisation dans la résolution de problèmes articulés avec des jeux, des situations vécues, mimées ou racontées oralement (MEN, 2002).

Une continuité de ce travail était tout autant souhaitée à l'école élémentaire. Effectivement, au cycle 2, le travail sur le thème « Nombres et calculs » était décomposé en trois parties : « calcul », « connaissance des nombres entiers » et « exploitation des données numériques ». Ce thème était communément appelé la partie problème par les enseignants puisqu'il était agencé en deux sous-ensembles : un constitué de problèmes se résolvant par des procédures personnelles et un autre élaboré par l'intermédiaire de problèmes se résolvant par des procédures expertes. En 2008, il est

recommandé que les nombres soient utilisés dans des situations à travers lesquelles ils détiennent un sens et que ces derniers constituent un moyen efficace pour parvenir à un but. On retrouve ainsi dans MEN (2008) des :

Problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage.

Le programme scolaire du cycle 1 publié en 2015 marque le plus grand changement au sujet de la résolution de problèmes puisque celle-ci se retrouve minoritaire par comparaison avec les recommandations des années précédentes. À la lecture de MEN (2015), la résolution de problèmes ne représente qu'une « modalité spécifique d'apprentissage » parmi trois autres : « apprendre en jouant », « apprendre en s'exerçant » et « apprendre en se remémorant et en mémorisant ». Les modifications apportées aux programmes de 2021 replacent la résolution de problèmes comme un moyen essentiel pour travailler les concepts fondamentaux :

L'enseignant favorise le développement très progressif de la construction de la notion de nombre dès la petite section et tout au long du cycle 1, en proposant de manière fréquente et régulière des situations de résolution de problèmes mettant en jeu des nombres.

À ce sujet, les élèves doivent être capables, depuis l'application de ces programmes, de rentrer dans des tâches de résolution de problèmes sur des concepts mathématiques qu'ils travaillent explicitement :

Commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout ou de retrait, de produit ou de partage (les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10) (MEN, 2021).

Comme nous avons pu l'énoncer, la place de la résolution de problèmes a évolué et représente aujourd'hui un moyen essentiel pour faire acquérir la notion de nombre à des élèves de maternelle. La place prépondérante accordée à la résolution de problème actuellement nécessite de définir les divers types de problèmes auxquels les élèves peuvent être confrontés au cours de leur scolarité. Nous les reprenons dans le tableau ci-dessus en nous référant aux instructions officielles de 2002 du Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation et de la Recherche toujours valable aujourd'hui.

Problème pour apprendre			Les problèmes pour chercher
Problèmes permettant de construire une nouvelle connaissance.	Problèmes visant le réinvestissement de connaissances déjà travaillées.	Problèmes plus complexes que ceux cités précédemment puisque la résolution nécessite de mobiliser des connaissances variées.	Problèmes dont l'objectif premier est de développer les capacités à chercher : la solution experte n'est pas encore connue au préalable de la résolution.

Tableau 3. Tableau présentant les quatre types de problèmes à proposer aux élèves, d'après Christine Aubry, (s. d.)

1.4.3. Étude de la place faite à l'aspect ordinal du nombre.

Au fur et à mesure des années, la notion d'aspect ordinal du nombre au cycle 1 s'est progressivement imposée. Dans un premier temps, le bulletin officiel de 2002 n'emploie pas explicitement dans son arrêté le mot « ordinal ». Cette notion reste encore très vague et apparaît comme peu demandée aux élèves à la fin du cycle des apprentissages premiers. D'après MEN (2002), il est seulement mentionné au sein de la rubrique « Approche des quantités et des nombres » que :

(...) l'enfant est également confronté à des problèmes où les nombres peuvent être utilisés (...) sur des positions (déplacements en avant ou en arrière) (MEN, 2002).

Sans davantage de précision, il est également demandé à l'élève qu'il sache :

Repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets (MEN, 2002).

Au sein du programme de 2008, le mot « ordinal » n'apparaît toujours pas dans les instructions officielles. Une seule partie du programme y fait référence dans le paragraphe dédié à « Approcher les quantités et les nombres » :

L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification. Les enfants y découvrent et comprennent les fonctions du nombre, en particulier comme (...) moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets (MEN, 2008).

Pareillement au bulletin officiel de 2002, l'aspect ordinal du nombre ne figure pas dans les attendus de fin de cycle 1 concernant l'enseignement des premiers outils mathématiques quant à la construction du nombre.

Il faudra attendre les textes officiels de 2015 pour que l'on puisse lire pour la première fois de manière explicite que l'aspect ordinal du nombre constitue une des notions essentielles à acquérir pour aider les élèves à la construction et à l'apprentissage du nombre. Plus précisément, il est mis en exergue dans la partie « Découvrir les nombres et leurs utilisations » que :

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent (...) d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (usage ordinal).

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position :

Le nombre permet également de conserver la mémoire du rang d'un élément dans une collection organisée. Pour garder en mémoire le rang et la position des objets (troisième perle, cinquième cerceau), les enfants doivent définir un sens de lecture, un sens de parcours, c'est-à-dire donner un ordre. Cet usage du nombre s'appuie à l'oral sur la connaissance de la comptine numérique et à l'écrit sur celle de l'écriture chiffrée (MEN, 2015).

De même, l'aspect ordinal du nombre figure explicitement dans les attendus de fin de cycle des instructions officielles de 2015 ce qui n'avait pas encore été le cas jusqu'à présent :

Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions (MEN, 2015).

Les bulletins officiels de 2020 et de 2021 conservent cette importance attribuée à la connaissance du concept d'aspect ordinal du nombre.

Nous pouvons donc observer qu'entre 2002 et 2021, une place prépondérante s'est créée pour aborder cette notion qui est indispensable à la construction du nombre. Cette dernière permet ainsi d'étudier une des spécificités du nombre et de son utilisation dans des cas concrets et précis mettant en jeu la mémorisation d'une position ou d'un rang.

1.4.4. Étude de la place faite à l'aspect cardinal du nombre.

Au sein des différents programmes de maternelle rédigés entre 2002 et 2021, l'étude du nombre dans son aspect cardinal a toujours occupé une place majeure pour l'enseignement d'une première approche des mathématiques aux élèves.

De manière identique à l'aspect ordinal du nombre, le terme d'aspect « cardinal » n'est pas clairement énoncé dans le bulletin officiel de 2002. Toutefois, de nombreuses situations y font référence. Cette notion apparaît comme primordiale pour permettre à l'élève d'étudier une des spécificités du nombre :

Approche des quantités et des nombres :

À l'école maternelle, l'enfant peut être confronté à des problèmes portant sur des quantités. (...) réaliser une collection ayant autant, plus ou moins d'objets qu'une autre collection.

C'est une des raisons pour laquelle elle a toujours figuré dans les attendus de fin de cycle 1 :

- Réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée) en utilisant des procédures non numériques ou numériques, oralement ou avec l'aide de l'écrit.
- Résoudre des problèmes portant sur les quantités.
- Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus.

En étudiant les programmes de 2008, nous pouvons affirmer que cette même importance est toujours accordée à l'aspect cardinal du nombre en précisant que :

Les enfants y découvrent et comprennent les fonctions du nombre, en particulier comme représentation de la quantité (...).

Néanmoins, contrairement aux instructions officielles de 2002, plus aucune référence explicite au fait de réaliser une collection de même cardinal à une autre n'est proposée. Les textes n'utilisent d'ailleurs pas encore le terme d'aspect cardinal pour décrire précisément cette fonction du nombre.

C'est au sein des programmes de 2015 que cette formulation fera sa première apparition. Ce texte officiel expose que :

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) (...).

Celui-ci propose également davantage d'activités possibles à mettre en place pour permettre à l'élève de construire le nombre pour exprimer des quantités comme :

(...) production d'une collection de même cardinal qu'une autre sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre.

Utiliser le dénombrement pour (...) réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.

L'usage du terme d'aspect cardinal devient ensuite courant au sein des instructions officielles de 2020 et de 2021 qui préconisent également les dires cités ci-dessus. Cependant, nous pouvons noter une petite précision supplémentaire qui se manifeste dans le bulletin officiel de 2021 : la réalisation d'une collection de quantité égale à une collection donnée doit se référer à des quantités inférieures ou égales à 10 (MEN, 2021).

La place occupée par l'aspect cardinal du nombre est devenue de plus en plus importante de 2002 jusqu'à aujourd'hui. Nommé sous des appellations plus ou moins explicites, cet aspect du nombre peut s'apparenter à la fonction principale du nombre que l'élève doit acquérir au fur et à mesure du cycle 1.

1.4.5. Le rôle du matériel et de la manipulation en mathématiques au cycle 1.

La manipulation concrète des concepts mathématiques avant de passer à l'abstraction est d'une importance capitale pour faire entrer les élèves dans les apprentissages. Il est donc tout à fait pertinent d'étudier la place dédiée à cette méthode d'enseignement au fil des années.

L'introduction générale des programmes de 2002 stipule que :

Dans tous les cas, l'utilisation de situations réelles (avec des objets courants, du matériel spécifique, des jeux) doit être préférée aux exercices formels proposés par écrit.

Il est également mentionné dans la rubrique abordant l'enseignement des mathématiques que :

La pratique du comptage nécessite, en effet, une mise en correspondance des mots ("un", "deux", "trois"...) avec les objets d'une collection, sans oubli d'aucun objet et sans compter plusieurs fois le même objet.

À propos de la construction du nombre, ce bulletin officiel évoque la présence et la manipulation d'objets notamment pour l'apprentissage et la stabilisation de la file numérique. La notion de manipulation est surtout prépondérante pour la découverte des formes et des grandeurs. Néanmoins, l'utilisation d'un matériel physique pour approcher des quantités reste limitée. Il n'est pas clairement recommandé de manipuler explicitement du matériel mathématique pour construire le nombre en maternelle.

Les programmes de 2008 proposent davantage de détails concernant la place occupée par la manipulation en cycle 1 en précisant que l'utilisation ou non de matériel est une variable didactique :

Les activités proposées à l'école maternelle doivent offrir de multiples occasions d'expériences sensorielles et motrices en totale sécurité.

La taille des collections, le fait de pouvoir agir ou non sur les objets sont des variables importantes que l'enseignant utilise pour adapter les situations aux capacités de chacun.

Malgré ces légères précisions, l'utilisation de matériel pour apprendre les mathématiques reste encore peu mise en avant et sollicitée par les textes officiels.

Au sein des instructions de 2015 et de 2020, de nouvelles informations explicites attestent de l'importance de la manipulation pour l'apprentissage des mathématiques. Dans la rubrique « Apprendre en jouant » il est recommandé de proposer aux élèves des jeux de construction et de manipulation, (MEN, 2015, 2020). L'utilisation de matériel est également pour la première fois écrite dans les attendus de fin de cycle 1 :

Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.

Cependant, le bulletin officiel de 2021 insiste davantage que les programmes précédents sur l'importance de la manipulation pour acquérir des concepts mathématiques :

Acquérir les premiers outils mathématiques :

Cet enseignement structuré et ambitieux est assuré tout au long du cycle, à travers le jeu, la manipulation d'objets et la résolution de problèmes.

Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes :

Pour résoudre les problèmes (dans des jeux, des situations spécifiquement élaborées par l'enseignant ou issues de la vie de la classe) l'enseignant met à disposition un matériel varié (cubes, gobelets, boîtes, jetons, petites voitures, etc.) que les élèves peuvent manipuler.

