



**HAL**  
open science

## La manipulation dans le champ additif au cycle 2

Anaïs Crouzet, Margot Freggiaro

► **To cite this version:**

Anaïs Crouzet, Margot Freggiaro. La manipulation dans le champ additif au cycle 2. Education. 2023. dumas-04575894

**HAL Id: dumas-04575894**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04575894>**

Submitted on 22 May 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



**MASTER MEEF mention 1er degré**

**« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »**

**Mémoire de 2<sup>ème</sup> année**

**Année universitaire 2022 - 2023**

# **La manipulation dans le champ additif au cycle 2**

**Anaïs CROUZET  
Margot FREGGIARO  
M2B**

**Directrice du mémoire : Céline Constantin - Héliot**

**Assesseur : Nathalie Daval**

**Soutenu le 25 mai 2023**

# Sommaire

Introduction	6
Partie théorique	7
1.1) Le champ additif	7
1.2) Les difficultés des élèves	9
1.3) Manipulation un terme plurivoque et polysémique	11
1.4) La variété du matériel	12
1.5) La relation aux savoirs	15
1.6) Place de la manipulation	16
1.7) Place de la manipulation dans les manuels	17
1.8) Conclusion de la partie théorique	19
Partie expérimentale	20
2.1) Méthodologie et corpus	20
2.1.1) Hypothèses	20
2.1.2) Nos choix	21
2.1.3) Les critères d'analyses	23
2.2) Analyse des programmes scolaires et des textes officiels	26
2.3) Analyse des manuels	28
2.3.1) Picbille CP	28
2.3.2) Cap math CP	33
2.3.3) La tribu des maths CP	38
2.3.4) Archimaths CP	43
2.4) Résultats	47
2.5) Discussion	51
Conclusion	53
Bibliographie	55

## Remerciements

Nous tenons à remercier particulièrement toutes les personnes qui ont contribué au succès de nos années de master et qui nous ont aidé lors de la rédaction et la réalisation de ce mémoire.

Nous voudrions dans un premier temps remercier, notre directrice de mémoire Madame Héliot, professeure formatrice à la Faculté d'éducation de Nîmes, didacticienne des mathématiques, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses précieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

Nous remercions également toute l'équipe pédagogique de l'université de Nîmes dont l'aide nous a été précieuse pour notre partie théorique ainsi que pour les choix des articles et des manuels utiles pour notre mémoire.

Nous tenons à remercier les professeurs de l'université de Nîmes, qui nous ont fourni les outils nécessaires à la réussite de nos études universitaires.

A tous ces intervenants, nous présentons nos remerciements, nos respects et notre gratitude.



## Résumé

En France, des études montrent que les élèves rencontrent des difficultés dans la résolution de problèmes. La manipulation est une notion complexe à enseigner et à définir qui est parfois proposée pour la résolution de problèmes. Sa définition est souvent reliée à celle de l'expérimentation. Nous nous intéresserons à la notion de manipulation, qui pour nous, est définie par l'utilisation et l'action d'objets pour résoudre un problème, notamment à travers des problèmes additifs pour notre cas.

Issu d'une analyse quantitative de manuels scolaires avec leurs guides du maître de CP et de textes officiels, ce mémoire se focalise donc sur les potentialités prises en charge dans les enseignements de la manipulation dans la résolution de problèmes additifs. Les résultats de ce travail de recherche mettent en évidence que la manipulation est toujours présente au cycle 2 surtout au CP. De plus, elle est souvent utilisée pour des problèmes additifs de compositions et transformations d'état. Celle-ci sert aussi à la compréhension et à la validation des énoncés des problèmes. En effet, elle est décrite et explicitée dans les programmes et textes officiels. Cependant, les textes ne décrivent pas précisément la marche à suivre afin de laisser une liberté pédagogique aux professeurs.

Mots clés : Manipulation, difficultés, résolution de problèmes additifs, matériels, manuels

## Abstract

In France, studies show that students encounter difficulties in problem solving. Handling is a complex concept to teach and define which is sometimes proposed for problem solving. Its definition is often linked to that of experimentation. We will focus on the notion of handling, which for us is defined by the use and action of objects to solve a problem, in particular through additive problems in our case.

Resulting from a quantitative analysis of CP textbooks and official texts, this dissertation therefore focuses on the potentialities taken into account in the teachings of manipulation in the resolution of additive problems. The results of this research work highlight that the manipulation is always present in cycle 2, especially in CP. Moreover, it is often used for problems of composition additives and state transformations. This is also used to understand and validate the problems raised. Indeed, it is described and explicit in the programs and official texts, however with a vagueness in order to leave to the teachers of the schools a freedom to teach.

Keywords : Handling, difficulties, additive problem solving, materials, manuals.

## Table des figures

Figure 1 : Schéma récapitulatif de la classification des problèmes, Vergnaud-Gueguen, 2018, page 1

Figure 2 : Extrait montrant des problèmes dans le manuel Picbille 2016, page 49

Figure 3 : Exemple de problème qui utilise de la manipulation pour comprendre et valider l'énoncé, Picbille 2016, page 24

Figure 4: Exemple de problème utilisant de la manipulation d'images, manuel Picbille , page 51

Figure 5 : Exemple de problème utilisant de la manipulation de monnaie, manuel Picbille , page 64

Figure 6 : Exemple problème de composition d'état, manuel Picbille, page 75

Figure 7 : Exemple problème de transformation d'état, manuel Picbille, page 153

Figure 8 : Page du manuel Cap Maths, exposant des problèmes additifs mais ne proposant pas de manipulation, page 28

Figure 9 : Extrait du manuel Cap Maths, exposant des problèmes additifs et proposant de la manipulation, page 39

Figure 10 : Extrait manuel Cap Maths, problème de composition, page 23

Figure 11: Extrait manuel Cap Maths, problème de transformation, page 19

Figure 12 : Exemple d'un problème où la manipulation est proposée à toute la classe dans la tribu des maths, page 47

Figure 13 : Exemple d'un problème avec manipulation pour les élèves en difficulté dans le manuel la tribu des maths, page 69

Figure 14 : Exemple de problème où la manipulation n'est pas proposée dans la tribu des maths, p.61

Figure 15 : exemple de problème de composition dans le manuel la tribu des maths, page 69

Figure 16 : exemple de problème de transformation dans le manuel la tribu des maths, page 71

Figure 17 : exemple de problème de comparaison dans le manuel la tribu des maths, page 105

Figure 18 : exemple de problème de composition de transformation dans le manuel la tribu des maths, page 81

Figure 19 : exemple de problème qui propose de la manipulation en remédiation dans la tribu des maths, page 83

Figure 20 : exemple de problème de transformation dans le manuel Archimaths

Figure 21 : exemple de problème de composition dans le manuel Archimaths

Figure 22 : exemple d'activité de découverte du guide du maître dans le manuel Archimaths

Figure 23 : exemple d'activité de remédiation dans le guide du maître du manuel Archimaths

## Introduction

Étant petites, nous avons connu des situations de détresse et de solitude face à des problèmes posés par nos institutrices. Les réactions des élèves face aux problèmes comme le refus de se lancer dans des calculs et dans une réflexion, sont des réactions que nous avons nous-même pu avoir dans notre scolarité lorsque la réponse au problème ne nous apparaissait pas directement et lorsqu'il présentait des difficultés de compréhension. De plus, lors de nos différents stages, nous avons eu la chance d'avoir des élèves de CM1 et de pouvoir leur faire des séances sur la résolution de problèmes. Lors de ces dernières, nous avons pu voir que les élèves étaient réellement en difficulté face aux énoncés et lorsqu'ils ne comprennent pas du premier coup la trame à suivre ils abandonnent très rapidement. Ces mêmes situations ont également pu être observées lors des cours particuliers que nous avons pu donner. Suite à cela, nous nous sommes posées beaucoup de questions quant à la résolution de problèmes.

À la suite de cette situation de départ, nous nous sommes demandées pourquoi les élèves avaient un tel comportement face aux problèmes et surtout comment est-ce que les problèmes étaient présentés aux élèves ?

Par suite de nombreuses lectures et un stage en classe de CP avec des élèves en REP +, notre questionnement s'est élargi. Dans cette classe, la professeure des écoles faisait énormément manipuler les élèves et ces derniers entraient beaucoup plus facilement dans l'énoncé et étaient très impliqués. Ainsi, nous nous sommes interrogées sur des questions plus professionnelles dont la réponse nous servira pour notre futur métier. Tout d'abord, comment enseigner les problèmes sans provoquer un braquage chez les élèves ? Comment mettre en situation de réussite les élèves ? Et pour finir, comment leur donner envie de résoudre les problèmes, même lorsque la réponse ne leur paraît pas évidente ?

Ainsi, la question de la manipulation nous est venue. Par suite d'observations en classe et à des lectures nous avons compris que la manipulation était importante pour les apprentissages en mathématiques. De nombreuses questions ont alors émergé ; Pour qui la manipulation est-elle importante ? Quand l'est-elle ? Avec quelle condition faut-il manipuler pour atteindre les objectifs d'apprentissages ? Quelles en sont les avantages et les difficultés ?

Nous nous intéressons plus particulièrement aux problèmes additifs car ce sont les problèmes que nous avons le plus rencontrés lors de nos stages ou de nos expériences professionnelles à l'extérieur de l'école. De plus, ceux-ci sont au cœur du programme de cycle 2 (qui nous intéresse pour cet écrit et que nous avons eu la chance d'observer lors de nos différents stages.)

Nous avons alors pensé à étudier des manuels pour nous permettre de voir si cette dernière est proposée explicitement ou implicitement dans les ressources pédagogiques ou si cela relève de la volonté de l'instituteur de l'utiliser en classe car il y a évidemment des contraintes.

Nous nous demandons alors *quelles sont les potentialités, prises en charge dans les enseignements, de la manipulation dans les problèmes additifs au cycle 2 et surtout au CP?*

Ainsi, nous allons dans un premier temps développer le cadre théorique en définissant le champ additif et les différentes catégories de problèmes. Nous parlerons également des

difficultés des élèves qui découlent de ce domaine. Nous verrons que la manipulation est un terme plurivoque qui nécessite une variété de matériels, nous nous interrogerons également sur la place de cette manipulation au sein d'une séance ou d'une séquence. Nous verrons ensuite si cette manipulation permet une relation aux savoirs et nous verrons sous quelles conditions, c'est-à-dire si les objectifs fixés au début de la séance par l'enseignant sont atteints grâce à cette dernière. Et enfin nous nous intéresserons à la place de la manipulation dans les manuels pour voir la façon dont elle est proposée.

Nous allons dans un deuxième temps, émettre des hypothèses quant à notre question de recherche. Pour valider ou invalider ces hypothèses, nous choisirons un corpus de plusieurs manuels à étudier et à analyser. Les choix de ce corpus et les choix du niveau d'apprentissage choisi, c'est-à-dire le CP, seront explicités dans cette partie. Pour analyser ces manuels, nous établirons une liste de critères qui nous permettra de valider ou non nos hypothèses. Nous analyserons également les programmes et les textes officiels pour répondre à notre question de recherche qui s'interroge sur les apprentissages. Enfin, nous nous intéresserons aux résultats de recherche pour pouvoir revenir sur nos hypothèses.

## **1. Partie théorique**

### 1.1) Le champ additif

Nous pouvons définir le champ additif par tout ce qui concerne les situations et les calculs en lien avec l'addition et la soustraction. Ainsi, Vergnaud (1986) propose une classification des problèmes additifs afin de faciliter le raisonnement des élèves selon le type de problème. En effet, il veut faire prendre conscience de la diversité des problèmes que nous proposons aux élèves et ainsi leur montrer qu'il n'y a pas de coïncidence entre certaines opérations arithmétiques et les opérations de pensée (addition/soustraction et gagner/perdre, avancer/reculer). Son classement est établi en six catégories dont seulement quatre sont étudiées à l'école élémentaire.

Selon lui, il existe premièrement, des problèmes de transformation d'état, qui est une transformation additive ou soustractive qui s'effectue pour passer d'un état initial à un état final. Nous différencions alors ces problèmes selon la place de l'inconnue (recherche de l'état initial, de la transformation ou de l'état final.)

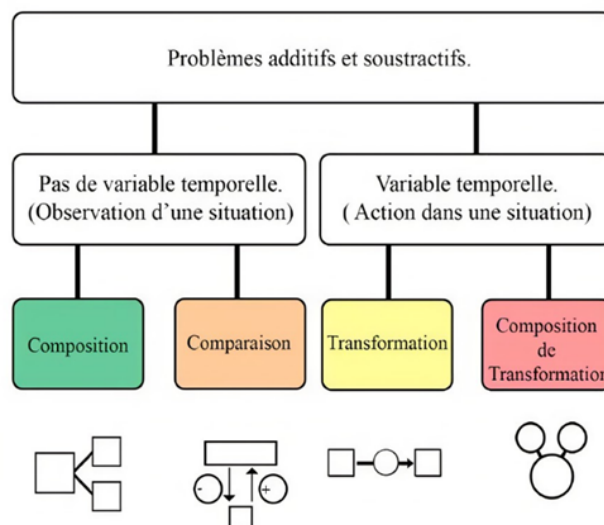
Un exemple de problèmes de "transformation d'un état" où nous recherchons l'état initial peut être : Pierre perd 3 cartes à la récréation. Il en a maintenant 10. Combien en avait-il au départ ? Pour un problème de recherche de la transformation, nous pouvons avoir comme énoncé : Pierre arrive à l'école avec 10 cartes. Après la récréation, il en a 21. Combien en a-t-il gagnées ? Et pour un problème sur la recherche de l'état final : Pierre arrive à l'école avec 10 cartes. Il en perd 3 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ?

Deuxièmement, il y a des problèmes de composition d'état représentant deux états initiaux qui sont réunis pour former un état final. Alors, deux types de problèmes peuvent être proposés : soit les deux états initiaux sont connus et nous recherchons la réunion des deux

états, soit l'un des états initiaux et la réunion des deux états sont connus et nous cherchons l'autre état initial. Nous allons donc donner des exemples d'énoncés pour des problèmes de composition d'état. En ce qui concerne des recherches du composé : Dans un bouquet, il y a 10 roses et 7 tulipes. Combien y a-t-il de fleurs ? Et pour une recherche d'une partie : Dans un bouquet de 18 fleurs composé de roses et de tulipes, il y a 10 roses. Combien y a-t-il de tulipes ?

Troisièmement, nous pouvons aussi rencontrer des problèmes de comparaison d'état représentant deux mesures indépendantes qui sont alors comparées. Nous distinguons là encore trois types de problèmes en fonction de la place de l'inconnue (recherche d'une mesure dans le sens de la comparaison, recherche d'une mesure dans le sens contraire de la comparaison, recherche de la comparaison). Par exemple pour la recherche de l'un des états : J'ai 21 chocolats, j'en ai 11 de plus que ma sœur. Combien en a-t-elle ? Et pour la recherche de la comparaison : Ma balle vaut 15 € dans un magasin et 19 € dans un autre. De combien est-elle plus cher dans le 2ème magasin ?

Quatrièmement, il y a des problèmes de composition de transformations qui sont une succession de transformations qui s'opèrent sur des mesures qui ne sont pas connues. Nous cherchons alors soit la transformation totale, soit l'une des deux transformations. Donc par exemple pour une recherche de la transformation composée : À la première partie je gagne 8 livres, à la deuxième, j'en perds 3. En ai-je gagné ou perdu ? Combien ? Et pour une recherche de l'une des composantes : Au jeu de l'oie, je joue 2 coups : au 2e, j'avance de 8. Au total, j'ai reculé de 4. Que s'est-il passé au premier coup ?



*Figure 1 : Schéma récapitulatif de la classification des problèmes, Vergnaud-Gueguen, 2018, page 1*

Nous avons décidé de mettre ce schéma car il récapitule toute notre partie sur la classification des problèmes de Vergnaud. Il nous explique que dans les problèmes du champ additifs, il y a deux catégories de types de problèmes, l'une ayant des variables temporelles et l'autre non.

Dans la catégorie possédant des variables temporelles, l'action se situe dans une situation où il y a des transformations. Et dans la catégorie où il n'y a pas de variables temporelles, c'est une observation d'une situation contenant des compositions et des comparaisons de problèmes. Vergnaud utilise un type très spécial pour représenter les problèmes, c'est-à-dire qu'il utilise la schématisation afin d'aider les élèves à avoir des stratégies de calculs.

Pour conclure, cette classification est la plus connue car elle possède de nombreux avantages comme le fait qu'elle rompt la classification qui serait établie en fonction du type d'opération à effectuer. Elle insiste également sur le fait que l'apprentissage de l'addition et de la soustraction doit être simultané car ces deux opérations sont complémentaires l'une de l'autre.

De plus, différents problèmes se résolvent par des additions mais ne se verbalisent pas de la même manière, c'est-à-dire par exemple dans une résolution de problème où il y a déjà l'état final et l'état initial. On doit donc passer par une soustraction pour arriver à la dernière valeur recherchée. Ainsi, les élèves passent par une interprétation différente que le calcul à faire.

Selon Vergnaud, les problèmes à résoudre sont des situations à maîtriser. Tout problème a une situation dans laquelle les élèves doivent découvrir des relations, développer des activités d'exploration, des hypothèses, des vérifications pour enfin produire une solution. Il nous dit aussi que les conceptions des élèves sont façonnées par les situations de la vie ordinaire car ils rencontrent tous types de problèmes. Ils se font leurs idées, mais aussi reproduisent ce que leurs parents font, par exemple une situation d'achat où il faut payer la baguette de pain plus le croissant. C'est pour cela qu'il faut développer leur typologie de problèmes afin qu'ils explorent une multitude de problèmes pour mieux y répondre et qu'ils rencontrent moins de difficultés. Nous nous demandons alors quelles sont ses difficultés que les élèves peuvent rencontrer et d'où peuvent-elles venir ?

## 1.2) Les difficultés des élèves

D'après les résultats académiques et nationaux de l'évaluation Timss en 2018, nous pouvons voir que les élèves se trouvent en difficulté en mathématiques et plus précisément en résolution de problème en comparaison des élèves des pays économiquement comparables. Effectivement selon le site du ministère de l'éducation nationale, pour un même problème additif (une bouteille de jus d'orange coûte 1,87 euros et celle de jus de pomme 3,29 euros. Julien a 4 euros. Combien d'euros lui manque-t-il pour acheter les deux bouteilles ?) Les élèves français de CM1 réussissent à seulement 42% quand les élèves des autres pays réussissent entre 62 et 70%. Pour faire référence avec la classification de Vergnaud, le problème proposé au-dessus est un problème complexe avec un calcul intermédiaire. Le problème se résout en deux étapes : premièrement par une composition d'état (pour trouver le tout)  $1,87 + 3,29$  et deuxièmement par une comparaison d'état (pour trouver la différence entre ce qu'il a et ce qu'il paie)  $5,16 - 4$ .

