



HAL
open science

Développer les interactions langagières dans l'enseignement et l'apprentissage de la numération au cycle 2

Juliette Roux, Lou Chiotti

► **To cite this version:**

Juliette Roux, Lou Chiotti. Développer les interactions langagières dans l'enseignement et l'apprentissage de la numération au cycle 2. Education. 2023. dumas-04576037

HAL Id: dumas-04576037

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04576037>

Submitted on 15 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0
International License

MASTER MEEF mention 1er degré
« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2022 - 2023

Développer les interactions langagières dans l'enseignement et
l'apprentissage de la numération au cycle 2.

Juliette Roux et Lou Chiotti

Directrice de mémoire : Céline CONSTANTIN HELIOT

Assesseur : Patricia RICHARD-PRINCIPALLI

Soutenu le : 9 mai 2023.

Résumé :

À la suite de l'étude de plusieurs recherches autour du langage, de la numération et des variables didactiques, ce mémoire propose d'interroger leurs articulations potentielles pour l'enseignement des nombres au cycle 2. À travers une réflexion pédagogique et didactique, nous cherchons à caractériser les spécificités et enjeux du langage dans l'enseignement des groupements d'unité de numération en CE2 grâce à une situation de référence : l'enveloppe des nombres (Fénichel et Taveau). Au regard de différentes variables didactiques, l'analyse de productions d'élèves permet de dresser des conclusions liées à la question de recherche.

Mots-clés: numération, unité de numération, langage, cycle 2.

Abstract :

Following the study of several researches around language, numeration and didactic variables, this research thesis question their potential articulations for teaching numbers in cycle 2. Through pedagogical and didactic reflection, we search to characterize the specificities and challenges of language in the teaching of units of numeration groupings in CE2 through a reference situation: the envelope of numbers (Fénichel and Taveau). In view of various didactic variables, the analysis of student productions allows us to draw conclusions related to the research question.

Keywords: numeration, counting unit, language, cycle 2.

Remerciements :

Nous voudrions dans un premier temps remercier, notre directrice de mémoire Madame Céline Héliot, professeur et didacticienne en mathématiques, pour sa patience, sa disponibilité et ses conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion tout au long de ces deux années de recherche. Nous remercions également Madame Patricia Richard-Principalli pour l'intérêt qu'elle a porté à notre mémoire.

Nous remercions également toute l'équipe pédagogique de la faculté d'éducation de Nîmes et en particulier Madame Brunot, qui a su soutenir nos choix afin de réaliser notre séance en lien avec notre recherche.

Nous tenons à témoigner toute notre reconnaissance aux personnes et institutions suivantes, pour leur aide dans la réalisation de ce mémoire :

Les enseignants ainsi que les élèves que nous avons rencontrés tout au long de nos années d'études, qui ont contribué à la réflexion autour de l'enseignement des mathématiques.

La classe nous ayant reçue afin de mener notre recherche à son terme, ainsi qu'à l'enseignante titulaire: merci pour votre patience et votre confiance.

Les membres de notre groupe de recherche en mathématiques, merci pour votre soutien, vos remarques ainsi que les questions qui ont également alimenté notre réflexion.

Table de matières

<u>Introduction</u>	7
1. <u>Cadrage théorique.</u>	8
<u>1.1. La numération.</u>	8
1.1.1. Les systèmes de numération.	8
1.1.2. Le concept d'unité de numération.....	12
1.1.3. L'aspect décimal et l'aspect positionnel.....	14
<u>1.2. Enjeux d'enseignement et d'apprentissage autour de la numération.</u>	15
1.3.1. Les difficultés des élèves.....	15
1.3.1. Les programmes.	18
<u>1.3. La secondarisation.</u>	19
1.2.1. Discours premier et discours second.....	20
1.2.2. Les malentendus socio-cognitifs.....	20
1.2.3. Secondarisation et déplacements.....	21
<u>1.4. L'étude des conversions entre les unités de numération.</u>	23
1.4.1. Enjeux et mise en place.....	23
1.4.2 L'enveloppe des nombres de Fénichel et Taveau (2008).....	24
1.4.2.1. Les procédures et verbalisations de la séance 1.....	25
1.4.2.2. Les variables didactiques de la situation	27
<u>1.5. Hypothèses et questions de recherche.</u>	30
2. <u>Cadrage méthodologique.</u>	31
<u>2.1. Méthodologie : Modifications apportées à la situation de référence.</u>	31
2.1.1. Le choix du matériel : étiquettes et boîte à échange.....	31

2.1.2. Le choix des unités de numération.....	32
2.1.3. Le langage utilisé.....	33
<u>2.2. Analyse a priori de la situation d'apprentissage.....</u>	33
2.2.1. Présentation de la classe	33
2.2.2. Préparation et mise en place	34
2.2.3. Procédures attendues	35
2.2.4. Mise en commun	36
2.2.5. Recueil de données	37
2.2.6. Critères d'analyse	37
<u>2.3. Analyse a posteriori de la situation d'apprentissage.....</u>	39
2.3.1. Analyse générale a posteriori de la séance.....	39
2.3.2. Analyse de la phase de recherche	40
2.3.2.1. Groupe 1.....	40
2.3.2.2. Groupe 2.....	42
2.3.2.3. Groupe 3.....	45
2.3.3. Analyse des phénomènes langagiers liés au processus de secondarisation....	47
2.3.4. Analyse de la phase de mise en commun	53
<u>3. Résultats et discussions.....</u>	54
<u>4. Intérêts et limites.....</u>	55
<u>5. Conclusion.....</u>	56
<u>Bibliographie</u>	58
<u>Annexes</u>	60
Annexe 1 : Fiche de préparation	60
Annexe 2 : Grille d'analyse hypothèse 1	63
Annexe 3 : Grille d'analyse hypothèse 2	63

Annexe 4 : Grille d'analyse hypothèse 3	64
Annexe 5 : Étiquettes dans l'enveloppe.....	65
Annexe 6 : Verbatim groupe 1	65
Annexe 7 : Verbatim groupe 2	70
Annexe 8 : verbatim groupe 3.....	74

Table des figures

Figure 1. <i>Les symboles du système d'écriture des nombres égyptiens issus de Duperret (2009, p.660)</i>	9
Figure 2. <i>Le nombre 7659 dans le système égyptien</i>	9
Figure 3. <i>Le nombre 7659 dans le système sino-japonais</i>	10
Figure 4. <i>Le nombre 248 dans le système de numération maya.</i>	11
Figure 5. <i>Exemple de matériel de type proportionnel, pré-groupé, Tempier (2013, p.18)</i>	12
Figure 6. <i>Exemple de représentation de dizaines de croix, Chambris (2014, p.6)</i>	13
Figure 7. <i>L'aspect positionnel de la numération (Tempier 2009, p.3)</i>	14
Figure 8. <i>L'aspect décimal de la numération (Tempier 2009, p.3)</i>	15
Figure 9. <i>La boîte à échange</i>	25
Figure 10. <i>Variables didactiques de la situation (Fenichel et Taveau, 2008) identifiées</i>	29
Figure 11. <i>Critères d'analyse hypothèse 1.</i>	38
Figure 12. <i>Critères d'analyse hypothèse 2</i>	38
Figure 13. <i>Critères d'analyse hypothèse 3</i>	39
Figure 14. <i>Tri du groupe 1</i>	41
Figure 15. <i>Les groupements en éventail du groupe 1.</i>	42
Figure 16. <i>Tri des unités de numération en colonnes.</i>	43
Figure 17. <i>Le dénombrement des centaines.</i>	44
Figure 18. <i>L'organisation spatiale des unités de numération témoignant de conversions.</i>	44
Figure 19. <i>Tri des unités de numération.</i>	45
Figure 20. <i>Dénombrement des centaines par énumération et comptage de 100 en 100.</i>	46
Figure 21. <i>Réalisation des groupements de 10 entre unité de numération.</i>	46
Figure 22. <i>Organisation spatiale permettant de trouver le nombre.</i>	47
Figure 22. <i>Répartition des élèves et du professeur en fonction des contextes interprétatifs.</i>	46

Introduction :

Aujourd'hui l'enseignement des mathématiques et plus particulièrement de la numération est au cœur des préoccupations ministérielles.

Par ailleurs, tout au long de nos études nous avons eu l'occasion de questionner son enseignement et ainsi en comprendre ses enjeux. Lors de notre première année de master, nous avons pu observer un rituel en classe de moyenne et grande section située en REP+. Ce dernier consistait à dénombrer les jours d'école, appelé plus régulièrement : "chaque jour compte". Il permet de dénombrer les jours passés à l'école depuis la rentrée de septembre jusqu'au centième jour. Chaque matin, lors d'un temps de regroupement, un élève de grande section ajoutait une paille, qui représentait un jour d'école, à une collection dans un pot. Quand celui-ci en comportait dix, l'enseignante les regroupait et les plaçait dans un autre réceptacle destiné aux regroupements de dix unités, donc aux dizaines. Après ce temps de manipulation, l'enseignante, avec l'aide des élèves, remplissait un tableau comportant une colonne destinée aux centaines, une pour les dizaines et une dernière pour les unités. Enfin, elle leur demandait de justifier leurs réponses au regard de la phase de manipulation.

Lors de cette dernière phase, nous avons pu observer que l'enseignante utilise la conjonction de coordination "et" en désignant une addition. Nous remarquons que V., élève en difficulté identifie la tâche qui lui est attribuée comme étant liée à la juxtaposition de termes.

Dans un second temps, l'enseignante utilise de nouveau le mot "et", pour désigner la juxtaposition de deux chiffres, constituant l'écriture d'un nombre. M., élève ayant plutôt des facilités, a répondu à la question en additionnant 10 et 3, ce qui est égal à 13.

Finalement, lors de cette séance, le langage nous est apparu comme un élément questionnant, puisque la conjonction de coordination "et" est assimilée à deux sous-tâches différentes : l'addition ou la juxtaposition de termes. Nous avons ainsi choisi de travailler sur la numération et la place du langage dans l'apprentissage des mathématiques. Notre première question fut donc : "Comment développer le langage lors de l'enseignement de la numération?". Par ailleurs, nous nous sommes questionnées sur les variables didactiques favorisant ou non le langage.

Dans une première partie, nous allons définir la numération, ses enjeux et son langage associé. Par ailleurs, l'élaboration de la problématique fait ressortir l'importance de questionner le choix des variables didactiques au regard de l'apprentissage de la numération et de son langage au cycle 2. Dans une deuxième partie nous expliquerons la démarche que nous avons utilisée lors de cette

recherche. Puis nous analyserons les résultats dans le but de répondre à notre question de recherche et valider ou non nos hypothèses.

1. Cadrage théorique.

1.1. La numération.

Avant d'approfondir la question du rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, nous allons aborder les enjeux liés à l'enseignement de la numération en précisant un certain nombre d'éléments théoriques la concernant. Celle-ci étant un élément prépondérant de notre sujet de recherche.

Par numération, nous attendons un système qui permet d'écrire et de nommer différents nombres. Il convient donc de préciser certains éléments théoriques ainsi que d'en dresser un rapide historique.

1.1.1. Les systèmes de numération.

Nous allons tout d'abord nous intéresser aux différents systèmes de numération qui ont permis d'aboutir à celui utilisé actuellement. Les nombres sont des éléments familiers de l'Homme du 21^{ème} siècle. Néanmoins, ils ont constitué de nombreuses difficultés pour les peuples primitifs.

Par le mot nombre, nous entendons l'expression d'une quantité ou d'une position, qui peut être écrite grâce à des chiffres, représentée par un matériel ou énoncé oralement. Par exemple, le nombre 12 est écrit grâce aux chiffres 1 et 2. Ainsi, pour écrire un nombre nous pouvons utiliser plusieurs chiffres, cependant chaque nombre possède une écriture propre car il existe des règles spécifiques d'un système de représentation donné. Nous allons donc étudier comment les systèmes de numération ont évolué de manière à devenir les plus efficaces possibles. Afin d'expliquer cette évolution du système de numération à travers les siècles, nous nous appuierons sur les travaux d'Ibrah (1994, p. 758-780).

Le premier système de numération est apparu en Egypte. Il se caractérise comme étant en base de 10. On dit également que ce système de numération est décimal. Tempier (2010, p.62), définit cet aspect de la numération de la manière suivante

Aspect décimal de la numération (ou relations entre unités): 10 unités d'un certain rang sont égales à une unité de rang supérieur.

1 centaine = 10 dizaines, donc 1 centaine=100 unités

1 millier = 10 centaines, donc 1 millier = 100 dizaines et 1 millier = 1000 unités

Le système égyptien est également un système de type additif. La numération hiéroglyphique attribuait à chaque chiffre et donc puissance de 10, un signe différent.

Nombre	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Signe							

Figure 1. Les symboles du système d'écriture des nombres égyptiens issus de Duperret (2009, p.660)

Par exemple, pour écrire 7 659, il fallait reproduire sept fois un symbole représentant la fleur de lotus, six fois le symbole de la spirale, cinq fois le signe “U” représentant une dizaine et neuf barres verticales chacune représentant une unité.

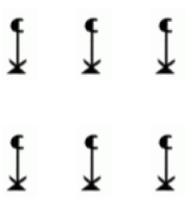
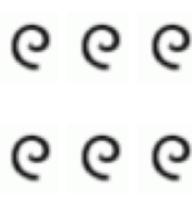
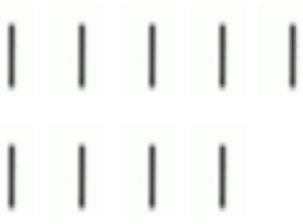
			
7000	600	50	9

Figure 2. Le nombre 7659 dans le système égyptien.

De ce fait, l'écriture du nombre comportait vingt-sept signes, ce qui représentait une réelle difficulté notamment dans les calculs. Le système égyptien consiste à ajouter autant de fois qu'indiqué l'unité de numération afin de pouvoir lire l'ensemble du nombre. Par exemple, il faut ajouter cinq fois une dizaine puis neuf fois une unité pour lire le nombre 59. Le système égyptien peut donc se définir comme un système additif puisqu'il repose sur le principe d'addition, où chaque chiffre possède une valeur propre, indépendante de sa position dans les représentations. Ensuite, il faut procéder par répétition des chiffres autant de fois que nécessaire pour la notation d'un nombre.

Finalement, le système de numération égyptien représente un réel frein dans l'écriture de grands nombres puisqu'il nécessite une importante quantité de signes pour écrire un nombre. Comme le montre l'exemple précédent, pour écrire 7659 dans la numération égyptienne, il fallait écrire vingt-sept signes, alors que notre système de numération actuel n'en nécessite que quatre. Par conséquent, la multiplication a alors été utilisée progressivement dans la numération pour gagner en efficacité. Par exemple, le système de numération sino-japonais s'appuie à la fois sur l'addition et la multiplication. Ce système possède un signe pour chaque chiffre et un autre pour chaque puissance de dix.