À l'heure actuelle, il est primordial de proposer à des élèves de cycle 1 de résoudre des problèmes mathématiques mobilisant la manipulation effective. C'est une des conditions sine qua non pour permettre à l'élève de progresser et de s'imprégner des différentes fonctions du nombre qu'il sera amené à utiliser tout au long de sa scolarité.

2. Méthodologie de recherche

Notre volonté pour ce travail de recherche est de savoir si les élèves suivant une pédagogie Montessori sont capables de résoudre des problèmes mathématiques axés sur la construction du nombre qu'ils ne travaillent pas explicitement en maternelle. Lors de cette partie, nous justifierons les différents choix que nous avons effectués dans l'optique de répondre à notre problématique.

Afin d'évaluer le niveau des élèves montessoriens, nous avons décidé de proposer des tâches mathématiques à des élèves suivant la pédagogie Montessori et à des élèves suivant une pédagogie traditionnelle. De cette manière, nous pourrions évaluer si les élèves scolarisés au sein d'une école Montessori réussissent à résoudre des problèmes axés sur la construction du nombre en comparant leurs résultats à ceux d'élèves provenant d'une école publique. Les élèves issus d'une institution suivant une pédagogie plus classique serviront ainsi de repères dès lors où, depuis le début de leur scolarité, ils suivent les programmes de cycle 1 préconisés par l'Éducation Nationale et sont censés avoir effectué diverses situations portant sur la construction du nombre qui n'ont pas été réalisées par les élèves montessoriens. Une meilleure réussite des élèves suivant cette pédagogie alternative serait donc un résultat surprenant et à valoriser puisqu'ils travaillent la construction du nombre, comme nous l'avons vu dans la partie « Connaissances déjà établies sur l'enseignement de la pédagogie Montessori et sur les résultats des élèves montessoriens dans le domaine des mathématiques », en six mois alors que les élèves scolarisés dans une école publique réalisent ce travail sur trois années.

Nous avons déterminé deux problèmes à proposer aux élèves. Le premier porte sur la construction de collections équipotentes. Le deuxième met en jeu l'aspect ordinal du nombre. Ce choix est en adéquation avec notre problématique. Effectivement, comme nous avons pu l'expliquer auparavant à travers la présentation de la pédagogie Montessori et l'analyse des articles de Gardes et Courtier (2018), ces deux concepts mathématiques essentiels ne sont pas travaillés explicitement au sein de la pédagogie Montessori. À l'inverse, des situations portant sur la construction de collections équipotentes et sur l'aspect ordinal du nombre sont largement préconisées par les programmes officiels de l'Éducation Nationale comme nous avons pu le démontrer dans la partie consacrée à l'analyse des instructions officielles de 2002 à 2021. Nous pourrions ainsi observer si travailler formellement sur ces deux aspects mathématiques influe sur le résultat des élèves.

Pour mener à bien cette observation et cette expérimentation, la résolution de ces problèmes se déroulera de manière individuelle. Cette façon de procéder nous permettra d'analyser avec davantage de précisions les procédures mobilisées par les élèves issus de ces deux institutions. A contrario, si nous avions décidé de travailler ces deux problèmes de manière collective au sein de la classe, il aurait été plus difficile de faire participer l'ensemble des élèves et d'identifier les réussites, les erreurs et le niveau de chacun.

Afin d'anticiper l'ensemble de ces expérimentations, nous avons pris contact dans un premier temps avec l'ensemble des écoles Montessori situées à Montpellier et ses alentours. L'unique réponse positive que nous avons eue est celle de l'école privée hors contrat Montessori « Les graines du bonheur » située à Lavérune et affiliée à l'AMI. En échangeant avec la directrice de cette institution, nous avons appris que seulement 8 élèves de grande section de maternelle suivaient cette pédagogie alternative. Nous avons donc été contraints d'effectuer nos situations d'apprentissage avec ce nombre d'élèves.

Dans un second temps, nous sommes entrés en contact avec une enseignante de moyenne et grande section située à l'école « Marcellin Albert » à Pignan. Par souci d'équité, nous avons fait le choix d'effectuer les situations d'apprentissage que nous avons préparées avec 8 élèves de grande section également.

Pour faciliter la lecture et la présentation de l'analyse de nos données, nous nommerons l'établissement Montessori « EM » pour la suite de cet écrit. De la même façon, nous nous référerons à l'école publique avec l'intitulé « EP ».

Avant même d'intervenir au sein de ces deux institutions, nous avons tenu à prendre quelques précautions. Nous avons souhaité observer que les deux enseignantes respectaient bien leurs instructions respectives : les principes de la pédagogie Montessori ainsi que le Socle Commun de Connaissances de Compétences et de Culture pour l'EM et les programmes officiels de l'Éducation Nationale ainsi que le Socle Commun de Connaissances de Compétences et de Culture également pour l'EP. Ces éléments justifient que les résultats que nous obtiendrons lors de nos

expérimentations seront fiables et représentatifs, dans une certaine mesure, des deux types de pédagogie étudiée.

Afin d'analyser les travaux des élèves et d'apporter une réponse étayée à notre problématique, nous avons opté pour une méthode qualitative de collecte de données en élaborant deux grilles d'observation se référant aux deux situations d'enseignement que nous souhaiterions proposer.

3. Recueil de données

3.1. Analyse a priori.

Les deux types de tâches que nous allons présenter sont les suivantes : une situation sur l'aspect ordinal du nombre consistant à utiliser le nombre comme mémoire de position pour retrouver un emplacement ainsi qu'une situation sur la construction de collections équipotentes permettant d'utiliser le nombre comme mémoire de quantité afin de construire une collection de même cardinal qu'une collection de référence donnée.

SITUATION SUR L'ASPECT ORDINAL DU NOMBRE :

<p>Niveau : Grande section</p> <p>Domaine 4 : Acquérir les premiers outils mathématiques</p> <p>Sous-domaine : Découvrir les nombres et leurs utilisations</p> <p>Compétence travaillée : Comprendre que le nombre permet d'exprimer un rang ou une position dans une liste (usage ordinal)</p> <p>Objectif visé : L'élève doit être capable d'utiliser le nombre comme mémoire de position pour retrouver l'emplacement du pion</p>
<p>Matériel : 15 gobelets identiques, 1 pion</p>
<p style="text-align: center;">DÉROULÉ DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE :</p> <ul style="list-style-type: none">• Phase 1 (5 minutes) : Explication de la consigne « Tu as devant toi des gobelets. J'ai également 1 pion (montrer le pion à l'élève). Tu vas regarder avec attention, car je vais mettre ce pion sous un de ces gobelets. Je te laisserai ensuite quelques secondes pour que tu puisses mémoriser l'endroit où se trouve ce pion. Tu n'as pas le droit de déplacer les gobelets. Ensuite, tu sortiras de la pièce pendant quelques secondes et tu reviendras m'indiquer où se situe le pion que j'ai caché devant toi. »• Phase 2 (10 minutes) : Mise en place du jeu<ol style="list-style-type: none">1) Placer le pion sous le 4^{ème} gobelet en partant de la gauche. L'enfant observe cet emplacement et lorsqu'il revient, je lui demande de donner l'emplacement du pion et lui demande de verbaliser sa procédure à savoir comment il a fait pour retrouver l'emplacement de ce pion.2) Placer le pion sous le 5^{ème} gobelet en partant de la droite. L'enfant observe cet emplacement et lorsqu'il revient, je lui demande de donner l'emplacement du pion et lui demande de verbaliser sa procédure à savoir comment il a fait pour retrouver l'emplacement de ce pion.

3) Placer le pion sous le 8^{ème} gobelet en partant de la gauche. L'enfant observe cet emplacement et lorsqu'il revient, je lui demande de donner l'emplacement du pion et lui demande de verbaliser sa procédure à savoir comment il a fait pour retrouver l'emplacement de ce pion.

SITUATION SUR LA CONSTRUCTION DE COLLECTIONS ÉQUIPOTENTES :

Niveau : Grande section

Domaine 4 : Acquérir les premiers outils mathématiques

Sous-domaine : Construire le nombre pour exprimer une quantité

Compétence travaillée : Construire une collection de même cardinal

Objectif visé :

L'élève doit être capable d'utiliser le nombre comme mémoire d'une quantité afin de construire une collection de même cardinal qu'une collection de référence donnée avec des objets de même nature.

Matériel : 10 jetons bleus, 30 jetons rouges, 3 barquettes.

DÉROULÉ DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE :

• **Phase 1 (5 minutes) : Explication de la consigne**

« Tu as devant toi des jetons bleus (montrer ces jetons). En prenant ta barquette, tu vas devoir aller chercher juste ce qu'il faut de jetons rouges pour pouvoir positionner un jeton rouge sur chaque jeton bleu. Mais attention, tu n'as le droit qu'à un seul voyage pour aller récupérer les jetons. »

Les collections de jetons bleus et de jetons rouges sont éloignées l'une de l'autre afin de percevoir si les élèves utilisent bien le nombre comme mémoire de quantité. La collection de jetons rouges sera importante et se situera dans une barquette éloignée.

• **Phase 2 (10 minutes) : Mise en place du jeu**

1) L'élève effectue cette activité avec une collection de 10 jetons dont la disposition spatiale est en constellation de dés.

2) Puis, l'élève effectue cette même activité, mais 9 jetons bleus sont disposés aléatoirement c'est-à-dire dans le désordre.

3) Enfin, l'élève effectue cette même activité, mais avec 8 jetons bleus qui sont disposés aléatoirement dans une boîte. (Implicitement, l'élève doit comprendre qu'il doit manipuler les jetons en les étalant par exemple pour dénombrer la quantité correspondante).

À chaque retour de l'élève, le faire verbaliser sur la procédure mise en place pour construire cette collection afin de savoir s'il utilise le nombre comme mémoire de quantité ou non.

Avant de proposer ces situations d'apprentissage aux élèves montessoriens ainsi qu'aux élèves en école publique, nous avons réfléchi en amont aux différentes techniques que les élèves seraient susceptibles de mettre en œuvre.

Pour notre première situation sur l'aspect ordinal du nombre, la procédure experte consiste à utiliser le nombre comme mémoire d'une position. Par exemple, lorsque le jeton est placé sous le 4^{ème} gobelet, l'élève énumère les gobelets en récitant la file numérique et éventuellement en pointant avec son doigt chaque gobelet. Il énonce mentalement ou oralement les mots-nombres 1, 2, 3 et 4. Il sait que le dernier mot-nombre énoncé correspond à la position exacte du jeton. Il retient le mot-nombre "quatre" pour se rappeler de la position du jeton. Lorsqu'il revient après quelques secondes devant les gobelets, il énumère une nouvelle fois ces derniers en s'arrêtant au 4^{ème}.

À l'inverse, il pourrait tout à fait être envisageable que les élèves utilisent des procédures non numériques comme cité ci-dessous :

- L'élève repère le bon gobelet grâce à des indices qui ne mobilisent pas les propriétés du nombre. Par exemple, il pourrait mémoriser une position en se référant à une marque, à une tâche sur la table proche du gobelet ou encore se référer à sa position initiale. Par exemple, nous pouvons imaginer que le gobelet sous lequel le jeton est caché se trouve juste en face de l'élève. Ainsi, lorsqu'il revient après quelques secondes devant ces mêmes gobelets et qu'il a une position différente de la précédente, il peut se tromper de gobelet.
- L'élève utilise une procédure liée au tâtonnement : il essaye de rechercher le pion caché en se basant sur des intuitions spatiales. Par exemple, lorsque le pion est situé en dessous du 4^{ème} gobelet, l'élève peut situer le pion approximativement vers les gobelets du début. Cette procédure peut permettre de trouver le résultat, mais nous pouvons envisager qu'elle sera source d'erreurs la majorité du temps puisque le nombre de gobelets présents est conséquent.
- L'élève pourrait avoir trouvé l'endroit auquel se situe le jeton au moment où il est caché sous le gobelet. Néanmoins, entre le moment où l'élève a trouvé ce positionnement et l'instant où il revient donner la place du jeton, il pourrait avoir oublié le nombre mémorisé et ne pas retrouver le jeton.