De plus, si les élèves sont habitués à attendre que l'enseignant donne la solution ou que la classe l'élabore collectivement, à penser que tous les problèmes doivent se résoudre

par une opération et à croire qu'il n'y a qu'une façon de trouver le résultat, alors, selon Houdement (2003, p.8), "peu d'entre eux prendront le risque de s'engager seuls dans une résolution, sauf si, dès la lecture du problème, ils savent déjà le résoudre".

En effet, cette attitude d'enfants qui se braquent devant un problème a déjà pu être observée lors de nos stages ou lors de nos cours particuliers. Rares, sont les élèves qui prennent des initiatives et qui réfléchissent par eux-mêmes sans que nous leur donnions une piste de réflexion avant.

De nombreuses études sur les opérations, ont souligné que la difficulté d'un problème ne dépend pas principalement de l'opération sous-jacente : certains problèmes par exemple qui révèlent de la soustraction sont plus facilement résolus que d'autres relevant pourtant de l'addition. Ainsi, nous pouvons voir que le problème est : " Pierre a 75 images. Il en donne 5 à Paul. Combien lui en reste-t-il ?" est résolu plus tôt et plus facilement que le problème : " Pierre a donné 5 images à Paul. Il lui en reste maintenant 75. Combien en avait-il auparavant ?" C'est du côté de la structure du problème qu'il faut chercher les difficultés des élèves autrement dit dans les relations entre les éléments de la situation. Dans cet exemple, "Pierre a donné 5 images à Paul" l'élève doit comprendre que maintenant Pierre a 5 images de moins qu'avant et doit en déduire que le calcul à résoudre est une addition ce qui n'est pas évident. Le texte et la manière de formuler un problème peuvent mettre en difficulté les élèves.

La classification des problèmes additifs a été utilisée pour repérer où se situent les difficultés des élèves en fonction des types de problèmes qui leur sont proposés. Il en ressort que la résolution de certaines classes de problèmes recèle plus d'obstacles que d'autres. Par exemple, selon une étude les problèmes de composition d'états sont généralement mieux réussis que les problèmes de comparaison d'état. De même, les problèmes de composition de transformations sont souvent difficiles à résoudre, selon notre cours magistral sur la didactique des opérations, pour les élèves car ils doivent raisonner sur des états inconnus pour s'intéresser uniquement aux déplacements. Il en ressort également que l'appartenance à l'une des catégories ne suffit pas pour apprécier la difficulté d'un problème, beaucoup d'éléments sont également à prendre en compte. Parmi ces éléments nous retrouvons ; la place de la valeur inconnue, la nature positive ou négative d'une transformation ou comparaison, l'ordre d'apparition des données dans le texte, la présence de mot inducteur d'une opération déterminée, la taille des nombres utilisés ou leur nature, la complexité du vocabulaire utilisé, le contexte décrit par l'énoncé ou encore la place de la question.

Une des grandes difficultés pour la résolution de problèmes additifs se trouve dans le calcul posé. En effet, la chronologie des calculs peut paraître comme un obstacle pour les élèves. Lorsque deux termes de l'opération ont le même nombre de chiffres, certains élèves mettent en œuvre une chronologie erronée qui consiste à calculer de gauche à droite ce qui pose des problèmes dans la gestion des retenues. Un alignement incorrect des chiffres peut également induire les enfants en erreur. Lorsque le calcul est posé en colonne et que les nombres utilisés n'ont pas la même longueur, les élèves peuvent aligner le nombre à partir de la gauche. Dans cette présentation, l'élève ne donne pas la signification exacte aux positionnements des chiffres. C'est la maîtrise du système de numération qui fait alors défaut. Une autre difficulté pour les élèves dans le calcul posé est la gestion des retenues, celle-ci est soit oubliée ou écrite mais pas prise en compte soit le mauvais chiffre a été reporté.

C'est pour cela que d'après Houdement (2017), "il est urgent et nécessaire de changer l'attitude des élèves face aux problèmes" pour qu'ils pratiquent le plus possible et qu'ils s'améliorent de plus en plus.

Ces difficultés rencontrées par les élèves peuvent être surmontées pour cela, l'enseignant peut alors mettre en place des séances visant à développer des attitudes plus ouvertes face aux problèmes et visant à développer les essais, les erreurs, les confrontations et les justifications. Nous nous demandons alors si la manipulation peut être un moyen de surmonter les difficultés pour les élèves ?

### 1.3) Manipulation un terme plurivoque et polysémique

La manipulation est définie selon Larousse de deux manières différentes :

- "L'action de manipuler quelque chose, un objet, un appareil."
- "Action de soumettre quelque chose à des actions diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissages."

Beylot (2019) nous dit dans son article que le mot "manipulation" est utilisé sous plusieurs acceptions et parfois par le même auteur dans un même texte. En effet, il nous apprend que Dias (2008) dans ses recherches essaye de montrer en quoi la notion d'expérimentation est différente de la notion de manipulation. En revanche, Beylot nous explique que Dias lui-même "emploie le terme "manipulation" lorsqu'il s'agit d'expérimentation par exemple quand il explique que les manipulations peuvent être assimilées à des phases d'expérimentation, puisqu'elles expriment une volonté d'intervention sur les objets du monde". Ainsi, selon Beylot, l'emploi de "manipulation ne concerne pas toujours ou pas uniquement les objets matériels, sur lesquels nous pouvons agir avec les mains". En effet, Fayol (2015) parle par exemple de "manipulation de suites verbales et écrites".

Allard et Masselot (2019) dans leur article renforce l'idée que la manipulation est un terme "plurivoque". Tout d'abord elles expliquent l'évolution de la définition de manipulation durant les siècles. Au onzième siècle la manipulation était une expérimentation constitutive des sciences expérimentales, en revanche, au dix-huitième siècle, la manipulation est définie comme quelque chose qui se rapporte à tout ce qui peut être touché, tenu ou transporté dans les mains. Dans leur article, Allard et Masselot (2019) se questionnent sur la définition de manipuler et sur ce que cela signifie à l'école. Ce mot est utilisé dans beaucoup de disciplines différentes, en effet, il est utilisé aussi bien dans les champs de maîtrise de la langue, qu'en arts ou encore en sciences. Dans leur article, elles définissent le mot "manipuler" comme un mot polysémique, très souvent, manipuler signifie seulement rendre les élèves actifs et autonomes même si les mains ne sont pas sollicitées. Nous pouvons le voir en éducation musicale avec les programmes qui disent : "manipuler les sons".

Dans les bulletins officiels et dans les programmes, depuis 1908 jusqu'à aujourd'hui, le mot "manipuler" n'a pas réellement de définition et n'a pas un seul sens. En effet, de nombreuses occurrences de ce mot sont rencontrées dans ces textes. Ainsi, il semble bien que pour Allard et Masselot, le mot "manipulation" ait un sens plurivoque dans la profession. Elles s'interrogent dans la suite de leur article sur le sens du mot manipuler en mathématiques et se demandent si cette variété de sens est également présente dans ce domaine.



Allard et Masselot (2019) s'appuient sur des exemples pour identifier la polysémie de ce terme. Elles regardent dans un premier temps la manipulation d'étiquettes (même format, même écriture, même couleur) avec une écriture chiffrée des nombres jusqu'à 10 sur chacune des étiquettes. Les élèves de CP doivent alors reconstituer dans l'ordre la file numérique, ici, la manipulation est "un moyen pour soulager les élèves du tracé des chiffres."(p.411). Les élèves peuvent faire des essais grâce aux étiquettes manipulables mais la validation par l'élève ne se fait pas immédiatement, la comparaison avec une bande numérique constitue dans ce cas une nouvelle tâche. Ils regardent dans un second temps le cas des allumettes qui doivent être rangées seules dans une boîte. Ici, le fait de manipuler permet "d'organiser une collection et de réaliser une partition de celle-ci" selon les auteurs. Ouvrir les boîtes permet de valider directement le résultat ; la boîte contient-elle une seule allumette ?

Dans ces exemples, nous nous interrogeons alors sur la définition de manipuler, pour qu'il y est manipulation faut-il que la validation des résultats par les élèves soit immédiate ou non ? Pour la suite de notre mémoire, nous considérerons que pour parler de manipulation il faut que les élèves puissent toucher, tenir et déplacer du matériel avec leurs mains et qu'ils puissent valider directement leurs résultats.

Les exemples prient par les auteurs questionnent également sur l'importance de la nature des objets. En effet, les étiquettes réfèrent aux mathématiques du fait des écritures inscrites sur une de leurs faces. En revanche, les boîtes et les allumettes sont des objets de la vie quotidienne qui sont utilisés à des fins didactiques. Avec ces deux exemples, nous pouvons voir apparaître deux fonctions pour les objets : la première est une fonction pédagogique et la deuxième est une fonction didactique, c'est-à-dire " au service (voir inhérente) à la construction d'une nouvelle connaissance." Ces deux classes de fonction observées par Allard et Masselot sont sources de malentendus entre formateurs et professeurs. Nous nous demandons alors si la variété de matériel est un frein aux apprentissages.

#### 1.4) La variété du matériel

A l'école, la nature des objets de manipulation est multiple et variée tels que les cubes, les blocs logiques, la boîte à compter, les picbilles, les multibases et les bouliers... En effet, ils sont donc tous différents et certains sont spécifiques à certaines notions. La variété de ce matériel a de nombreux intérêts notamment elle permet de réaliser de nombreuses tâches différentes. Elle permet également de faire de la différenciation. Dans un stage antérieur en CP, nous avons pu observer l'exemple d'un exercice sur les dizaines. Nous nous sommes demandées quel objet était le plus efficace pour les élèves. En effet, dans cette classe un élève avait mieux compris avec des cubes empilables qu'avec des pailles. Les pailles peuvent être regroupées avec un élastique et donc le groupement n'est pas visible à l'œil de l'élève. Alors qu'il peut mieux lui convenir de faire un groupement avec dix cubes empilés car ce groupement sera rangé et donc plus visible pour l'élève.

En revanche, Margolinas et Laparra (2016) s'interrogent sur cette variété de matériel. Dans leur œuvre, elles nous font part d'une activité scolaire sur la résolution de problèmes. Elles se questionnent sur quand le jeu des corps perturbe l'activité. En effet, si nous prenons

l'exemple de Cassandra et d'Ingrid, deux élèves de CP. Le professeur donne à chaque binôme une boîte ouverte contenant cinq cubes rouges. Il leur a demandé par la suite combien de cubes bleus elles voulaient pour résoudre le problème suivant : "Une boîte contient douze cubes. Nous pouvons avoir des cubes rouges ou bleus. Il y a cinq cubes rouges. Combien y a-t-il de cubes bleus ?" Durant la phase de recherche, Ingrid et Cassandra cherchent à répondre au problème, Ingrid surcompte à partir du nombre de cubes rouges. Cassandra quant à elle se rappelle d'une autre activité fréquemment réalisée en classe, qui est de déplacer les cubes et de les emboîter. Ici, le matériel a permis à Ingrid (élève considérée comme faisant partie du groupe faible de la classe) de comprendre l'énoncé du problème et de le résoudre mais au contraire, il a été perçu comme un divertissement pour Cassandra qui a reconnu un objet du quotidien avec lequel elle a l'habitude de s'amuser. Nous pouvons alors voir que selon la nature de l'objet et selon l'enfant, l'intérêt et l'impact n'est pas le même sur les apprentissages. Selon l'objet que nous donnons aux élèves, nous modifions considérablement l'entrée dans l'énoncé.

La formulation de l'énoncé du problème avec la présence d'objets réels participent à empêcher d'envisager le problème dans une temporalité. Une autre difficulté ici c'est la boîte déjà présente devant les élèves, ils ne voient pas les cubes et ce n'est pas eu qu'ils l'ont construit en ajoutant des cubes. C'est donc un problème de composition d'état car le professeur a proposé un problème à trois états, alors que s'il avait reformulé le problème de façon à ce que ce soit un problème de transformation d'états cela aurait permis aux élèves de se représenter la boîte. Cette transformation aurait introduit une temporalité qui aurait permis de se raconter des actions successives sur les objets. Ici, nous voyons que la gestion des corps intervient dans l'élaboration d'une manipulation. Mais aussi que l'oralité ne permet toujours pas la réussite de la tâche.

Prenons l'exemple des pommes dans l'article de Margolinas et Laparra. Dans cet exemple, il faut compter puis dessiner des pommes dans un panier. L'activité ici, consiste à ce que l'élève dessine le bon nombre de pommes donné sur les étiquettes du panier. Cependant, l'observation durant cette tâche a été de voir que les élèves dessinaient très soigneusement les pommes comme des pommes réelles et qu'ils fallaient qu'ils fassent attention à ce qu'elles soient toutes les mêmes et de bonnes tailles. L'enjeu pour les élèves n'est plus le même, ils se concentrent alors pour dessiner les pommes de sorte qu'elles entrent dans le panier. Ici, nous nous éloignons alors de la tâche principale qui est de compter le nombre de pommes. Le fait de donner comme matériel un crayon de papier et de demander aux élèves de dessiner les pommes dans un panier rajoute une difficulté supplémentaire au travail et change de manière considérable l'entrée dans l'énoncé. L'élève ici est face à plusieurs tâches: premièrement il doit dessiner une pomme dans un espace restreint (le panier), deuxièmement il doit dessiner le bon nombre de pommes. C'est donc un risque que l'élève soit focalisé sur comment dessiner une pomme plutôt que sur la tâche principale.

Les élèves doivent donc connaître la suite orale des nombres, mais aussi quand ils dessinent dans le panier la pomme il faut qu'ils retiennent le chiffre auquel ils se sont arrêtés pour reprendre à compter et dessiner. Il est donc difficile de garder en mémoire le décompte des nombres pour un élève de GS. Ici, certains élèves sont donc concentrés sur le dessin et la professeure préfère leur donner des gommettes pour finir la tâche car ils sortent du chemin à

suivre pour atteindre l'objectif de la séance. Il y a donc une différence entre l'organisation de l'écrit et le calcul pour produire un nombre d'objets avec la coordination de la récitation de la suite des nombres avec une action matérielle. L'objet-pomme porte problème aux élèves, car c'est un objet qu'il faut rentrer dans un espace délimité. Si les élèves voudraient enlever une pomme, il faudrait qu'ils utilisent une gomme, qui est un matériel pour effacer donc les élèves pourraient tout effacer et ne plus se rappeler. Pour remédier à cela, il faudrait peut être utiliser pour certains des dessins de pommes qu'ils colleraient (un objet manipulable) ce qui faciliterait le comptage des pommes à mettre dans le panier. S'il y en a trop dans le panier ils auront donc juste à décoller un dessin.

Grapin et Mounier (2019) dans leur article interrogent tout comme Margolinas et Laparra l'emploi de supports et de matériels divers. Ces auteurs s'interrogent sur la potentialité et la faisabilité matérielle de la méthode Singapour dans les classes. Cette diversité entraîne une multiplicité d'actions à faire pour des élèves de cet âge (de 6 à 8 ans) qui nécessite du temps et surtout des moments de re-concentrations. Cette question de temps n'est pas prise en compte dans le manuel de la méthode de Singapour-CP. Deux types d'objets manipulables sont décrits dans cet article : les objets "d'usage courant" comme les cartes, les crayons ou encore de la ficelle et les "objets spécifiques à une notion", par exemple en numération, les cartes constellations ou le matériel de base 10. Les "objets d'usage courant" sont des objets du quotidien et donc ils sont plus concrets au yeux des élèves. Contrairement aux "objets spécifiques à une notion" qui peuvent être par exemple des cubes, ils seront des objets à manipuler mais il faudra les remettre dans le contexte prévu pour ne pas perdre les objectifs à faire atteindre aux élèves. Ce sont des objets pour amener les élèves à prendre conscience des notions importantes. Ainsi, cette condition permettra un meilleur apprentissage. Tout en donnant une image aux problèmes mathématiques pour mieux comprendre l'utilité et le fonctionnement de l'objet par rapport à la notion qui devra être travaillée et comprise.

Nous nous interrogeons quant à la bonne utilisation du matériel mais également aux choix pédagogiques du matériel. Quel matériel sera le plus performant à utiliser dans le champ additif au cycle 2 ? Quand faut-il l'utiliser ?

Notons également qu'avoir à disposition dans sa classe plusieurs matériels de manipulation adaptés au niveau de la classe entraîne un certain coût que tous les professeurs des écoles ne peuvent pas se permettre.

Pour finir, Allard et Masselot (2019) rejoignent également le point de vue des auteurs précédents. En effet, selon eux, selon le matériel choisi, il peut soit "renforcer à la motivation et participer à l'enrôlement des élèves" ou alors il peut "devenir des distracteurs" (p 412) comme les gommettes à coller par exemple. Cette dernière idée est la même que celle de Margolinas et Laparra avec la situation de Cassandra qui est distraite par les objets à manipuler et qui finit par s'amuser plutôt que résoudre le problème. Allard et Masselot ajoutent également dans leur article qu'un "matériel trop affectif (bonbons, jouets très convoités) n'est pas toujours le plus approprié, la motivation externe pouvant parasiter les apprentissages visés." Ces derniers soulignent le fait que certaines fois, la manipulation n'est pas interrogée par rapport à son rôle aux services des apprentissages mathématiques. Nous nous questionnons donc sur cette relation entre la manipulation et les savoirs, c'est-à-dire sur

la congruence entre ces derniers. Est-ce que le matériel utilisé est en rapport avec les savoirs que nous souhaitons transmettre ?

### 1.5) La relation aux savoirs

La manipulation peut être au service des apprentissages des mathématiques en atteignant les objectifs fixés par l'enseignant à la fin de la séance ou séquence.

Dans son article, Mounier (2019) se demande quels savoirs peuvent être construits à partir du matériel. Il nous apprend que la manipulation est un passage nécessaire à la compréhension au service de l'abstraction. Cette affirmation est justifiée avec l'exemple d'une classe de CP en nous montrant l'importance de la manipulation pour une sensibilité des nombres. Cependant, il faut avoir un matériel pédagogique adapté pour ne pas perturber les élèves et que le matériel ait du sens dans les apprentissages visés. Dans cette classe, ils utilisent surtout la manipulation sur des tâches de dénombrement, de comptage et de comparaison de collections. Cela les aide à la construction des deux numérations : écrite et orale mais participe aussi à la création et à la conceptualisation des nombres (exemple : 1 dizaine = 10 unités). Par conséquent, les nouveaux apprentissages sont des savoirs à acquérir tout au long du parcours de l'élève.