Ainsi pour écrire 7 659 dans le système sino-japonais, il suffisait d'écrire le signe représentant mille, suivi de celui représentant le sept, puis ainsi de suite celui des cent, suivi de celui du six, puis le signe représentant dix, suivi du signe représentant le cinq, et pour finir le signe représentant le neuf. Pour lire ce nombre, il faut multiplier puis additionner les valeurs des signes.

千七	百六	十五	九
7	6	5	9

Figure 3. Le nombre 7659 dans le système sino-japonais

Ce système est un système de numération dit "hybride", puisqu'il fait intervenir à la fois l'addition et la multiplication. Selon ce principe, les multiples de puissances de la base sont exprimés, à partir d'un certain ordre d'unités, au moyen de la règle multiplicative.

Cependant ce système représentait encore des limites, puisque la notation des nombres comportait encore trop de signes, c'est ainsi que le système de numération maya a été une réelle prouesse dans l'avancée des mathématiques. Celui-ci ne possédant que trois signes afin d'écrire l'intégralité des nombres, c'est grâce à la position qu'occupe le signe que l'on peut déterminer sa valeur. Par exemple, pour écrire 248, il suffit d'écrire deux barres représentant cent unités chacune, suivi de deux points représentant vingt unités, de laisser un espace et enfin d'écrire une barre représentant cinq et trois points représentant un chacun.



Figure 4. *Le nombre 248 dans le système de numération maya.*

Bien plus tard, l'apparition du zéro a permis de perfectionner ce système. En effet, à travers ce signe, l'homme pouvait alors signifier l'absence d'une unité de numération et donc d'une absence de quantité.

De fait, ce système de numération se dit être "positionnel". Il est fondé sur le principe selon lequel la valeur des chiffres est déterminée par leur position dans l'écriture des nombres.

Actuellement, notre système de numération est positionnel. Il permet d'écrire efficacement un chiffre et sa valeur diffère selon sa position. De ce fait, les calculs sont beaucoup plus rapides. Ce système tend à s'étendre dans le monde.

En définissant le système de numération, nous pouvons comprendre les éléments facilitateurs afin de voir les enjeux de l'apprentissage de la numération à l'école. En comprenant que le système est positionnel, cela permet notamment d'appréhender certaines erreurs d'élèves. Nous pouvons également nous questionner sur le langage à utiliser afin d'enseigner notre système de numération, les deux aspects étant présents, il est primordial de les différencier tout en faisant comprendre qu'ils sont indissociables. Par le mot langage, nous sous-entendons la formulation des savoirs en références à des formulations expertes qui seraient visées en classe, dans l'idée alors de favoriser les échanges précis entre pairs et avec l'enseignant. Par ailleurs nous prendrons également en considération le fait que le langage est aussi un moyen d'apprentissage. Ce qui donne à penser que le processus de secondarisation des genres de discours demande de penser le langage comme une activité puisque les objets de discours sont élaborés dans et par le langage.

C'est en dressant un rapide historique, que nous constatons qu'à travers différents systèmes de numération inventés au cours des siècles, les difficultés liées aux deux aspects restent ancrées et ceci malgré des évolutions, notamment grâce au système de numération actuel. C'est notamment pour la présence de ces obstacles dans les apprentissages que nous avons choisi de mener notre recherche sur la numération.

1.1.2. Le concept d'unité de numération.

Comme expliqué précédemment, aujourd'hui notre système de numération est un système dit positionnel. Ainsi, la valeur représentée par un chiffre dépend de sa position. Les recherches effectuées en didactique des mathématiques sur l'enseignement de la numération décimale, par Chambris (2014), et Tempier (2013), évoquent que les travaux liés aux écritures avec des unités de numération (centaines, dizaines, unités...) ont perdu de leur importance à l'école. Il semble donc important de définir ce terme d'unité de numération, afin d'en comprendre ses enjeux et ses potentiels obstacles pour l'élève ainsi que pour l'enseignant.

D'après Chambris, le principe d'unité de numération est défini afin de mettre en évidence et de comprendre les difficultés des élèves en mathématique. Elle décide donc d'appeler :

Unités de numération, les mots ou expressions : unités simples (ou unités lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté), dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers, centaines de milliers, millions... Ces unités de numération sont ce qu'on appelait autrefois (c'est-à-dire avant 1970) les unités des différents ordres (ou les différents ordres d'unités). (2014, p.5)

Elle relève également la nécessité de faire le lien entre unité de numération et unité. Par exemple, dix dizaines représentent à la fois une centaine mais également cent unités. Par conséquent, dans un nombre, le chiffre le plus à droite représente les unités, celui immédiatement à sa gauche est le chiffre des dizaines. Or, voir le chiffre des dizaines comme une unique représentation du nombre de dizaine est donc une vision erronée puisque ce même chiffre pris en compte avec celui des unités peut exprimer une quantité d'unité.

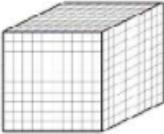
millier	centaine	dizaine	unité
			

Figure 5. Exemple de matériel de type proportionnel, pré-groupé, Tempier (2013, p.18)

Nous constatons donc l'importance d'utiliser les mots en les associant au concept mathématiques. Le concept d'unité de numération soulève la problématique de la polysémie du mot "unité" qui peut se renvoyer à la fois à l'unité simple défini par Chambris mais également à l'unité de numération telle que "dizaine, centaine, millier". Ce mot renvoie également à la représentation matérielle. Nous entendons par représentation, une unité visuelle qui se caractérise par un objet, un dessin. Par exemple, en utilisant du matériel de la méthode Picbille, les élèves pourront associer

l'unité au jeton, car un jeton représente bien une unité avec ce matériel. Ainsi nous pouvons nous questionner sur le concept "unité" lors de l'enseignement de la numération. Nous pensons notamment à la façon de définir "unité" au début de l'apprentissage ainsi que les différentes interprétations que les élèves peuvent avoir de ce mot, ceci dû à sa polysémie, et ainsi au concept mathématique lié (unité simple et unité de numération) mais également à ses différentes représentations matérielles que les élèves vont être amenés à rencontrer dans la manipulation ainsi que dans les exercices.

A travers le mot "unité" nous pouvons également questionner l'utilisation du groupe nominal "paquet de 10", qui dans un contexte de classe semble signifier un paquet de dix objets à l'aide d'une représentation matérielle ou d'une organisation par paquet de dix à l'aide d'un stylo sur une feuille par exemple où l'élève peut représenter une collections de dix signes semblables. Ainsi, il sous-entend de regrouper par paquet dix unités afin d'en former une dizaine. Or, ce groupe de mots renvoie uniquement à une représentation matérielle et visuelle et ne peut correspondre à la dizaine dans un langage mathématiques abstrait. D'après Chambris, les unités de numération font références à un concept immatériel :

Autrement dit une dizaine n'est pas une organisation matérielle d'une quantité. Pourtant, certaines organisations matérielles favorisent le comptage des dizaines. (2014, p.5)

<p>XXXXXXXXXX XXXXXXXXXX XXXXXXXXXX</p>	<p>XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX XXXXX XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX XX XXXXXXXXXXXXXXXXXX XXXXXXX XXXXXXXXXX</p>
<p>a) Il y a douze dizaines de croix. b) Il y a cent-vingt croix.</p>	<p>a) Il y a douze dizaines de croix. b) Il y a cent-vingt croix</p>
<p>Figure 1</p>	<p>Figure 2</p>

Figure 6. Exemple de représentation de dizaines de croix, Chambris (2014, p.6)

L'organisation matérielle de la première figure permet de compter plus facilement les dizaines que celle de la deuxième. Néanmoins, il y a le même nombre de dizaines de croix (ou le même nombre de croix) dans les deux figures. En revanche, il y a douze paquets de dix croix seulement dans la deuxième. Il y a une différence entre une dizaine et un paquet de dix. Une dizaine est un nombre, c'est une façon de dire dix : à chaque fois que je compte dix, je compte une dizaine. Si je compte : une dizaine, et encore une dizaine, et encore une dizaine. J'ai compté trois dizaines. (2014, p.6)

Finalement, en utilisant ces termes, l'élève peut se référer uniquement à la représentation visuelle d'un paquet de 10 objets et non au concept de "dizaine" ce qui peut également créer des malentendus dans l'apprentissage de la numération. Par ailleurs, nous pouvons donc questionner l'importance des choix langagiers opérés en classe afin de parler d'un concept mathématique.

1.1.3. L'aspect décimal et l'aspect positionnel.

Après avoir défini la notion d'unité de numération, il semble primordial d'étudier les différents aspects de notre système de numération. Dans ses travaux, Tempier (2010) explique que la numération se décompose en deux sous-parties, l'aspect positionnel et l'aspect décimal.

Notre système de numération se caractérise par le fait que dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de sa position. En effet, chaque position se réfère à une unité : par exemple, dans "7475", le chiffre sept peut représenter sept milliers quand il est en quatrième position en partant de la droite, mais aussi sept dizaines lorsqu'il est en deuxième position.

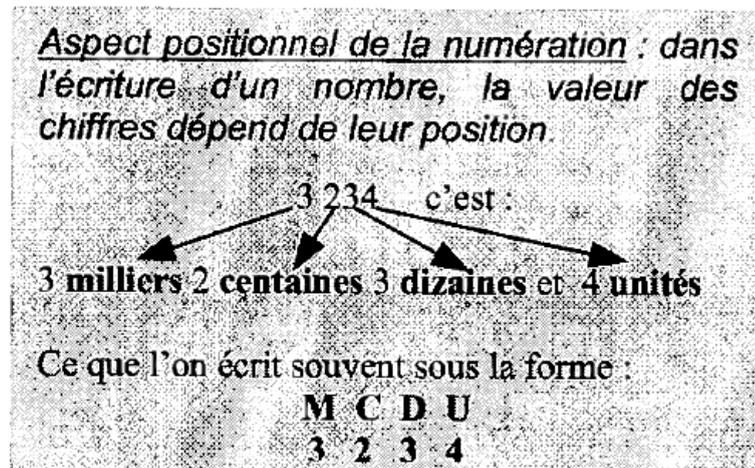


Figure 7. L'aspect positionnel de la numération (Tempier 2009, p.3)

L'aspect décimal, quant à lui, désigne les relations entre les différentes unités de numération. Ainsi, deux unités qui se suivent ont un rapport de dix. Dix unités représentent une dizaine et dix dizaines, une centaine. Finalement, nous pouvons dire que notre système résonne en base de dix.

Aspect décimal de la numération : 10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur :

10 unités = 1 dizaines, 10 dizaines = 1 centaines, 10 centaines = 1 millier
Mais aussi 1 millier = 100 dizaines ou 1 millier = 1000 unités, etc.

Figure 8. *L'aspect décimal de la numération (Tempier 2009, p.3)*

Les différentes unités, ainsi que leurs liens, sont invisibles dans cette écriture. Serfati, (cité par Tempier, 2010, p.62) parlant de cette spécificité, explique :

Lorsque l'on observe juste l'écriture d'un nombre grâce aux chiffres arabes, la notion de base de dix n'apparaît pas immédiatement. Si immédiate qu'elle nous paraisse aujourd'hui, cette interprétation aura cependant requis deux aspects distincts et liés, position et décimalité, dont la conjonction signifiante n'était nullement allée de soi des siècles durant. (2010, p. 62)

Alors notre système de numération se construit autour de la relation entre système positionnel et système décimal. En effet, les chiffres constituant un nombre n'ont pas tous la même valeur mais ils entretiennent des relations, dites décimales. L'enjeu du travail autour de notre système de numération à l'école consiste alors à faire comprendre aux élèves ce qu'il se cache derrière une écriture en chiffres. Nous constatons également que les deux aspects de la numération sont à travailler conjointement pour une compréhension complète de la numération. Or, d'après un constat de Tempier (2010), les deux aspects de la numération semblent être travailler indépendamment l'un de l'autre, ce qui engendre également des difficultés dans l'apprentissage.

1.2. Enjeux d'enseignement et d'apprentissage autour de la numération.

1.2.1 Les difficultés des élèves

Nous allons maintenant nous intéresser plus amplement aux difficultés des élèves de manière à définir les enjeux d'enseignement de la numération.

L'apprentissage de la numération représente de réelles difficultés chez les élèves à l'école primaire. Bednarz et Janvier (1984) explicitent celles-ci en observant deux classes d'âge: des élèves de 1ère année, c'est-à-dire de CP, et des élèves de troisième année équivalent au CM1. Les auteurs distinguent alors différentes caractéristiques des difficultés suscitées par l'apprentissage de la numération.

La première difficulté constatée lors du passage de l'écriture symbolique du nombre "chiffre, position" à la symbolisation "unité dizaines centaines". À l'école primaire, la numération prend du sens à travers la capacité de lire et écrire des nombres mais également de nommer les valeurs de chaque chiffre suivant sa position. Par ailleurs, de nombreux travaux de transcription sont donnés aux élèves. Par exercice de transcription, nous entendons les tâches où les apprenants doivent identifier dans des nombres le chiffre de certaines unités de numération mais également les nombres de chaque unité. Lors de ces exercices, certaines difficultés chez les apprenants sont identifiées par Bednarz et Janvier (p.9) :

- Un nombre est une suite de chiffres; aucune prise en considération des mots centaines, dizaines, unités. [...]
- Les mots centaines, dizaines, unités sont associés à un découpage, à un ordre dans l'écriture. [...]
- Ils travaillent au niveau d'un simple découpage de l'écriture en dizaines/unités.

Finalement, alors que le travail de passage à deux écritures du nombre est utilisé de manière à aider l'enfant à percevoir la position et son importance, les auteurs relèvent que les élèves se focalisent plus sur une interprétation en termes de découpage qu'à une interprétation véritable en terme de groupement des valeurs de position des unités de numération.

La seconde difficulté constatée est portée sur l'alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre. Très tôt dans sa scolarité, l'élève se confronte à la règle d'alignement dans la numération. Ainsi, il assimile très tôt que la numération est très ordonnée grâce aux groupements d'unités et que cette dernière respecte une ordre décroissant. Finalement dans cet article les auteurs illustrent que donner trop tôt une représentation ordonnée des nombres peut conduire l'enfant à interpréter de manière erronée son écriture en termes de découpage, d'ordre et de position. Alors, les élèves rendent compte d'une signification éloignée de la vraie signification d'une position en termes de groupement.