- L'élève pourrait ne pas parvenir à déterminer la place où est situé le jeton puisqu'il a une maîtrise non stabilisée de la file numérique. Il saute un gobelet ou encore compte deux fois un gobelet.

Notre choix de proposer aux élèves de travailler sur cette situation à partir de gobelets et d'un pion a été réfléchi au préalable. Effectivement, comme nous l'avons expliqué dans la partie « Présentation de l'enseignement et du matériel issus de la pédagogie Montessori en mathématiques au cycle 1 », le matériel mathématique utilisé au sein de la pédagogie Montessori possède la particularité d'isoler une qualité unique pour permettre à l'enfant de distinguer une seule chose à la fois et par conséquent d'être confronté à une seule difficulté, ce qui lui simplifie considérablement la tâche. Ce matériel est neutre dans le sens où le lien avec des objets de la vie courante n'est pas direct. Ainsi, nous souhaitons observer si l'usage d'un matériel n'ayant pas de lien spécifique avec l'étude des mathématiques et possédant une relation explicite avec la vie quotidienne avait un impact sur la réussite de la tâche par les élèves. Nous voulions scruter si les élèves pouvaient être perturbés par l'usage d'un matériel qui ne leur est pas familier dans le milieu scolaire et qui présente des caractéristiques physiques qui pourraient les détourner de la tâche.

Concernant le nombre de gobelets, nous avons décidé de le limiter à 15. Ce choix fait référence aux instructions officielles du programme de cycle 1 et plus spécifiquement à ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle. Comme évoqué dans MEN (2021), les élèves doivent être en capacité à la fin de l'école maternelle de « dire la suite des nombres jusqu'à trente ». Sachant que nous proposons nos situations en début d'année, il nous a semblé pertinent de restreindre la collection à 15 objets. À noter que cette quantité est tout de même suffisante pour observer si les élèves savent mobiliser l'aspect ordinal du nombre lors de la résolution d'un problème.

Nous avons opté pour que les gobelets soient alignés pour établir un lien avec la linéarité d'une frise numérique. Par analogie, les élèves peuvent associer la suite des gobelets à une frise numérique, ce qui peut faciliter le comptage. De plus, nous savons d'après l'analyse du projet COGMONT menée dans la partie « Présentation de l'enseignement et du matériel issus de la pédagogie Montessori en mathématiques au cycle 1 », qu'une tâche portant sur l'aspect ordinal du nombre constitue une véritable difficulté puisqu'elle est l'une des moins bien réussies par l'ensemble des élèves lors de l'expérimentation. Ainsi, nous ne souhaitons pas rajouter une difficulté supplémentaire en dispersant les gobelets. Cela aurait pu rendre encore plus difficile le

travail de mémorisation des nombres ou bien celui de discernement des objets comptés de ceux qui ne le sont pas.

Au sujet de la position du pion lors des trois différentes étapes, nous avons décidé de demander aux élèves de les retrouver sous le quatrième gobelet puis sous le cinquième et le huitième. L'objectif étant d'observer si les stratégies des élèves évoluent en fonction du positionnement du jeton. On peut ainsi percevoir la conception qu'ont les élèves à propos du comptage et de l'aspect ordinal du nombre. Effectivement, il peut être plus approprié de commencer le comptage à partir du premier gobelet lorsque le jeton est positionné sous le quatrième gobelet. Lorsqu'il est sous le cinquième gobelet, il est envisageable de mobiliser cette même procédure, mais il est également possible de remarquer qu'il est positionné juste après le quatrième gobelet. Quant au positionnement du jeton sous le huitième gobelet, pour limiter le risque d'erreurs lors du comptage, il est pertinent de commencer le comptage par la droite, c'est-à-dire à partir du quinzième gobelet.

Nous avons également décidé que les gobelets à disposition des élèves soient tous identiques c'est-à-dire qu'ils ne soient pas discernables visuellement ou au toucher. D'un point de vue mathématique, ce choix se justifie par notre volonté de ne pas favoriser l'utilisation d'une procédure non numérique. En effet, en proposant des gobelets de différentes couleurs par exemple, les élèves n'auraient eu qu'à repérer la couleur du gobelet sous lequel est caché le jeton. Dès lors, on remarque que la situation ne serait plus pertinente sur le plan mathématique et n'aurait plus d'intérêt concernant l'aspect ordinal du nombre.

En ce qui concerne notre seconde situation portant sur la construction de collections équipotentes, nous avons effectué différents choix justifiables dans le domaine des mathématiques.

Tout d'abord, pour des raisons identiques à celles évoquées pour la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre, nous avons décidé de travailler avec un matériel proche de celui que les élèves utilisent au quotidien à savoir 10 jetons bleus, 30 jetons rouges et 3 barquettes.

Le nombre de jetons de la collection bleue n'excède pas 10 et diminue progressivement durant les trois étapes. Cette décision a été prise en raison des données présentes dans le programme officiel en vigueur de cycle 1 traitées dans la partie théorique « Étude de la place faite à l'aspect cardinal du nombre ». Ce dernier stipule que les élèves doivent être capables à la fin de l'école maternelle

d'« utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée (quantités inférieures ou égales à 10) ».

Le nombre de jetons rouges, quant à lui, est beaucoup plus élevé que le nombre de jetons bleus. Cela permet aux élèves de prendre conscience qu'un travail sur le point de vue mathématique doit être effectué de leur part puisque les collections sont relativement différentes. Ils comprennent ainsi qu'il ne leur est pas demandé de simplement rapporter les jetons rouges, mais de réaliser un véritable travail de dénombrement pour ramener exactement le même nombre de jetons rouges que de jetons bleus.

La couleur des jetons à ramener est bien différente des jetons de la collection initiale. Ainsi, les élèves parviennent plus facilement à les identifier et à les distinguer. Ils comprennent ainsi plus facilement la tâche qui leur est demandée. Dans le cas inverse, avec des couleurs de jetons assez proches, les élèves auraient pu rencontrer des difficultés à vérifier que leur collection de jetons est bien identique à celle qu'il faut reproduire.

Disposer les jetons rouges suffisamment éloignés des jetons bleus est un choix se justifiant d'un point de vue mathématique puisque notre volonté est d'observer si les élèves savent utiliser le nombre comme mémoire de quantité. En disposant les deux collections l'une à côté de l'autre, les élèves pourraient mobiliser une procédure non numérique : la correspondance terme à terme.

Un des choix majeurs concernant cette deuxième situation concerne la disposition des jetons bleus. Nous avons décidé dans un premier temps de proposer 10 jetons dont la disposition spatiale a la forme de constellation de dés. Ensuite, lors de la deuxième étape, les élèves disposent de 9 jetons bleus disposés aléatoirement donc dans le désordre. Enfin, lors de la dernière étape, les élèves ont à leur disposition une boîte contenant 8 jetons. Cette variété dans la présentation des jetons s'explique par notre souhait d'étudier les procédures mobilisées par les élèves en fonction de la disposition des objets. Nous pouvons ainsi faire un état des lieux des stratégies que les élèves ont acquies ou non pour dénombrer correctement une collection.

Effectivement, pour cette situation, plusieurs procédures expertes peuvent être mobilisées pour créer une collection similaire à une autre.

- Pour la 1^{ère} collection (composée de 10 jetons) disposée en constellation de dés, l'élève pourrait utiliser la perception globale en reconnaissant dans un premier temps les deux constellations de cinq jetons. Il additionnerait ensuite mentalement ces deux nombres pour trouver dix. Il se déplacerait ensuite vers la boîte pour trouver les 10 jetons qu'il faut. Afin de vérifier s'il a pris la bonne quantité de jetons, il pourrait disposer un jeton bleu sur un jeton rouge pour comparer le cardinal des deux collections.
- Pour la 2^{nde} collection disposée dans le désordre, l'élève pourrait énumérer le nombre de jetons en les pointant du doigt ou encore en les déplaçant tout en récitant oralement la file numérique. Il irait ensuite chercher le bon nombre de jetons et effectuerait le même moyen de vérification que pour la situation précédente.
- Pour la 3^{ème} collection, les jetons sont disposés dans une boîte. La procédure experte consisterait à énumérer les jetons en les retirant progressivement de la boîte et en les alignant par exemple sur la table. L'élève effectuerait ensuite le même cheminement que pour les deux autres situations précédentes.

Les élèves pourraient également utiliser d'autres procédures pour construire une collection équipotente à une autre :

- L'élève compte les jetons en récitant oralement la file numérique qui n'est pas encore stabilisée. Il saute des mots-nombres ou encore ces gestes sont trop rapides par rapport à l'énonciation de la file numérique.
- L'élève ne dénombre pas la collection proposée, pour lui le nombre ne renvoie pas à une quantité précise, mais à une estimation (beaucoup, peu). Ainsi, s'il estime qu'il y a « beaucoup » de jetons, il prend une poignée de jetons rouges et s'il estime qu'il y en a « peu », il prend peu de jetons au hasard.

Dans l'objectif d'analyser les travaux des élèves, nous avons élaboré deux grilles d'observation propres à chacune des situations que nous allons proposer.

Grille d'observation pour la situation sur l'aspect ordinal du nombre :

Critères d'observation	Élève		
	1 ^{ère} étape	2 ^{ème} étape	3 ^{ème} étape
L'élève compte les gobelets pour repérer la position du jeton			
L'élève ne compte pas les gobelets pour repérer la position du jeton			
L'élève retrouve l'emplacement exact du jeton			
L'élève ne retrouve pas l'emplacement exact du jeton			
L'élève utilise une procédure numérique pour retrouver l'emplacement du jeton (verbalisation)			
L'élève n'utilise pas une procédure numérique pour retrouver l'emplacement du jeton (verbalisation)			
Remarques :			

Grille d'observation pour la situation sur la construction de collections équipotentes :

Critères d'observation	Élève		
	1 ^{ère} collection constellations de dé (10 jetons)	2 ^{ème} collection en désordre (9 jetons)	3 ^{ème} collection dans une petite boîte (8 jetons)
L'élève dénombre la collection de référence			
L'élève ne dénombre pas la collection de référence			
L'élève dénombre l'autre collection pour trouver juste ce qu'il faut de jetons			
L'élève ne dénombre pas l'autre collection pour trouver juste ce qu'il faut de jetons			
L'élève prend juste ce qu'il faut de jetons			
L'élève ne prend pas juste ce qu'il faut de jetons			
Remarques :			

Par l'intermédiaire de ces deux grilles, notre volonté serait de pouvoir annoter rapidement les informations les plus importantes à prendre en compte pour répondre à notre problématique. Plus précisément, nous voudrions mettre en avant la réussite ou non des élèves face à ces deux tâches, mais également exposer les procédures qu'ils mobilisent au fur et à mesure de la résolution des problèmes. Effectivement, la technique employée par les élèves est importante à prendre en compte puisqu'elle témoigne de la conception que ces derniers ont des propriétés mathématiques en jeu. De cette manière, nous pourrions témoigner si le nombre a été utilisé comme mémoire de position et/ou comme mémoire d'une quantité au fur et à mesure de ces tâches. Ces informations devront donc être prises en compte pour répondre avec précision à notre problématique. Les critères que nous avons établis pour ces deux grilles d'observation s'appuient sur des faits observables et concrets permettant de percevoir directement la procédure employée et les réussites ou erreurs de l'élève lors de la résolution du problème.