D'ailleurs Allard et Masselot (2019), nous disent que la manipulation n'est pas toujours un moyen de donner du sens et qu'il faut une intention pour que la manipulation soit aux services des savoirs. Ils nous expliquent que la manipulation sert à se faire une représentation de l'activité et de ses enjeux, sert à favoriser les procédures par tâtonnements, sert à valider une réponse, et peut donner du sens aux mathématiques mais avec des contraintes. Par exemple, une tâche où il faut modeler des chiffres avec de la pâte à modeler ne permet pas de donner du sens à l'écriture chiffrée donc la manipulation n'est pas au service des mathématiques.

Ainsi comme nous le dit Beylot, en exploitant les différentes fonctions de la manipulation à l'école primaire : la manipulation produirait des signes liés à l'utilisation de l'artefact. Il nous explique cela comme :

*l'utilisation d'un artefact pour accomplir une tâche, les élèves produisent des signes qui peuvent être porteurs de significations (a priori non mathématiques) dont certains aspects peuvent être pertinents du point de vue du développement des signes et significations mathématiques (qui constituent l'objectif d'enseignement)''(p.350).*

Alors, s'appuyer sur les préoccupations des enseignants de maternelle relatives au choix du matériel et à l'incontournable que constitue "la manipulation" devrait également permettre de les accompagner dans l'appropriation des ressources mises à leur disposition.

Toutes les activités proposées dans les ressources amènent à utiliser du matériel, donc à "manipuler", mais les enjeux de cette manipulation sont à identifier plus précisément en lien avec les apprentissages à provoquer. "Il ne s'agit pas d'écarter a priori certaines ressources mais d'amener à identifier ce que chacune apporte à l'enseignant." (p.420)

Le professeur a donc la charge de faire le lien entre la manipulation avec le matériel, la représentation imagée de cette manipulation et la représentation sous la forme d'écriture chiffrée.

Ainsi, après questionnement et réflexion de nos lectures, utiliser la manipulation peut être fait que si les apprentissages sont liés aux notions visées et aux objectifs à atteindre. Grapin et Mounier (2019), se posent de nombreuses questions dans leur article sur les savoirs qui peuvent être construits à partir de l'utilisation de matériel mais également sur le moment où le matériel peut être manipulé. Ainsi, nous nous interrogerons sur la place de la manipulation lors d'une séance ou d'une séquence.

### 1.6) Place de la manipulation

Les moments dans lesquels manipuler se choisissent en fonction des activités, des professeurs, des notions à aborder et également du matériel mis à disposition.

En effet, dans les programmes du cycle 2 la manipulation est conseillée dans de nombreux domaines en mathématiques mais quand doit-elle être utilisée ? Nous pouvons alors nous demander si elle doit être placée :

- En début de séance comme entrée dans le sujet, en tant que présentation du sujet aux élèves
- Dans la séance au moment où les élèves résolvent des problèmes, pour s'appuyer sur du matériel, pour donner du sens au problème et pour leur permettre de comprendre l'énoncé et également de s'autocorriger et ainsi de valider ou non leurs résultats.
- A la fin de la séance, lorsque les élèves ont déjà acquis les connaissances, à ce moment-là, la manipulation serait alors juste un moyen de compléter le savoir des élèves.

Ainsi, la manipulation peut-être placée à différents endroits selon la programmation de l'enseignant sur sa séquence, mais la séance doit contenir de la manipulation.

Selon le guide pédagogique de la "Méthode de Singapour", une séance se déroule en trois étapes :

- L'étape concrète : les élèves sont guidés dans leur compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d'objets concrets (didactique ou de la vie quotidienne)
- La présentation imagée : la situation est "schématisée" le plus souvent au tableau ou sur un manuel. Elle permet de mettre en lumière, d'explicitier et d'exprimer les liens et les éléments du concept (étape semi-concrète)
- La présentation abstraite : le recours aux symboles mathématiques constitue l'objet de cette ultime étape.

L'étape "concrète" s'appuie sur des objets manipulables en intégrant "la mise en situation" de ces objets ; nous comprenons ainsi que le terme de concret renvoie alors à la fois à un objet qui peut être manipulé, mais aussi à un objet représenté relevant d'une situation qualifiée de concrète pour l'élève. Par exemple, dénombrer une collection de 12 voitures représentées sur une page.

Ce dispositif didactique est proche d'un dispositif "explication-application" de Rey (2001).

Dans ce manuel, il est préconisé que le professeur des écoles (PE) fasse découvrir la nouvelle notion abordée à l'aide de matériel et d'objets manipulables puis par la suite, d'effectuer des exercices sur le fichier et ensuite des manipulations libres et individuelles faites par les élèves.

Ainsi une séance se définirait par trois parties essentielles : une phase d'exploration pratique (manipulation faite par le PE), une phase où nous nous concentrons sur la leçon (pratique guidée) et une phase d'entraînement individuel (pratique autonome). La manipulation est donc utilisée pour découvrir mais également pour appliquer et faire fonctionner ce qui a déjà été découvert.

Beylot (2019) nous dit que la manipulation a 8 fonctions : Apprendre à manipuler, faciliter la dévolution, produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact, accéder à des représentations, solliciter des mises en relation entre signes ou entre représentations, aider à résoudre un problème, favoriser l'évolution des procédures et valider une solution. Selon la fonction de la manipulation, celle-ci intervient à différents moments de la séance ou de la séquence. Si la manipulation a pour fonction de faciliter la dévolution et donc de favoriser l'engagement des élèves dans la tâche alors cette étape peut avoir lieu tout au long de la séance. En revanche, si la fonction de la manipulation est de valider le résultat alors cette étape peut intervenir seulement à la fin de la séance.

Nous nous interrogerons donc sur cette place de la manipulation dans les manuels, à quel moment de la séance proposent-ils de la manipulation ?

### 1.7) Place de la manipulation dans les manuels

La manipulation a une place plus ou moins importante dans les manuels de mathématiques.

Dans l'article de Beylot (2019) nous apprenons que beaucoup de manuels mettent en avant la manipulation dans les pages d'introduction. Il nous dit également que la manipulation dans les manuels aide à la compréhension et à la construction de concepts. Elle rend aussi l'élève actif et aide à l'assimilation et à la structuration de la notion. Il se demande alors quand l'utiliser et quels choix des notions théoriques à enseigner faire.

Il nous dit ainsi que "la réalisation de la tâche par les participants à l'atelier (principalement des formateurs ESPE et maîtres formateurs) montre qu'il est difficile, à partir des extraits étudiés, de comprendre les intentions des auteurs de certains manuels concernant l'usage de la manipulation pour les apprentissages des élèves". Certains guides du maître sont prescriptifs (mais pas nécessairement clairs) au sujet de l'action que doit mener l'enseignant et il n'y a pas d'explication sur le rôle de la manipulation dans les situations décrites ni d'éléments permettant de repérer les fonctions de la manipulation

Grapin et Mounier (2019), s'intéressent à la place de la manipulation dans le domaine de la numération. Ils s'interrogent sur les manuels qui s'adressent aux enseignants, sont-ils en lien avec les programmes? répondent-ils aux besoins des élèves? sont-ils outillés pour les professeurs? Dans leur article, ils étudient et analysent le manuel sur la Méthode de Singapour concernant en particulier le rôle de la manipulation.

Les séances qui suivent la “Méthode Singapour” ont une structure qui est composée de plusieurs temps qui se succèdent :

- Dans un premier temps dit parfois de “Mise en contexte”, l’enseignant est au tableau. Il montre des objets ou du matériel pédagogique aux élèves et leur pose des questions (tâche de dénombrement) sachant que ceux-ci ne disposent ni de matériel ni de fiches ou fichiers.
- Dans un 2eme temps de “pratique guidée”, l’élève ouvre son fichier et le professeur commente un encadré qui reprend ce qui a été fait précédemment en posant des questions aux élèves. L’élève effectue ensuite les exercices du fichier qui sont similaires à ce qu’il a vu auparavant.
- Le 3eme temps est celui de la “Manipulation”, reprenant des exercices avec un matériel manipulable (cette étape n’est pas toujours valable).
- Dans le 4eme temps de la “Pratique guidée individuelle” les élèves reprennent un travail sur feuille avec des tâches similaires (fiches photocopiables ou fichier).
- Un 5eme temps peut être consacré à un travail identique à ce qui a été fait en augmentant le champ numérique. Un moment de “différenciation” est indiqué en fin de séance : le “soutien” consiste à reprendre des exercices similaires avec du matériel manipulable, l’”approfondissement” concerne d’autres tâches en lien avec la notion du jour étudiée ou à des connaissances anciennes.

C’est un dispositif d’explication-application. Ainsi, d’après les analyses de Grapin et Mounier (2019), la manipulation est présente dans certains manuels comme celui de la Méthode de Singapour, dans une phase reprenant des exercices et permettant de s’entraîner et revient par la suite dans une phase de différenciation. L’instituteur reprend avec les élèves en difficulté le même genre d’exercice qu’ils ont déjà fait lors de la séance mais cette fois-ci, ils ont le droit d’utiliser le matériel manipulable pour s’aider.

Selon eux, la manipulation dite dans la phase d’exploration est très souvent prise en charge par les professeurs des écoles (PE) et les élèves ne manipulent pas durant cette étape. Ils regardent le PE manipuler. Comme nous le disent Grapin et Mounier (2019), “la manipulation n’est donc plus utilisée pour découvrir mais plutôt pour appliquer ou pour faire fonctionner ce qui a déjà été découvert.” Dans le guide pédagogique de la “Méthode de Singapour, Mounier nous dit qu’une grande importance est accordée à la résolution de problèmes. La manipulation est présentée comme un passage nécessaire à la compréhension au service de l’abstraction ; elle est prévue d’être utilisée pendant une ou deux leçons, dans le cadre de l’approche concrète.

Au CP, la manipulation est essentielle pour que les élèves acquièrent une sensibilité des nombres. C’est pour cette raison que cette méthode introduit chaque notion par une étape concrète, faisant appel à un matériel pédagogique riche et varié : jetons, cartes, cubes...

Il y a deux types d’objets manipulables proposés dans les manuels : ceux d’usage courant (cartes, crayons, pièces, ficelles) et ceux considérés comme matériel spécifique à la numération (cartes-constellations, matériel de base 10, cubes multidirectionnels). En effet, les premiers sont des objets concrets didactiques de la vie quotidienne et les seconds sont semi-concrets car ce sont des objets liés à des notions mathématiques, nous ne les utilisons pas quand nous le voulons. Ces derniers permettent de mettre en lumière certains concepts

vus en classe. Cependant ils se posent de nombreuses questions que ce soit sur le matériel manipulé, la personne qui le manipule, le moment où il est manipulé et sur les savoirs qui peuvent être construits à partir de l'utilisation de ce matériel. Ils vont donc s'interroger sur l'efficacité des manuels scolaires et des fichiers donnés aux élèves et ainsi la place de la manipulation dans les pages de manuels. C'est-à-dire étudier le contenu mathématique et didactique proposé par les auteurs et analyser la « faisabilité matérielle » des situations proposées en classe ordinaire et leur potentialité d'apprentissage concernant les notions mathématiques en jeu.

Selon Allard et Masselot (2019), toutes les activités proposées à la maternelle dans les ressources amènent à utiliser du matériel, donc à “manipuler”. La place de la manipulation est donc très présente. Il est tout de même important de se questionner sur l'implicite lié à ces activités de manipulation. La manipulation utilise des objets pour représenter des notions, des concepts mathématiques afin de mieux faire comprendre et manipuler les élèves. Ils permettent donc aux élèves de transformer des idées abstraites en concrètes en utilisant un apprentissage ludique et intéressant. La manipulation suscite la réflexion chez mes élèves et donc construit des connaissances solides pour la suite de leurs apprentissages. Est-ce que toutes les activités proposées sont explicites et claires ? C'est ce que nous allons regarder au travers de plusieurs analyses de manuel scolaire.

#### 1.8) Conclusion de la partie théorique :

Nous retenons plusieurs grands points de notre première partie. Tout d'abord, la classification des problèmes de Vergnaud permet de trier les problèmes en fonction de la manière de les résoudre. Ce classement nous apprend que certains problèmes sont plus difficiles à résoudre pour les élèves que d'autres en fonction des opérations à mener ou de la logique à avoir. Certains élèves ont une attitude de refus ou d'incompréhension lorsqu'ils trouvent l'énoncé d'un problème compliqué. Ce genre de situation a pu être observé en classe et Houdement (2019) confirme dans son article cette opinion. Ainsi, pour aider les élèves à ne plus avoir ce comportement, des ateliers de manipulation peuvent être proposés par les professeurs des écoles afin d'aider les élèves à entrer dans l'énoncé et notamment pour les types de problèmes plus compliqués comme par exemple les problèmes de comparaison ou de transformation d'état. Nous apprenons également dans cette première partie que le terme manipulation est plurivoque et difficilement définissable. En effet, ce mot connaît de nombreuses occurrences, que ce soit dans les textes officiels tels que les programmes ou encore dans les articles de didacticien des mathématiques comme Beylot par exemple. Ainsi, pour la suite de notre mémoire, nous considérerons que pour parler de manipulation il faut que les élèves puissent toucher, tenir et déplacer du matériel avec leurs mains et qu'ils puissent valider directement leurs résultats. Ce matériel manipulable est divers. Cette variété selon Allard et Masselot (2019) peut avoir un effet positif et enrôler les élèves dans la tâche mais elle peut également avoir un effet négatif et être vu comme objets distrayeurs de la part des élèves. Ainsi, nous nous sommes demandés si cette variété de matériel pouvait être perçue comme un frein dans les apprentissages autrement dit si le matériel utilisé est en rapport avec les savoirs que nous souhaitons transmettre et les objectifs à atteindre fixé en



début de séance ou de séquence. Suite à leur analyse de manuel, Grapin et Mounier (2019) se posent des questions dans leur article sur la relation entre les objets manipulables et les savoirs mais également sur le moment où les objets doivent être manipulés. Leur questionnement est que :

“[Leur] premier objectif de recherche a été de concevoir une méthodologie permettant de mener une analyse didactique d’un manuel pour le chercheur afin d’étudier le contenu mathématique et didactique proposé par les auteurs et d’analyser la « faisabilité matérielle » des situations proposées en classe ordinaire et leur potentialité d’apprentissage concernant les notions mathématiques en jeu”

Ainsi, ils cherchent à construire une méthodologie d’analyse qui soit utile pour les professeurs des écoles. Beylot caractérise la manipulation par 8 fonctions, selon sa fonction, elle intervient selon lui à différent moment de la séance. Nous nous sommes alors demandées quelle était la place de la manipulation dans les manuels. Selon Grapin et Mounier (2019), dans leur analyse sur le manuel de la Méthode de Singapour, la manipulation est proposée en phase de découverte mais les élèves ne manipulent pas, seule la professeur des écoles manipule. Cette dernière est utilisée par les élèves pour appliquer ce qu’ils ont découvert lors de la première phase de la séance. Elle peut également être proposée pour les élèves en difficulté.

Par la suite nous allons donc émettre des hypothèses en lien avec notre question de recherche et pour y répondre nous annoncerons des critères afin d’analyser les manuels que nous expliciterons.

## **2. Partie expérimentale**

### **2.1 Méthodologie et corpus**

#### **2.1.1) Hypothèses**

**Nous rappelons que nous allons interroger les potentialités qui sont prises en charge dans les enseignements, de la manipulation dans les problèmes additifs au cycle 2 (au CP).**

Tout d’abord, nous faisons l’hypothèse que le matériel manipulable proposé dans les guides du maître ou dans les manuels sont fournis par ces derniers **(H1)**. Ensuite, une des potentialités de la manipulation est son utilisation pour les élèves en difficulté, c’est-à-dire que la manipulation est possiblement perçue seulement comme outils de différenciation **(H2)**. Nous faisons également l’hypothèse que la manipulation est mobilisée sans enjeux de savoir, seulement pour permettre aux élèves de comprendre l’énoncé et de se lancer dans la résolution du problème **(H3)**. La manipulation, selon nous, est souvent proposée à partir d’objet qui sont spécifiques à une notion, par exemple le matériel multibase est proposé seulement en numération pour la décomposition en centaine, dizaine et unité mais n’est pas proposé pour des résolutions de problèmes additifs **(H4)**. Nous faisons l’hypothèse que la manipulation est proposée seulement pour les problèmes de comparaison et de composition de transformation **(H5)**. Pour finir, nous faisons l’hypothèse que la manipulation en phase de

découverte est toujours proposée aux élèves (H6) et que c'est toujours la professeure des écoles qui l'a réalise (H7).

Nous formulons également un postulat quant à cette question de recherche qui est que l'une des potentialités de la manipulation est la motivation et l'aide qu'elle apporte aux élèves, les élèves auraient une attitude différente lorsqu'ils peuvent manipuler, cela leur permettrait de rentrer dans l'énoncé et mieux le comprendre.

Pour valider ou invalider nos hypothèses nous avons choisis un corpus de manuel composé de 4 manuels. Nous aimerions nous intéresser aux suivants :

- Picbille CP
- Cap maths CP
- La tribu des maths CP
- Archimaths CP

Par la suite, nous présenterons notre méthodologie pour montrer la manière dont nous allons exploiter et détailler notre analyse sur les manuels : elle s'organise à un niveau global (sur les manuels et les programmes) et à un niveau local (ciblé sur une notion clé).

### 2.1.2) Nos choix

Nous nous intéressons au cycle 2 et plus particulièrement au CP pour diverses raisons. Tout d'abord, le CP est la continuité de la maternelle. En maternelle, la manipulation est très utilisée par les professeurs des écoles. Cela permet à l'élève d'apprendre en faisant ses propres essais et expérimentations afin de l'aider à développer ses compétences et sa réflexivité. Nous nous demandons alors si une rupture existe entre l'école maternelle et l'école primaire où les élèves travailleraient beaucoup sur fiches et ne manipuleraient plus comme en grande section. En effet, cela permettrait aux élèves de passer pour la première fois à des problèmes additifs à l'écrit et donc de faire le lien entre les mots-nombre, leur signification et leurs représentations. De plus, une manipulation des premiers nombres (pour le CP nous apprenons les nombres de 0 à 100) donnerait la possibilité aux élèves de faire un rapport entre un mot-nombre et une quantité. Si cette rupture existe, elle pourrait alors engendrer des difficultés pour les élèves. Nous avons choisis seulement des manuels de CP, pour regarder si cette rupture est présente dans ces derniers et si les manuels ou plus précisément les guides proposent encore de la manipulation à ce niveau d'enseignement. Les élèves de CP entrent dans la résolution de problème, nous nous demandons alors si la manipulation est présente à ce niveau pour justement permettre aux élèves de comprendre ce nouveau concept.