Les troisième et quatrième difficultés portent, elles, sur le matériel. En effet, ce dernier semble utilisé uniquement à des fins de passage à l'écriture. Lors de son étude, l'auteur montre que les élèves savent représenter des nombres avec du matériel mais ont des difficultés à l'utiliser dans d'autres contextes. Ils ne voient donc pas la véritable signification en termes de groupement. Par

conséquent les élèves appréhendent le matériel uniquement comme une simple correspondance de position à position et également comme un moyen indépendant de l'écriture pour résoudre des problèmes. L'élève ne conçoit pas le matériel comme étant au service de l'écriture des nombres mais comme un moyen de représenter un nombre. C'est notamment le cas avec les élèves qui utilisent les cubes de numération afin de représenter un nombre mais qui ne secondarise pas la tâche en écrivant celui-ci. Prenons pour exemple une situation de classe régulièrement observée. Lors de cet exercice, il est demandé aux élèves de représenter un nombre donné : 34, à l'aide de petits cubes emboîtables. Les élèves vont ainsi représenter le nombre avec le matériel certes, mais peuvent rencontrer des difficultés à établir un lien entre le matériel et l'écriture chiffrée, n'y trouvant pas réellement de sens. Finalement, ce travail porte plus sur la notion de quantité que sur l'écriture du nombre. Ces difficultés se répercutent dans d'autres tâches, qui, par exemple, prennent en compte un contexte connu pour l'élève et qui amène une utilisation d'un matériel qui n'a pas de lien avec ce dernier. L'élève ne percevra pas l'utilité d'utiliser un matériel car ce dernier ne se réfère, pour lui, ni à l'écriture du nombre, ni à la situation proposée.

La cinquième difficulté constatée concerne également les groupements. En effet, les élèves ont des difficultés à travailler avec eux et principalement lorsque plusieurs groupements entrent en jeu. En effet, cela nécessite de voir la relation qui existe entre les différents groupements, par exemple que dix unités représentent une dizaine, et ainsi à les défaire et les coordonner afin de trouver un résultat. Finalement cette difficulté repose sur la complexité d'établir des liens entre au moins trois unités de numération différentes.

Enfin, dans une septième et dernière partie, c'est une caractéristique liée au manque de lien entre la numération et l'apprentissage des quatre opérations qui est détaillée. Représenter un nombre et calculer son deux tâches étroitement liées. Or, ce lien est peu perçu dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. La numération est perçue comme un pré-requis à l'étude du calcul d'opérations à plus de deux chiffres. Ainsi, lorsque l'enseignant estime que les connaissances en numération sont assez avancées, les élèves peuvent découvrir les opérations tout en utilisant un vocabulaire ou bien à des images de matériel ou à un matériel. Finalement, les élèves ne mobilisent pas des connaissances en termes de groupement lors de calculs opératoires. Ils rencontrent donc des difficultés à réaliser des calculs sans erreurs.

Finalement, l'enseignement de la numération peut entraîner diverses difficultés chez les élèves. Au regard des travaux cités précédemment il apparaît nécessaire de prendre certaines

dispositions dans le cadre de l'enseignement des unités de numération et des liens qu'elles entretiennent entre elles.

1.2.2. Les programmes.

Nous allons étudier les programmes du cycle 2 et plus particulièrement les attendus sur l'enseignement de la numération, de la classe de CE2, afin de d'éclairer le constat des apprenants au regard des attentes gouvernementales. Nous choisissons de porter notre recherche sur la classe de CE2 car la numération porte sur les nombres jusqu'à 9999, ce qui permet d'étudier un large panel d'échanges entre les unités de numération. Nous cherchons donc à comprendre si les difficultés des élèves peuvent trouver leurs origines dans les programmes.

Selon le Bulletin Officiel (2021), au cycle 2, la partie *Nombres et calculs* nécessite de travailler l'étude de relations internes aux nombres :

“comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+ 1, + 10, + n), etc.” (2021, p.58)

Nous nous intéresserons particulièrement aux unités de numération ainsi qu'aux échanges entre celles-ci. Plus spécifiquement dans la compétence “Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers” nous pouvons identifier divers objectifs liés aux unités de numération :

- Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques
- Utiliser des écritures en unités de numération avec :
 - unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres)
 - valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position)

En ce qui concerne les repères annuels de progression au CE2, il est mentionné que l'élève :

“connaît et utilise la relation entre unités et dizaines, entre unités et centaines, entre dizaines et centaines, entre centaines et milliers, entre unité et milliers, entre dizaines et milliers.” (2019, p.10)

Nous constatons donc l'importance de travailler avec les élèves sur les deux aspects (décimal et positionnel) de la numération, ainsi que de questionner les différents liens entre les unités de numération.

Les programmes de 2016 ont donné une place importante à la numération et rendent explicites les deux aspects : aspect positionnel et décimal. Ce sont des enjeux essentiels dès le cycle 2 avec l'apprentissage des unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) ainsi que de leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) » et « valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ». Au cycle 3, le travail se poursuit avec les grands nombres afin de permettre « d'enrichir la compréhension de notre système de numération » et « une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre)».

Finalement, l'étude des différentes unités de numération est mentionnée dans les programmes. Il est alors possible de penser que les choix didactiques sont vraisemblablement à l'origine des difficultés des élèves. De plus, nous pouvons questionner la place attribuée à cette étude dans les classes, mais également la place du langage dans cet apprentissage. Nous cherchons alors à questionner une situation de référence, mettant en lien les unités de numération qui disposent de choix didactiques visant à entériner certaines difficultés des apprenants en favorisant le langage et la verbalisation de procédures.

1.3. La secondarisation.

Après avoir défini le principe de numération ainsi que ceux qui accompagnent cette notion, nous allons désormais nous intéresser à la question du langage en mathématiques. Nous nous intéresserons au langage verbal oral dans la classe. Le langage comme le définit Rebière et Jaubert (2021) est un lieu et outil d'apprentissage. Par conséquent, nous pouvons considérer le langage comme une activité. Suite à notre constat explicite au cours de notre introduction, les choix langagiers représentent de réels enjeux dans l'apprentissage de la numération. Cependant, ce vecteur est primordial dans toute situation d'apprentissage et notamment dans les échanges entre l'enseignante et les élèves ainsi que dans les échanges entre pairs. Il est donc important de le définir dans un cadre d'institution scolaire afin d'entretenir en classe des choix langagiers pertinents au regard des apprentissages, bien que cela semble complexe. Nous entendons par langage à la fois les verbalisations orales entre le professeur des écoles et les élèves et les échanges entre pairs. De ce fait, nous nous intéressons principalement au langage qui est instantané et spontané.

1.3.1. Discours premier et discours second.

Afin d'approfondir l'étude de la manière dont le langage verbal peut outiller la construction du sens, nous allons nous appuyer sur la distinction entre discours premier et discours second issue des travaux de Bakhtine (1984).

Jaubert et Rebière (2021, p.3) définissent les missions de l'école, selon elles, elle : "a pour mission d'acculturer les élèves aux différentes disciplines, à leurs usages langagiers, à leurs mondes et à leurs savoirs." L'école a une visée pluridisciplinaire, un discours dans une discipline peut avoir un sens différent dans une autre. Comme l'expliquent les auteurs : "chaque discipline légitime ainsi des « genres de discours » qui sont inhérents à son activité." Ces genres correspondent à ce que Bakhtine (1984, p.267) appelle des « genres seconds du discours », dépendants « d'un échange culturel [...] complexe, [...] évolué ».

Finalement les différents types de discours semblent élargir le spectre de ce qui peut être compris par les élèves, c'est-à-dire qu'ils arrivent à conceptualiser la tâche qui leur est attribuée, au-delà des concepts quotidiens. Bakhtine (1984, p. 267) appelle « genres premiers », des discours oraux qui "permettent de gérer les interactions de la vie quotidienne et les premiers échanges au sein de la classe".

Nous distinguons deux genres de discours car ils permettent de comprendre où l'élève se situe dans son processus d'apprentissage. En effet, le discours premier se rapportant à des faits du quotidien place l'élève dans une posture où il se réfère à ce qu'il connaît déjà, des objets et références de son quotidien. Tandis que le discours second renvoie à des concepts scientifiques et des normes liées à un usage disciplinaire. Ainsi l'élève fait appel à des connaissances institutionnalisées. L'usage du discours second témoigne d'une compréhension de la tâche et de sa résolution de la part de l'élève. De ce fait, en analysant l'évolution des discours des élèves, cela permet notamment de comprendre le processus même de secondarisation comme constitutif du processus de conceptualisation chez l'élève.

1.3.2. Les malentendus socio-cognitifs.

Les passages entre les discours premiers et seconds peuvent engendrer des *malentendus socio-cognitifs* chez les élèves (Bautier & Rochex, 1997 ; Bautier & Rayou, 2009, 2013). Il résulte alors des inégalités d'apprentissages. Dans un premier temps, « malentendu » désigne le décalage

entre les attentes du professeur et la compréhension de l'élève. L'élève ne comprenant pas la tâche qui lui est assignée ne peut y trouver du sens et donc acquérir des connaissances pour finalement comprendre les finalités de l'enseignement qui lui sont dispensées. Les élèves peuvent percevoir l'école comme un moyen d'accumuler des connaissances sans réaliser de liens entre elles, il n'est donc pas engagé dans un "processus de secondarisation" (Bautier, Goigoux, 2004, p. 93). Finalement, les malentendus socio-cognitifs résultent de deux facteurs : une explicitation opaque des attentes des enseignants mais aussi à un héritage social des élèves.

1.3.3. Secondarisation et déplacements.

Pour qualifier ce mouvement de transformation de genres premiers de discours en genres seconds, nous parlons de secondarisation des discours, sans perdre de vue qu'il s'agit d'un processus sans cesse inachevé. Les énoncés de travail des élèves sont ainsi toujours en cours de secondarisation, porteurs de points de vue et de sens multiples.

Gobert (2014, p.65-84) explicite cette secondarisation des discours. Ce concept explique comment, autour de certaines pratiques langagières inadaptées, des malentendus peuvent être créés chez les élèves dans leurs apprentissages. Dans son article, Gobert conclut que les pratiques langagières en mathématiques sont importantes dans ce processus. En effet, elle montre le lien qu'entretient la pratique langagière et la pratique des mathématiques dans la secondarisation de la tâche. D'après Gobert (2014, p.66) :

Les fonctions langagières à l'œuvre dans le processus de secondarisation présentent plusieurs caractéristiques: circonscrire le domaine et l'objet d'étude et mettre en œuvre des usages langagiers non quotidiens, installer un rapport distancié au réel de l'action et créer un monde dans lequel le langage est objet de discours, élaborer des réinterprétations des objets de l'action dans un contexte plus scientifique et ancrer cet objet dans un monde théorique, établir une prise de conscience de la transformation de l'objet du discours et mettre en œuvre des pratiques spécifiques au champ.

En lien avec notre introduction, Gobert répond à des questions liées à nos observations. En effet, à cause de l'utilisation du "et" selon différents sens, les élèves ancrent certes, la situation dans le monde mathématique mais ne répondent pas à la demande théorique. Soit l'enseignante se place dans le domaine de la numération, c'est à dire que deux chiffres constituent l'écriture d'un nombre, soit dans le domaine de l'arithmétique, c'est à dire que deux quantités s'additionnent afin d'en former une nouvelle.

Nous définirons ainsi la secondarisation selon Bautier et Goigoux (2004) comme consistant pour les élèves à :

Exercer des activités de pensées, à réfléchir sur leur « faire », c'est à dire sur le sens qui existe derrière l'exécution de la tâche scolaire : il ne s'agit pas de faire pour faire, mais de faire pour théoriser. Il convient de sortir de la matérialité de la tâche scolaire de manière à s'interroger sur l'objet de savoir qui est prétexte aux activités de classe, à abstraire et théoriser, à se situer en position de généralisation. (p.91)

Nous pouvons ainsi parler de déplacements dans le processus de secondarisation lorsqu'un discours est sorti de son contexte et ainsi peut entraîner des malentendus. Il n'y a pas de déplacements "innocents". Nous pouvons également parler du risque qu'un élève ne parvienne pas à la secondarisation du discours premier et qu'ainsi il ne voit pas les concepts liés à un apprentissage. En contextualisant avec le principe d'unité de numération, le mot "unité" ou "dizaine" dans un discours premier renvoie-t-il à une représentation matérielle pour certains élèves ? Sans secondarisation, l'élève ne construit pas les savoirs autour des groupements d'unités de numération car celui-ci risque d'agir uniquement sur le matériel et ainsi n'est pas dans l'abstraction afin d'institutionnaliser un savoir.

Nous remarquons donc que le principe de secondarisation est primordial dans l'apprentissage de la numération. Celui-ci permettra d'éviter des malentendus liés à la tâche, comme le fait qu'une dizaine n'est pas seulement un paquet de dix car "paquet" renvoyant à une organisation spatiale mais surtout à une unité de numération. Comme énoncé auparavant, le terme de "paquet" peut aider à une représentation mais n'est associé à aucun concept mathématiques, de ce fait nous ne pouvons pas utiliser "paquet" afin de parler des différentes unités de numération. Il est important de ne pas considérer les unités de numération comme des objets. Nous pouvons donc nous questionner sur: "Comment être sûr que les élèves mettent tous en place un processus de secondarisation au cours de l'apprentissage de la numération ?". Nous supposons déjà que le langage est un moyen de vérifier le processus de secondarisation, c'est pour cela que nous nous intéressons au discours de l'enseignant mais aussi à celui de l'élève. Nous pouvons notamment observer la secondarisation en regardant l'évolution des discours. En appuyant notre travail de recherche autour de la question du langage, nous allons principalement nous intéresser aux échanges puis dans un second temps aux malentendus que ces échanges peuvent révéler au cours des échanges entre pairs, de moment de verbalisation ou encore lors d'activités de manipulations ou d'exercices d'applications. Nous nous intéressons aux échanges langagiers afin de voir s'ils

permettent de mettre en évidence la compréhension de l'apprentissage de la numération ainsi que les différents malentendus qui peuvent être révélés.

Nous nous questionnons donc sur comment favoriser le processus de secondarisation dans l'enseignement de la numération au CE2 ? Plus particulièrement, comment les élèves conceptualisent les unités de numération. Afin d'approfondir cette question, nous allons nous intéresser à une situation de référence : l'enveloppe des nombres de Fénichel et Taveau (2008).

1.4. L'étude des conversions entre les unités de numération

Nous cherchons donc à analyser une situation d'apprentissage de la numération particulière, afin d'analyser par la suite les phénomènes langagiers dans l'enseignement et l'apprentissage de ce domaine des mathématiques.

1.4.1. Enjeux et mise en place

Nous remarquons dans les classes un amalgame entre échange et conversion en mathématique. Selon le CNRTL, la conversion est : “l'action de changer une chose en une autre chose”, et l'échange : “ action ou fait de donner une chose et d'en recevoir une autre en contrepartie”. Par conséquent, l'échange ne renvoie pas une idée de transformation mais plus de commutation entre deux unités de numération dans l'attente d'une compensation.