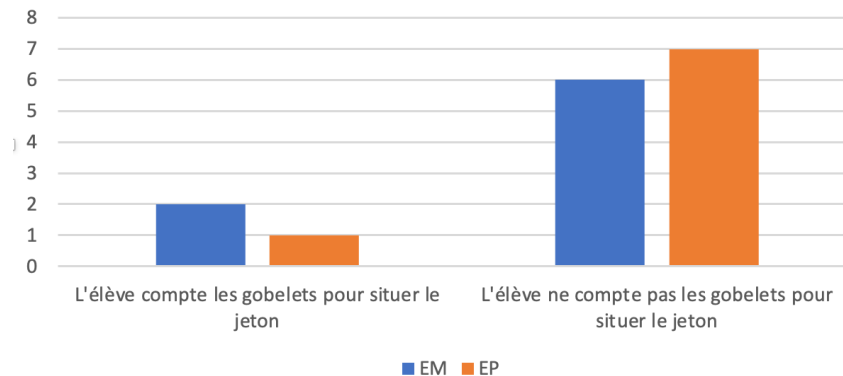
Une grille d'observation offre également la possibilité d'annoter de manière méthodique des éléments marquants observés notamment grâce à la rubrique « remarques ». Nous pourrions de cette façon décrire si les élèves mobilisent une procédure différente de la procédure experte ou bien transcrire des faits marquants concernant les stratégies employées.

3.3. Analyse a posteriori

Les résultats des expérimentations menées au sein d'EM et d'EP vont être restitués et feront l'objet d'une analyse dans cette partie, ce qui nous permettra de donner des éléments de réponses à notre problématique. Tout d'abord, nous allons nous concentrer sur la première situation portant sur l'aspect ordinal du nombre. Nous allons comparer et analyser succinctement les productions des élèves à partir des différents critères issus de la grille d'observation que nous avons créée. Le premier critère sur lequel nous allons baser notre réflexion est : "L'élève dénombre/ne dénombre pas la quantité de gobelets pour situer le jeton". Il est indispensable d'analyser cet élément puisqu'il permet de comprendre comment, face à un problème donné, l'élève réagit et élabore une stratégie pour y répondre. Ce critère permet également de percevoir si l'élève utilise les propriétés du nombre, procédure experte attendue.

Ci-dessous, voici les histogrammes présentant le nombre d'élèves d'EM et d'EP ayant dénombré ou non la collection de référence lors de la première étape lorsque le jeton était sous le quatrième gobelet.

Graphique 1. Comptage des gobelets lorsque le jeton est sous le 4ème gobelet.



D'après ce graphique, on peut remarquer que très peu d'élèves, que ce soit pour EM ou pour EP, comptent les gobelets pour repérer la position du jeton. En effet, pour EM, sur huit élèves, seulement deux d'entre eux, soit 25% utilisent la solution experte pour résoudre le problème qui leur est posé à savoir le nombre comme mémoire de position. Pour EP, les élèves dans cette situation représentent 12,5%.

Dans EM, les deux élèves ayant réussi cette première étape ont employé deux stratégies différentes pour parvenir à leur comptage. L'un d'entre eux a pointé successivement les gobelets jusqu'à arriver au gobelet où se trouvait le jeton tout en récitant à voix haute la comptine numérique. L'autre, quant à lui, a observé les gobelets durant quelques secondes en déplaçant son regard de gauche à droite et tout en comptant, d'après ses dires, "dans sa tête" les gobelets et en récitant la comptine numérique.

En ce qui concerne les élèves n'ayant pas compté le nombre de gobelets pour accéder à la position du jeton, ils représentent six élèves sur huit à savoir 75% dans EM ainsi que sept élèves sur huit dans EP ce qui constitue 87,5%.

Dans les deux institutions scolaires, après l'énonciation de la consigne, les élèves dans cette catégorie observaient quelques secondes les gobelets puis partaient quelques secondes hors de la salle de classe tandis que d'autres ne prenaient pas le temps de les observer et sortaient directement. Dans les deux cas, la solution experte n'a pas été envisagée et les élèves semblaient savoir résoudre ce problème sans avoir recours au nombre, mais plutôt en mémorisant une place approximative

(vers le milieu des gobelets lorsque le jeton est positionné sous le quatrième gobelet) d'après les réponses qu'ils ont pu nous fournir lorsque nous nous sommes entretenus avec eux.

Globalement, nous pouvons dire que les élèves d'EM et d'EP ne sont pas parvenus à mobiliser une procédure numérique pour résoudre ce problème. Un écart majeur entre les résultats des élèves des deux institutions n'est pas notable malgré le fait que les élèves suivant la pédagogie Montessori n'aient pas travaillé ce type de tâche et que les élèves de l'EP aient travaillé sur l'aspect ordinal du nombre conformément aux attendus de fin de cycle 1. Dans le bulletin officiel de 2021, l'élève doit : "utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet (...)". On peut percevoir dans cette partie du programme qu'aucune indication sur la quantité d'objets n'est donnée. Néanmoins, les autres attendus de fin de cycle 1 indiquent que l'élève doit savoir "réaliser une collection, utiliser le dénombrement" dont le cardinal est compris entre 1 et 10. Ce travail de repérage faisant appel à l'aspect ordinal du nombre était donc conforme aux instructions officielles en vigueur. Même si les élèves n'étaient pas lors de la phase d'expérimentation en fin de cycle 1, ils ont déjà dû être confrontés à ce type de tâche lors des années précédentes.

Nous pouvons émettre l'hypothèse que l'absence de stratégies numériques est due au fait que les élèves n'aient pas perçu cette première étape comme induisant un problème mathématique. En effet, notre consigne était formulée de sorte que la notion de nombre ne soit pas induite dans le but de percevoir si les élèves pouvaient la retrouver individuellement. Certains d'entre eux n'ont sûrement pas compris que le nombre était essentiel pour trouver la solution.

En ce qui concerne les six élèves sur huit en EM n'ayant pas réussi à compter les gobelets et par conséquent à employer une stratégie numérique, nous pouvons penser que cela est dû à la mise en place d'une liberté induite par la consigne dont ils n'ont pas l'habitude de bénéficier au quotidien dans leurs apprentissages. Comme nous avons pu l'énoncer lors de la présentation de la pédagogie et du matériel de Maria Montessori, la leçon en trois temps, très guidée et dispensée par l'éducateur, structure les situations d'apprentissage. Ici, dans cette première étape, l'élève doit être autonome dans la compréhension du problème et dans le choix de sa stratégie. Ainsi, cette grande liberté a pu dérouter d'où l'absence ou l'incapacité pour la majorité des élèves en EM de trouver une procédure adéquate et numérique pour répondre au problème.

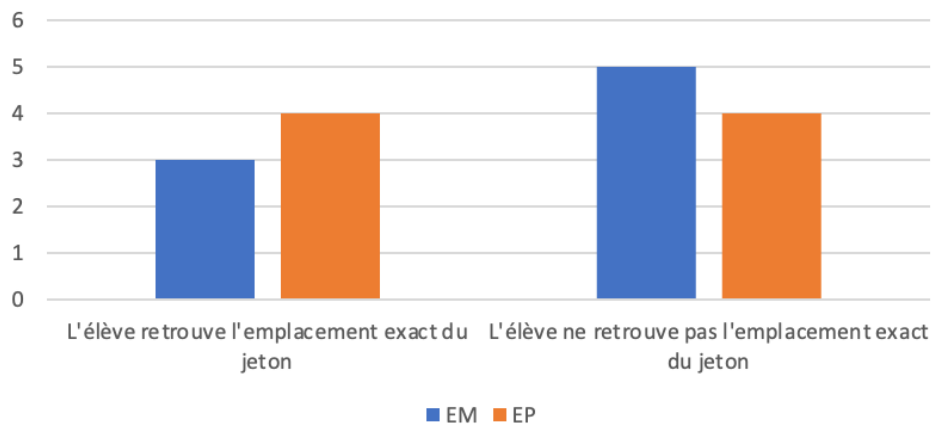
Cela peut également être dû au fait que les élèves n'ont pas l'habitude de travailler avec un matériel issu de la vie quotidienne tel que les gobelets. Comme énoncé par Daoust, Jor'dan, Laski et Murray (2015), les matériaux Montessori ne sont pas assimilables à des objets de la vie quotidienne. Ce contraste a pu troubler les enfants pour qui des gobelets ne sont pas des "instruments" de travail, mais des outils utilisés hors de la classe et pour une tout autre fonction (boire), ce qui les a sûrement détournés de la tâche mathématique assignée.

En référence avec la première phase du processus d'apprentissage dans une situation didactique établie par Guy Brousseau et présentée dans la partie "Cadre théorique", nous pouvons justifier ce taux peu élevé de réussite. Effectivement, selon le didacticien, l'élève doit pouvoir initialement agir et envisager une réponse qui doit se révéler insuffisante.

Dans la mise en œuvre de notre première situation, nous avons laissé les élèves réitérer des propositions pour donner la position exacte du jeton. A posteriori, nous pensons que cela a pu jouer sur la mise en place de leurs stratégies, car après plusieurs essais, ils finissaient inévitablement par trouver l'emplacement du jeton. De ce fait, les élèves étaient confortés dans l'idée que leur stratégie était efficace pour répondre au problème posé. Une modification de la consigne aurait dû avoir lieu pour que les élèves prennent conscience qu'une procédure non numérique ne permettait pas de résoudre efficacement ce problème.

Tout en suivant notre grille d'observation, nous allons désormais baser notre analyse sur le deuxième critère à savoir "L'élève retrouve / ne retrouve pas l'emplacement exact du jeton" en fondant notre réflexion à partir du graphique suivant.

Graphique 2. Retrouver l'emplacement exact du jeton



Par observation des données, nous percevons que trois élèves sur huit dans EM ont trouvé l'emplacement exact du jeton tandis que pour EP, ce nombre est de quatre. Cela correspond respectivement à 37,5% et 50% de réussite de la tâche. Cependant, des informations supplémentaires doivent être prises en compte pour analyser ces résultats. En référence au premier graphique, parmi les deux élèves d'EM ayant compté les gobelets au préalable, un a correctement retrouvé l'emplacement du jeton après être revenu dans la pièce. L'autre élève a correctement compté les gobelets avant de quitter la salle, mais a effectué une erreur de récitation de la comptine numérique au moment de retrouver le jeton.

En ce qui concerne les élèves d'EP, l'élève qui avait compté convenablement les gobelets a réussi à reproduire cette même stratégie pour trouver le jeton. Les trois autres élèves, quant à eux, ont retrouvé le jeton par mémorisation de la place approximative du jeton. Cette réussite étant permise par le nombre total peu élevé de gobelets et leur dispositif en ligne.

Pour les autres élèves, ces derniers ne sont pas parvenus à trouver l'emplacement exact du jeton au premier essai. Ils représentent cinq élèves sur huit en EM soit 62,5% et quatre élèves sur huit en EP soit 50%.

Toutes les réponses avant de parvenir à l'emplacement du jeton étaient proches du résultat escompté. Lorsque le jeton était sous le quatrième gobelet, les élèves proposaient le troisième ou encore le cinquième gobelet. Cela témoigne de leur compréhension correcte de la tâche, mais de

leur incapacité à employer une procédure leur garantissant un résultat juste, et ce, dès le premier essai. En effet, aucun élève n'est revenu, après être parti de la pièce, en demandant ce qu'il devait faire.