Le choix des manuels est également réfléchi. Tout d'abord nous avons choisi divers manuels pour regarder sur une sélection, combien proposent des activités de manipulation permettant la résolution des problèmes additifs. Notre question de recherche porte sur les potentialités de la manipulation, il faut que notre corpus de manuel soit en accord avec cette dernière. Pour cela, nous avons choisi des manuels qui proposent majoritairement de la manipulation pour pouvoir en étudier ses potentialités.

Les manuels “archimaths” et “la tribu des maths” sont des manuels écrits par Thierry Dias qui est un auteur très important dans le cadre de notre mémoire car il s’intéresse de très près à la manipulation. Ces manuels font donc l’objet de forte présence de manipulation ce qui nous permettra de regarder la potentialité de cette dernière.

Le manuel de Picbille est choisi dans notre cas, pour les nombreuses activités de manipulation qu’il propose. En effet, il suggère des activités avec le matériel associé à picbille qui sont les boîtes représentant les centaines, dizaines et unités avec des jetons bleus. Ce manuel est un outil pédagogique complémentaire à la méthode d’apprentissage «J’apprends les maths» publiée aux éditions Retz.

Nous avons aussi choisi d’analyser le manuel “Cap maths CP” de la collection Hatier en 2019. Le programme de ce manuel conforte le choix d’une méthode d’enseignement qui accorde une place essentielle à la réflexion des élèves au travers de situations de recherche qui sont à la base des principaux apprentissages, sans négliger les exercices d’entraînement et de consolidation. Il contient aussi une mallette de matériel, qui a été conçue de façon à pouvoir s’adapter au plus grand nombre de configurations de classes. Nous y trouvons des cubes emboîtables, différents types de cartes pour représenter les nombres (constellations ; nombres...), des posters pour les affichages collectifs, des formes prédécoupées, des horloges et des règles graduées.

Dans leur article méthodologique d’analyse de manuels (2015), Grappin et Mounier nous disent qu’il faut regarder le contenu des manuels car cela engendre leur enseignement : *Les PE sont régulièrement confrontés au choix d’un manuel de mathématiques pour leur classe, les aider dans ce choix nous semble être une perspective de formation nécessaire pour comprendre les choix pédagogiques et didactiques réalisés par les auteurs et leurs répercussions dans ce qui est proposé aux élèves (extrait p 81).*

De plus, ils veulent ajouter que le choix d’un manuel se fait en regardant le nom de l’auteur et ses intentions. Il faut donc regarder et analyser la faisabilité et potentialité des tâches avec le matériel de manipulation car ce sont des banques d’exercices.

Nous avons choisi ces manuels car ils utilisent tous du matériel de manipulation. Ceci permettra de valider ou invalider nos hypothèses dans une comparaison synchronique des manuels pour pouvoir nous intéresser aux potentialités de la manipulation. Nous nous intéresserons au chapitre qui travaille sur la résolution de problèmes additifs mais également sur tous les autres chapitres qui propose à un moment donné, un problème qui se résout de manière additive. De plus, nous observerons le matériel préconisé dans les fichiers des maîtres. En outre, nous regarderons comment sont agencés les pages du fichier mais aussi s’ils les exercices sont dans la phase de recherche, d’exercice ou de réinvestissement. Cela permettra de voir comment la manipulation est utilisée dans les différentes phases d’apprentissages.

Nous regarderons ainsi les tâches où la manipulation sera présente, quel type de problème l’utilise et comment elle est structurée.

Ainsi, tous ces manuels sont en lien avec le programme (résolution des problèmes additifs) et le présentent en relation avec du matériel pour faire de la manipulation. Nous allons maintenant nous interroger sur l’analyse de ces derniers explicités dans la partie en mettant en place des critères.

Nous nous étions également intéressés au manuel de la Méthode de Singapour CP qui est un manuel décrit dans notre première partie qui est explicité dans l'article de Mounier et Grappin. Ce dernier présente la place de la manipulation dans ce manuel, particulièrement sur les types de situations d'apprentissages prescrites et sur la complexité et variété des tâches proposées. Cette méthode utilise régulièrement du matériel comme les multibases c'est-à-dire des petits cubes empilables pour représenter les unités de numération afin de faire le lien entre les nombres et les grandeurs.

Nous avons fait le choix de nous appuyer seulement sur l'article de Grappin et Mounier et de finalement pas l'étudier car l'analyse a déjà été réalisée dans ce rapport. Cela n'est pas important de le refaire et de trouver les mêmes arguments et résultats. Nous utiliserons cet article pour appuyer nos critères et hypothèses et pour comparer les résultats avec ceux des autres manuels.

Nous voulions aussi travailler sur le manuel "Opération Maths" qui utilise des situations d'apprentissage ancrées dans la vie quotidienne des élèves ce qui leur donne du sens car nous touchons à leur univers. Mais aussi cela permet également une découverte et donc une culture commune. Les élèves même s'ils ne connaissent pas certaines situations, à cause des inégalités sociales entre les élèves d'une même classe, pourront les découvrir. Dans ce manuel, il y a du matériel à découper (environ une dizaine de planches à découper). De plus, il existe des aides-mémoire permettant aux élèves d'avoir un outil de référence quand ils en ont besoin. Suite aux nombreuses pages contenant des situations de problèmes additifs nous avons dû réduire notre corpus de manuel à quatre.

Ainsi, nous avons choisi de ne pas analyser ces deux derniers manuels.

Les pages sont choisies en fonction de si elles présentent ou non des problèmes additifs. Nous avons choisi le CP donc la plupart des pages des manuels présentent des problèmes qui nous intéressent. Dans certains cas, les problèmes seront explicitement indiqués et facilement repérables car ils seront précédés d'un titre "résolution de problème" par exemple. Dans d'autres cas, les chapitres, tels que les chapitres sur le nombre dix par exemple, proposeront des problèmes de types additifs qui devront également être analysés et exploités. Pour cela, nous allons regarder les manuels en corrélation avec les guides du maître page par page et nous allons trier toutes les pages qui traitent le champ additif. Tout problème qui demande d'additionner ou de soustraire deux ou plusieurs nombres, à un moment donné, sera analysé dans notre partie suivante.

### 2.1.3) Les critères d'analyses

Pour analyser ces manuels, nous avons donc établi une liste de critères. Ainsi, grâce aux critères d'analyse suivants, nous pourrions valider ou invalider nos hypothèses.

Le tout premier critère (**C1**) consiste à regarder si le matériel proposé est fourni par les manuels ou les guides. Ce critère est en rapport avec notre première partie. Dans celle-ci, nous nous interrogeons sur le fait que le matériel possible pour manipuler est varié et qu'il est difficile pour les professeurs d'avoir tout ce matériel. Si les manuels ou le guide fournissent le matériel, il est alors plus facile pour les professeurs des écoles de mettre en place des activités

de manipulation que s'il doit se fournir par lui-même le matériel nécessaire. Nous aurons donc dans notre grille d'analyse qui sera présentée sous forme de tableau, un critère qui sera "matériel fourni", cette case sera cochée seulement lorsque le matériel est fourni dans les manuels. Par exemple, très souvent les problèmes qui traitent de l'argent proposent des situations de manipulations de billets et de pièces et ces derniers sont fournis à la fin du manuel.

Notre deuxième critère (C2) concerne également notre première partie et plus particulièrement la partie sur les difficultés des élèves. En effet, lors de nos différents stages, la manipulation était un outil d'aide pour les élèves en difficulté. Nous allons donc regarder si la manipulation est perçue seulement comme outils de différenciation dans les manuels ce qui nous permettra de valider ou d'invalider l'hypothèse que nous avons émis précédemment. En effet, nous nous questionnons sur l'utilisation de cette manipulation. Selon nous, les phases d'activités comprenant du matériel, sont des phases qui sont proposées seulement aux élèves en difficulté pour résoudre la tâche. Cette hypothèse vient de l'observation que nous avons menée en classe. Les instituteurs proposaient du matériel de manipulation seulement lorsque les élèves présentaient des difficultés face à l'énoncé d'un exercice. Nous avons même pu observer que parfois, les professeurs avaient déjà prévu que pour tel et tel élève, la manipulation sera proposée car ils étaient en difficulté en mathématiques. Nous aurons alors un critère d'analyse dans notre grille d'évaluation qui sera "Pour qui est proposée la manipulation ?" et nous pourrons cocher soit la case "pour toute la classe" soit la case "pour les élèves en difficultés".

Un autre critère d'analyse concerne les objectifs d'apprentissage mis en jeu (C3). Nous regarderons alors suivant nos manuels, si la manipulation est proposée plus souvent pour certains objectifs d'apprentissage que pour d'autres. Pour cela, nous avons cherché et défini une liste d'objectifs d'apprentissage que nous pouvons retrouver dans nos manuels. Nous pourrons alors analyser ces derniers, la case concernant l'objectif visé sera alors cochée pour chaque page concernant le champ additif. Ce critère pourra être alors relié à la congruence du matériel, en effet, nous regarderons si les outils de manipulation sont en accord avec les apprentissages visés ou s'ils détournent les objectifs de la séance. Nous allons également regarder la fonction de la manipulation dans chaque problème analysés. Nous cocherons si elle sert à la compréhension de l'énoncé ou si elle sert à la validation du résultat.

Nous regarderons également si le matériel est favorable aux apprentissages ou s'il ne l'est que sous certaines conditions. Cette interprétation est notamment en rapport avec la situation décrite par Margolinas et Laparra qui nous montre que le matériel peut avoir plusieurs effets sur les élèves et sur leurs apprentissages. Le matériel doit être choisi en lien avec ce que nous cherchons à apprendre aux élèves. Nous considérons que la manipulation est favorable aux apprentissages quand les élèves savent le réutiliser dans une autre situation mais aussi quand ils savent mettre des mots sur ce qu'ils sont en train de faire. C'est-à-dire que les élèves font le lien entre l'objet manipuler et la tâche à réaliser ou la notion à découvrir. Ainsi, nous nous sommes demandées si le matériel familier aux élèves ne pouvait pas plus facilement les distraire de la tâche demandée. Nous pourrons alors regarder dans un premier temps, si les

manuels proposent majoritairement du matériel spécifique à une notion ou plutôt du matériel familier (C4). Nous aurons un critère d'analyse qui permettra de cocher si le matériel proposé est spécifique à une notion ou familier aux élèves.

Nous regarderons également si la manipulation est plus ou moins suggérée selon le type de problème (transformation d'état, composition...) (C5). Nous nous sommes intéressées précédemment à la classification des problèmes additifs selon Vergnaud et aux difficultés qu'il en ressort. Ainsi, regarder si la manipulation est plus présente pour certains types, nous permettra également de rejoindre le critère sur les difficultés des élèves et sur la manipulation vue comme outil de différenciation. Si la manipulation est perçue comme outil de différenciation et que, comme vu précédemment, certains type de problème comme par exemple les problèmes de comparaison d'état sont plus compliqués à résoudre pour les élèves que les problèmes de composition d'état. Alors, pour relier ces différents critères d'observation, nous pourrons regarder si la manipulation est plus souvent proposée pour les problèmes de comparaison que pour les problèmes de composition. Nous aurons alors dans notre grille d'analyse, un critère nommé : " type de problème" avec les autres types de problèmes possible en cycle 2, c'est-à-dire, transformations, composition, comparaison ou composition de transformation.

Nous nous interrogeons également sur la place de la manipulation, et plus particulièrement dans quelle phase, la manipulation est-elle la plus présente dans les manuels ? Dans la phase de découverte, dans celle d'institutionnalisation et de pratique ou dans celle de réinvestissement? (C6). En effet, lors de la première partie, nous nous sommes interrogés sur la place et la pertinence de ces activités de manipulation selon le moment de la séance ou de la séquence. Ce critère d'analyse permettra de valider ou d'invalider notre hypothèse sur le fait que la manipulation est seulement proposée lors des phases de découverte dans les manuels. La grille d'analyse proposera un critère "phases" avec celle de découverte, de pratique et celle de validation et en fonction de notre analyse, nous pourrons cocher la case qui correspond.

Nous regarderons également dans les manuels et dans leurs guides, qui est-ce qui manipulent ? (C7) Est-ce que ces derniers suggèrent que les élèves manipulent ou que les professeurs des écoles manipulent et que les élèves regardent ? Ce critère d'analyse permettra de faire un lien avec l'article de Grappin et Mounier qui nous apprennent que dans leur analyse ils avaient obtenu comme conclusion que lors des phases de découverte seuls les PE manipulaient. Les élèves manipulent sur d'autres phases de la séquence. Nous voulons donc regarder si dans les manuels que nous avons choisis, nous pouvons conclure la même chose. Notre grille d'évaluation aura alors un critère qui s'appellera "qui-est ce qui manipule", nous pourrons cocher la case "les élèves" ou alors la case " la/ le PE".

Grâce à tous ces critères nous allons pouvoir analyser nos manuels et répondre à nos hypothèses et à notre problématique. En effet, cela permettra d'éclairer certaines caractéristiques dans les programmes scolaires qui peuvent être mises en valeur sur la manipulation au CP.

En effet, notre problématique concerne les potentialités de la manipulation prise en charge dans les enseignements. Les manuels font partie de l'enseignement, il est donc important de les étudier et les analyser. En revanche, les programmes font également partie des enseignements, nous devons donc les étudier.

## 2.2) Analyse des programmes scolaires et des textes officiels

Nous nous sommes renseignées auprès des programmes du cycle 2 pour voir si cette manipulation était présentée et explicitée pour les enseignants. Ainsi cette dernière est un élément primordial dans le parcours des élèves mais elle a plusieurs significations.

Allard et Masselot nous expliquent dans leur article que dans les programmes, le mot manipulation est plurivoque et n'est pas utilisé seulement en mathématiques. En effet, ils la décrivent comme "un moyen de rendre les élèves actifs, autonomes dans une tâche même si les mains ne sont pas sollicitées mais tout en manipulant les sons"(2018, p.411). Nous pouvons donc voir que la manipulation est utilisée dans le domaine de l'éducation musicale par exemple. Selon eux, il faut utiliser des objets de la vie quotidienne, détournés et utilisés à des fins didactiques pour donner du sens aux élèves tout en faisant le lien avec les programmes et les notions à aborder et à atteindre à la fin de la séquence.

Nous allons donc regarder dans les programmes, quand est-ce que le mot manipulation est utilisé en mathématiques si le matériel familier est conseillé pour reprendre les mêmes critères d'analyse que pour nos manuels.

Dans le champ disciplinaire "Mathématiques" des programmes du cycle 2 nous relevons lorsque le terme manipulé est employé :

- "L'étude des grandeurs et de leurs mesures doit faire l'objet d'un enseignement structuré et explicite qui s'appuie sur des situations de **manipulation**."
- "Les compétences et connaissances attendues en fin de cycle se construisent à partir de **manipulations** et de problèmes concrets, qui s'enrichissent tout au long du cycle en jouant sur les outils et les supports à disposition, et en relation avec les activités mettant en jeu les grandeurs géométriques et leur mesure."
- "Les notions de géométrie plane et les connaissances sur les figures usuelles s'acquièrent à partir de **manipulations** et de résolutions de problèmes (reproduction de figures, activités de tri et de classement, description de figures, reconnaissance de figures à partir de leur description, tracés en suivant un programme de construction simple)."
- "Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements"
- "S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en **manipulant**, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagne"

Pour résumer, dans les programmes il est tout particulièrement dit que la manipulation doit être utilisée dans les classes à des fins pédagogiques même si cela pose des hésitations au niveau des enseignants par peur de la mettre en œuvre dans leur classe. Cette dernière est clairement conseillée pour un meilleur apprentissage car elle développe chez les élèves des capacités et des compétences qui leur seront nécessaires pour comprendre les nouvelles notions. Pour un meilleur cadre avec la manipulation, il faut des phases de découverte, de familiarisation avec le matériel et que le matériel s'insère bien dans une pratique pédagogique pour pouvoir travailler avec. En revanche, nous pouvons voir que le matériel familier, c'est-à-dire qui fait partie de la vie quotidienne des élèves n'est pas explicitement conseillé dans les programmes de mathématiques du cycle 2.

La manipulation n'est donc pas une finalité mais une étape intermédiaire permettant d'engager un travail cognitif. Le matériel change progressivement de statut ; il passe de matériel pour observer à matériel pour valider, ainsi il permet de raisonner sur les procédures. Cependant il faut faire une distinction entre « représentation » et « modélisation ».

Par ailleurs, nous avons utilisé les mêmes critères que pour les manuels afin d'analyser la présence de la manipulation dans le guide "pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. Dans ce dernier, les attendus de fin de cycle du CP sont : résoudre des problèmes additifs et soustractifs et modéliser ces problèmes à l'aide de schéma, d'écriture, d'objets mathématiques.

En ce qui concerne notre premier critère, nous avons regardé si le matériel proposé est fourni par les guides. Dans ce dernier, la manipulation est suggérée mais nous ne pouvons pas dire que le matériel est fourni. Dans ce guide, la manipulation passe par la représentation symbolique et par la verbalisation. Elle est définie comme une étape qui utilise l'action et elle permet d'apprendre par le faire dans des situations.

Notre deuxième critère consiste à regarder pour qui est proposée la manipulation : tous les élèves ou élèves en difficulté. La manipulation est proposée principalement à toute la classe. Dans la progression de l'année CP, il faudrait que les élèves passent par la modélisation puis la schématisation pour ne plus avoir besoin de la manipulation. Ainsi, ils auront passé la barrière de la représentation matérielle et pourront directement répondre à des problèmes. Bien sûr, ceux qui en auront encore besoin pourront quand même utiliser la manipulation.

Pour le troisième critère (lié aux objectifs d'apprentissages), nous avons observé que dans le guide, la manipulation pouvait être bénéfique ou au contraire désavantageuse pour les élèves.

Le guide nous dit:

*Il est important de distinguer la manipulation passive de la manipulation active vis-à-vis d'un apprentissage mathématique visé. En effet, la manipulation permet à l'élève de s'approprier la situation, de s'en faire une première représentation. Mais cette première phase n'est pas suffisante : cette étape doit également conduire à une anticipation d'une solution au problème. (extrait du Guide, juin 2021, page 82)*



En outre, pour le quatrième critère qui était de savoir s'il y avait plus de matériel spécifique ou familier utilisé pour manipuler. Le guide, nous informe qu'il y a différents types d'objets pour la manipulation : des objets tangibles (cubes) et des objets symboliques (nombres). Cependant, il suggère de travailler avec du matériel adapté à la notion. Autrement dit, du matériel spécifique, par exemple des cubes, des compteurs, de la monnaie, des multibases.