Selon Chambris, dans *Contributions aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programme C2, C3, C4* :

Ce ne sont pas les échanges qu'il faut enseigner aux élèves, ce sont les conversions entre unités de numération. (2014, p.17)”.

Nous constatons que les termes "d'échange" et de “conversion” ne sont pas synonymes, en effet par échange nous entendons une action matérielle, où les élèves vont avoir à disposition du matériel leur permettant de réaliser des échanges entre unités de numération. Tandis que par conversion, nous entendons le fait que les élèves secondarisent la tâche en comprenant que l'acte d'échange se caractérise par le concept mathématique de convertir des unités de numération. C'est pourquoi nous rejoignons Chambris dans l'importance d'enseigner les conversions et non les échanges, il est primordial que les élèves comprennent les relations qui existent entre les unités de numération afin de pouvoir utiliser les conversions entre celles-ci.

Nous avons décidé de nous intéresser aux interactions langagières liées à la situation proposée ainsi qu'au processus de secondarisation; puis aux difficultés rencontrées dans l'étude de la numération et plus particulièrement à la question des conversions entre unités de numération. De ce fait, nous nous questionnons donc sur le choix d'une situation d'apprentissage où non seulement les unités de numération sont étudiées mais également où le concept de conversation peut être mis en exergue, de manière à enseigner la numération dans ses deux aspects : positionnel et décimal. Nous allons nous intéresser à la situation de l'enveloppe des nombres proposée par Fénichel et Taveau (2008) car elle va nous permettre d'étudier les phénomènes langagiers produits par les élèves dans un contexte lié à l'apprentissage de la numération, et plus particulièrement aux conversions entre unité de numération.

1.4.2. L'enveloppe des nombres de Fénichel et Taveau (2008)

L'enveloppe des nombres est un exercice développé dans les classes de cycle 2 et 3. Fenichel et Taveau (2008) réalisent une analyse de cette situation d'apprentissage. L'objectif est d'enseigner la notion de conversion entre les unités de numération à travers un jeu où les élèves doivent trouver le nombre représenté par des étiquettes où sont inscrites des nombres, en effectuant des conversions. Les élèves par groupe doivent rechercher une procédure afin de dénombrer les différentes étiquettes contenues, dans le but de trouver le nombre attendu.

Durant la première séance, l'objectif de l'enseignant est de faire prendre conscience aux élèves de la nécessité d'utiliser les caractéristiques de notre système de numération décimale : le groupement par dix et la règle d'échange dix contre un, afin de déterminer la valeur d'une quantité. La tâche pour les élèves est de trouver mentalement la valeur d'une quantité représentée par un grand nombre d'étiquettes sur chacune desquelles est écrit une puissance de dix (1, 10, 100, 1 000, 10 000). La consigne étant la suivante : trouver le nombre qui est dans l'enveloppe et le noter sur l'enveloppe.

La seconde séance se déroule de la même manière, cependant l'enseignante ajoute le matériel de la boîte d'échange. Cette dernière contient 5 compartiments; un compartiment sans étiquette, un compartiment contenant 4 étiquettes «10 », un compartiment contenant 4 étiquettes « 100 », un compartiment contenant 3 étiquettes « 1000 », un compartiment contenant 3 étiquettes «

10 000 ». La consigne est donc dans cette seconde séance : trouver la valeur du contenu de l’enveloppe en pratiquant des échanges.

	Compartiment vide			
4 étiquettes 10000	4 étiquettes 1000	4 étiquettes 100	4 étiquettes 10	

Figure 9 : La boîte à échange

1.4.2.1. Procédures des élèves et verbalisation de la séance 1

Nous cherchons à analyser les discours des élèves et de l’enseignante au regard des choix didactiques effectués par Fenichel et Taveau (2008). Nous allons nous intéresser au langage au cours de la séance, d’une part celui des élèves puis celui de l’enseignante au cours des différentes phases de la séance.

Tout d’abord, lors de l’introduction de la séance, l’enseignante dit: “Je vais vous demander de me dire combien il y a en tout dans l’enveloppe”, elle utilise donc une première formulation afin d’explicitier les attendus. La consigne n’indique pas le mot nombre. Dans un second temps, suite à une phase de reformulation avec les élèves, elle indique les contraintes de la tâche : “Vous devez écrire le résultat sur l’enveloppe”, de ce fait elle utilise le mot “résultat” pour traduire “combien il y a en tout”. Enfin, elle utilise le mot “résultat” régulièrement au cours de la phase de verbalisation et de mise en commun. De ce fait, les élèves l’emploient également afin de justifier leurs procédures. L’enseignante en utilisant le mot “résultat” semble renvoyer les élèves vers une tâche d’écriture du résultat. Nous émettons également le postulat que le mot “résultat” peut être associé à un calcul chez les élèves, en effet, le résultat d’une addition, d’une soustraction, dans un langage mathématiques.

De plus, nous remarquons également que l’enseignante demande aux élèves d’anticiper leurs procédures en les questionnant, puis termine par dire “vous allez compter”. Cette expression amène les élèves à utiliser le dénombrement et des calculs tels que l’addition. Durant la phase d’explication, elle réitère ses propos en disant “vous devez compter”. Elle change de verbe en utilisant le verbe “devoir” qui renvoie à un ordre que les élèves exécutent. Lors d’un rappel des contraintes concernant l’écriture du nombre, elle insiste “vous écrirez le résultat final, une fois que

vous avez fait tous les calculs dans la tête et que vous avez trouvé le résultat, le bon résultat”. Par conséquent, les élèves sont amenés à intégrer le calcul dans leurs procédures.

Finalement, il convient de penser que le discours de l’enseignante présente des entraves à l’identification de la tâche par les élèves. En effet, par l’utilisation du champ lexical des calculs, elle entraîne les élèves à penser que la procédure de résolution de l’exercice est uniquement un tâche liée à l’addition. Or, la situation telle qu’elle est présentée à priori a pour objectif de “Faire prendre conscience aux élèves de la nécessité d’utiliser les caractéristiques de notre système de numération décimale, le groupement par dix et la règle d’échange dix contre un, pour déterminer la valeur d’une quantité”.

Après avoir introduit et expliqué l’activité, les élèves, par groupe, cherchent le nombre contenu dans l’enveloppe. Les procédures des élèves sont multiples, nous pouvons en observer trois différentes.

La première procédure repose sur une organisation des étiquettes puis sur un regroupement par “paquet de 10”. Les élèves expliquent : “10 papiers avec le nombre de 10, il faut qu’il y en ai 10 comme ça fait 10, 20, 30... et après on va tout calculer avec les milles”. L’enseignante reformule les propos des élèves en introduisant le terme de “groupement de 10”. Lors de la phase de mise en commun, ces mêmes élèves verbalisent : “Y’avait les 10000, et on a mis tous les 10000 et on les a compté, puis on a fait tout les 1000 et on les a mis en 10000”. Notons également, que ces élèves commencent par dénombrer les milliers, puis les centaines, les dizaines et enfin les unités.

Plus généralement, il convient de penser que les élèves ont réalisé des conversions entre les différentes unités de numération. Néanmoins, ces derniers utilisent les mots indiqués sur les étiquettes, ce qui peut amener à penser que les élèves ont perçu les conversions mais n’ont pas réellement conscience que 1 correspond aussi une unité, 10 à une dizaine, 100 à une centaine et ne mobilisent donc pas les conversions entre unités de numération.

La seconde procédure repose sur un regroupement des étiquettes par 10, 100 et 1000. Notons que les élèves réalisent des groupements par dix étiquettes mais n’effectuent pas de conversions. Ils énumèrent chaque tas, gardent en mémoire le cardinal de la collection, puis effectuent à la toute fin une addition. Certains l’expliquent comme suit : “On avait 13 étiquettes 1, puis 27 étiquettes 10 puis 12 étiquettes 100, donc on additionne”. Afin d’expliquer la procédure, l’enseignante ajoute: “Qui a fait des groupements par 10, faire des groupements par 10 c’est -à -dire que vous avez fait des paquets de 10?”.

Au regard de cette procédure, il semble pertinent de penser que les élèves ont conscience de la nécessité de regrouper les étiquettes, sans y voir un réel sens, puisqu'ils n'effectuent pas de regroupement. Nous pouvons supposer que cette procédure est liée à la consigne qui mentionne "en tout" et de ce fait pouvant faire référence à la fois au nombre d'étiquettes dans l'enveloppe mais aussi au nombre contenu dans l'enveloppe. De plus, nous pouvons remarquer que le discours de l'enseignante peut entraîner des malentendus car elle utilise là aussi le terme "groupement de 10". Lors de la première procédure, celui-ci est utilisé afin de définir les paquets de 10 étiquettes d'une même unité de numération, or ici le sens est tout autre. L'enseignante entend dans ce cas, le regroupement de la totalité des étiquettes où est écrit le nombre 10.

La troisième et dernière procédure sur l'énumération des étiquettes sans véritable organisation. Les élèves dénombrent l'ensemble dans étiquette : "On a compté les étiquettes, 1 plus 100 ca fait 101 puis plus 10 ca fait 111 puis plus 1 ca fait 112". Ils réalisent différents calculs en ajoutant les étiquettes une à une, ce qui est une procédure fastidieuse menant à de nombreuses erreurs de calculs.

Lors de la mise en commun, l'enseignante cherche à expliquer au mieux, les procédures possibles. Elle entraîne les élèves à trouver le bon résultat et pas forcément à verbaliser la procédure : "Qu'est ce qu'on peut faire pour savoir si votre résultat est le bon ? On recompte". Finalement, tout au long de la séance, l'enseignante induit les élèves dans une tâche de calcul et non dans une tâche de conversions entre unité de numération.

1.4.2.2. Les variables didactiques de la situation

Comme explicité précédemment, la secondarisation résulte de différents facteurs. Nous allons maintenant réfléchir à d'éventuelles variables didactiques qui pourraient permettre une meilleure secondarisation de la tâche. En effet, comme l'explique Beautier ce sont des contextes d'apprentissages, qui permettent la secondarisation de la tâche par l'élève. Finalement, il s'agirait donc de variables, dans la manière d'enseigner un savoir, qui permettraient à l'élève d'acquérir des connaissances. Ces dernières sont conceptualisées par Brousseau (1982) avec le terme: "variable didactique". Elles sont définies comme :

"Un champ de problèmes peut être engendré à partir d'une situation par la modification de certaines variables qui, à leur tour, font changer les caractéristiques des stratégies de solution (coût, validité, complexité, etc.) [...] Seules les modifications qui affectent la hiérarchie des stratégies sont à

considérer variables pertinentes et parmi les variables pertinentes, celles que peut manipuler un professeur sont particulièrement intéressantes: ce sont les variables didactiques ». (p.5,1982)

Finalement, une variable didactique est une modification d'un paramètre d'une situation d'apprentissage conçue par l'enseignant et qui a une influence sur les procédures et les connaissances des élèves. Néanmoins, Brousseau relève également des limites quant aux variables didactiques en analysant leurs degrés de pertinence :

« Ces variables sont pertinentes à un âge donné dans la mesure où elles commandent des comportements différents. Ce sont des variables didactiques dans la mesure où en agissant sur elles, on pourra provoquer des adaptations et des régulations: des apprentissages » (p.5,1982)

Plus généralement, une variable didactique doit être pensée en amont, discutée, et préparée de manière à permettre aux élèves de mettre en place des procédures différentes, afin d'acquérir de nouvelles connaissances et donc de secondariser les tâches qui leurs sont proposées.

Au regard des travaux de Fénichel et Taveau (2008), il semble primordial de questionner les potentialités qui s'offrent aux enseignants afin d'enseigner le concept d'unité de numération et les conversions possibles entre elles. À propos de la situation de l'enveloppe des nombres, Chambris (2014), développe un ensemble de possibilités en lien avec la numération au regard de la situation d'apprentissage citée précédemment. Tout d'abord, selon elle:

“La situation de l'enveloppe des nombres a visiblement un « bon » potentiel pour l'apprentissage des conversions mais elle doit être adaptée pour cela. (p.19, 2014)

Elle relève la modification nécessaire des étiquettes chiffrées par des étiquettes en unités. Selon elle, les élèves seraient plus facilement dans la secondarisation en évoquant les liens entre l'écriture chiffrée et la notion d'unité de numération. Par ailleurs, elle préconise également l'utilisation de trombones en remplacement de la boîte à échange afin que les élèves puissent organiser des collections et donc expliciter au mieux les liens entre les différentes unités de numération.

Nous résumons dans le tableau ci-dessous les variables didactiques de la situation, les valeurs choisies et l'influence sur les procédures observées dans la séance telle qu'elle est mise en œuvre dans la ressource.

<u>Variables</u>	<u>Valeurs</u>	<u>Procédures et connaissances</u>
Nombre présent dans l'enveloppe	- Nombre dont l'oralité comporte des irrégularités.	Nécessite une maîtrise du passage entre l'oralisation et l'écriture d'un nombre.

Unités de numérations présentes dans le nombre	<ul style="list-style-type: none"> - Nombre comportant des conversions différentes (jusqu'aux milliers). 	Nécessite de connaître les conversions entre plusieurs unités de numération.
Nombre d'étiquette de chaque unité de numération.	<ul style="list-style-type: none"> - Des étiquettes permettant de réaliser un seul type de conversion. Par exemple: 10 unités se convertissent en 1 dizaine. - Des étiquettes permettant de réaliser plusieurs types de conversions. Par exemple: 10 unités correspondent à 1 dizaine, mais 100 unités correspondent à 1 centaine. - Des étiquettes permettant des conversions en cascade. Par exemple : 10 unités et 9 dizaines correspondent à une centaine. 	Nécessite une organisation préalable des étiquettes et donc une connaissance de l'aspect positionnel de la numération. Permet de travailler différents types de conversions.
Contenu écrit sur les étiquettes.	<ul style="list-style-type: none"> - Unités de numération : unité, dizaine, centaine. - Nombres : 1, 10, 100 	Permet une verbalisation des procédures avec un vocabulaire précis.
Taille des étiquettes	<ul style="list-style-type: none"> - Chaque taille d'étiquette correspond à une unité de numération. - Toutes les étiquettes sont de la même taille. 	Permet de comprendre la notion de conversion et d'égalité.
Boîte à échange	<ul style="list-style-type: none"> - Présence d'une boîte à échange. - Pas de boîte à échange. 	Mobilise davantage les verbalisations et donne du sens à la manipulation.
Groupes d'élèves	<ul style="list-style-type: none"> - Binôme. - Groupe de quatre élèves. 	Permet davantage d'échanges et de justifications de choix. Le savoir se construit par les justifications, entre pairs et avec l'enseignant.
Rôle du professeur des écoles	<ul style="list-style-type: none"> - Régule les échanges entre pairs, questionne les élèves sur le sens de leurs réponses. - Effectue un sur étayage. 	Ne donne pas la solution. Permet aux élèves de questionner leurs procédures et de justifier leurs choix.