Concernant le troisième critère intitulé "L'élève utilise une procédure numérique pour retrouver l'emplacement du jeton", nous pouvons dire, pour la première et deuxième étape, que tous les élèves ayant dénombré au préalable les gobelets ont opéré la même stratégie pour retrouver l'emplacement du jeton.

Il en est de même pour les élèves n'ayant pas compté initialement les gobelets. Ils n'ont pas utilisé le nombre que ce soit au départ ou au moment de retrouver le jeton et n'ont pas changé leur stratégie. Sur l'ensemble des élèves en EM et EP, seulement trois élèves sur seize (deux en EM et un en EP) ont réellement compris l'objectif mathématique assigné à cette tâche.

Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, Guy Brousseau explique que la "phase de formulation" doit permettre aux élèves d'explicitier la façon dont il a obtenu son résultat et les propriétés qu'il a mobilisées. En discutant avec les élèves, nous avons pu remarquer que ceux employant une stratégie mathématique correcte utilisaient un vocabulaire approprié en évoquant notamment la nécessité de "compter". Les élèves favorisant une procédure davantage liée au hasard ont eu des difficultés à employer un vocabulaire mathématique précis et à retracer les différentes étapes de résolution du problème, ce qui témoigne de difficultés méthodologiques.

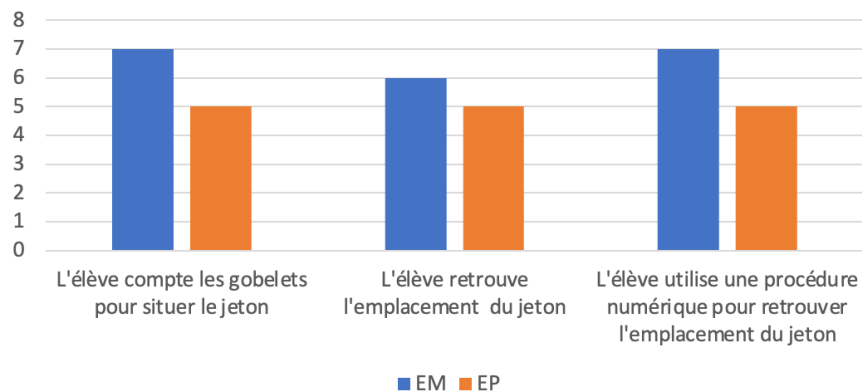
Au terme de l'analyse de ces deux premières étapes, les élèves d'EM et d'EP ont un niveau équivalent concernant l'utilisation de l'aspect ordinal du nombre pour répondre à ce problème. Ce niveau peut être considéré comme insuffisant puisque trois élèves sur seize ont employé la procédure experte soit 18,75% seulement.

À l'issue de ces deux étapes, nous avons pu faire le constat suivant : les élèves qui utilisent une procédure non numérique pour la première étape emploient la même stratégie pour la deuxième étape. Les résultats observés lors de la première étape sont identiques pour la deuxième étape.

Dès lors, il nous a paru pertinent de modifier, au moment de l'expérimentation, notre situation en prenant le temps, lors de la troisième étape (lorsque le gobelet était sous le huitième gobelet), de mettre en avant la procédure utilisant l'aspect ordinal du nombre dans le but d'observer les capacités d'adaptation des élèves et leur capacité à mobiliser la comptine numérique pour repérer le jeton.

Sans ce changement, nous pensons que les élèves auraient renouvelé la même stratégie erronée lors de la troisième étape, ce qui n'aurait pas apporté d'éléments supplémentaires à notre analyse. De plus, nous avons pu prendre conscience que les élèves de l'EM avaient l'habitude d'être guidés comme ils ont l'habitude de l'être par la leçon en trois temps. Ce temps d'explication privilégié était donc un moyen de voir si ce changement allait les rassurer et avoir une influence sur leur résultat. Par souci d'équité et pour des raisons équivalentes, nous avons fait de même pour les élèves d'EP. Ci-dessous, le graphique présentant les résultats des élèves EM et EP lorsque le jeton est placé sous le huitième gobelet et lorsqu'une explication sur la procédure numérique à employer a été promulguée juste auparavant.

Graphique 3. Résultats des élèves lorsque le jeton est sous le 8ème gobelet



Au sein de l'EM, sept élèves sur huit ont compté les gobelets pour situer le jeton et ont donc employé une procédure numérique ce qui représente 87,5% et six élèves sur huit ont retrouvé l'emplacement exact du jeton ce qui correspond à 75%.

Pour l'EP, cinq élèves sur huit ont compté les gobelets, employé une procédure numérique et retrouvé l'emplacement du jeton ce qui constitue un total de 62,5%.

Nous pouvons remarquer que les élèves obtiennent de meilleurs résultats lors de cette troisième étape que lors des deux autres réalisées auparavant. Nous observons un écart de réussite entre EM et EP sur cette dernière situation. Ce constat montre que les élèves montessoriens ont eu de meilleures capacités d'adaptation, mais aussi une meilleure compréhension des explications données que les élèves en EP. Comme nous l'avons énoncé auparavant, le guidage instauré lors de cette troisième étape a eu un impact sur les manières de faire et d'agir des élèves d'EM.

De plus, nous avons vu que Courtier (2020), dans sa thèse, met en exergue le fait que les élèves issus des classes montessoriennes possèdent de meilleures capacités de transferts que les autres élèves d'écoles conventionnelles. Dans cette situation, nous avons tout d'abord tenu à observer si les élèves (en EM et EP) connaissaient la comptine numérique jusqu'à quinze en dénombrant la quantité totale de gobelets. Ce réinvestissement de la file numérique que les élèves d'EM ont dû aborder au cours de leur scolarité a donc pu faire appel à d'autres connaissances antérieures qu'ils ont d'ores et déjà développées pour les utiliser à bon escient lors de cette troisième étape. Ces capacités de transferts accrues ont donc sûrement influencé la meilleure mémorisation des élèves d'EM vis-à-vis de la stratégie explicitée au préalable.

Les performances des élèves en EP, bien que moins élevées que celles des élèves en EM, sont tout de même meilleures que les précédentes. Cet écart peut sûrement être dû au fait que la résolution de problème sur un aspect du nombre particulier doit faire l'objet de répétition, de régularité, de fréquence dans la scolarité de l'élève en EP. Comme l'énonce Gardes (2019), les élèves d'EP étudient la construction du nombre sur trois années consécutives alors que les élèves montessoriens en six mois. Ils ont donc besoin de davantage de temps pour assimiler cette notion. Le problème que nous avons proposé était sans doute "nouveau" pour certains élèves ou bien avait été peu étudié ce qui pourrait expliquer leur moins bonne réussite sur cette troisième étape. L'énonciation de la stratégie employant la comptine numérique a été comprise et réinvestie convenablement pour certains, or, d'autres avaient sûrement besoin de la manipuler et de la travailler davantage pour parvenir à la résolution correcte du problème.

Néanmoins, d'autres éléments sont importants à prendre en compte pour l'analyse. Nous avons pu nous rendre compte d'une différence notable entre les élèves d'EP et d'EM puisque la comptine numérique est davantage stabilisée chez les élèves en EP qu'en EM. Lors du dénombrement des gobelets, peu d'erreurs sur la récitation de la comptine numérique étaient présentes en EP et ces erreurs se situaient surtout après avoir énoncé la dizaine. Tandis qu'en EM, plus de la moitié des élèves rencontraient des difficultés à la réciter à partir de huit ou neuf : certains sautaient des nombres, d'autres en oubliaient. Nous pensons donc que si le jeton avait été disposé sous un des gobelets après le huitième, les élèves en EM auraient eu davantage de difficultés à réaliser l'activité.

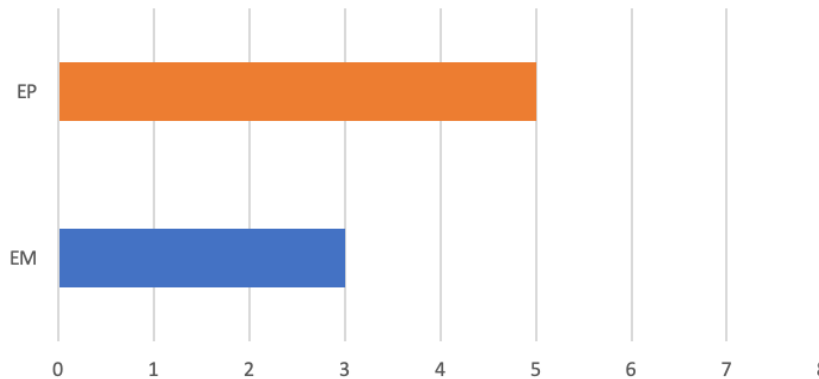
Désormais, nous allons centrer notre réflexion sur la deuxième situation que nous avons proposée sur la construction de collections équipotentes. Cette situation d'enseignement est bien conforme aux instructions officielles en vigueur en cycle 1, car l'élève doit "Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée (quantités inférieures ou égales à 10)".

À l'instar de la première situation, nous allons analyser les résultats des élèves par l'intermédiaire des critères issus de la grille d'observation que nous avons réalisée.

Le premier critère que nous étudierons s'intitule "L'élève dénombre/ne dénombre pas la collection de référence". Ce critère est fondamental à prendre en compte, car c'est la seule manière de percevoir si l'élève utilise le nombre comme mémoire de quantité pour résoudre le problème qui lui est posé.

Nous vous présentons ci-dessous le graphique présentant le nombre d'élèves en EM et EP ayant dénombré ou non, la collection de référence qui lui a été proposée.

Graphique 4. L'élève dénombre la collection de référence



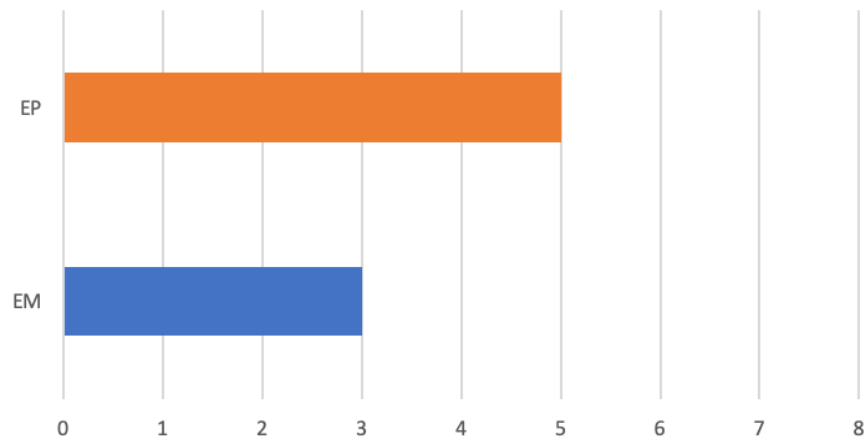
Nous pouvons identifier graphiquement que les élèves d'EP sont plus nombreux (5 soit 62,5%) que les élèves d'EM (3 soit 37,5%) à dénombrer la collection de référence. Cela s'explique notamment par la disposition des jetons en constellation de dés "cinq".

Parmi les élèves d'EP, trois d'entre eux ont utilisé la reconnaissance perceptive globale pour identifier deux collections composées de cinq jetons formant ainsi une collection totale de dix jetons tandis que les deux autres ont énuméré en pointant du doigt chaque jeton et en récitant parallèlement la comptine numérique. Pour EM, les trois élèves n'ont pas eu recours à cette reconnaissance perceptive globale puisque chacun a énuméré avec leur doigt les jetons pour déterminer le cardinal de la collection de référence.