Le guide nous rappelle aussi qu'il y a différents types de problèmes à étudier : des problèmes basiques, complexes ou atypiques. Plus particulièrement, au CP les élèves font face à des problèmes de type composition et transformation qui sont les plus utilisés au CP (critère 5).

De même, pour notre sixième critère qui analyse où la manipulation se situe dans la séance. Le guide ne décrit pas dans quelle phase la manipulation doit se trouver. Il est intéressant de dire que les programmes et le guide ne soulèvent pas du tout cette question. Ainsi, cela laisse un champ libre aux professeurs des écoles pour prévoir leur séance comme ils veulent.

En outre, notre dernier critère que nous devons analyser nous permet de voir qui manipule durant la séance : les élèves ou le PE. Dans le manuel, il est conseillé que les élèves manipulent par eux-mêmes. Toute manipulation faite permet de conduire un travail en parallèle sur la numération ou le calcul en utilisant du matériel spécifique. En revanche, le professeur peut faire une phase de découverte pour introduire une notion.

### **2.3 ) Analyses des manuels**

Dans cette partie, nous pourrions présenter les résultats d'analyse de nos manuels en nous appuyant sur nos critères explicités dans une partie ci-dessus.

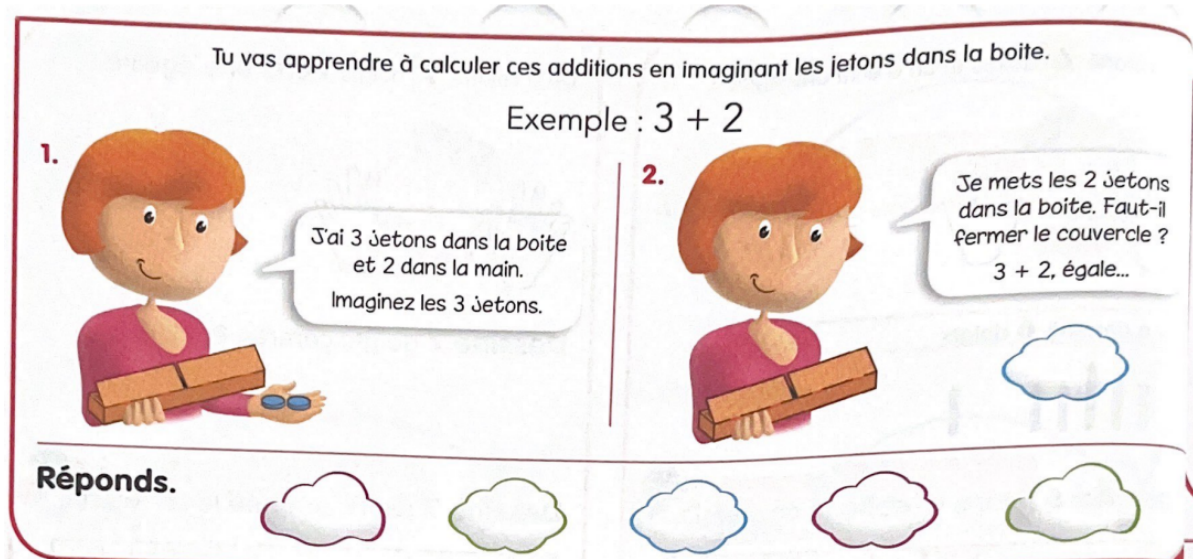
#### **2.3.1) Picbille CP**

Notre premier critère consiste à regarder si le matériel proposé dans les manuels ou dans les guides du manuel sont fournis par ces derniers. Pour le manuel "Picbille" (**annexe 1**), tous les matériels sont fournis dans le manuel (billets, caches...) à part les jetons qui peuvent être utilisés en plus dans certaines activités. Les boîtes de Picbille doivent être achetées en lot avec le manuel et le fichier enseignant.

Le deuxième critère consiste à regarder si les activités de manipulation sont proposées à toute la classe ou seulement aux élèves en situation de difficulté. Nous pouvons dire après analyse des résultats que tous les élèves ont accès à la manipulation pendant certaines activités (28 sur 54 activités proposent de la manipulation pour la classe). En revanche, dans certaines activités, la manipulation est proposée seulement aux élèves en difficulté (12 sur 54 activités proposent de la manipulation comme aide). Les autres activités ne proposent pas de manipulation dans la classe.



Nous avons également étudié les objectifs à atteindre à la fin des séances de mathématiques qui proposaient des problèmes additifs dans le manuel. Nous avons relevé comme objectifs les plus courants dans ce manuels les suivants : “Produire et reconnaître les décompositions additives”, “Dénommer le résultat d'une opération”, “Comparer deux collections”, “Simuler mentalement un ajout/retrait de jetons (masqués)”, “Calculer des sommes/différences”, “Apprendre à chercher/résolution de problème de partage”, “Étudier les moitiés et les doubles, multiples”, “Dénombrer une collection”. Nous obtenons que les objectifs qui ressortent le plus sont : “Produire et reconnaître les décompositions additives”, “Comparer deux collections” et “Dénombrer une collection”. Pour répondre à ces objectifs, le manuel propose des activités de manipulation pour résoudre au mieux ces problèmes de type additifs. Quant à la fonction de la manipulation, nous avons défini que la manipulation pouvait soit aider les élèves à comprendre l'énoncé soit leur permettre de valider leurs réponses. Pour ce manuel, les deux fonctions apparaissent à la même fréquence, c'est-à-dire que les élèves se servent autant de la manipulation pour comprendre que pour valider une activité de résolution de problèmes.



*Figure 3 : Exemple de problème qui utilise de la manipulation pour comprendre et valider l'énoncé. Picbille 2016, page 24*

Dans cet extrait, le manuel propose un problème utilisant de la manipulation pour toute la classe. Il a pour fonction premièrement de faire comprendre l'énoncé car dans le guide du maître, il est écrit que l'enseignant propose à la classe la même situation pour leur permettre d'imaginer et de concevoir les étapes du problème afin qu'ils puissent y répondre sur leur ardoise. Ensuite, l'enseignant pourra donc valider les réponses données par les élèves en montrant avec la boîte à Picbille pour confirmer et vérifier le résultat à obtenir. En plus, il peut y avoir des remédiations, la boîte ou la main peuvent être ouvertes ou non ce qui permet une différenciation, et permet que l'activité soit plus difficile car elle sollicite plus la mémoire.

Le quatrième critère consiste à regarder si un matériel spécifique à une notion est plutôt proposé dans les manuels par rapport à un matériel plus familier pour les élèves. Selon, notre analyse du manuel “Picbille”, nous avons obtenu un total de 40 exercices proposant du matériels spécifiques sur une cinquantaine de pages de manuel et 12 exercices proposés pour le matériel familier. Nous pouvons donc dire que le manuel propose de varier le matériel et d'utiliser pour certaines situations du matériel spécifique et pour d'autres du matériel familier, même si le matériel spécifique est plus suggéré. Plusieurs fois, nous pouvons remarquer qu'il est proposé que les élèves manipulent les deux matériels, ils commencent par exemple avec des boîtes picbilles et terminent avec des images. De plus, dans certains problèmes il est demandé de manipuler des pièces de monnaies, matériels qu'ils ont à la fin de leur manuel.

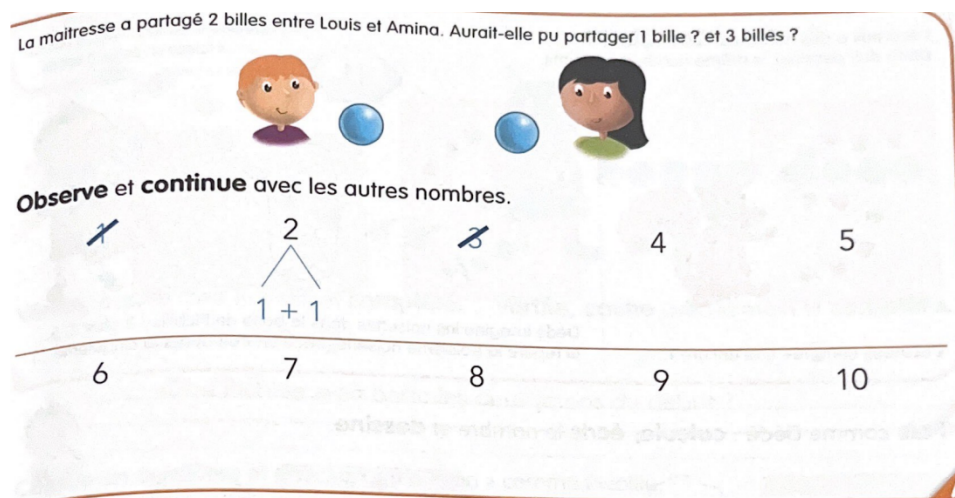


Figure 4: Exemple de problème utilisant de la manipulation d'images, manuel Picbille, page 51



Figure 5 : Exemple de problème utilisant de la manipulation de monnaie, manuel Picbille, page 64



Nous devons également analyser le type de problème proposé dans ce manuel, nous observons que les problèmes les plus fréquents sont ceux dits de “transformation” et de “composition”. C'est-à-dire ceux qui proposent d'additionner plusieurs collections ou ceux qui demandent une transformation, où il y a une collection de départ auquel on enlève quelque chose afin d'obtenir une collection d'arrivée. En effet, 52 problèmes sont des problèmes de composition et 5 sont des problèmes de transformation alors qu'il n'y a pas de problèmes qui sont des problèmes de composition de transformation et de comparaison par exemple.

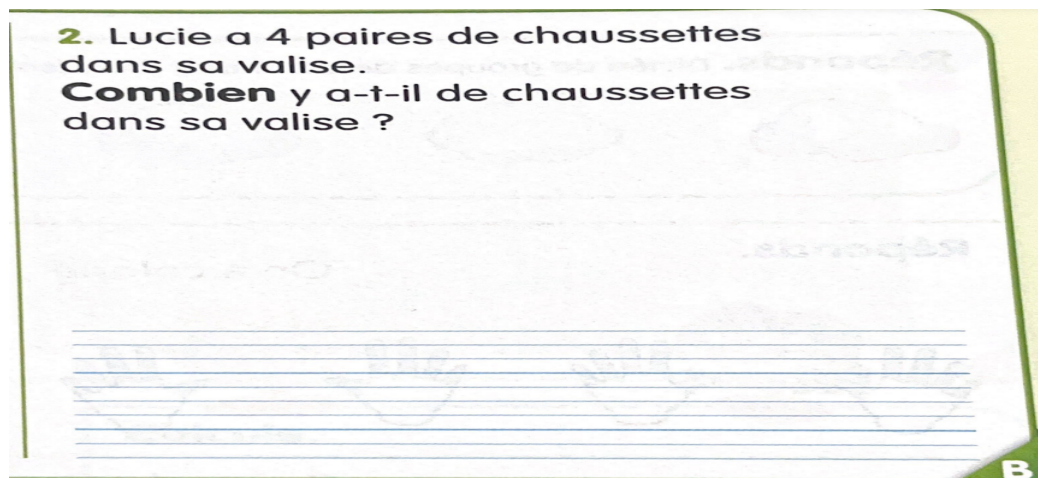


Figure 6 : Exemple problème de composition d'état, manuel Picbille, page 75

Ci-dessus, un problème de type composition, c'est-à-dire que le problème participe à la recherche de la composée de deux états. Les élèves devront chercher le nombre de chaussettes dans la valise en ne pas oublier que dans chaque paire il y a deux chaussettes. Ils ne devront faire que des additions ( $2+2+2+2$ ) pour compter le nombre total.

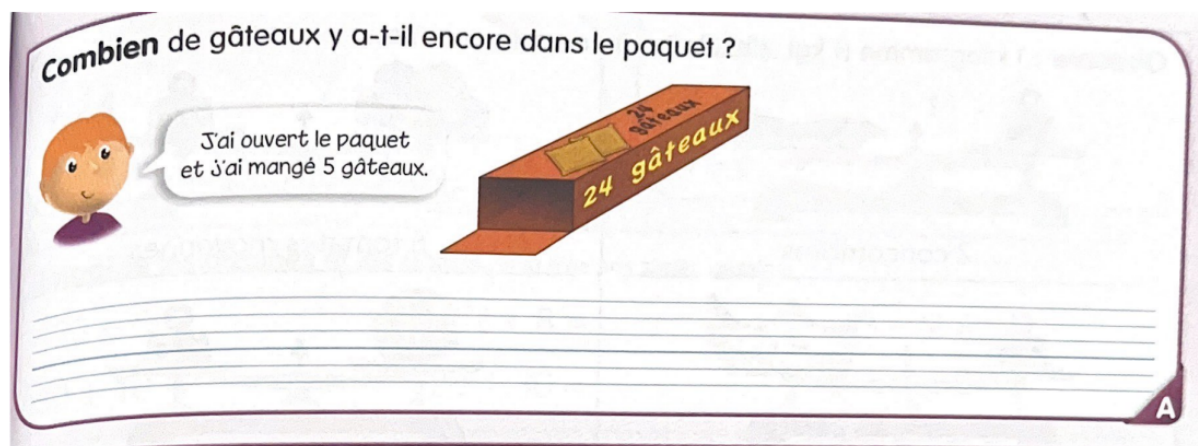


Figure 7 : Exemple problème de transformation d'état, manuel Picbille, page 153

Ici, ce problème correspond à la recherche de l'état final connaissant la transformation négative et l'état initial. Ce qui correspond à une transformation d'un état négatif. Il faut que les élèves repèrent le nombre total de biscuits inscrits sur la boîte de gâteau. Leurs procédures

étant soit de faire une soustraction soit qu'ils partent de cinq dans leur tête et qu'ils additionnent ce qu'il manque.

Dans ce manuel, la phase de pratique est la phase où la manipulation est le plus proposée. En revanche, pour certains chapitres, avant et après la phase de pratique, une phase de découverte et une phase de réinvestissement peuvent être proposées pour permettre aux élèves d'entrer dans la tâche en utilisant de la manipulation. En outre, la phase d'institutionnalisation n'est pas utilisée pour faire intervenir du matériel.

Enfin, nous avons un critère qui consiste à regarder si lorsque les manuels proposent de la manipulation, est-ce qu'il indique que cette dernière soit effectuée par la ou le professeur(e) des écoles et que les élèves observent ou bien s'ils proposent que les élèves manipulent eux-mêmes. Suite à notre analyse de "Picbille", nous pouvons dire que le professeur manipule aussi souvent que les élèves. Pour certaines activités le manuel suggère le ou la PE manipule et pour d'autres que les élèves manipulent eux-mêmes. En effet, 24 activités proposent que la manipulation soit réalisée par la ou le PE et que les élèves regardent et 27 proposent que les élèves manipulent.

Suite à notre analyse de "Picbille", nous voyons que le guide du professeur incite à ce que la manipulation soit effectuée par l'enseignant mais aussi effectuée par les élèves eux-mêmes afin qu'ils soient actifs et qu'ils se font un répertoire de stratégies d'apprentissages. Ainsi comme l'explique le guide du maître "comprendre une opération, c'est savoir la calculer de différentes façons" (extrait du guide 2016, p11). Grâce à ce manuel les élèves ont une multitude de matériels à disposition dans leur manuel. Ils peuvent donc s'en aider pour progresser dans leur résolution de problèmes et dans leur démarches pour passer à la verbalisation et l'abstraction. Le travail ritualisé dans le manuel est également intéressant car il semble qu'il incite à plus d'autonomie pour les élèves. Ce manuel aussi permet que les élèves travaillent plus sur le comptage-dénombrement, ce qui leur permet de faire beaucoup plus de liens entre les chiffres et leur positionnement.

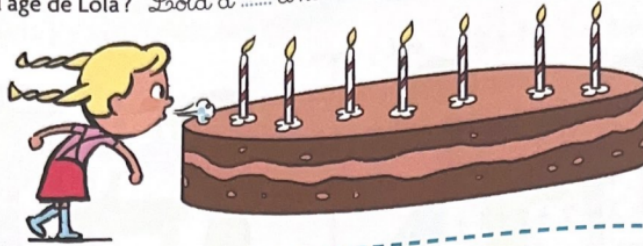
### 2.3.2) Cap math CP

En ce qui concerne le manuel Cap math (annexe 2), notre premier critère consiste à regarder si le matériel proposé dans les manuels ou dans les guides du manuel sont fournis par ces derniers. Pour le manuel "Cap math", certains matériels sont fournis comme les planches de billet, les différentes constellations par exemple. En revanche, les matériels comme les jetons ne sont pas fournis.

Ensuite, pour notre deuxième critère nous obtenons comme résultat, que les activités de manipulation étaient proposées autant aux élèves en difficultés (16 sur une quarantaine d'activités) que pour tous les autres de la classe (15 sur une quarantaine d'activités). Le reste des activités ne proposait pas de manipulation. Les objets les plus utilisés pour la manipulation dans ce manuel sont les jetons.

## Les bougies d'anniversaire

1 Quel est l'âge de Lola? *Lola a ..... ans.*



2 Combien faut-il encore mettre de bougies sur le gâteau? *Il faut encore ..... bougies.*



3 Entoure l'enfant le plus âgé.



4 <sup>★</sup> Y a-t-il assez de bougies dans la boîte pour les deux enfants?  
Entoure la bonne réponse. *oui non*







Figure 8 : Page du manuel Cap Maths, exposant des problèmes additifs mais ne proposant pas de manipulation, page 28

Dans le guide maître, pour cette page de problèmes, il est dit que si les élèves ont des difficultés, l'enseignant proposera un groupe de besoin aux élèves. Ainsi, l'enseignant reprendra les énoncés et les expliquera aux élèves. Le seul matériel qu'ils ont à leur disposition est leur cahier de brouillon.

**Partager entre Arthur et Zoé**



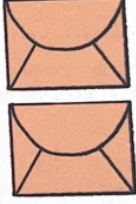
1 Gribouille veut donner autant de bonbons à Arthur qu'à Zoé. Est-ce possible ? Si tu réponds oui, écris combien il peut en donner à chacun.



 <p>4 bonbons</p> <p>non oui</p> <p>Arthur : ..... Zoé : .....</p>	 <p>10 bonbons</p> <p>non oui</p> <p>Arthur : ..... Zoé : .....</p>	 <p>7 bonbons</p> <p>non oui</p> <p>Arthur : ..... Zoé : .....</p>
---	--	---

---

2 Zoé a huit images. Elle doit les mettre dans deux enveloppes. Il doit y avoir autant d'images dans chacune des enveloppes. Combien y aura-t-il d'images dans chaque enveloppe ?