Figure 10. Variables didactiques de la situation (Fenichel et Taveau, 2008) identifiées.

1.5 Hypothèses et questions de recherche.

Nous avons défini les notions qui nous semblent essentielles afin d'apporter des réponses à nos premières questions, suite au constat réalisé sur les difficultés des élèves dans l'apprentissage de la numération. Ainsi, nous nous posons la question suivante : *Quelles seraient des variables didactiques qui favorisent les phénomènes langagiers liés aux processus de secondarisation dans la situation de l'enveloppe des nombres (Fénichel et Taveau, 2008) : unité de numération, conversion, relation ?*

Nous pouvons donc formuler différentes hypothèses :

- **Hypothèse 1** : Tout d'abord, compte tenu de la définition du concept d'unité de numération, nous pensons que la polysémie du mot "unité" représente un réel obstacle à l'apprentissage de la numération. Le mot "unité" est au cœur de cet apprentissage et les différents sens de celui-ci doivent être compris et maîtrisés par les élèves afin d'éviter tout malentendu. De plus, le sens du concept des unités de numération semble plus facilement compréhensible lorsque la vulgarisation n'est pas trop poussée. Il s'agit donc de trouver le juste milieu.

Alors, premièrement, nous émettons l'hypothèse que le choix d'un matériel (étiquettes) où il est écrit les termes des unités de numération (unité, dizaine, centaine) permet de favoriser des formulations en appui sur les unités de numération et donc permettant le processus de secondarisation.

- **Hypothèse 2** : Nous pensons que le matériel de manipulation peut être un obstacle dans le processus de secondarisation et de compréhension en numération. En effet, nous pensons qu'un élève se référant uniquement au matériel ne développe pas les compétences et connaissances nécessaires dans l'apprentissage de la numération. L'élève ayant pour appui le matériel, et donc uniquement une représentation visuelle à partir des manipulations reste dans un discours premier ce qui ne permet pas d'acquérir des savoirs normés et donc de secondariser son discours. Nous pouvons donc nous demander dans quelle mesure la manipulation en numération est un appui dans l'institutionnalisation des différents aspects explicités auparavant. Nous faisons donc l'hypothèse que le fait de repousser le passage à l'écriture permettrait de favoriser la verbalisation. Finalement il revient à questionner les choix didactiques pour l'enseignement de la numération et notamment sur le matériel.

C'est pour cela que nous émettons l'hypothèse qu'en repoussant l'écriture,

c'est-à-dire en autorisant la transcription écrite du nombre, à la fin de la recherche et en une seule tentative, cela permet de favoriser la manipulation et la verbalisation entre les élèves.

- **Hypothèse 3** : Le travail autour des différents aspects de la numération : positionnel et décimal est trop peu étudié de manière conjointe à l'école. En constatant les difficultés des élèves à faire concorder les deux aspects au sein d'une même tâche, nous avançons le fait qu'il est difficile pour les élèves de mobiliser simultanément la décimalité et la positionnalité. Nous pouvons questionner le type de tâche à utiliser de la part de l'enseignant afin de développer ces notions chez les élèves lors de la phase de mise en commun et de l'activité de recherche.

Alors, nous émettons l'hypothèse qu'en utilisant des étiquettes nommant les unités de numération et qu'en ayant la nécessité d'effectuer des groupements et d'organiser la collection en fonction du système positionnel, les élèves mobilisent des connaissances conjointes au sujet du système de numération.

2. Cadrage méthodologique

Afin de questionner la place du langage et de la manipulation dans l'apprentissage de la numération, et plus particulièrement dans les conversions entre les unités de numération, nous allons proposer une situation d'apprentissage permettant de valider ou d'invalider nos hypothèses. Alors, nous mettrons en place une méthodologie qualitative.

Nous proposons de nous inspirer de la situation d'apprentissage "L'enveloppe des nombres" mise en œuvre par Fénichel et Taveau (2008).

2.1. Modifications apportées à la situation de référence

Suite à la description des séances menées par Fénichel et Taveau, nous nous interrogeons sur certains choix pédagogiques.

2.1.1. Le choix du matériel : étiquettes et boîte à échange

Comme nous avons pu le constater dans la vidéo de Fénichel et Taveau (2008), les élèves verbalisent leurs procédures avec les expressions suivantes "tas de mille" et "tas de dix" ce qui démontre que la situation telle qu'elle est proposée ne met pas en évidence les unités de numération

et les conversions qui en découlent. Nous pouvons faire l'hypothèse, au regard des travaux de Chambris (2014), qu'ici le matériel empiète sur la compréhension même du concept d'unité de numération. Nous pouvons également faire l'hypothèse que de discours réfère à un genre premier qui va se transformer en genre second au fur et à mesure des reformulations réalisées dans la classe, ce qui référerait à un processus de secondarisation de la tâche.

Nous faisons le choix de modifier le matériel de manipulation, en utilisant des étiquettes où sont écrites les différentes unités de numération, à savoir : 1 unité, 1 dizaine, 1 centaine. Ce choix est réalisé en lien avec nos objectifs, nous souhaitons analyser les activités langagières autour des termes liés aux unités de numération. Les élèves seront alors amenés à utiliser les liens qu'entretiennent les chiffres et leurs positions dans l'écriture des nombres. Par exemple, dans le nombre 1289, 8 est le chiffre des dizaines mais représente aussi 8 étiquettes "dizaine". Les unités de numération permettent de mettre en évidence les conversions. Du point de vue du langage, les élèves seront également amenés à utiliser un discours second. C'est-à-dire que l'évolution des discours des élèves sera en lien avec la conceptualisation des savoirs que l'on vise.

Nous décidons également de ne pas proposer de plateau d'échange. L'objectif étant que les élèves réalisent des conversions entre unités de numération sans pour autant avoir recours à un matériel annexe. Nous attendons d'eux une organisation spatiale permettant de répondre à la situation proposée sans l'aide d'une aide extérieure. Cette disposition permettra de rendre compte des conversions réalisées par les élèves. De ce fait, la contrainte liée aux "échanges" n'apparaît plus au sein de notre situation d'apprentissage. De plus, ce choix permettra également aux élèves de mobiliser des connaissances sur le système positionnel de la numération puisque la collection doit être organisée de manière à faciliter les échanges et la "lecture" du nombre.

2.1.2. Le choix des unités de numération

Nous faisons le choix de mettre trois étiquettes différentes dans notre situation d'apprentissage; comme mentionné auparavant : une unité, une dizaine, une centaine. Cette variable didactique permet trois types de conversions entre unités de numération : dix unités représentent une dizaine, dix dizaines représentent une centaine et cent unités représentent une centaine. Cette multitude de correspondances permettra de mettre en exergue les éventuelles difficultés des élèves à identifier les différentes conversions possibles entre les différentes unités de numération.

2.1.3. Le langage utilisé

Lors de la mise en place de notre séance nous attendons que l'enseignant exploite uniquement le terme de conversion afin de justifier les procédures des élèves. Il semble primordial d'utiliser ce mot, afin de permettre aux élèves de secondariser et comprendre la tâche qui leur est assignée : c'est-à-dire, par exemple, convertir 10 unités en une dizaine.

2.2. Analyse à priori de la situation d'apprentissage.

2.2.1. Présentation de la classe

Tout d'abord, nous allons dresser une rapide présentation de la classe où va se dérouler notre séance d'apprentissage. Nous allons mettre en œuvre cette situation d'apprentissage au sein d'une classe de CE2, située en réseau d'éducation prioritaire. Elle est composée de 14 élèves. La classe a déjà de solides capacités de travail en groupe puisqu'ils réalisent régulièrement des travaux avec ce dispositif. Il existe des écarts de niveaux conséquents entre les élèves. Nous faisons le choix de créer des groupes hétérogènes de manière à ce que du tutorat soit réalisé et pour favoriser les verbalisations entre élèves. La séance se déroule en fin de troisième période.

Nous choisissons la classe de CE2 car davantage d'unités de numération entrent en jeu dans les conversions contrairement à une classe de CP où les élèves rencontrent les nombres uniquement jusqu'à 100. En CE1, les élèves sont amenés à réaliser des conversions avec des nombres jusqu'à 999 dans l'apprentissage de la numération, tandis qu'en CE2 les élèves sont amenés à travailler avec les nombres jusqu'à 9999, ce qui permet les conversions des centaines en unité de mille. L'apprentissage de la numération étant complexe, nous choisissons la classe de CE2 en émettant l'hypothèse que les élèves aient déjà eu recours à des activités de conversions au cours de l'année ou des années précédentes. Finalement, la classe retenue avait déjà travaillé cette notion auparavant grâce à des cubes en base 10, ainsi qu'en passant par l'écrit en utilisant leur fichier de mathématiques : Cap Maths - Hatier.

2.2.2 Préparation et mise en place

Nous allons maintenant aborder la préparation matérielle ainsi que nos choix de mise en place. Pour notre séance, nous prenons la décision de proposer des étiquettes cartonnées et relativement grandes aux élèves, afin d'éviter au maximum des pertes. De plus, nous attribuons une couleur de papier différente à chaque groupe. En cas d'égarement ou d'échange, les élèves pourront plus facilement retrouver le propriétaire des étiquettes tombées au sol.

Lors de la mise en activité, l'enseignante veillera au bon respect des consignes. Pour cela, elle passera dans chaque groupe vérifier que la tâche est comprise par tous et au besoin demandera à un élève de reformuler les attentes. Il semble primordial de respecter les contraintes données au début de la séance : les élèves ne doivent utiliser un outil scripteur uniquement pour écrire le nombre attendu. Pour ce faire, l'enseignante demandera aux élèves de ranger toutes les trousse, et de n'avoir sur la table que l'enveloppe des nombres.

Un rappel des consignes du travail en groupe sera fait au début de la séance. En effet, il semble important de favoriser l'écoute, le temps de parole et le respect des idées de chacun lors de la mise en place de cette séance. Pour cela, l'enseignante veillera à ce que chaque élève puisse disposer d'un temps afin d'exposer ses idées. De plus, afin de favoriser le développement des arguments entre les pairs, l'enseignant questionnera les choix des procédures des différents groupes et demandera aux élèves, avant de pouvoir écrire le nombre trouvé que chaque élève du groupe verbalise la procédure : tri, groupement et conversion.

Enfin, afin d'éviter tout malentendu, le vocabulaire de l'enseignante sera précis et en lien avec les mathématiques. Il semble primordial d'éviter des amalgames en voulant vulgariser à l'extrême certains savoir. Par ailleurs, les malentendus liés à l'apprentissage de la numération ne sont pas seulement liés à l'usage du vocabulaire associé. En effet, ils peuvent résulter d'une mauvaise ou absence de secondarisation de la tâche.

L'enseignant veillera également à ne pas donner la solution de la procédure experte, pour cela elle n'en invalidera aucune. Elle questionnera seulement les élèves sur le sens de leur raisonnement.

2.2.3 Procédures attendues

Afin d'amorcer une analyse à priori de notre séance, nous allons évoquer différentes procédures afin de répondre à la consigne soit : "Trouver le nombre contenu dans l'enveloppe". Le nombre proposé dans l'enveloppe est : 1898. Afin de le trouver, les élèves disposent dans l'enveloppe de 28 étiquettes "unités", 17 "dizaines" et 17 "centaines".

La première procédure pensée est la suivante. Tout d'abord, les élèves effectuent un tri des étiquettes. Puis réalisent des groupements de 10 étiquettes de la même unité de numération, en verbalisant que ce "tas" correspond à l'unité supérieure. Ils réalisent des conversions du type : dix unités représentent une dizaine, dix dizaines représentent une centaine. Ils placent ce groupement avec l'unité supérieure. L'organisation spatiale permet de visualiser le nombre attendu selon le système de numération positionnelle : les groupements "unités" sont placés dans une deuxième colonne située à sa gauche, correspondant aux dizaines. Les élèves pourront écrire le nombre en dénombrant, 1 millier, 8 centaines, 9 dizaines et 8 unités. De ce fait, ils mobilisent la numération de position dans l'écriture du nombre.

Durant la phase de verbalisation les élèves seront capables de justifier leurs conversions en utilisant les concepts mathématiques attendus : unité de numération (unité, dizaine, centaine) et conversion.

La seconde procédure réfléchie repose sur les caractéristiques de la première. Les élèves effectuent un tri, réalisent des groupements de 10 puis utilisent les conversions pour trouver le nombre attendu. Par exemple, ils réalisent des groupements de dix unités et le considèrent ensuite comme une dizaine. Cependant, pour cela, ils dénombrent en comptant de 10 en 10 ou de 100 en 100, puis s'arrêtent lorsque l'unité de numération supérieure est atteinte. Afin de trouver le nombre attendu, ils comptent les centaines de 100 en 100, les dizaines de 10 en 10 et les unités de 1 en 1. Ils ne résonnent donc pas réellement en unité de numération mais utilisent le comptage et la conversion afin de trouver le nombre attendu.

La troisième procédure imaginée repose sur un tri puis un dénombrement des étiquettes de chaque unité de numération sans réussir à utiliser la conversion de manière pérenne. Les élèves classent les étiquettes suivant le mot inscrit dessus, puis dénombre chaque "paquet" en mémorisant

le cardinal de chaque collection, puis en les ajoutant. Ils classent toutes les étiquettes “unité” ensemble, puis toutes les étiquettes “dizaine” ensemble, toutes les étiquettes “centaine” ensemble. Puis ils dénombrent chacune d’entre elles: “28 unités, 17 dizaines et 18 centaines, c’est égal à 1898”. La procédure étant fastidieuse, les erreurs de calcul peuvent être présentes et la notion de groupement et de conversion n’apparaît pas expressément dans la procédure. Les élèves rencontrent des difficultés à trouver le nombre car ils ne résonnent pas en termes d’unité de numération.

Enfin, la quatrième et dernière procédure présumée repose sur l’énumération de chaque étiquette une à une, sans pour autant les organiser, ni même raisonner en termes d’unité de numération.

2.2.4. Mise en commun

À la suite de la phase de recherche, nous pensons à présent à celle de la mise en commun. Elle se déroulera après la phase réalisée en groupes. Nous allons demander à tous les groupes de venir au tableau afin d’expliquer une partie de leur démarche aux autres élèves de la classe: un premier groupe se chargera du tri, un second des groupements de 10, un troisième des conversions et un dernier de l’écriture du nombre contenu. Chaque groupe sera amené à reproduire une partie de sa procédure tout en verbalisant sa démarche. Les étiquettes seront les mêmes que celles proposées durant la phase de manipulation. Ce matériel permet aux élèves de voir la manipulation tout en écoutant le discours associé. Il sera donc important de préciser au reste de la classe la consigne suivante : “Vous devez écouter et regarder ce que vos camarades vont vous présenter, après, vous pourrez leur poser des questions, puis expliquez les ressemblances et les différences avec ce que vous avez fait”. C’est à ce moment-là qu’il sera intéressant d’étudier le langage utilisé en le comparant à celui exploité lors du temps de recherche en groupe.