La tâche proposée a fait l'objet d'un travail avec l'enseignante en EP quelques semaines avant notre intervention, ce qui justifie cet écart. Cette différence provient également des difficultés que nous avons pu identifier chez les élèves d'EM pour rentrer dans la tâche. Certains ont été très curieux de manipuler le matériel quand d'autres ont mis de longues secondes pour se lancer dans une véritable réflexion mathématique. Nous pouvons en déduire que ces élèves ont été perturbés, lors de la première étape, par une tâche qui leur était jusqu'alors inconnue et qui n'était pas guidée, car aucun atelier de première numération ne fait explicitement référence à la construction de collections équipotentes comme nous l'avons détaillé lors de notre partie théorique.

Le deuxième critère de notre grille d'observation s'intitule "l'élève dénombre/ne dénombre pas l'autre collection pour trouver juste ce qu'il faut de jetons" et nous allons désormais analyser les résultats des élèves par l'intermédiaire du graphique ci-dessous.

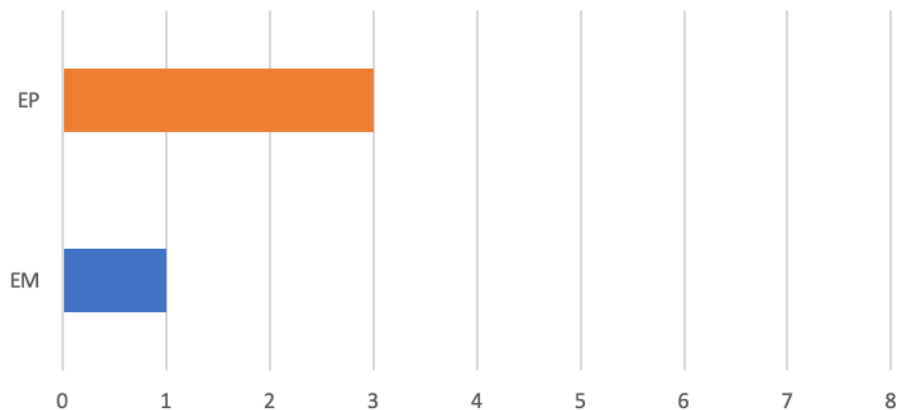
Graphique 5. L'élève dénombre l'autre collection



Concernant le deuxième critère, il paraît assez logique d'observer que l'ensemble des élèves ayant dénombré la collection de référence, que ce soit chez EM ou bien EP, ait reproduit un nouveau dénombrement pour trouver le bon nombre de jetons rouges. Même si aucune différence n'est notable sur ce point entre les élèves des deux institutions, nous pouvons émettre la conclusion suivante : les élèves qui adoptent dès le départ une stratégie correcte et pertinente sur le plan mathématique maintiennent une méthode adéquate qui permet de répondre au problème. À l'inverse, les élèves qui n'ont peut-être pas véritablement compris la tâche, ou bien qui ne savent pas comment résoudre ce problème à l'aide de leurs connaissances, ne parviennent pas, au fil du travail, à modifier leur stratégie pour en adopter une plus efficace.

Le troisième critère sur lequel nous allons poser notre attention est de savoir si l'élève a pris juste ce qu'il faut de jetons ou non afin de créer une collection de même cardinal que la collection de référence. Voici ci-dessous, le graphique mettant en exergue les résultats obtenus.

Graphique 6. L'élève prend juste ce qu'il faut de jetons



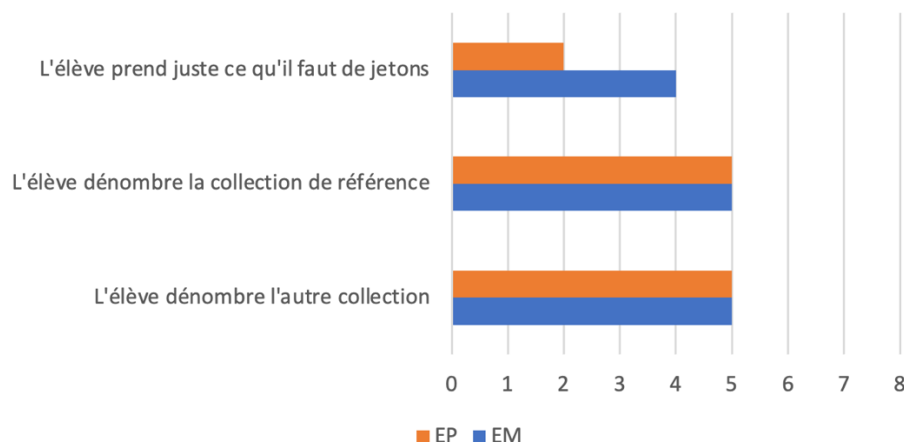
Le troisième critère est pertinent à analyser puisqu'il permet de mettre en avant plusieurs savoirs acquis ou non par les élèves. Effectivement, nous pouvons observer si les élèves savent dénombrer sans erreur des jetons pour réaliser une collection de quantité égale à une collection proposée. Nous pouvons tout autant étudier si les élèves utilisent le nombre comme mémoire de quantité sans erreur.

Par observation du graphique 6 et par comparaison avec le graphique 4 et 5, nous pouvons effectuer la conclusion suivante : Les élèves d'EP réussissent mieux à construire des collections équipotentes (1 élève pour EM contre 3 pour EP). Cela s'explique pour différentes raisons. Premièrement, parmi les trois élèves d'EM à avoir dénombré, seulement un est parvenu à trouver le même nombre de jetons rouges que de jetons bleus. Cela s'explique par la procédure mobilisée (énumération) qui est sujette à davantage d'erreurs d'autant plus qu'il faut effectuer deux dénombrements d'un nombre assez conséquent de jetons (10). De plus, comme cela a été le cas pour la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre, la comptine numérique n'est pas encore stabilisée jusqu'à dix ce qui a posé des problèmes pour réaliser deux collections équipotentes.

Le changement majeur entre la première et la deuxième étape porte sur la disposition des jetons et sur leur nombre. Effectivement, les élèves disposent cette fois-ci devant eux de 9 jetons disposés

aléatoirement sur la table. Cela n'a pas été sans conséquence sur les procédures, les réussites et les erreurs des élèves. Ci-dessous, le graphique présentant les résultats des élèves en EM et en EP.

Graphique 7. Résultats des élèves pour l'étape 2



Par analyse graphique, nous pouvons affirmer que les élèves d'EM obtiennent de meilleurs résultats lorsqu'il s'agit de ramener autant de jetons rouges que de jetons bleus. Les élèves d'EP ont été plus en difficulté pour dénombrer avec exactitude la collection de jetons lorsque ces derniers étaient disposés aléatoirement. Parmi les cinq élèves ayant dénombré la première collection, deux ont véritablement déplacé les jetons avec leur doigt tout en récitant parallèlement la comptine numérique pour trouver le cardinal de la collection de référence. Trois autres, quant à eux, ont simplement pointé les jetons sans les toucher. Un seul élève d'EP a dénombré en observant les jetons sans les pointer. Néanmoins, cet élève a compté deux fois le même jeton dans la collection de référence, ce qui a engendré une erreur pour obtenir le même nombre de jetons rouges que de jetons bleus dans l'autre collection. Les deux autres élèves qui ne sont pas parvenus à prendre le nombre exact de jetons ont oublié de compter des jetons que ce soit dans la collection de référence ou bien dans la collection de jetons rouges. On peut ainsi dire que les élèves d'EP ont eu des difficultés pour dénombrer en raison de leur difficulté à manipuler et à s'appropriier un matériel qui leur était donné.

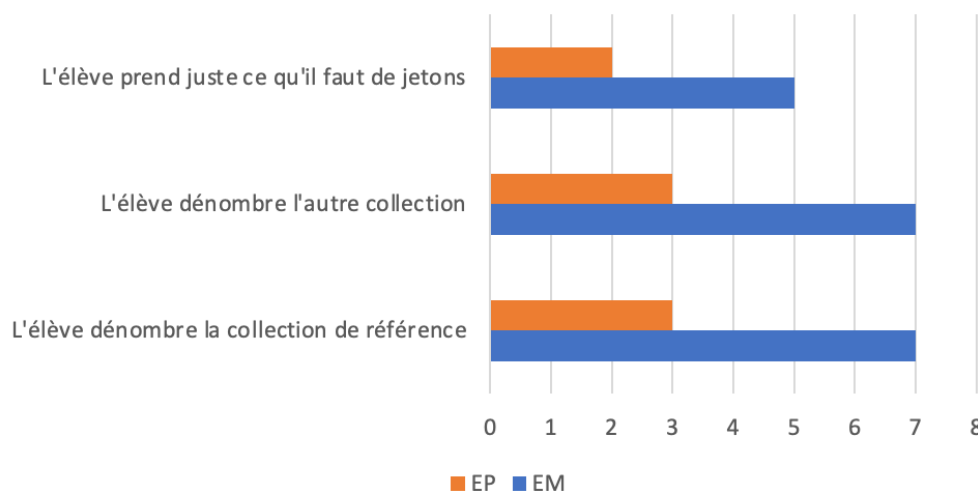
Chez les élèves d'EM, la conclusion est divergente. Ces derniers ont eu plus de facilités à manipuler les jetons, ce qui a simplifié le travail concernant le dénombrement. Par comparaison avec la

première étape de cette situation, deux élèves supplémentaires se sont lancés dans le dénombrement des collections, ce qui dénote chez eux une capacité plus forte à persévérer, à faire face à une difficulté et à proposer rapidement des stratégies pour remédier aux difficultés d'un problème. Cela confirme l'analyse de Lillard (2017) puisqu'elle a démontré que les élèves suivant la pédagogie Montessori étaient dotés d'un but de maîtrise plus élevé que les élèves en institution traditionnelle ce qui se traduit par "une conviction selon laquelle, avec de l'effort, on peut relever les défis et accroître ses habiletés".

Quatre élèves d'EM sont parvenus à ramener autant de jetons rouges que de jetons bleus. Par comparaison avec l'étape 1, seul un élève était parvenu à résoudre le problème. On peut ainsi dire que les élèves suivant la pédagogie Montessori sont plus compétents lorsqu'il s'agit de comprendre les raisons de leurs erreurs et pour mettre en œuvre des stratégies de remédiation.

La troisième étape entraîne une difficulté supplémentaire. Même si le cardinal de la collection est égal à 8, les jetons sont tous positionnés dans une boîte. Réussir à dénombrer le nombre exact de jetons de la collection de référence nécessite une réflexion plus développée qui consiste à comprendre qu'il est nécessaire de manipuler les jetons pour les dénombrer. Il est intéressant d'observer l'aptitude des élèves à réagir face aux modifications d'une situation. Le graphique suivant présente les résultats des élèves lors de cette troisième étape.

Graphique 8. Résultats des élèves pour l'étape 3



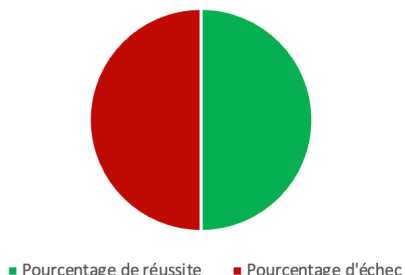
Graphiquement, nous pouvons affirmer que les élèves suivant la pédagogie Montessori ont mieux réussi cette troisième étape quel que soit le critère sélectionné. Progressivement, de l'étape 1 à l'étape 3, ils sont de plus en plus nombreux à adopter le dénombrement comme stratégie de résolution. Sur les huit élèves, sept ont rapidement sorti les jetons de leur boîte pour les énumérer, ce qui témoigne de leur aisance à manipuler le matériel qui leur est donné pour résoudre des problèmes. Cette facilité à toucher, à manier ce matériel provient, comme nous l'avons énoncé en partie théorique, de la place centrale accordée à la manipulation au sein de cette pédagogie alternative. Montessori (2016) met en exergue que l'enfant doit en premier lieu "penser avec ses mains". Pour cela, tous les apprentissages qu'elle préconise sont structurés autour de ces actions sensorielles. C'est la raison pour laquelle les élèves montessoriens ont davantage de facilités à s'imprégner du matériel qui leur est proposé.