Il y aura ..... images dans chaque enveloppe.

*Figure 9 : Extrait du manuel Cap Maths, exposant des problèmes additifs et proposant de la manipulation, page 39*

En revanche, pour ces problèmes, dans le guide du maître, l'aide proposée sera d'utiliser des jetons qui représenteront les bonbons. Cela permettra aux élèves qui ont des difficultés à travailler directement avec les nombres de manipuler avec des jetons pour se faire sa représentation de l'énoncé et de mieux le comprendre.

De plus, nous avons étudié les objectifs à atteindre à la fin des séances de mathématiques qui proposaient des problèmes additifs dans le manuel. Nous avons relevé comme objectif les plus courants dans ce manuels les suivants : "Produire et reconnaître les décompositions additives", "Comprendre la notion de double, multiple", "Comptage/calcul", "Dénombrer une collection", "Anticiper le résultat d'un ajout /retrait", "Apprendre à chercher/résolution de problème", "Comparer deux quantités". Nous obtenons que les objectifs qui ressortent le plus sont : "Produire et reconnaître les décompositions additives", "Comptage/calcul", "Apprendre à chercher/résolution de problème". Le manuel propose des activités de manipulation pour résoudre au mieux ces problèmes de type additifs et répondre aux objectifs. Quant à la fonction de la manipulation, pour ce manuel, la fonction de compréhension est davantage au service des élèves. En effet, la manipulation sert moins à valider qu'à comprendre.

En outre, selon le quatrième critère, nous obtenons que pour le manuel "Cap math", il y a un total de 13 activités utilisant du matériel spécifique (par exemple jetons) sur une quarantaine de pages de manuel et 15 pour le matériel familier (par exemple feuilles, crayons). Le reste des activités n'utilise pas de matériel. Nous pouvons donc dire que le manuel propose de



varier le matériel et d'utiliser pour certaines situations du matériel spécifique et pour d'autres du matériel familier. Plusieurs fois, nous pouvons remarquer qu'il est proposé que les élèves manipulent les deux matériels, ils commencent par exemple avec des jetons et terminent avec des crayons.

Les crayons et les jetons sont deux outils différents pour représenter des quantités en mathématiques.

Les jetons peuvent être utilisés pour enseigner les concepts de base de l'arithmétique, tels que l'addition et la soustraction. Ils peuvent donc aider les élèves à comprendre les concepts et peuvent aussi utiliser des jetons pour représenter des nombres, quantités numériques et effectuer des opérations mathématiques.

Néanmoins, nous pouvons dire que les crayons sont plus souvent utilisés pour enseigner la géométrie et la mesure. Les élèves peuvent utiliser des crayons pour dessiner des figures géométriques.

En revanche, dans ce manuel quand les crayons sont présents dans la manipulation c'est que l'énoncé parle de crayons. C'est ainsi, que les élèves peuvent les manipuler. Ils vont dans le lien entre l'énoncé et le calcul à faire, ils se représentent donc la situation problème. C'est une aide pour la compréhension et la validation du problème.

Nous devons également analyser le type de problème proposé dans ce manuel, nous observons que les problèmes les plus fréquents sont ceux dits de "transformation" et de "composition". En effet, 35 problèmes sont des problèmes de composition et 12 sont des problèmes de transformation alors que seulement 8 problèmes sont des problèmes de composition de transformation et de comparaison par exemple.

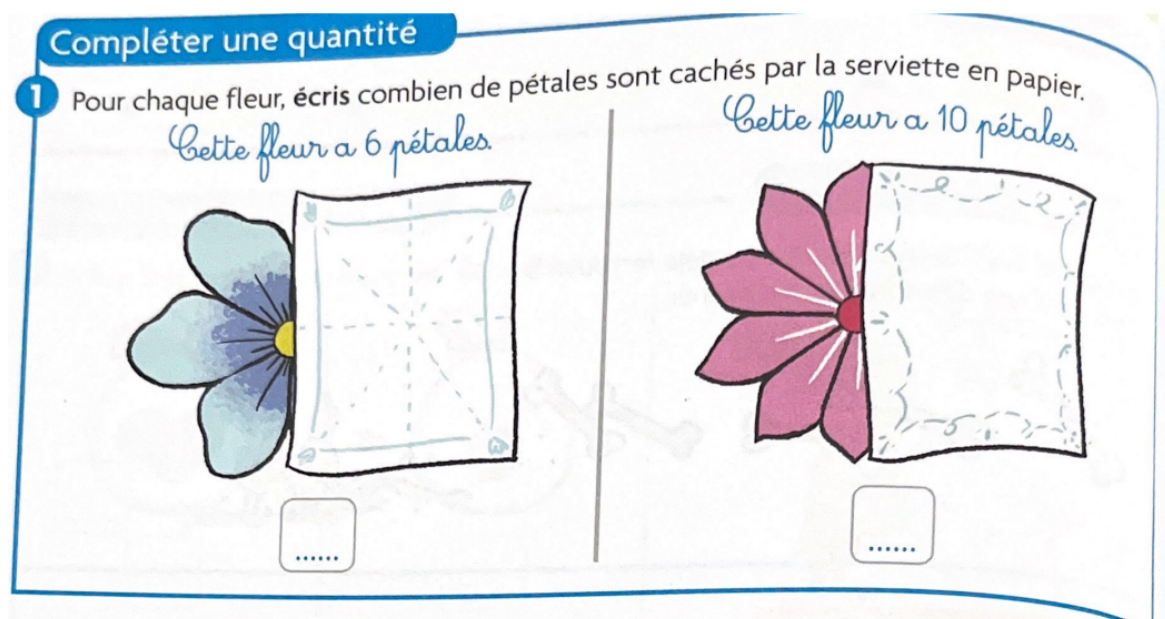


Figure 10 : Extrait manuel Cap Maths, problème de composition, page 23

Le manuel propose une multitude de problèmes de composition. Ici, c'est une recherche d'un état connaissant un second état et la composée des deux états. Les élèves savent suite à

l'énoncé que les fleurs sont composées de 6 et 10 pétales, et ils doivent regarder combien il y a de pétales visibles pour en déduire ceux qui restent. Leurs procédures peuvent être une soustraction à trou ou alors une addition.

### Ajouts et compléments

- 3 Arthur et Zoé commencent une partie du jeu « dix dans la boîte ». Entoure le nombre de jetons qu'il y aura dans la boîte lorsque Zoé aura mis son jeton.



- 4 Arthur et Zoé commencent une nouvelle partie. Écris sur l'ardoise combien il y aura de jetons dans la boîte lorsque Zoé aura mis ses jetons.



Figure 11: Extrait manuel Cap Maths, problème de transformation, page 19

Pour ce type de problème qui est un problème de transformation. C'est une recherche de l'état final connaissant la transformation positive et l'état initial. Dans l'énoncé, nous pouvons voir que Arthur a déjà tant de jetons dans la boîte et Zoé en rajoute. Ce qui peut être une difficulté pour les élèves car les billes de Arthur sont cachées dans la boîte. Les élèves doivent donc les mémoriser pour faire l'ajout des jetons de Zoé.

Dans ce manuel, dans la phase de découverte, de pratique et d'entraînement, la manipulation est fréquemment proposée. En revanche dans la phase d'institutionnalisation, la manipulation n'est jamais proposée.

Enfin, nous devons regarder qui est-ce qui manipule selon les manuels. Suite à notre analyse de "Cap math", nous voyons que le guide du professeur incite à ce que la manipulation soit toujours effectuée par les élèves eux-mêmes. Sur une quarantaine de pages seulement 9 activités de manipulation sont réalisées par le professeur alors que les autres sont réalisées par les élèves. L'enseignant proposera le plus souvent des activités de manipulation pour la pratique, c'est-à-dire qu'il présentera l'énoncé du problème à tous les élèves.

Par exemple, une situation de décomposition des nombres. L'enseignant montre cinq images aux élèves, puis il en met trois dans une boîte, ils demandent donc aux élèves combien il y en

a dans la boîte. Les élèves répondent et ils peuvent vérifier en sortant les images de la boîte. A terme, il s'agit de faire prendre conscience qu'un complément peut être calculé de deux façons : en complétant ou soustrayant un nombre. Cela peut prendre du temps à établir pour certains élèves. Cette équivalence se fait donc par des exemples pour lesquels une vérification expérimentale du résultat reste possible.

En ce qui concerne, les élèves, ils manipulent pour donner du sens à leur situations problèmes afin de comprendre et valider leur réponses. Par exemple, si les élèves ont un problème utilisant de la monnaie, ils peuvent utiliser les pièces de monnaie et billets qu'ils ont à disposition dans leur manuel pour se représenter leur situation. Cela permet une représentation manipulable et concrète. Ils peuvent donc essayer et faire une démarche réflexive et stratégique.

Suite à notre analyse de "Cap Maths", nous voyons que le guide du professeur incite à ce que la manipulation soit effectuée par les élèves eux-mêmes afin qu'ils accordent une place essentielle à la réflexion au travers de situations de recherche. Il s'agit de faire comprendre aux élèves qu'un problème peut être résolu en élaborant une solution personnelle et non en essayant de deviner celle qui est supposée par l'enseignant.

Grâce à ce manuel les élèves ont du matériel à disposition dans leur manuel. Ils peuvent donc s'en aider pour progresser dans leur résolution de problèmes. Le reste du matériel qu'ils auraient besoin pourra être donné par l'enseignant (jetons...).

Ainsi ce manuel utilise une méthode qui a fait ses preuves avec des propositions d'activités expérimentées qui amènent les élèves à réfléchir et à comprendre.

### 2.3.3) La tribu des maths CP

Pour le manuel "la tribu des maths" (**annexe 3**), selon notre premier critère, nous pouvons conclure de notre analyse que le matériel est quelquefois fourni, comme les planches à billet par exemple ou encore les cartes nombres. En revanche, le matériel comme les jetons, les dés ou encore les crayons... ne sont pas fournis (**annexe 4**) Nous pouvons émettre l'hypothèse que ces matériels sont présents dans quasiment toutes les classes.

L'analyse du manuel en fonction du deuxième critère, nous permet d'obtenir comme résultat que seulement 6 activités sur 26 étaient proposées pour la classe entière.

## 6 Problème.

Pour son anniversaire, Clara a reçu de l'argent.



Combien d'euros Clara va-t-elle mettre dans sa tirelire ? .....

*Figure 12 : Exemple d'un problème où la manipulation est proposée à toute la classe dans la tribu des maths, page 47*

Dans cette activité qui propose le matériel comme aide pour la résolution du problème, nous pouvons nous interroger sur l'utilité de ce dernier. En effet, le matériel est déjà représenté sous forme d'image dans l'énoncé, les élèves voient très clairement combien ils ont de billets de cinq euros, combien ils ont de billets de 10 euros et combien ils ont de pièces. Nous pouvons alors nous demander à quoi le matériel manipulable pourrait leur servir. Ils pourraient mettre les billets et les pièces de la même famille ensemble, leur permettant ainsi d'additionner plus facilement mais cela n'est pas une certitude. Le problème est déjà très explicite et très imagés, ce qui peut déjà permettre aux élèves de se représenter plus facilement l'énoncé et de mieux le comprendre.

Les 20 activités restantes sont proposées aux élèves qui sont en difficulté dans la tâche demandée, c'est-à-dire qu'il est écrit dans le guide du maître : "pour les élèves en difficulté leur proposer d'utiliser..."

## 5 Problème.

M. Sauge, le jardinier, a déjà ramassé 47 salades dans la première rangée et 7 salades dans la deuxième rangée.  
Combien a-t-il ramassé de salades ?

.....

Il a ramassé ..... salades en tout.



soixante-neuf 69

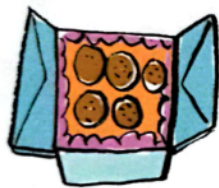
*Figure 13 : Exemple d'un problème avec manipulation pour les élèves en difficulté dans le manuel la tribu des maths, page 69*



Ici, le manuel propose de résoudre ce problème pour les élèves en difficulté avec du matériel de numération, notamment des abaques. Ce matériel permet d'additionner les nombres de l'énoncé plus facilement. En effet, ce problème demande que les élèves connaissent déjà l'utilisation des abaques et la conversion entre dizaine et unité car on ajoute 7 unités à 47 unités ou autrement dit à 4 dizaines et 7 unités. Il va alors falloir réaliser un échange entre les unités et les dizaines. Pour cela l'élève ajoute 7 unités au 7 unités déjà existantes sur l'abaque, il se rend compte qu'il en a maintenant 14, qu'il doit donc échanger 10 unités contre une dizaine. Ainsi, l'élève trouvera le résultat de l'addition grâce à la manipulation de l'abaque qui lui permet de visualiser plus facilement les échanges à réaliser.

Pour quelques activités, aucune activité de manipulation n'est proposée.

**5** Je calcule.



Combien de gâteaux y a-t-il ?

.....



Combien y avait-il de fraises sur la tarte ? .....

*Figure 14 : Exemple d'un problème où la manipulation n'est pas proposée dans la tribu des maths, page 61*

Nous avons également étudié les objectifs à atteindre à la fin des séances de mathématiques qui proposaient des problèmes additifs dans le manuel. Nous avons relevé comme objectif les plus courants dans ce manuels les suivants : Produire et reconnaître les décompositions additives, "Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition ou de la soustraction", "Connaître ses tables d'addition", "Résoudre des problèmes simples à une opération ". Le manuel propose des activités de manipulation pour résoudre au mieux ces problèmes de type additifs. En ce qui concerne la fonction de la manipulation, nous avons défini que la manipulation pouvait soit aider les élèves à comprendre l'énoncé soit leur permettre de valider leurs réponses. Pour ce manuel, les deux fonctions apparaissent à la même fréquence, c'est-à-dire que les élèves s'en servent autant pour comprendre que pour valider.

Le quatrième critère consiste à regarder si un matériel spécifique à une notion est plutôt proposé dans les manuels par rapport à un matériel plus familier pour les élèves. Selon, notre analyse du manuel "La tribu des maths", nous avons obtenu un total de 20 matériels

spécifiques proposés sur une quarantaine de pages de manuel et 4 pour le matériel familier. Nous pouvons donc dire que le manuel propose essentiellement aux élèves de manipuler du matériel spécifique à une notion.

Nous devons également analyser le type de problème proposé dans ce manuel, nous observons que les problèmes les plus fréquents sont ceux dits de “transformation” et de “composition”. C'est-à-dire ceux qui proposent d'additionner plusieurs collections ou ceux qui demandent une transformation c'est-à-dire que nous partons avec une collection de départ à laquelle nous ajoutons ou nous enlevons quelque chose afin d'obtenir une collection d'arrivée. En effet, 27 problèmes rencontrés dans le manuel sont des problèmes de composition, 11 sont des problèmes de transformation alors que seulement 3 sont des problèmes de comparaison et 4 problèmes sont des problèmes de composition de transformation.

**5 Problème.**

M. Sauge, le jardinier, a déjà ramassé 47 salades dans la première rangée et 7 salades dans la deuxième rangée. Combien a-t-il ramassé de salades ?

Il a ramassé ..... salades en tout.



*Figure 15: exemple de problème de composition dans le manuel la tribu des maths, page 69*

Pour ce problème, la manipulation pourrait être utilisée afin de permettre plus facilement les échanges entre unités et dizaine comme vu précédemment avec un abaque par exemple. Le matériel multibase pourrait également aider les élèves à additionner les deux quantités, l'élève pourrait alors avoir soit 4 barres de dizaines et 7 unités auxquels il ajoute encore 7 unités. Il réaliserait un échange et trouverait 5 barres de dizaine et 4 unités, il en déduirait le résultat 54. Certains élèves peuvent également ne pas encore maîtriser les échanges entre dizaines et unités et dans ce cas, il ajouterait 7 unités à 47 autres unités et il compterait à partir de 0 ou sur compterait à partir de 47.

**5 Problème.**

Il y a déjà 56 voyageurs dans le train. 9 autres personnes montent encore. Combien y en a-t-il maintenant ?

Il y a ..... voyageurs.



*Figure 16 : exemple de problème de transformation dans le manuel la tribu des maths, page 71*

Le même type de matériel que précédemment peut être utilisé par les élèves pour leur permettre de mieux voir la transformation réalisée, c'est-à-dire l'ajout de 9 personnes aux 56 déjà présentes.

**Défi**

**6** Problème.  
J'ai 7 ans. Mon père a 23 ans de plus que moi.  
Mon petit frère a 5 ans de moins que moi.  
Quel âge a mon père ? .....  
Quel âge a mon petit frère ? .....

cent cinq **105**

Figure 17 : exemple de problème de comparaison dans la manuel la tribu des maths, page 105

Pour ce problème de comparaison, les nombres étant relativement petits, les élèves pourraient utiliser des jetons. Partir de 7 jetons et en ajouter 23 pour trouver l'âge du père et partir de nouveau de 7 jetons et en retirer 5 pour trouver l'âge du petit frère. Les problèmes de comparaison sont souvent plus compliqués pour les élèves et moins compréhensible notamment à cause des mots comme "de plus que" ou "de moins que", les élèves ne savent pas s'ils doivent ajouter ou soustraire. Passer par du matériel manipulable peut leur permettre de mieux se représenter le problème et de le comprendre, l'aide du ou de la PE est également nécessaire pour aider les élèves.

**Défi**

**4** Ce matin, sur le parking, il y avait 11 voitures.  
25 voitures sont arrivées, puis 32.  
Aucune voiture n'est partie.  
Combien y a-t-il de voitures au total ?  
.....  
Il y a ..... voitures.



quatre-vingt-un **81**

Figure 18 : exemple de problème de composition de transformation dans le manuel la tribu des maths, page 81

La manipulation peut également aider les élèves pour ce genre de problème. Deux calculs sont à réaliser pour résoudre ce problème. Les élèves peuvent alors utiliser l'abaque pour réaliser dans un premier temps l'addition des 11 voitures déjà présentes et des 25 nouvelles. Grâce à ce matériel l'échange entre dizaine et unité sera simplifié. Une fois la première addition résolue, ils peuvent alors ajouter les 32 nouvelles au 36 déjà présentes (11+25). Le matériel multibase peut également permettre d'aider les élèves pour ce genre de problème.

Dans ce manuel, dans la phase de pratique et d'entraînement, la manipulation est quelquefois proposée (8 fois). En revanche, pour les phases de découverte, la manipulation est rarement proposée (seulement 6 fois.) Quasiment toutes les phases de remédiation, dans ce manuel, proposent des activités de manipulation. Dans 90% des cas, il est conseillé aux professeurs des écoles de proposer des activités de remédiation qui touchent à la manipulation d'objets qu'ils soient familiers ou spécifiques à une notion.