Suite à la présentation, nous laisserons un temps d’échange aux élèves afin qu’ils s’expriment sur les points communs et différences observées mais aussi sur ce qui leur semble pertinent ou non et qui pourrait être amélioré. Ce temps d’échange permet une autre verbalisation sur la situation. Ce temps sera supervisé par l’enseignante, ce qui nous permettra de guider les élèves dans l’utilisation du discours second attendu.

Enfin, une phase de synthèse sera réalisée à propos de l’activité proposée auparavant, permettant de faire un point sur ce qui a été fait, sur ce que nous avons appris et ce qu’il semble nécessaire de retenir. Il est important pendant ce temps mené par l’enseignante, d’utiliser les termes

suivants : unités, dizaines, centaines, conversions, tout en explicitant une démarche correcte qui permet de répondre à la situation proposée aux élèves, à laquelle ils pourront se référer.

2.2.5. Recueil de données

Afin de recueillir les données lors de la mise en place de notre séance, nous souhaitons filmer chaque groupe lors de l'activité de recherche afin de comprendre et analyser les gestes et le langage utilisé entre les élèves afin de justifier leurs choix. Ainsi ces enregistrements témoigneront des divers arguments et stratégies mis en œuvre par les élèves au sein d'un groupe. De plus, ils nous permettront de comparer ce qui ne pourrait ne pas être retranscrit lors de la phase de mise en commun.

Dans un second temps, nous enregistrerons et filmerons également la phase de mise en commun. L'objectif pour les élèves est d'être capable d'expliquer à l'enseignante et au reste de classe la procédure utilisée ainsi que le résultat obtenu. Ils pourront alors faire part au reste du groupe d'éventuels désaccords qu'ils ont rencontrés au cours de la phase de recherche.

En faisant le choix d'enregistrer deux moments distincts, nous pensons que les discours pourront varier. Il semble intéressant d'analyser les différences de ce dernier entre les deux situations. Nous questionnons l'usage d'un langage entre élèves et puis d'un autre auprès du professeur des écoles.

2.2.6. Critères d'analyse

Afin de valider ou invalider nos hypothèses, nous analyserons les procédures des élèves au regard des choix méthodologiques explicités précédemment. Vous trouverez en annexe 2, 3 et 4 les grilles d'analyses complétées.

Hypothèse 1			
	Groupe 1 : Élève Co.	Groupe 2 : Élève Ch.	Groupe 3 : Groupe No.
Les élèves identifient la différence entre unités de numération et unité.			

Les élèves utilisent les noms de différentes unités de numération : unité, dizaine, centaine.			
Le matériel permet aux élèves d'utiliser le vocabulaire attendu.			
Les élèves réalisent des groupements de 10 pour trouver le nombre.			

Figure 11. *Critères d'analyse hypothèse 1.*

Hypothèse 2			
	Groupe 1 : Élève Co.	Groupe 2 : Élève Ch.	Groupe 3 : Groupe No.
Les élèves verbalisent leurs actions.			
Les élèves sont capables d'expliquer aux autres membres du groupe leur procédure.			
Les élèves utilisent des termes mathématiques en comprenant le sens.			

Figure 12. *Critères d'analyse hypothèse 2.*

Hypothèse 3			
	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Les conversions sont identifiées par tous les élèves du groupe.			

Les élèves mobilisent les relations entre unités de numération.			
Les élèves organisent la collection en respectant l'ordre positionnel de la numération.			

Figure 13. *Critères d'analyse hypothèse 3*

2.3. Analyse a posteriori de la situation d'apprentissage

2.3.1. Analyse générale a posteriori de la séance.

Après avoir mené la séance, nous pouvons désormais analyser ce qu'il s'est passé au cours de celle-ci. De manière générale, les élèves étaient investis dans la tâche demandée, ils ont réussi à travailler en groupe et à coopérer dans un but commun. Tous les groupes n'ont pas tous trouvé le nombre contenu dans l'enveloppe mais ont mis en place diverses procédures pour y parvenir.

Lors de l'activité, les élèves ont présenté des facilités dans certaines sous-tâches. Tout d'abord nous relevons une richesse dans les discours ainsi qu'une grande attention à ce que tous les membres du groupe prennent part à la manipulation et à la verbalisation.

D'un point de vue mathématique, l'ensemble des élèves a identifié le tri comme première manière de trouver le nombre contenu dans l'enveloppe. Lors des échanges avec l'enseignant nous remarquons une certaine aisance à utiliser un vocabulaire mathématique : unité, dizaine, centaine. Les élèves étant habitués à réaliser des tâches où il faut trouver un nombre mystère ont directement mis en place des procédures afin de le trouver. Nous observons que deux groupes sur quatre réalisent des groupements de dix afin d'effectuer des conversions et sont capables de justifier leurs procédures. Notons également que certains élèves ont fait référence au matériel utilisé par l'enseignante titulaire de la classe, afin de verbaliser des conversions et des connaissances liées aux unités de numération.

Néanmoins, ces dernières ont illustré diverses difficultés liées à une faible connaissance de certains concepts mathématiques. En effet, nous remarquons divers manquements. Tout d'abord les élèves de manière générale utilisent la conversion pour réaliser un dénombrement (1 unité = 1). De plus, deux groupes n'établissent pas de sens derrière les groupements de dix étiquettes, et donc ne mobilisent pas des connaissances sur l'aspect décimal. La difficulté d'un de ces groupes résidait en particulier sur un élève allophone ayant compris le principe des groupements de dix mais ne sachant pas l'expliquer à ses camarades. Dans ce cas là, c'est l'observation de ses gestes qui nous a permis de témoigner de sa compréhension des conversions entre unité de numération.

Par ailleurs, les connaissances sur l'aspect positionnel de la numération montre également des limites. En effet, seulement un seul groupe a organisé la collection en respectant la position des chiffres dans l'écriture d'un nombre. Nombreux sont ceux qui proposent une collection complètement désorganisée, rendant les conversions entre unité de numération périlleuse.

D'un point de vue du langage, malgré nos choix, les élèves ont présenté des manquements à propos de l'utilisation d'un vocabulaire lié aux unités de numération. Par ailleurs, nous remarquons en présence de l'enseignant une utilisation de ces termes plus importante.

Il semble alors intéressant d'analyser les procédures des groupes au regard du langage et de la secondarisation.

2.3.2. Analyse de la phase de recherche

Premièrement nous allons analyser les procédures de chaque groupe au cours de la phase de recherche. Nous développerons et analyserons leurs procédures d'un point de vue pédagogique et didactique.

2.3.2.1. Groupe 1

Le groupe 1 est constitué de deux élèves ayant des facilités en mathématiques et deux autres ayant plus de difficultés. Ce groupe a rencontré beaucoup d'obstacles pour réaliser la tâche demandée. Nous allons donc relever des éléments prépondérants des procédures de ce groupe.

Dans un premier temps, les élèves réalisent le tri de toutes les étiquettes. Ils les répartissent devant eux sous la forme de tas. Chaque élève choisit une unité de numération. En verbalisant cela, ils utilisent bien les termes liés aux unités de numération. Néanmoins comme nous pouvons le voir, les élèves mobilisent des connaissances sur l'aspect positionnel de la numération sans pour autant l'expliquer verbalement. En effet, l'élève du fond a les étiquettes unités, celui au fond à gauche, les dizaines et l'élève de gauche les centaines. (Annexe 6)



Figure 14. *Tri du groupe 1*

Une élève décide de débiter une énumération des étiquettes “centaines”. Elle dénombre alors de 100 en 100. Néanmoins, elle effectue une erreur de comptage car en arrivant à 1000 cette dernière commence à compter le 1000 en 1000. Finalement grâce à l'aide de l'enseignante, cette élève arrive à énumérer sans se tromper la collection de centaine, c'est à dire 1700. Néanmoins, lors de l'annonce du cardinal à ses camarades, un d'eux la contredit en lui expliquant que des centaines ne peuvent pas être des milliers. Cette remarque illustre une incompréhension dans les conversions entre les différentes unités de numération.

À la suite de ce comptage, les autres élèves réalisent la même procédure en dénombrant en termes de puissance de 10. Nous remarquons que pour dénombrer les élèves passent par la conversion et non par l'utilisation des unités de numération. Nous remarquons également qu'avec l'enseignante les élèves mobilisent des connaissances et un vocabulaire lié aux unités, dizaines, centaines. Or entre eux, ils utilisent très peu ces mots-là mais davantage : un, dix, cent, mille.

Finalement, afin de trouver le nombre, les élèves effectuent un calcul mental, ce qui rend l'opération fastidieuse. Seulement deux élèves le réalisent, et les autres restent stoïques face à la situation. L'enseignante n'accepte pas la réponse car tous les membres du groupe ne sont pas capables d'expliquer la procédure.

À trois reprises elle invite insidieusement les élèves à réaliser des groupements d'étiquettes. Néanmoins, ils n'y trouvent que peu de sens. Une élève commence par faire des groupements de cinq étiquettes, simplement pour une facilité de dénombrement. Les autres élèves suivent cette procédure. Selon leur propos, ils organisent les étiquettes en éventail pour que l'enseignante voit plus facilement le nombre. À cette étape de leur procédure les élèves n'assimilent les groupements qu'à un moyen de "plaire" à l'enseignant comme le montre le verbatim.



Figure 15. *Les groupements en éventail du groupe 1.*

Finalement malgré l'aide de l'enseignante, les élèves n'identifient pas le sens derrière les groupements de dix étiquettes. Ils ne conçoivent pas les groupements comme un moyen de faire le lien avec l'écriture du nombre. Ce n'est qu'à la fin du temps de recherche que l'enseignante leur propose une nouvelle fois de l'aide et impose le groupement de 10 en expliquant les conversions qui en résultent. Ils verbalisent alors les différentes conversions entre unités de numération.

Finalement les élèves ne parviennent pas à trouver le nombre attendu en faisant des groupements et des conversions.

2.3.2.2 Groupe 2

Nous allons désormais nous intéresser au second groupe composé de 4 élèves, appelés A, N, C et E. Ce groupe hétérogène est composé de deux élèves ayant des facilités en mathématiques dont un élève allophone et deux élèves présentant des difficultés. Ce groupe a rencontré des désagréments à travailler conjointement.

Premièrement, les élèves se sont lancés dans une procédure débutant par un tri. Ils ont regroupé les étiquettes par unité de numération. Ils les ont organisés en colonnes : une pour les dizaines, une pour les unités et une pour les centaines.

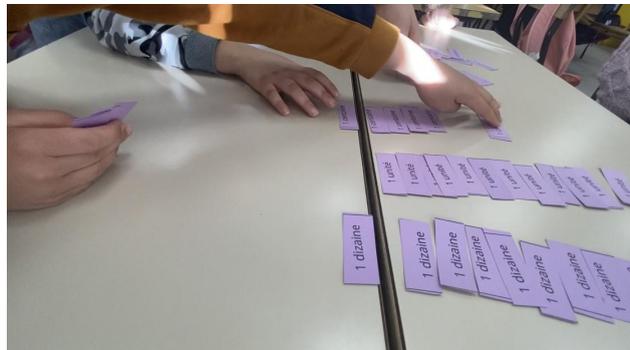


Figure 16. *Tri des unités de numération en colonnes.*

L'enseignante questionne les élèves sur leur organisation. A ce moment-là, ils mobilisent des connaissances sur la numération, liée à leur matériel usuel (cubes unités, barres dizaines et cubes centaines). Ils mettent ainsi la représentation matérielle au service des concepts mathématiques afin de résoudre la tâche demandée.

Afin de trouver le nombre, les élèves ont mis en place deux procédures en parallèle. Premièrement, le comptage de 100 en 100, qui témoigne de la connaissance suivante : “une centaine c’est aussi 100”. Néanmoins, une des élèves utilise aussi un dénombrement des étiquettes en indiquant le nombre de centaine qu’elle possède et fait de même pour les unités et les dizaines. En suivant cette seconde procédure, les élèves ont trouvé que l’enveloppe contient 17 centaines, 28 unités et 17 dizaines. Ce résultat est la conséquence d’une organisation spatiale n’ayant pas de lien avec la numération positionnelle.

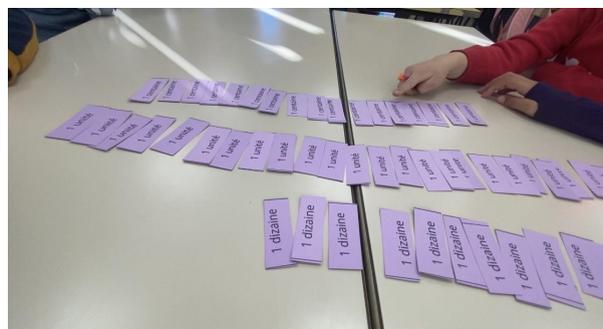


Figure 17. *Le dénombrement des centaines.*

2.3.2.3 Groupe 3

Nous nous intéressons maintenant au troisième groupe composé de 3 élèves, nommés F, L et N. Les élèves possèdent des connaissances en mathématiques qui leur ont permis d'avancer et de trouver le nombre contenu dans l'enveloppe. Les élèves ont collaboré et les discussions étaient riches lors de désaccords.

Les élèves se sont lancés directement dans une procédure mettant en œuvre un tri. Ils ont organisé les étiquettes spatialement sur les tables: sur une table les unités, sur une autre les dizaines et enfin sur la dernière les centaines. Une seule élève du groupe organise ses étiquettes en colonne. Les autres sont conservées en "tas".



Figure 18. *Tri des unités de numération.*

Les élèves poursuivent en dénombrant les étiquettes en suivant deux procédures distinctes. La première se base sur le dénombrement des centaines, des dizaines et des unités. La seconde repose sur un comptage de 10 en 10 puis de 100 en 100. Alors, conjointement ils obtiennent le résultat suivant : le nombre 1700 et 17 centaines. Pour eux, ils ne trouvent pas les mêmes résultats, ils ne font pas le lien entre 17 centaines et 1700. Nous pouvons penser qu'ils ne prennent pas en compte l'aspect décimal de la numération.