Le nombre plus élevé d'élèves, au fil des étapes, ayant ramené le même nombre de jetons rouges que de jetons bleus s'explique à la fois par leur capacité plus développée à accepter l'erreur, à faire face à des modifications dans un problème, à manipuler le matériel présent, mais aussi à déterminer le cardinal d'une collection dont le nombre est le plus proche de 1.

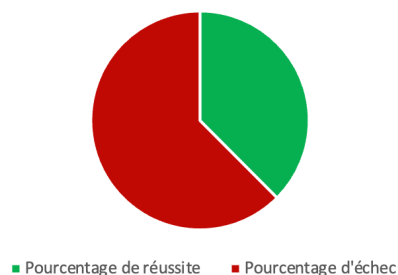
Pour EP, les élèves étaient cinq à dénombrer les collections lors de la deuxième étape et seulement trois lors de la dernière étape. Deux élèves ont effectivement été déstabilisées par la disposition des jetons bleus dans la boîte et n'ont pas osé les toucher pour les sortir et les énumérer facilement. Ainsi, ils ont tenté de dénombrer les jetons en observant la boîte, mais ont rapidement arrêté cette procédure puisqu'elle s'avérait inefficace. Ils se sont donc dirigés vers les jetons rouges en prenant avec leur main une "poignée" de jetons, au hasard. Ils n'ont pas su faire face à cette difficulté et s'adapter pour apporter une réponse juste au problème.

Pour finir, afin d'apporter un supplément de réponse à notre problématique, il est pertinent d'analyser un graphique présentant le pourcentage de réussite des élèves pour les deux premières étapes de la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre.

Pourcentage de réussite moyen des élèves d'EP pour les deux premières étapes de la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre



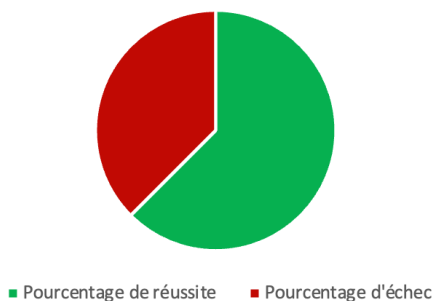
Pourcentage de réussite moyen des élèves d'EM pour les deux premières étapes de la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre



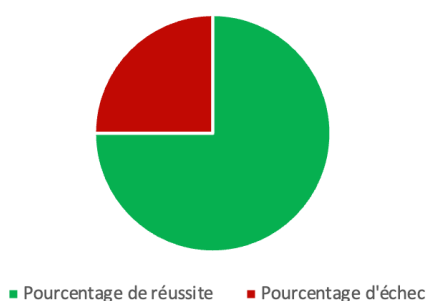
En visualisant ces deux graphiques, on remarque que le pourcentage de réussite (élèves ayant réussi à trouver l'emplacement du jeton) sur les deux premières étapes des élèves d'EP s'élève à 50% sur la première situation portant sur l'aspect ordinal du nombre tandis que le pourcentage de réussite des élèves d'EM sur ces mêmes étapes est de 37,5%.

Nous avons décidé de séparer les deux premières étapes de la dernière, car pour celles-ci, aucune aide au préalable n'avait été fournie aux élèves pour résoudre ce problème. Cette analyse permet donc de témoigner de leur faculté à entrer de façon autonome dans le problème et à se l'approprier. Nous pouvons remarquer un écart de 12,5% entre les élèves d'EM et d'EP.

Pourcentage de réussite des élèves d'EP pour la troisième étape de la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre



Pourcentage de réussite des élèves d'EM pour la troisième étape de la situation portant sur l'aspect ordinal du nombre

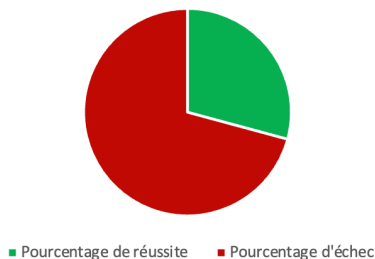


Pour la troisième étape, suite aux explications données aux élèves, nous pouvons remarquer que ce sont ceux suivants la pédagogie Montessori qui obtiennent de meilleurs résultats avec un pourcentage de réussite de 75% contre 62,5% pour EP.

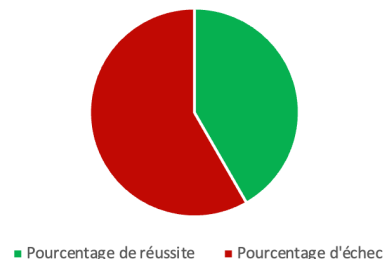
On peut déduire que les élèves d'EM sont en mesure de résoudre un problème portant sur l'aspect ordinal du nombre lorsqu'ils sont guidés et qu'ils ont fait usage du matériel pour se l'approprier. Pour autant, cette faculté à résoudre des problèmes s'avère plus restreinte lorsque les élèves découvrent par eux-mêmes, sans accompagnement, un problème qu'ils n'ont jamais abordé auparavant.

Concernant la deuxième situation portant sur la construction de collections équipotentes, les graphiques ci-dessous présentent les pourcentages de réussite moyens pour les trois étapes. Le terme "réussite" signifie que les élèves sont parvenus à ramener autant de jetons rouges que de jetons bleus.

Pourcentage de réussite moyen des élèves d'EP pour les trois étapes de la situation portant sur la construction de collections équipotentes



Pourcentage de réussite moyen des élèves d'EM pour les trois étapes de la situation portant sur la construction de collections équipotentes



Nous pouvons noter que les élèves d'EM obtiennent un meilleur pourcentage de réussite moyen sur les trois étapes que les élèves d'EP, ce qui constitue un fait marquant puisqu'ils n'ont jamais travaillé ce type de tâche. Ce pourcentage de réussite moyen étant inférieur à la moyenne (50%), il paraît tout de même difficile de conclure que les élèves suivant la pédagogie sont capables, globalement, de résoudre un problème portant sur la construction de collections équipotentes et d'autant plus lorsque le cardinal en jeu est élevé. Effectivement, lorsque le cardinal est de dix, les

élèves d'EM obtiennent un taux de réussite de 12,5% (un élève sur huit). Lorsqu'il est de neuf, ce taux est de 50% (quatre élèves sur huit). Enfin, quand le cardinal de la collection vaut huit, 62,5% des élèves (cinq élèves sur huit) réussissent le problème. Nous pouvons ainsi dire que plus le cardinal est faible en valeur, plus les élèves d'EM sont capables de résoudre des problèmes de construction de collections équipotentes.

4. Conclusion

Ce mémoire avait pour ambition de mesurer la capacité des élèves de cycle 1 suivant la pédagogie Montessori à résoudre des problèmes numériques qu'ils n'ont pas explicitement travaillés au cours de leur scolarité.

Nos premières investigations sur cette pédagogie alternative nous ont motivés à nous intéresser davantage à ses caractéristiques principales, au matériel utilisé ainsi qu'à la façon d'enseigner différentes matières. Au moyen de l'analyse de divers articles et thèses de chercheurs, il a été possible de percevoir l'impact que cette pédagogie avait sur les élèves montessoriens notamment dans le domaine des mathématiques malgré le peu de travaux scientifiques présents sur ce thème actuellement. Il était primordial de prendre en compte les différents éléments que la recherche avait déjà mis en exergue pour s'en imprégner et émettre des éléments de réponses à propos de notre problématique.

Une étude générale des programmes de cycle 1 était également nécessaire pour prendre connaissance des attendus de l'institution scolaire publique à la fin des trois années de maternelle, ce qui a constitué un repère sur lequel baser nos expérimentations afin de les rendre accessibles au niveau des élèves. L'étude plus approfondie de l'aspect ordinal et cardinal du nombre, de la résolution de problème, de la construction du nombre ainsi que de la manipulation nous a permis de cerner les évolutions de ces thématiques au fur et à mesure des années et d'adapter les tâches mathématiques proposées aux élèves.

Cette réflexion nous a donc amenés à nous focaliser sur deux objets d'études : l'aspect ordinal et la construction de collections équipotentes, peu voire non travaillés au sein des institutions Montessori par le biais du matériel de première numération. Nous avons donc créé deux situations d'enseignements conformes aux attendus de fin de cycle 1, structurées par un cadre théorique précis, celui de la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau, que nous avons proposé à huit élèves de grande section en école publique et en école Montessori afin d'établir une comparaison et d'éventuelles différences entre les résultats de ces deux types d'élèves. Ces deux situations se déroulaient de manière individuelle et une phase d'échanges avec chaque élève avait lieu pour comprendre et analyser les stratégies mises en œuvre pour répondre au problème posé.

Grâce à ce travail de recherche, nous avons pu obtenir de multiples éléments nous permettant de répondre à notre problématique. Nous avons montré que les élèves bénéficiant d'une pédagogie Montessori sont en mesure de résoudre des problèmes qu'ils n'ont pas explicitement travaillés s'ils sont guidés pour entrer dans la démarche de recherche et s'ils ont la possibilité de manipuler, toucher le matériel à leur disposition dans l'objectif de trouver une solution. Lors de la première situation sur l'aspect ordinal du nombre, les deux premières étapes laissaient aux élèves une très grande liberté dans la manière de procéder. Cette liberté était nouvelle pour les élèves montessoriens, ce qui les a déstabilisés. Effectivement, nous avons pu voir lors de l'étude de divers apports théoriques que les ateliers préconisés par Maria Montessori sont structurés par la leçon en trois temps qui accompagne l'élève dans sa démarche. Les élèves de l'institution traditionnelle sont quant à eux davantage habitués à cette autonomie donnée lors de la résolution de problème, ce qui justifie leurs meilleurs résultats pour les deux premières étapes. Néanmoins, les élèves montessoriens sont parvenus à obtenir de meilleurs résultats lors de la troisième étape en raison du guidage qui leur a été fourni et des bonnes capacités de transferts qu'ils détiennent, ce qui a été mis en avant par Lillard (2017).

En ce qui concerne la deuxième situation sur la construction de collections équipotentes, les élèves montessoriens étaient davantage en réussite lorsqu'il s'agissait de manipuler les jetons, de les toucher pour les dénombrer, la manipulation étant au cœur de la pédagogie Montessori. Ils rencontraient toutefois des difficultés lorsque le nombre de jetons dans la collection de référence était au-dessus de 8, car la comptine numérique n'était pas encore stabilisée après ce nombre pour la moitié des élèves montessoriens. Au final, les résultats obtenus sont concordants avec ce que prône la pédagogie Montessori.

Cependant, plusieurs limites rendent les conclusions de notre travail de recherche difficilement généralisables. D'une part, notre intervention au sein d'une petite école Montessori telle que celle des Graines du Bonheur, n'a pu se dérouler qu'avec huit élèves de grande section. Ce nombre peu élevé ne peut donc pas suffire pour tirer des conclusions applicables à l'ensemble des élèves bénéficiant d'une pédagogie Montessori. D'autre part, les deux situations d'enseignement que nous avons proposées se sont déroulées fin novembre. En effet, les impératifs de la deuxième année de master ainsi que la date de rendu de mémoire nous contraignent à réaliser nos expérimentations le plus

tôt possible. Nous nous sommes donc retrouvés avec certains élèves qui n'avaient pas encore bien assimilé ces deux aspects (ordinal et cardinal) du nombre. Une intervention en fin d'année aurait véritablement permis d'observer si les élèves ont acquis les attendus de fin de cycle 1 en jeu avec nos situations.