### 6 Problème.

Léo a eu 50 € pour son anniversaire. Il a très envie d'un ballon et d'un polo.  
Peut-il les acheter ?

..... + ..... = .....


Réponse :  oui  non

quatre-vingt-trois **83**

### 3 Problème (exercice 6)

La principale difficulté est de repérer les prix de ces deux articles dans le tableau du début de chapitre puis d'organiser les données (34, 12 et 50 euros) nécessaires à la résolution du problème.

● Individuel  
● 15 minutes

 **Remédiation** : Faites manipuler le matériel de monnaie qui donnera du sens à l'activité (pratique sociale de référence).

*Figure 19 : exemple de problème qui propose de la manipulation en remédiation, page 83*

En effet, dans cette activité, nous voyons que le guide du maître propose comme activité de remédiation de manipuler la monnaie pour permettre de donner du sens à l'activité.

En ce qui concerne le critère sur qui est-ce qui manipule, suite à notre analyse du manuel, nous voyons que le guide du professeur incite à ce que la manipulation soit effectuée par les élèves eux-mêmes.

#### 2.3.4) Archimaths CP

Pour le manuel "Archimaths"(annexe 12), certains matériels sont fournis comme les planches de billet par exemple. En revanche, les matériels comme les jetons ne sont pas fournis.

Selon notre deuxième critère, nous avons obtenu comme résultats que seulement 3 activités de manipulation étaient proposées aux élèves en difficultés mais que pour toutes les autres, les activités étaient suggérées pour le groupe classe entier. Dans ce manuel, nous pouvons alors penser que la manipulation n'est pas seulement vue comme outil de différenciation mais plutôt comme aide à la compréhension des notions étudiées.

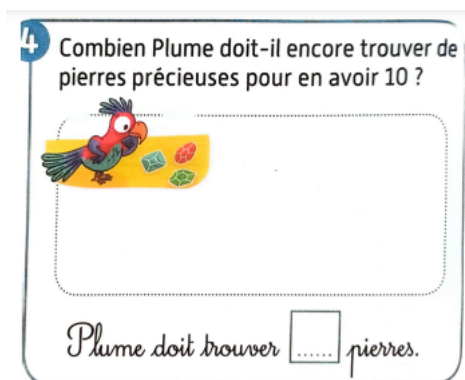
Nous avons également étudié les objectifs à atteindre à la fin des séances de mathématiques qui proposaient des problèmes additifs dans le manuel. Nous avons relevé comme objectif les



plus courants dans ce manuels les suivants : Produire et reconnaître les décompositions additives, percevoir une situation d'augmentation ou de diminution et le résoudre, donner du sens au mot plus ou moins, identifier des situations additives et les résoudre, utiliser ses tables d'addition, soustraire ou additionner en ligne, additionner en colonne et étudier les doubles, les multiples et les compléments. Nous obtenons que les objectifs qui ressortent le plus sont “ Produire et reconnaître les décompositions additives”, “percevoir une situation d'augmentation ou de diminution et le résoudre” et enfin “identifier des situations additives et les résoudre”. Pour répondre à ces objectifs, le manuel propose des activités de manipulation pour résoudre au mieux ces problèmes de type additifs. Enfin, pour ce manuel, les deux fonctions apparaissent à la même fréquence, c'est-à-dire que les élèves se servent autant de la manipulation pour comprendre que pour valider.

Le quatrième critère consiste à regarder si un matériel spécifique à une notion est plutôt proposé dans les manuels par rapport à un matériel plus familier pour les élèves. Selon, notre analyse du manuel “Archimaths”, nous avons obtenu un total de 27 matériels spécifiques proposés sur une quarantaine de pages de manuel et 22 pour le matériel familier. Nous pouvons donc dire que le manuel propose de varier le matériel et d'utiliser pour certaines situations du matériel spécifique et pour d'autres du matériel familier. Plusieurs fois, nous pouvons remarquer qu'il est proposé que les élèves manipulent les deux matériels, ils commencent par exemple avec des jetons et terminent avec des crayons. Par rapport à notre première partie nous pouvons alors nous demander si utiliser ces deux types de matériel est bénéfique pour les élèves. Utiliser du matériel familier permet de motiver les élèves mais peut également le distraire. Utiliser du matériel spécifique permet aux élèves de rester dans le contexte du problème et de donner du sens aux apprentissages pour atteindre les objectifs de fin de séance.

Nous devons également analyser le type de problème proposé dans ce manuel, nous observons que les problèmes les plus fréquents sont ceux dits de “transformation” et de “composition”. En effet, 25 problèmes sont des problèmes de composition et 21 sont des problèmes de transformation alors que seulement 3 problèmes sont des problèmes de composition de transformation par exemple.



*Figure 20 : exemple de problème de transformation dans le manuel Archimaths*

Dans le guide du maître, aucune activité de manipulation n'est proposée pour résoudre ce problème car seulement les activités de découverte et remédiation sont détaillées. En revanche, il nous semble important de dire que la manipulation dans cet exercice peut être proposée aux élèves pour leur permettre de résoudre le problème. En effet, ce problème de transformation demande aux élèves de trouver combien ajouter à 3 pour faire 10. En passant par du matériel manipulable comme des jetons par exemple, l'élève peut mettre 3 jetons d'un côté et en ajouter jusqu'à faire 10. Il peut ensuite compter le nombre de jetons qu'ils a ajoutés. Ainsi, la manipulation permet à l'élève de comprendre l'énoncé du problème, de le résoudre et de valider sa réponse.

**1** Pour l'anniversaire d'Archi, Nino et Lali ont cueilli ces fleurs. Combien de fleurs jaunes Archi aura-t-il ?



Je dessine ou je schématise :

Je calcule :

Je réponds : Archi aura ..... fleurs jaunes.

*Figure 21 : exemple de problème de composition dans le manuel Archimaths*

Ici aussi, les élèves peuvent utiliser du matériel pour comprendre et répondre au problème. Les quantités étant relativement petites, les élèves peuvent utiliser des jetons, et mettre les 4 fleurs jaunes de Lali d'un côté (4 jetons) et les 3 fleurs jaunes de Nino de l'autre (3 jetons). Il peut ensuite compter la quantité totale de jetons et répondre au problème.

Dans ce manuel, dans la phase de pratique et d'entraînement, la manipulation n'est jamais proposée. En revanche, dans le guide du maître, pour chaque chapitre, avant la phase de pratique, une phase de découverte est proposée aux professeurs des écoles pour permettre aux élèves d'entrer dans la tâche. Toutes les phases de découverte, dans ce manuel, proposent diverses activités de manipulation. Il en est de même pour les phases dites de "remédiation", il est dans 90% des cas conseillé aux professeurs des écoles de proposer des activités de remédiation qui touchent à la manipulation d'objets qu'ils soient familiers ou spécifiques à une notion.

## ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

### 1 Connaître le nombre 8

- Afin de s'assurer que le nombre 8 est bien stabilisé chez chacun, demander aux élèves de lever 8 doigts, puis 8 crayons ; revenir sur les erreurs si nécessaire.
- Faire dessiner 8 croix sur l'ardoise. Les dessiner au tableau et écrire « 8 » en dessous.

### 2 Décomposer le nombre 8

#### Matériel pour deux

- Une boîte d'une dizaine de jetons rouges
- Une boîte d'une dizaine de jetons bleus
- 5 feuilles blanches A5

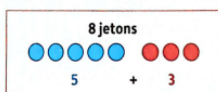
#### Matériel collectif

- Doc. 1 : Maison vierge du 8

- Afficher au tableau la maison du 8 (doc. 1).

Archi a construit la maison du 8. Mais elle est vide ! On va aider Archi à remplir la maison avec « tous les calculs qui font 8 ». Cette fois, on va utiliser des jetons !

- Grouper les élèves par deux et leur distribuer le matériel. Un élève parmi les deux va devoir poser 8 jetons et uniquement 8 jetons sur sa table en utilisant une ou deux couleurs de jetons. L'autre élève a pour rôle de vérifier et de schématiser sur une des feuilles si c'est correct ; sinon, ils cherchent ensemble une bonne réponse. Proposer au tableau un exemple de solution trouvée par un élève pour aider à la présentation des feuilles A5, qui doit être claire puisqu'il s'agit d'un écrit destiné à être partagé. Préciser qu'il est nécessaire d'écrire suffisamment gros.



- Les rôles des élèves sont ensuite inversés ; celui qui a posé les jetons sur la table schématise et inversement.

Figure 22 : exemple d'activité de découverte du guide du maître dans le manuel Archimaths

Dans cette activité de découverte, la manipulation est proposée pour tous les élèves. Un élève du binôme crée le nombre 8 en décomposition additive avec des jetons bleus et des rouges et l'autre élève valide ou non l'addition. La manipulation sert d'aide pour le membre du binôme qui construit 8, car il peut compter les jetons et se représenter les nombre de manière réelle mais elle sert également de validation pour le deuxième membre du groupe qui peut compter de 1 en 1 pour valider.

## REMÉDIATION

#### Matériel pour quatre

- Doc. 1 : Cartes jeu
- Une dizaine de jetons par élève

- Grouper les élèves par deux, trois ou quatre ; les cartes du doc. 1 sont disposées en tas, faces cachées. Chacun tire une carte et la retourne. Les élèves écrivent le résultat de la carte sur leur ardoise ; ils peuvent vérifier à l'aide des jetons. Celui qui a obtenu la carte avec le plus grand résultat remporte les cartes de chacun. Continuer ainsi la partie. À la fin de la partie, chaque élève compte ses cartes pour savoir qui en a le plus et qui a gagné la partie.
- Renouveler cette activité : au fur et à mesure, inciter les élèves à se passer des jetons.

Figure 23 : exemple d'activité de remédiation dans le guide du maître du manuel Archimaths

Dans cette activité de remédiation, la manipulation est également proposée pour les élèves. Nous voyons que pour cette dernière, les jetons sont uniquement là pour valider le résultat. Suite à notre analyse de « Archimaths », nous voyons que le guide du professeur incite à ce que la manipulation soit toujours effectuée par les élèves eux-mêmes. Aucune activité de manipulation de la part de la ou du PE n'est proposée.

## 2.4) Résultats

Grâce à ces résultats d'analyse, nous pouvons reprendre nos hypothèses pour les valider ou non.

Hypothèse 1 : Tout le matériel proposé dans les manuels ou dans les guides du maître sont fournis avec ces derniers.

Cette hypothèse est partiellement validée. Le matériel est souvent fourni à la fin des manuels ou des guides. Cependant, il n'est pas totalement présent, par exemple dans le manuel "Picbille" les boîtes de jetons ne sont pas accessibles. Il faut donc les commander à côté.

Ainsi nous invalidons cette hypothèse car le matériel n'est pas entièrement fourni et parfois, pour pouvoir faire participer les élèves à toutes les activités de manipulation, il faut acheter ou remplacer le matériel.

Hypothèse 2 : La manipulation est utilisée principalement pour les élèves en difficulté, c'est-à-dire que la manipulation est possiblement perçue seulement comme outils de différenciation.

Sur les quatre analyses que nous avons réalisées, un seul manuel propose de la manipulation comme aide pour les élèves. Dans le manuel "La tribu des maths", la manipulation est souvent une différenciation pour les élèves en difficulté.

En revanche, le manuel "Cap maths" propose autant d'activités comme aide pour les élèves en difficulté qu'une activité à réaliser avec tous les élèves de la classe.

En ce qui concerne, les manuels "Picbille" et "Archimaths", beaucoup plus d'activités sont proposées pour tous les élèves de la classe. Ainsi, nous pouvons invalider cette hypothèse car pour déjà deux manuels sur quatre, soit la moitié des manuels, la manipulation est suggérée pour la classe entière.

Hypothèse 3 : La manipulation est mobilisée sans enjeux de savoir, seulement pour permettre aux élèves de comprendre l'énoncé et de se lancer dans la résolution du problème. Dans l'étude que nous avons effectuée, nous avons pu observer que pour tous les manuels étudiés, la fonction qui permet aux élèves de comprendre l'énoncé est aussi présente que la fonction qui permet de valider les résultats. Ainsi, nous pouvons conclure dans un premier temps que la manipulation n'est pas seulement mobilisée pour permettre aux élèves de se lancer dans la résolution de problème et de comprendre l'énoncé. En ce qui concerne, les enjeux de savoirs, nous avons relevé que les objectifs les plus souvent mis en jeu dans les problèmes sont : "Produire et reconnaître des décompositions", "calculer des sommes" et "apprendre à chercher et résoudre des problèmes". Ainsi, la manipulation est plus suggérée pour ces objectifs. Par conséquent, nous invalidons l'hypothèse, la manipulation présente dans nos manuels mobilisait des enjeux pédagogiques pour la résolution de problèmes additifs.

Hypothèse 4 : La manipulation, selon nous, est souvent proposée à partir d'objets qui sont spécifiques à une notion, par exemple le matériel multibase est toujours proposé en numération pour la décomposition en centaine, dizaine et unité. Suite à l'analyse des quatre

manuels, nous pouvons dire que les manuels “Picbille” et la “tribu des maths” proposent aux élèves de manipuler majoritairement avec du matériel spécifique à une notion. Si nous nous appuyons seulement sur ces deux manuels, nous pourrions presque valider l’hypothèse. En revanche, pour les manuels “Archimaths” et “Cap maths”, le matériel familier est autant suggéré dans les activités de manipulation que le matériel spécifique à une notion. Pour le manuel “Cap maths” il y a même plus de matériel familier suggéré que de matériel spécifique. Nous pouvons donc invalider cette hypothèse.

Hypothèse 5 : La manipulation est proposée seulement pour les problèmes de comparaison et de composition de transformation d’état. Nous pouvons invalider cette hypothèse. Tout d’abord, très peu de problèmes de comparaison et de composition de transformation sont proposés dans nos quatre manuels. De plus, lorsqu’ils apparaissent dans le manuels il ne sont pas nécessairement proposés avec des activités de manipulation. En revanche, la plupart des problèmes de composition sont proposés avec de la manipulation.

Hypothèse 6 : La manipulation en phase de découverte est toujours proposée aux élèves. Nous pouvons également invalider cette hypothèse car par exemple dans le manuel “Archimaths”, toutes les phases de découverte sont suggérées avec une activité de manipulation qui permet aux élèves d’entrer dans la tâche. En revanche, si nous prenons le manuel “Cap maths” ou “la tribu des maths”, la manipulation n’est pas proposée pour toutes les phases de découverte, dans le manuel “la tribu des maths” elle est d’ailleurs rarement proposée dans cette phase.

Hypothèse 7 : La manipulation est toujours réalisée par la professeure des écoles, c’est-à-dire que les élèves regardent la PE manipuler mais ne manipulent que très rarement. Suite à l’analyse de nos manuels, nous obtenons comme résultats que pour les manuels “Archimaths” et la “tribu des maths” par exemple, la ou le professeur(e) des écoles ne manipulent jamais devant les élèves. Les manuels et les guides du maître suggèrent pour ces éditions que les élèves manipulent eux-mêmes. En revanche, pour les manuels “Picbille” et “Cap maths”, certaines activités de manipulation sont effectuées devant la classe par la ou le PE. En général, nous pouvons, encore une fois, invalider notre hypothèse par ce n’est pas toujours la ou le PE qui manipule mais seulement quelques fois.

Nous pouvons donc dire que selon les manuels, les résultats diffèrent. En ce qui concerne le matériel, il est pour tous les manuels, fournis partiellement. Ces quatre manuels proposent à la fois du matériel spécifique à une notion et à la fois du matériel qui est plus familier pour les élèves.

Les manuels Archimaths et la tribu des maths sont très semblables pour le critère qui concerne qui est ce qui manipulent. Tous les deux se rejoignent sur le fait qu’il est conseillé que ce soit les élèves qui manipulent par eux-mêmes.

En revanche, ils sont différents sur le critère qui consiste à regarder pour qui il est conseillé de faire intervenir la manipulation. Si nous prenons Archimaths, la manipulation est très

souvent proposée à toute la classe alors que la manuel la Tribu des maths propose la manipulation pour les élèves en difficultés.

Les quatre manuels se rejoignent également sur le fait que les problèmes de composition et de transformation d'état sont majoritairement proposés aux élèves. Très peu de problèmes de comparaison et de composition de transformation sont proposés dans ces quatre derniers.

En revanche, pour les différentes phases de la séance, les résultats d'analyse selon les manuels étudiés sont très différents. En effet, pour Picbille et Cap maths, la manipulation intervient le plus dans la phase de pratique alors que pour la tribu des maths elle intervient principalement dans les phases de remédiation. Pour le manuel, Archimaths, la manipulation est essentiellement présente dans les phases de découverte et de remédiation mais très peu voire absente dans les phases de pratique

Pour certains critères, comme la fonction de la manipulation, les quatre manuels se rejoignent. En effet, la manipulation est conseillée pour comprendre l'énoncé d'un problème mais également pour valider les résultats.

En ce qui concerne les objectifs, ils sont également différents selon les manuels mais certains reviennent pour les quatre comme " produire et reconnaître les décompositions additives" ou encore " Apprendre à chercher et à résoudre".

Nous allons enfin répondre, suite à notre étude réalisée, à notre question de recherche qui était : **quelles sont les potentialités prises en charge dans les enseignements, de la manipulation dans les problèmes additifs au cycle 2.**

D'abord expliquons ce que c'est une potentialité, à notre égard une potentialité représente une possibilité c'est à dire ce qu'elle peut permettre ou non.

En effet, la manipulation à plusieurs potentialités, nous allons donc les expliciter. Dans les situations d'apprentissage au CP, nous partons souvent d'une situation concrète pour donner du sens aux élèves. Cela permet de construire une notion par l'abstraction. Mais entre ces deux phases, il faut aider l'élève à se construire une représentation de la situation grâce à la manipulation. Cette dernière est intéressante pour les élèves, car elle est réelle et leur permet d'agir physiquement. Nous avons donc pu voir que l'une des potentialités de la manipulation est de permettre aux élèves d'acquérir plusieurs compétences et de répondre à plusieurs objectifs du programme en manipulant différents types de matériels. Effectivement, dans nos analyses nous avons pu voir que les manuels et les guides du maître recommandent d'utiliser la manipulation pour répondre à de nombreux objectifs du programme. Lors de notre recherche nous avons également pu voir que la manipulation était d'une part utilisée pour répondre aux difficultés de certains élèves mais d'autre part pour découvrir et faire comprendre une nouvelle notion au groupe classe. Ainsi, nous pouvons dire qu'il est possible d'utiliser la manipulation comme outil de différenciation mais également comme outil de compréhension et de validation pour la classe entière. Cependant, le matériel de manipulation à lui seul ne fait pas comprendre les notions. Il faut faire attention lorsqu'un élève joue avec des objets, qu'il ne s'arrête pas au jeu libre, qui n'aura pas forcément d'intérêt pour l'élève. L'élève peut être distrait, son esprit peut être ailleurs, tandis que dans la manipulation en tant qu'étape d'apprentissage, l'action physique de l'élève est orientée par un objectif, un

raisonnement qui guide ses mouvements. C'est une synthèse entre des actions sensorielles comme déplacer, toucher, utiliser et des actions plus réflexives comme essayer, contrôler, tester, vérifier qui vont conduire du « faire » au « raisonnement ».