Figure 20. *Dénombrement des centaines par énumération et comptage de 100 en 100.*

De plus, nous remarquons qu'un élève énumère les étiquettes de 100 en 100, et une fois qu'il indique le mot nombre mille, continue sa procédure à énoncer la suite numérique de centaine de millier en centaine de milliers. Nous faisons l'hypothèse que cet élève se met à compter ainsi car sur les étiquettes il est écrit "centaine" et prononce le mot "mille", il joint ainsi les deux mots sans lien de sens.

Pour continuer la procédure, l'enseignante intervient et demande ce qui a été fait. Elle induit le terme de "centaine" et insiste sur 10 centaines. Les élèves réalisent alors des groupements de 10 étiquettes. Cette procédure témoigne de connaissances liées à la numération en termes de groupements et de conversions.



Figure 21. *Réalisation des groupements de 10 entre unité de numération.*

Les élèves semblent bloqués après avoir réalisé des groupements de 10, l'enseignante les questionne. Ils réalisent des conversions : font des groupements et déplacent spécialement ces derniers vers l'unité supérieure.



Figure 22. *Organisation spatiale permettant de trouver le nombre.*

Les élèves ayant organisé spatialement les étiquettes, ils possèdent davantage de facilité à trouver le nombre sans pour autant mettre en place une procédure de comptage fastidieuse. Ils dénombrent le nombre de millier, un, puis le nombre de centaines, huit, le nombre de dizaines, neuf, et le nombre d'unités, huit.

2.3.3. Analyse des phénomènes langagiers liés au processus de secondarisation

Nous choisissons d'analyser les phénomènes langagiers permettant ou non, le processus de secondarisation. À la manière de Gobert, S. (2014) nous allons dresser une analyse des contextes interprétatifs des élèves de manière à considérer au plus près la secondarisation au regard du langage de l'enseignant et de l'élève. Pour cela, nous faisons le choix d'examiner seulement deux groupes d'élèves, le groupe 1 ayant rencontré des difficultés pour réaliser la tâche et le groupe 3 possédant davantage de facilités. Dans les corpus suivants, cinq objets de discours sont repérables : réaliser un tri par unités de numération, réaliser des groupements de dix, réaliser des conversions entre unité de numération (verbalement), réaliser des conversions entre unité de numération (spatialement) et trouver le nombre dans l'enveloppe. Voici un tableau de répartition des élèves et du professeur en fonction des contextes interprétatifs repérés dans les échanges langagiers au regard de l'interprétation en termes d'unité de numération.

Contextes interprétatifs	Élèves	Professeur
<i>Réaliser un tri par type d'étiquettes.</i>	G1 : 1 A : “On va trier comme ça, on compte tout. On va trier les centaines.” 10 B : “On a trié les unités, dizaines, centaines. Après on les a compté.”	13 Pe : “Vous les avez mises ensemble et vous les avez comptées chacune séparément. D'accord. Alors qu'est ce que ça donne ?”
	G3 : 1.F : “Venez on met toutes les centaines avec les centaines.” 2. L : “Tout le monde met les unités là, <i>montre un coin de la table</i> , les dizaines là <i>montre un autre coin de la table</i> et les centaines là <i>montre un autre coin.</i> ” 21.L : “les unités, les centaines et les dizaines.”	x 20.Pe : “Qu'est ce qu'on a mis ensemble ?”
<i>Réaliser des groupements de dix</i>	G1: 54A : “Moi j'ai un paquet de 10 et un paquet de 7.” 55B : “Mais pourquoi tu fais un paquet de 7 ?” 56A : “Parce qu'au moins il y a un trombone.” 57C : “Pourquoi là j'en ai que deux ?”	61 Pe : Vous avez fait des paquets de 2, de 5, de 10. Mais vous ne savez pas pourquoi vous avez fait ces paquets. Je suis d'accord, on fait des paquets. Mais est ce qu'on fait des paquets de 10 de 5 , de 2 ou de 3 ?
	G3 : 30. N : “3 centaines, 4 centaines, 5 centaines, 6 centaines, 7 centaines, 8 centaines, 9 centaines, 10 centaines. <i>N fait une pause.</i> ” 36.F : “On peut faire un paquet de 10.” 38.N : Parce qu'on a 10 centaines et ça fait 1 millier. 40.F : “ <i>Fais le paquet de 10 centaines et met un trombone.</i> Il m'en reste 7. Il me reste 7 centaines.”	29.Pe : “Alors j'ai une centaine, puis deux centaines. N tu continues.” 31.Pe : “Ah 10 centaines.” 37.Pe : “Pourquoi on peut faire un paquet de 10 ?” 39. Pe : “Je fais un paquet de 10 centaines et ça me fait 1 millier. Je vous laisse continuer seuls.”

	<p>41.N : “Moi 180. Du coup 2, 4, 6, 8, 10. <i>Il met un trombone.</i>”</p> <p>42.F : “J’ai trouvé, moi je fais un paquet de 10 <i>montre les centaines</i>, toi tu fais un paquet de 10 <i>montre les dizaines</i> et toi tu fais un paquet de 10 <i>montre les unités.</i>”</p> <p>43.L : “<i>Compte de 10 en 10. Fais un premier paquet. Compte de 10 en 10 fais un deuxième paquet de 10.</i>”</p>	
<p><i>Réaliser des conversions entre unité de numération (verbalement) ou compter de 100 en 100, unité de compte.</i></p>	<p>G1 :</p> <p>Procédure 1 : Passe par la conversion pour exprimer le nombre.</p> <p>5 A: “100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000”</p> <p>6 B : “C’est des centaines. Ce n’est pas des milliers.”</p> <p>7 A : “Bin oui mais (<i>énumère</i>) 100, 200, 300, 400, 500, 600”</p> <p>8 B : “Mais c’est UNE centaine. (<i>montre l’étiquette</i>)”</p> <p>Procédure 2 : Exprime les conversions des groupements de 10.</p> <p>G1 :</p> <p>82 A: “Si on fait un paquet de 10 unités, on rajoute une dizaine.”</p>	<p>x</p> <p>81 Pe : Pourquoi A on fait des paquets de 10 ? Qu’est ce que tu as compris ?</p>
	<p>G3 :</p> <p>8. F : <i>Compte plusieurs fois. J’ai 17... Mais il m’a dit de compter comme ça “100, 200, 300, 400...”. Elle montre les étiquettes. Mais j’ai compté, ça fait 17. J’ai 17 centaines. Et toi tu en as combien?</i></p> <p>16. N : Mais ca fait pas 17 ca fait 1700.</p> <p>17. L : Mais c’est pas possible 17. Regarde 100, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, deux cent mille, trois cent mille, quatre cent mille, cinq cent mille, six cent</p>	<p>PE absente.</p>

	<p>mille, huit cent mille, neuf cent mille. La tu as neuf cent mille.</p> <p>32.N : “Ça fait 1000.”</p> <p>33.L : “1 millier, ça fait.”</p>	<p>35.Pe : “ça fait 1 millier. 10 centaines ça fait 1 millier.”</p>
<p>Réaliser des conversions entre unité de numération (spatialement)</p>	<p>G1 : x</p>	<p>Pe : x</p>
	<p>G3 :</p> <p>53.L : “C’est plus facile à compter.”</p> <p>55.L : “Une dizaine donc ça va aller avec toi. <i>met les paquets 10 unités et 10 dizaines dans les étiquettes dizaines.</i>”</p> <p>56. N : “Non, 10 dizaines c’est pas ici. 10 dizaines ça fait 100 <i>change le paquet et le met dans les étiquettes centaines.</i>”</p> <p>57. L : “Et 10 centaines ça fait un millier, tu le mets là. <i>éloigne le paquet des autres étiquettes.</i>”</p>	<p>52.Pe : “Pourquoi vous avez fait des paquets de 10 ?”</p> <p>54. Pe : “Mais dix unités ça fait quoi ?”</p> <p>58. Pe : “Ok donc vous avez fait une table des unités, une table des dizaines, une table des centaines et une table des milliers.”</p>
<p>Trouver le nombre dans l’enveloppe</p>	<p>G1 :</p> <p>31 A : “Il y avait 1700 là, plus 150 là-bas ... Alors ça fait 1850.”</p> <p>32 C : “Là il y en a 28.”</p> <p>33 A : “1878”</p>	<p>30 Pe : Alors vous avez trié, puis vous avez compté. Alors c’est quoi le nombre contenu dans l’enveloppe ?</p>
	<p>G3 :</p> <p>61.F : 8.</p> <p>63. N : 8 euh non 7</p> <p>66. N : 2, 4, 6, 8, 9.</p> <p>68. F : 8.</p> <p>70. F : 10.</p> <p>72. N : un millier.</p> <p>74. F : 1.</p> <p><i>Les élèves trouvent 1890...</i></p> <p>76.N : 28.</p> <p>77.L : Non 8.</p> <p>78. N : 1898.</p>	<p>60.Pe : Non. Là, il y a toutes les unités. Combien j’ai d’unités ?</p> <p>62. Pe : Combien de dizaines?</p> <p>65. Pe : Compte.</p> <p>67. Pe : des centaines ?</p> <p>69. Pe : combien j’ai de milliers ?</p> <p>71. Pe : Le paquet de 10 centaines c’est quoi ?</p> <p>73. Pe : Donc, combien j’ai de milliers ?</p> <p>75. Pe : Et le chiffre des unités ?</p>

Figure 23. Répartition des élèves et du professeur en fonction des contextes interprétatifs.

Nous allons nous intéresser aux différences de discours entre les deux groupes au sein de chaque contexte interprétatif. Nous allons ainsi voir les déplacements dans le processus de secondarisation en contexte.

Premièrement, nous nous intéressons aux différences de discours au sein du contexte interprétatif “réaliser un tri par unités de numération”. Nous remarquons l’utilisation de deux verbes différents afin de nommer l’action de trier. Le groupe 1 utilise le verbe “trier” qui renvoie bien à la tâche, tandis que le groupe 3 utilise le verbe “mettre ensemble” qui renvoie également à la tâche de tri car ils regroupent les étiquettes qui se ressemblent. L’enseignante quant à elle utilise dans les deux cas “mettre ensemble” afin de ne pas induire la procédure de tri.

A travers le discours du groupe 1, nous remarquons une anticipation de la tâche suivante car ils utilisent un second verbe désignant une action “compter”. Ces deux verbes, trier et compter, renvoient à des tâches matérielles.

Nous pouvons aussi noter la présence du pronom personnel “on” dans les deux groupes ainsi que l’utilisation du groupe nominal “tout le monde” qui témoignent de la compréhension de la consigne indiquant un travail de groupe.

Nous allons maintenant nous intéresser aux phénomènes langagiers liés à la réalisation de groupements de dix.

À propos du groupe 1, nous pouvons remarquer une récurrence de l’utilisation de la locution conjonctive marquant une relation causale « parce que » et de l’adverbe « pourquoi ». Cet usage marque la volonté de verbaliser et justifier la tâche réalisée. Néanmoins, la nature de l’action est erronée. Nous remarquons que l’élève A, induit aux autres une procédure en faisant des groupements de nombre autres que 10. Lorsque l’enseignante intervient, elle utilise la phrase affirmative : « Je suis d’accord ». Par cela, elle affirme la nécessité de réaliser des groupements. Néanmoins elle utilise la conjonction de coordination « mais » afin de mettre à distance et contrer une procédure erronée, par la question « Mais est ce qu’on fait des paquets de 10 de 5, de 2 ou de 3 ? ». Finalement malgré cela, les élèves ne parviendront pas au cours de l’activité à réaliser sans aide, des groupements de 10 et à en comprendre le sens.

À propos du groupe 2, nous remarquons la même récurrence du « pourquoi » et du « parce que ». Ces mots prouvent là aussi une volonté de justifier une procédure qui dans ce cas est « juste ».

Au regard des verbalisations des deux groupes, nous relevons une occurrence du mot «paquet», qui définit une assemblage de plusieurs objets. Par ailleurs, nous pouvons penser que les

élèves grâce à ce nom ont facilement assimilé la nécessité de regrouper des étiquettes afin de trouver le nombre contenu dans l'enveloppe.

Nous allons désormais nous intéresser au langage lorsque les élèves ont réalisé des conversions entre unités de numération en les exprimant verbalement. Tout d'abord, nous remarquons l'utilisation des mots nombres comme 100, 200 ou encore 1000, et ceci dans les deux groupes. Dans le groupe 1 se passe un phénomène langagier intéressant, un élève compte de 100 en 100 puis de 1000 en 1000, et une élève rétorque que c'est impossible car se sont des centaines. Le son de sa voix insiste fortement sur le déterminant article indéfini "une" afin de mettre en évidence le mot qu'il définit, ici "centaine". De ce fait, pour l'élève il est impossible de compter de mille en mille car sur le papier il est écrit le mot "centaine", sémantiquement les mots "centaines" et "mille" n'ont pas la même signification.

Nous remarquons un phénomène langagier révélant des malentendus dans le groupe 3: l'usage de 17 centaines et de 1700. En effet, un élève explique que 17 centaines et 1700 ne représentent pas la même chose. Il est vrai que ce sont deux nombres représentant une quantité semblable, néanmoins sous une forme différente. Ce phénomène langagier révèle des malentendus sur les conversions entre unités de numération.

Enfin, dans le groupe 1, nous remarquons la récurrence de la conjonction de coordination "mais" reprise à chaque début de phrase par un nouvel élève. Celle-ci révèle dans un premier temps une obligation à travers la phrase : "mais il m'a dit de compter comme ça". Cette conjonction de coordination est à la fois reprise afin d'exprimer le désaccord dans la phrase : "Mais j'ai compté". De plus, dans : "Mais ça fait pas 17", ceci illustre là aussi le désaccord et également la réfutation d'un argument.

Nous allons maintenant nous intéresser aux phénomènes langagiers liés à la réalisation de conversions entre unité de numération et ce, spatialement. À propos du groupe 1, nous ne pouvons analyser leurs verbalisations face à cette sous-tâche car ces derniers n'ont pas réussi à y aboutir. Ce n'est que le troisième groupe, qui va se questionner à ce propos. Nous pouvons observer l'utilisation du pronom « ça » relatif à « cela » et le verbe « faire ». Ce terme sous-entend la notion de conversion. Là aussi, nous observons de la part de l'enseignante l'utilisation de la conjonction de coordination « mais » et de l'adverbe interrogatif « pourquoi ». D'un point de vue global, là aussi les élèves utilisent les mots liés aux unités de numération en associant le concept mathématique lié, ce qui leur permettra de réaliser les conversions nécessaires.

Il convient maintenant d'analyser le langage utilisé afin de trouver le nombre contenu dans l'enveloppe. Nous remarquons que le groupe 1 verbalise la structure de l'addition : « Il y avait ... plus... alors ça fait... ». Cette structure de phrase permet d'identifier que les élèves trouvent le nombre en réalisant une addition de termes mathématiques. Finalement, le discours de l'enseignante ne contre pas cette procédure explicitement puisqu'elle reformule et utilise l'adverbe « alors ». Ce qui induit une mise en perspective, néanmoins les élèves ne l'identifient pas de cette manière et continuent leur procédure liée à l'addition. Pour le groupe 2, nous remarquons encore une fois une utilisation des mots liés aux unités de numération afin de trouver le nombre attendu.