Ainsi, il serait possible de poursuivre ce travail de recherche en élargissant le nombre d'élèves interrogés pour avoir des résultats plus représentatifs. Tout autant, il pourrait être envisageable d'observer sur plusieurs jours la mise en œuvre des ateliers de première numération dans l'objectif de mieux comprendre les stratégies conviées par les éducateurs pour permettre aux élèves d'apprendre. Afin de mesurer les capacités de transfert des élèves scolarisés en école publique et de les comparer avec celles d'élèves montessoriens, une situation portant sur des concepts mathématiques non travaillés par les élèves suivant une pédagogie traditionnelle pourrait être proposée.

Ce travail de recherche a été très formateur. Il nous a permis, en premier lieu, d'étudier précisément les caractéristiques d'une pédagogie alternative très en vogue dans le monde de l'éducation actuellement : la pédagogie Montessori. Ce mémoire nous a confortés dans l'idée que la pédagogie Montessori, selon certains ateliers, peut être tout à fait stimulante pour les élèves. En dehors du fait que certains attendus de fin de cycle 1 ne sont pas explicitement travaillés en mathématiques, le matériel de première numération préconisé par Maria Montessori peut s'avérer extrêmement intéressant, car il a la capacité d'isoler une qualité unique pour permettre à l'élève d'étudier une seule chose à la fois et de passer de l'abstrait au concret par le biais de la manipulation. La liberté pédagogique que tout professeur des écoles détient s'avère être une véritable richesse pour que nous puissions, à l'avenir, utiliser dans notre classe quelques aspects de cette pédagogie afin de faire progresser les élèves et de leur faire acquérir de nombreux concepts notamment dans le domaine des mathématiques.

Bibliographie

Albummontessori : 3/6ans. (s. d.). <http://albummontessori.blogspot.com/>

Alvarez, C. (2016). *Les lois naturelles de l'enfant*. Les arènes.

Aubry, C. A. (s. d.). *Des problèmes pour apprendre à chercher*. Circonscription de Meaux Villenoy. Consulté le 26 février 2023, à l'adresse http://ien-meaux-villenoy.circo.ac-creteil.fr/IMG/pdf/les_problemes_pour_apprendre_a_chercher_mode_de_compatibilite_.pdf

Barres Montessori bois rouge et bleu bicolore. Matériel mathématiques. (2022, 13 décembre). Tout Pour Le Jeu SARL. <https://toutpourlejeu.com/fr/materiel-montessori/4832-grandes-barres-numeriques-montessori-en-bois-rouge-et-bleu--4051799002306.html>

Bieth, G., & Constans, M. (2018). *Enseigner autrement avec Montessori à l'école publique - La boîte à outils du professeur : La boîte à outils du professeur (French Edition)*. DUNOD.

Brissiaud, R. (2020). *La construction du nombre au cycle 1*. Centre Alain Savary - Education prioritaire - ifé. <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/la-construction-du-nombre-au-cycle-1>

Brousseau G. (1988). Didactique fondamentale, in *Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire*, Actes de l'université d'été, Publication de l'I.R.E.M. de Bordeaux.

Brousseau G. (1998) Théorie des situations didactiques. Grenoble : *La Pensée Sauvage*.

Castel, F., Emprin-Charlotte, F., & Emprin, F. (2019). *Enseigner les mathématiques en maternelle : Construire des outils pour structurer la pensée (AGIR)*. RESEAU CANOPE.

Charnay, R., & Mante, M. (2021). *Mathématiques - CRPE 2022 - Epreuve orale d'admission*. HATIER.

Chopin, M.P. (2006). Temps d'enseignement et temps didactique. Approche didactique de la question du temps dans l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école élémentaire. *Carrefours de l'éducation*, 21, 53–71. <https://doi.org/10.3917/cdle.021.0053>

Cinq cents feuilles pour jeu des timbres - Montessori Spirit. (s. d.). <https://www.montessori-spirit.com/fr/introduction-du-systeme-decimal/3399-500-feuilles-pour-jeu-des-timbres.html>

Cnesco. (2015, 23 novembre). *O. HUNAULT & X. BUFF Les programmes de maths depuis 20 ans* [Vidéo]. Dailymotion. <https://www.dailymotion.com/video/x3f3sm4?playlist=x5w4pp>

Courtier, P. et Gardes, M.-L. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N* n° 101, 83-105.

Courtier P. (24 janvier 2020). *L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle*. (Thèse de doctorat, Université de Lyon).

Croset, M.-C. et Gardes, M.-L. (2019, 16 novembre). *Impact de la pédagogie Montessori sur la construction du nombre à l'école maternelle : à propos des mathématiques* [Diapositives]. <https://drive.google.com/file/d/17ghy9vt7whE1KbNXFgKWPJlvD7qOu5R2/view?usp=sharing>

Croset, M.-C. et Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 39, n°1, 51-96.

Daoust C., Jor'dan J. R., Laski E. V., Murray A. K. (26 juin 2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. Consulté sur <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/2158244015589588>

Deny, M., & Pigache, A. C. (2017). *Le grand guide des pédagogies alternatives*. Eyrolles.

Direction des services départementaux de l'Éducation Nationale Côte-d'Or. (2020). *La résolution de problèmes à l'école maternelle* [Diapositives]. IEN. http://ien21-est.ac-dijon.fr/IMG/pdf/ap_maths_c1_resolution_de_problemes_en_maternelle.pdf

Ekert, B. (2017). *La pédagogie Montessori : histoire, principes et applications*. Eyrolles.

Feyfant Annie (2015). La résolution de problèmes de mathématiques au primaire. *Dossier de veille de l'IFÉ*, n°105. Lyon : ENS de Lyon.

Godec, Y. (s. d.). *Album de mathématiques*. Public Montessori. [https://public-montessori.fr/wp-content/uploads/2018/01/Album-mathématiques-yuna-pour-pm.pdf](https://public-montessori.fr/wp-content/uploads/2018/01/Album-mathematiques-yuna-pour-pm.pdf)

Jeu Des Timbres - Mathématiques. (2023, 26 janvier). Pensées Montessori. <https://www.pensees-montessori.com/produit/jeu-timbres/>

Laski, E. V., Vasilyeva, M., & Schiffman, J. (2016). Longitudinal Comparison of Place- Value and Arithmetic Knowledge in Montessori and Non-Montessori Students. *Journal of Montessori Research*. Consulté sur <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1161325.pdf>

Lillard A. (30 octobre 2017). Le préscolaire Montessori élève et égalise les résultats des enfants : une étude longitudinale. Consulté sur <https://www.montessori.quebec/wp-content/uploads/sites/2/2019/05/Le-prescolaire-Montessori-eleve-et-egalise-les-resultats-des-enfants-David-Ayer-Angeline-Lillard.pdf>

MEN (2002). Ministère de l'Éducation nationale et du Ministère de la recherche. Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. Bulletin officiel n°1 du 14 février 2002. <https://www.education.gouv.fr/bo/BoAnnexes/2002/hs1/hs1.pdf>

MEN (2008). Ministère de l'Éducation nationale. Programme de l'école maternelle - petite section, moyenne section, grande section. Bulletin officiel n°3 du 19 juin 2008. https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_maternelle.htm

MEN (2015). Ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports. Programme d'enseignement de l'école maternelle. Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015. https://www.education.gouv.fr/bo/15/Special2/MENE1504759A.htm?cid_bo=86940#ecole

MEN (2020). Ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports. Timss 2019 - évaluation internationale des élèves de CM1 en mathématiques et en sciences : les résultats de la France toujours en retrait. Note d'Information n° 20.46, décembre 2020. <https://www.education.gouv.fr/timss-2019-evaluation-internationale-des-eleves-de-cm1-en-mathematiques-et-en-sciences-les-resultats-307818>

MEN (2021). Ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports. Programme du cycle 1. Bulletin officiel n°25 du 24 juin 2021. <https://eduscol.education.fr/document/7883/download>

Montessori, M., L'Esprit absorbant de l'enfant, op. cit., p.25.

Montessori, M. (2016). *Le manuel pratique de la méthode Montessori*. Paris : Desclée de Brouwer.

OCDE. (2014). Principaux résultats de l'Enquête PISA 2012 : Ce que les élèves de 15 ans savent et ce qu'ils peuvent faire avec ce qu'ils savent. *PISA 2012*, 2-42. <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview-FR.pdf>

Ric, F., & Muller, D. (2017). Chapitre 1. Qu'entend-on par cognition sociale ? Consulté sur <https://www.cairn.info/la-cognition-sociale--9782706126963-page-7.htm>

Viaud, M. (2013). *Montessori, Freinet, Steiner, une école différente pour mon enfant ? : De la maternelle au lycée, le guide pour les parents* (p 20-36). Nathan.

Annexes

Tableau détaillé du matériel mathématique Montessori pour les élèves jusqu'à 6 ans :

<p>La numération au-delà de 10 (4 ans et demi - 5 ans)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Table de Seguin 1 Objectifs : dénombrer de 11 à 19, introduire les écritures chiffrées de 11 à 19, associer les quantités et les écritures chiffrées de 11 à 19. • Table de Seguin 2 Objectifs : dénombrer de 11 à 99, introduire le nom des familles de nombres. • Chaînes de 100 et de 1000 Objectifs : dénombrer jusqu'à 100, dénombrer jusqu'à 1000. • Chaînes des carrés et des cubes : compter en sautant Objectifs : dénombrer de n en n, préparer indirectement à la mémorisation des tables d'addition et de multiplication, préparer au calcul mental.
<p>La mémorisation des opérations (5 ans - 5 ans et demi)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Jeu du serpent de l'addition, la soustraction Objectifs : introduire à la mémorisation de l'addition et répétition de toutes les équivalences à 10, introduire à la mémorisation de la soustraction. • Tableaux d'addition, de la soustraction Objectifs : mémoriser des tables d'addition et de soustraction, introduire la commutativité de l'addition. • Tables de mémorisation de l'addition 1, 2, 3 et 4, de la soustraction 1 et 2 Objectifs : mémoriser des tables d'addition, explorer l'addition, mémoriser des tables de soustraction. • La mémorisation de la multiplication : les perles de couleurs Objectif : introduire la mémorisation des tables de multiplication. • Tableau de la multiplication, de la division Objectifs : mémoriser des tables de multiplication, introduire la mémorisation des tables de division, explorer la division et son lien avec la multiplication. • Tables de mémorisation de la multiplication 1, 2 et 3 et de la division Objectifs : mémoriser les tables de multiplication, explorer des propriétés de la multiplication (commutativité), mémoriser les tables de division, percevoir le lien entre multiplication et division.
<p>Le passage à l'abstraction (5 ans et demi - 6 ans)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Le petit/grand boulier : addition, soustraction, multiplication statique/dynamique Objectifs : renforcer la numération de position, se diriger progressivement vers le calcul mental, le processus d'abstraction. • Les hiérarchies : quantités, symboles, association Objectif : permettre à l'élève de comprendre le système décimal. • La grande division avec tubes Objectif : se diriger progressivement vers le calcul mental, le processus d'abstraction.

Les fractions (5 ans et demi - 6 ans)	<ul style="list-style-type: none"> • Les fractions : présentation Objectif : introduire sensoriellement des fractions, la divisibilité de l'unité. • Les équivalences Objectif : introduire les équivalences de façon empirique. • Les opérations avec les fractions au même dénominateur Objectif : introduire des opérations avec des fractions.