Ainsi le professeur des écoles doit proposer des situations utilisant des manipulations dans la résolution de problèmes. Nous avons pu voir que cela permet aux élèves de comprendre l'énoncé du problème mais également de valider leurs réponses. Avec la manipulation, ils peuvent se représenter les situations, s'ils ne la visualisent pas. Ainsi une des potentialités de la manipulation prise en charge dans les enseignements est sa fonction de compréhension ainsi que sa fonction de validation.

En outre, une vigilance doit être prise en compte sur le rôle du langage. Il faut que le professeur des écoles vérifie que l'élève a bien compris ce qu'il fait afin qu'il prenne conscience de sa démarche. Le langage va permettre d'aller vers l'abstraction. L'apprentissage va se construire dans la mise en œuvre pédagogique : la façon dont l'enseignant exploite ce matériel et la verbalisation qu'il demande à l'élève sur son action. En effet, si l'enseignant cadre son activité, si le matériel proposé est en lien avec les objectifs de la séance, la manipulation peut être une aide à la compréhension de l'activité.

Dans les manuels et les guides des enseignants, la manipulation est explicitée de plus en plus dans différentes phases de la séance selon les activités. Elle peut être proposée dans la phase de découverte, dans la phase d'entraînement et dans la phase de remédiation. Ce sont différentes possibilités proposées dans l'enseignement. De plus, les enseignants peuvent la faire étudier comme ils le veulent car les annotations dans les guides sont vagues et laissent un champ libre. Cela leur permet une multitude de façons de la travailler et de l'amener aux élèves. Les potentialités de cette dernière sont donc multiples.

Grâce à nos recherches, nous avons également pu voir que la manipulation peut être réalisée par la ou le professeur(e) des écoles, ce qui permet aux élèves de reproduire ce qu'ils ont vu ou bien elle peut-être réalisée par les élèves eux-mêmes ce qui leur permet d'avoir une réflexion et de découvrir des notions. C'est encore ici, une des potentialités de la manipulation prise en charge dans les enseignements. Selon la pratique choisie, les compétences développées par les élèves ne seront pas les mêmes. C'est pourquoi, l'enseignant avant d'utiliser la manipulation dans ses séances doit penser à comment il souhaite la mettre en place et à l'objectif qu'il souhaite atteindre à la fin de ces dernières.

Nous allons maintenant nous interroger sur les liens entre les quatre manuels analysés ci-dessus et le manuel de la Méthode de Singapour étudié dans l'article de Grappin et Mounier pour voir s'il y a des similitudes ou des différences.

## 2.5) Discussion

Dans cette partie, nous aimerions comparer nos résultats de recherche à ceux de Grappin et Mounier. Rappelons que dans leur article, les auteurs s'intéressent à l'analyse du manuel de CP de la collection "Méthode de Singapour" paru en 2016 ainsi que le guide pédagogique, les fichiers élèves, le recueil de fiches photocopiables ainsi que le site internet de l'éditeur. Il nous semble intéressant de comparer nos résultats aux leurs car leur méthodologie est très semblable à la nôtre. Dans le guide pédagogique de la "Méthode de Singapour, Mounier et Grappin nous disent qu'une grande importance est accordée à la résolution de problèmes. En effet, tous les manuels que nous avons analysés accordent une grande importance aux problèmes. Ce sont des situations réelles la plupart qui enrôlent des calculs, des réflexions, des stratégies de résolution afin que les élèves soient en constante réflexivité et répétition d'élaboration de méthodes. De plus, la manipulation est présentée comme un passage nécessaire à la compréhension et au service de l'abstraction ; elle est prévue d'être utilisée dans le cadre de l'approche concrète. Au CP, la manipulation est essentielle pour que les élèves acquièrent une sensibilité des nombres. C'est pour cette raison que cette méthode fait appel à un matériel pédagogique riche et varié. En effet, nous avons observé que dans l'analyse des manuels nous avons eu des objectifs souvent liés à la numération car les objectifs les plus présents étaient dans les compositions et décompositions des nombres et dans la résolution et la recherche de problèmes.

Les auteurs nous apprennent que du matériel manipulable intervient dans plusieurs temps de la séance. Selon leurs résultats, les activités de manipulation sont proposées autour de matériel dit familier mais également autour de matériel spécifique à une notion. Ces résultats sont communs aux résultats que nous obtenons à la suite de notre étude d'analyse. Ils nous apprennent également que dans toutes les séances, avant que les élèves s'attèlent aux exercices contenus dans le fichier, une activité de manipulation est suggérée. Cette dernière est systématiquement réalisée par la professeure des écoles devant les élèves. Cette "pratique guidée" est mise en avant dans les programmes singapouriens. Dans cette pratique, l'enseignant montre ce qui est à faire, sans que chaque élève puisse être confronté à une tâche de découverte. Les élèves appliquent ensuite ce qu'ils ont déjà vu dans des exercices semblables. Ce dispositif ressemble au dispositif didactique "explication-application". Ces résultats ont également pu être mis en évidence pour les manuels "Picbille" et "Cap maths" où nous avons vu que pour beaucoup d'activités la professeure des écoles manipule et les élèves sont seulement spectateurs. Grappin et Mounier nous disent également que si l'enseignant souhaite utiliser une approche différente et faire problématiser l'introduction d'un nouveau savoir et souhaite faire manipuler les élèves alors l'adaptation est complètement à sa charge car aucune indication n'est donnée dans le manuel ou dans le guide du maître. Effectivement, les auteurs nous apprennent que le matériel n'est pas proposé aux élèves pour les confronter à un problème mais qu'il est "souvent utilisé par la professeur des écoles pour exposer le savoir en début de la séance". Dans les deux manuels étudiés et énoncés ci-dessus, nous analysons et retenons la même chose. Grappin et Mounier soulignent également dans leurs résultats que le moyen de faire le lien entre le matériel et la représentation écrite n'est pas explicitée et est "à la charge du professeur des écoles". C'est également ce que nous



avons analysé pour les manuels que nous avons étudiés. Les auteurs s'interrogent sur comment concilier la pratique guidée qui est prônée à Singapour avec une approche qui intègre des situations problèmes et de la manipulation.

Malgré tout le soin apporté au travail de recherche ainsi qu'aux réflexions menées sur l'analyse des manuels, notre étude comporte des limites qu'il est nécessaire de considérer.

Le premier point important que nous voulons aborder est le fait que les manuels sont parfois difficiles à interpréter et ce pour plusieurs raisons. Il n'est pas aisé de percevoir dans les manuels toutes les pages proposant des problèmes de types additifs. En effet, nous n'étions pas sûres des choix des problèmes, c'est-à-dire si l'énoncé comportait réellement un problème ou si c'était juste un exercice permettant d'utiliser l'addition ou la soustraction. Pour notre analyse, nous nous sommes dit qu'un problème était comme une énigme qu'il fallait résoudre avec les informations fournies dans l'énoncé. Autrement dit, que pour qu'il y est problème, il fallait qu'il y est une situation décrite. Dans notre analyse la distinction a parfois été difficile à faire.

Le deuxième point que nous souhaitons évoquer est le caractère limité de notre étude. En effet, les analyses ont été menées sur seulement quatre manuels. Ces derniers utilisent de la manipulation dans leur enseignement, ce qui nous a intéressé. De plus, nous aurions pu analyser plus de manuels pour pouvoir confronter plus de résultats et avoir une étude encore plus quantitative.

Malgré les limites que nous venons d'évoquer, notre travail nous apporte également des réponses quant à l'étude de la manipulation sur la résolution de problème additif. En effet, des articles scientifiques traitent et s'intéressent à la notion de manipulation. Nous avons vu l'évolution des conceptions des séances qui peuvent être mises en place par rapport à des activités de manipulation pour de la résolution de problèmes additifs.

Cela permet de réfléchir aux modalités d'enseignement qui sont les plus appropriées pour les élèves et d'utiliser la manipulation de manière adaptée pour la résolution de problèmes additifs. Ce mémoire nous a permis de réfléchir sur notre mode d'enseignement et sur la façon dont nous aimerions enseigner les problèmes de types additifs plus tard. Autrement dit, de s'informer sur les situations d'apprentissages les plus bénéfiques pour faire progresser les élèves et leur permettre d'atteindre les objectifs de fin de séquence et de séance.

## Conclusion

Pour conclure, dans le domaine du champ additif, les élèves ont de nombreuses difficultés, qu'elles soient, dans la structuration du problème, du calcul posé ou encore dans le type de problème. La manipulation, avec ses nombreuses potentialités, peut aider les élèves à surmonter leurs difficultés. Tout d'abord, elle permet une représentation concrète de la situation problématisée, ce qui permet de donner du sens aux élèves. Elle aide donc à la compréhension du problème. Cependant, la place de cette manipulation est importante et doit être réfléchi au préalable pour un bon déroulement de la séance ou de la séquence.

En revanche, la manipulation est un terme plurivoque qui a donc différentes définitions qui ne sont pas claires pour tous les professeurs. De plus, une grande variété de matériel peut être bénéfique pour les apprentissages des élèves mais est aussi contraignante pour l'enseignant qui doit posséder plusieurs matériels dans sa classe et les utiliser à bon escient pour que le matériel soit favorable aux savoirs.

En effet, afin de répondre à nos questions sur la rupture entre l'école maternelle et l'école élémentaire au sujet de la manipulation, nous avons décidé d'étudier des manuels de mathématiques proposant de la manipulation au CP.

Nous avons pu voir que la manipulation permet principalement aux élèves d'apprendre à chercher pour résoudre des problèmes mais permet également de vérifier les résultats obtenus. La manipulation est donc recommandée dans les guides du maître et explicitée afin que les élèves soient acteurs de leurs apprentissages. Ces derniers recommandent que les élèves touchent un maximum à la manipulation pour progresser et pour les amener vers les apprentissages fixés. Il faut ainsi qu'ils passent de la manipulation vers la verbalisation pour aller à l'abstraction.

Ce que nous retenons du mémoire, est que l'importance de manipuler est évidente, quel que soit le niveau scolaire des élèves. Le matériel va servir à modéliser une situation concrète vers une représentation abstraite. Cependant, le rôle du professeur réside dans l'accompagnement de l'élève vers l'abstraction, tout en ne se limitant pas à la manipulation mais en verbalisant, pour imaginer et développer les procédures expertes recherchées. La manipulation étant ainsi une étape d'apprentissage, l'action physique de l'élève est guidée par un objectif, un raisonnement qui guide ses gestes. Cette manipulation peut être proposée comme outils de différenciation pour aider les élèves en difficulté mais elle peut également être proposée à la classe entière pour leur permettre d'appréhender une notion.

D'une autre part, un choix réfléchi des objets à manipuler et la répétition de la manipulation sont importants pour que les objectifs d'apprentissages de l'enseignant soient atteints. D'autre part, ces conditions doivent être associées à des exigences en termes de vocabulaire à enseigner, qui doit être un objectif à part entière de la séance d'apprentissage. Le lexique ciblé doit être réfléchi en amont, et son sens explicité à l'ensemble des élèves de la classe, pour que

les expériences réalisées soient correctement analysées en termes de résultats et de conclusion avec des termes précis qui ne portent pas à confusion.

En outre, les observations en CP viennent confirmer la présence du format-fichier, format souvent très contraignant du fait qu'il enferme l'élève dans un format unique de réponse et l'enseignant dans un parcours linéaire d'utilisation.

## Bibliographie

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.

Bolon, J. Lire et écrire en mathématiques des exemples d'activités pour l'école élémentaire

Laparra, M. & Margolinas, C. (2016) Les Premiers Apprentissages scolaires à la loupe. 22-66.

Allard, C. & Masselot, P. (2019). Manipuler en maternelle : pour quoi faire ? de l'analyse de ressources aux pratiques des enseignants : place et fonctions de la manipulation en cycle 1.

Gravin, N. & Mounier, E. (2019). Quel rôle de la manipulation dans le manuel "méthode de Singapour CP". 45ème COLLOQUE COPIRELEM – BLOIS 2018

Beylot, D. (2019). Analyse de manuels de cycle 2, place et fonctions de la manipulation.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38.

Enquête Timss, (2018). Consulté sur <https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm>

Ministère de l'Éducation nationale. Programmes du cycle 2. (2015). Consulté sur [2015\\_programmes\\_cycles234\\_4\\_12\\_ok\\_508673.pdf \(education.gouv.fr\)](https://www.education.gouv.fr/bo/15/Programmes/2015_programmes_cycles234_4_12_ok_508673.pdf)

Gravin, N. & Mounier, E. (2018). Méthodologie d'analyse de manuels et étude du manuel méthode de Singapour CP

Priole, M. & Mounier, E. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire

Ministère de l'Éducation nationale.(2021). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. Consulté sur : [download \(education.fr\)](https://www.education.gouv.fr/bo/21/Programmes/2021_programmes_cycles234_4_12_ok_508673.pdf)

Brissiaud, R., Ouzoulias, A., Suire, F., & Clerc, P. (2016). J'apprends Les Maths Cp Avec Picbille . RETZ.

Bolsius, C., Dias, T., Dumet, D., Feid, D., & Vidal, S. (2016). Archimaths CP. Magnard.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M., Madier, D., & ) R. C. (2016). Cap Maths, CP cycle 2. Hatier

Brissaud, P., Bayon, I., & Demagny, J. P. (2009). La tribu des maths CP. Magnard

# Annexes

## Annexes 1 : Tableaux d'analyse manuel "Picbille"

Livre Picbille	Matériau		Qui manipule ?		Pour qui ?		Structures/Types de problèmes					Précess			Fonctions	
	spécifique	familier	PE	élèves	tout le classe	élève en difficulté	Transformation	Comparison	Composition	Composition de transformation	Decouverte	Pratique	Institutionnalisation	réinvestissement	Comparison	Validation
p.24	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.18	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.19	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.25	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
p.26 (di.cube)	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.32	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
p.36	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.40	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
p.41	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
p.43	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.45	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
p.48	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.49 (images)	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.50	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.51 (images)	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.52	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.53	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.56	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.57	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.59	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.62-63	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.64 (formule)	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
p.66	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
p.72	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
p.74	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.75	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.81	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.82	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.85	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.88-89	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.90	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.91	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.95	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.96	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.101	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.103	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.105	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
p.108	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1
p.109	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.110	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
p.113	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.129	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
p.131	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.134	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.136	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.141	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.142	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.145	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.146	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
p.148	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.151	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.152	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
p.153	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
TOTAL	40	12	24	27	28	12	5	0	52	27	0	13	55	4	12	39



Étudier les moitiés et les doubles, multiples	Dénombrer une collection
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	0
0	1
0	0
0	0
0	1
0	1
0	1
0	0
1	1
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	1
0	1
0	1
0	1
1	0
0	1
0	0
0	1
0	0
0	0
0	0
0	0
0	1
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	1
0	1
1	0
0	0
4	16

## Annexes 2 : Tableaux d'analyse manuel "Cap math"

Cap Maths	Matériel		Qui manipule ?		Pour qui ?		Structure/type de problème					Pha	
	spécifique	familier	PE	élèves	toute la classe	élève en difficulté	Transformation	Comparaison	Composition	situation de transfo	Découverte	Pratique	
p.6-7	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	
p.11 (jetons)	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	
p.12-13	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	
p.16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	
p.19	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	
p.20-21	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	
p.22	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	
p.23	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	
p.26-27	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
p.28 (feuilles)	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	
p.29	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	
p.39	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	
p.48	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	
p.50-51	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	
p.53	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	
p.57	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
p.58 (feuilles, boîte cr	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	
p.59	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	
p.63	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	
p.71	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	
p.74	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	
p.78-79	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
p.80	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	
p.81	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	
p.84	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	
p.89	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	
p.90	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	
p.94	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	
p.95	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
p.99	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
p.101	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
p.102	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	
p.103	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	
p.105	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
p.108-107	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	
p.109	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	
p.110	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
p.111	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	
<b>TOTAL</b>	<b>13</b>	<b>15</b>	<b>9</b>	<b>19</b>	<b>15</b>	<b>18</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>35</b>	<b>1</b>	<b>11</b>	<b>37</b>	

ses	Fonctions				Objectifs				participer le résultat d'un ajout : retr	prendre à chercher/résolution
	investissement	Compréhension	Validation	connaître les décompos	Comptage	prendre la notion de double,	nombrer une collect			
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
<b>2</b>	<b>12</b>	<b>25</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>19</b>	<b>19</b>





Problème	Phases			Fonctions	
	Découverte	Pratique	Remédiation	Compréhension	Validation
0	1		0	1	1
0	0		0	0	0
0	0		0	0	0
0	1		1	0	1
0			1	0	1
0	1		0	0	1
0	0		0	0	0
0	0		1	0	1
0	1		1	0	1
0	0		0	0	0
0	0		0	0	0
0	0		0	1	1
0	0		0	1	1
0	0		0	1	1
0	0		0	1	1
1	0		0	1	1
0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1
4	5	7	2	13	20
					18

Objectifs			
Produire et reconnaître les décompositions additives	Calculer en ligne des sommes à trous	Connaître ses tables d'addition	Calculer en ligne des sommes
1		1	0
1		0	0
1		0	0
1		1	0
1		0	0
0		0	1
0		1	0
1		0	0
1		0	0
0		0	0
0		0	0
0		0	0
0		0	0
1		1	0
1		1	0
0		1	0
1		1	0
0		1	0
0		1	0
0		0	0
0		0	0
0		1	0
1		1	1
1		0	1
0		0	0
0		0	1
0		1	0
0		0	0
14		13	3
			18

Résoudre des problèmes simples à une opération	Connaitre et utiliser les techniques opératoires de l'addition ou de la soustraction
0	0
0	0
0	0
0	0
1	0
1	0
0	0
0	0
0	0
1	0
1	0
0	0
1	0
1	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	0
0	0
0	1
1	1
0	0
1	1
1	1
0	1
0	0
1	1
1	0
12	6

**Annexe 4 : Exemple de matériel fourni par le manuel la tribu des maths**



Matériel de la planche 2 du livre la tribu des maths