Plus généralement, nous remarquons que c'est l'usage de phrases interrogatives de l'enseignante qui mènent les élèves vers des procédures complexes. Ces questions ouvertes obligent également les élèves à justifier leurs propos, ce qui peut notamment expliquer l'usage de la conjonction de coordination "mais" afin d'évoquer un désaccord et la locution conjonctive marquant une relation causale "parce que" pour parvenir à expliquer les raisons de leur choix.

2.3.4. Analyse de la phase de mise en commun

Nous faisons le choix de ne pas analyser les discours de la mise en commun car celle-ci s'est avérée beaucoup plus longue que prévu et de ce fait, les élèves étaient moins investis dans la tâche. Nous remarquons que nos choix pédagogiques étaient peu pertinents quant à la mise en commun. En effet, nous remarquons que le fait de changer de groupe entre chaque phase de la procédure est une réelle difficulté pour les élèves, qui ont du mal à continuer le travail réalisé par autrui. De plus, les verbalisations, que nous espérions différentes entre la phase de recherche et la mise en commun, se sont avérées difficiles et trop pauvres afin d'être analysées. En effet, les discours des élèves étaient uniquement penchés sur la tâche matérielle (trier, réaliser des groupements) et non sur la tâche mathématique qui y est associée (convertir les unités de numération).

De ce fait, nous pensons qu'il aurait été plus pertinent que lors de cette phase, l'enseignante se charge entièrement de la tâche matérielle et que les élèves soient sollicités afin de verbaliser les procédures. Nous pourrions donc attendre d'eux à ce moment-là qu'ils expliquent que l'enseignante réalise des groupements de 10 unités afin de faire une dizaine.

3. Résultats et discussions.

Nous allons maintenant mettre en exergue nos résultats liés à notre question de recherche ainsi que nos hypothèses.

Notre première hypothèse reposait sur le fait que le choix d'un matériel, ici les étiquettes, où il est écrit les termes des unités de numération (unité, dizaine, centaine), permet de favoriser le langage mais également la compréhension de la numération en termes de groupement, tout en utilisant les conversions.

Nous remarquons premièrement que l'écriture des unités de numération sur les étiquettes n'induit pas nécessairement chez les élèves l'utilisation de ces termes. En effet, au sein de leur discours, ils ont utilisé davantage les mots nombres que les unités de numération, et ceci notamment au moment du dénombrement des étiquettes. Nous avons pu observer que les apprenants avaient tendance à compter en puissance de dix plutôt que de dénombrer le nombre d'unités, puis de dizaines et enfin de centaines. Sans l'utilisation des termes liés aux unités de numération, les élèves ont davantage de difficultés à réaliser des groupements entre unités de numération, de ce fait de réaliser des conversions afin de trouver le nombre attendu.

Nous constatons que changer les variables didactiques de la situation de Fénichel et Taveau n'a pas eu l'impact que nous souhaitions et ceci à cause du comptage instauré chez les élèves depuis de nombreuses années. Finalement, cette analyse rejoint les travaux de Mounier (2021), qui révèle les difficultés des élèves à obtenir l'écriture chiffrée d'un nombre sans passer par le nom du nombre. En effet, dans la situation développée au cours de notre recherche, les élèves sont majoritairement passés par la conversion des dizaines par exemple, ont regroupé les éléments pour enfin obtenir le nom du nombre. De ce fait, nous invalidons donc la première hypothèse.

Notre seconde hypothèse reposait sur le fait qu'en repoussant l'écriture, c'est-à-dire en autorisant la transcription écrite du nombre, à la fin de la recherche et en une seule tentative, cela permettrait de favoriser la manipulation et la verbalisation entre les élèves.

Nous remarquons que l'utilisation d'un matériel tel que les étiquettes permettent la manipulation entre unités de numération, les élèves se sont appuyés sur l'écriture des mots sur les étiquettes afin de réaliser des tris et des groupements. De ce fait, la manipulation fut un réel appui à la compréhension de la tâche. En repoussant l'écriture, les élèves ont été amenés à expliquer leurs choix aux autres membres du groupe ainsi qu'à l'enseignant. La présence de l'enseignante est primordiale au sein de cette séance car elle suscite un questionnement sur les procédures des élèves,

ce qui entraîne des justifications poussées. De plus, les élèves utilisent davantage les termes liés aux unités de numération en présence de l'enseignante plutôt qu'entre eux.

Néanmoins, en repoussant l'écriture, les élèves se sont retrouvés en difficultés car une fois le tri et les groupements réalisés, ils ne voyaient pas comment écrire le nombre. Finalement, cette variable didactique a permis de mettre en exergue une difficulté à mobiliser tant des connaissances sur l'aspect positionnel de la numération que sur l'aspect décimal. Ainsi, nous pouvons valider notre seconde hypothèse, puisque repousser l'écriture a permis aux élèves de verbaliser leurs procédures ainsi que leurs choix.

Notre dernière hypothèse était qu'en utilisant des étiquettes nommant les unités de numération et qu'en ayant la nécessité d'effectuer des groupements et d'organiser la collection en fonction du système positionnel, les élèves mobilisent des connaissances conjointes au sujet du système de numération. Bednarz et Janvier mettaient en évidence deux difficultés d'élèves liées à l'itération des groupements de 10 : les difficultés à opérer ces groupements, les faire et les défaire et les difficultés à travailler simultanément avec deux groupements différents. Nos résultats corroborent ces derniers puisque la première difficulté majeure des élèves a reposé sur la difficulté à effectuer diverses conversions entre unités de numération.

Par ailleurs, comme illustré précédemment les élèves ont rencontré des difficultés à mobiliser conjointement des connaissances sur les deux aspects de la numération. D'après un constat de Tempier (2010), les deux aspects de la numération semblent être travailler indépendamment l'un de l'autre à l'école, ce qui engendre également des difficultés dans l'apprentissage. Finalement, bien que nous ne connaissions pas ce qui a été étudié précédemment par les élèves, nous remarquons que les élèves rencontrent beaucoup de difficultés à mobiliser des connaissances conjointes sur les aspects de la numération.

4. Intérêts et limites.

Après avoir dressé le bilan de nos résultats et analyses, nous allons dans un premier temps nous intéresser aux limites de notre expérimentation. Nous pouvons déjà énoncé que certains paramètres sont intervenus dans le cadre de notre séance et qui ont pu altérer certains de nos résultats.

Tout d'abord, la séance ayant eu lieu dans une classe n'étant pas la nôtre, nous n'avions pas une idée très claire des connaissances des élèves liées à la numération et par conséquent la

conclusion à l'issue de la séance est la suivante : l'apprentissage des milliers n'était pas assez stabilisé. Par conséquent, le trop grand nombre de conversions entre unités de numération fut une difficulté pour les élèves. Nous aurions dû anticiper cette possibilité avec une tâche de réinvestissement sur les unités de numération ainsi que les conversions en amont de la séance, en prenant appuie sur le matériel utilisé auparavant en classe: les cubes emboîtables. Finalement, il pourrait être pertinent de proposer en amont une tâche inverse à ce que nous avons proposé, c'est-à-dire, de représenter un nombre grâce à ce matériel matériel. Cette phase aurait été bénéfique car plusieurs élèves ont fait référence au matériel au cours de la phase de recherche afin d'illustrer leurs propos et afin de mieux comprendre les conversions entre unité de numération.

De plus, nous avons réalisé notre expérimentation sur une seule classe, de ce fait les résultats ne peuvent pas être généralisés. Par conséquent, il faudrait réaliser cette même expérimentation dans de nombreuses classes.

Dans un second temps, nous nous intéresserons aux intérêts de celle-ci. Elle permet de mettre en évidence les difficultés liées à l'apprentissage de la numération, en effet, nous avons pu observer les difficultés citées par Tempier au sein de cette séance d'apprentissage.

La situation telle qu'elle a été proposée, c'est à dire en filmant, permet de se rendre compte des échanges entre élèves, qui ne sont pas toujours entendu par l'enseignant, dans le cas où nous aurions réalisé une deuxième séance, nous aurions pu la construire à partir des difficultés langagières que nous avons écouté. Enfin, l'intérêt principal est le suivant : les élèves en verbalisant leurs procédures sont les acteurs de leurs apprentissages, ce qui est primordial dans la compréhension et la mémorisation.

5. Conclusion.

L'enseignement de la numération confronte les élèves à de nombreuses difficultés. Bien que ces résistances soient pour une majorité intrinsèquement liées à la nature même de la complexité du système de numération, les choix didactiques et pédagogiques, liés au langage des enseignants apparaît également comme un vecteur de difficulté.

Il apparaît comme primordial que l'enseignant prête une attention particulière aux termes et formulations employées afin de donner les outils nécessaires aux élèves afin de ne pas engendrer

des contre sens. L'utilisation d'un langage précis contribue à la construction du sens des nombres et de la numération tant positionnelle que décimale pour les élèves.

De plus, le recours à la manipulation de matériel apparaît comme un appui lors des séances d'apprentissage: au fil du temps le matériel ne cesse d'évoluer afin de permettre aux élèves d'acquérir des connaissances solides sur les liens qu'entretiennent les unités de numération entre elles.

Par ailleurs, au vu des résultats recueillis à partir des analyses de la séance, nous pouvons penser que la numération demeure un enseignement très complexe de part les nombreuses difficultés d'élèves. L'apprentissage des deux aspects de la numération, tant positionnelle que décimale doit être pensée de manière conjointe de manière à donner du sens aux apprentissages.

Finalement, ce travail de recherche témoigne de la complexité de l'enseignement de la numération, mais également de ses verbalisations de la part des élèves et des enseignants lors des tâches d'apprentissage.

Bibliographie :

Bakhtin, M.(1984 [1963]), *Problems of Dostoievsky's Poetics*, Minneapolis, University of Minnesota Press.

Bautier, É., Goigoux R. (2004). Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle . *Revue française de pédagogie*, volume 148, pp. 89-100.

Bautier, É. et Rayou, P. (2009). *Les inégalités d'apprentissage. Programmes, pratiques et malentendus scolaires*. Paris : PUF.

Bautier, É. et Rayou, P. (2013). « La littératie scolaire : exigences et malentendus. Les registres de travail des élèves ». *Éducation et didactique*, n° 7(2), p. 29-46.

Bautier, É. et Rochex, J.-Y. (1997). « Apprendre : des malentendus qui font la différence ». In J.-P. Terrail (dir.), *La scolarisation de la France. Critique de l'état des lieux*. Paris : La Dispute, p. 105-122.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage; une stratégie didactique cherchant à favoriser sa compréhension. *Grand N*, (33), 5-31.

Brousseau, G. (1982 a). Les objets de la didactique des mathématiques. Recherche en didactique des Mathématiques, Actes de la Troisième école d'été de didactique des mathématiques. Olivet. IREM d'Orléans.

Chambris, C. (2014). Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4. *Conseil supérieur des programmes*, 1-35.

Fénichel, M., & Taveau, C. (2008). *Enseigner Les Mathématiques Au Cycle 3 Deux Situations D'apprentissage En Images Le Cercle Sans Tourner En Rond, L'enveloppe Des Nombres*.

Gobert, S. (2014). Déplacements dans le processus de secondarisation. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54, 65-84.

Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres : L'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul (Bouquins)*. Éditions Robert Laffont, 758-780.

Jaubert, M., et Rebière, M. (2021). Un modèle pour interpréter le travail du langage au sein des « communautés discursives disciplinaires scolaires ». *Pratiques*, 189-190.

Ministère de l'Éducation nationale. Programme du cycle 2. Bulletin officiel, 30 Juillet 2020, n°31.

Ministère De L'Éducation Nationale. (2019). Attendus de fin d'année et repères annuels de progression au CE2 en mathématiques.

Mounier, E., Grapin, N. et Pfaff, N. (2020). *Lire, écrire les nombres: quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle2 ?* Grand N, (106) , 31-47.

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90.

Annexes

Annexe 1 : Fiche de préparation

Séance: l'enveloppe des nombres			
NIVEAU :	CE2	PÉRIODE :	3ème période
Attendus de fin de cycle :	Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers : <ul style="list-style-type: none"> - Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques - Utiliser des écritures en unités de numération avec : <ul style="list-style-type: none"> - unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) - valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) 		
Objectif de la séance :	- Comprendre les conversions entre les différentes unités de numération: unité, dizaine, centaine.		
Compétences de la séance :	- Réaliser des conversions entre les différentes unités de numération afin de trouver un nombre donné.		
Séance 1	Effectif : Classe entière - puis groupes de travail	Temps : 45 minutes	<u>Matériel</u> : Étiquette, visualisateur, un crayon
Phase 1: 5'	<p><u>Mise en place de la situation</u></p> <p>Faire ranger toutes les trousse. Les élèves gardent seulement un seul stylo par groupe.</p> <p><u>Dispositif</u> : Groupe classe</p> <p><u>Tâche</u> : Écouter une consigne.</p> <p><u>Consigne</u>: <i>Je vais vous distribuer une enveloppe par groupe, à l'intérieur se trouve différentes étiquettes. Le but est de trouver le nombre contenu dans l'enveloppe. Attention, vous n'avez pas le droit ni à la calculatrice, ni à l'ardoise (ou cahier de brouillon), ni d'utiliser le stylo. Une fois que vous aurez trouvé le nombre contenu dans l'enveloppe, vous m'appellez pour l'écrire, je vous donnerai un stylo. Il est interdit d'effacer ou de raturer, vous devez être sur avant d'écrire le nombre. Attention également, chaque élève doit pouvoir s'exprimer dans le groupe, donner son avis, vous devez vous mettre d'accord avant de vous mettre d'accord.</i></p> <p>Chaque groupe reçoit une enveloppe avec des étiquettes (unité, dizaine, centaine) et les élèves doivent trouver le nombre représenté par ces étiquettes en réalisant des conversions entre unités de numération. Lorsqu'ils ont trouvé le nombre, ils doivent l'écrire sur l'enveloppe. Ils n'ont le droit à aucun autre matériel autre que l'enveloppe et le stylo. Penser à montrer les enveloppes aux élèves.</p>		

<p>Phase 2 : 15'</p>	<p><u>Recherche et verbalisation au sein du groupe</u></p> <p><u>Dispositif</u> : Groupe de 4 élèves. <u>Matériel</u> : une caméra par groupe, enveloppe, un seul crayon, trombones. <u>Tâche</u> : Chaque groupe reçoit son enveloppe et commence la recherche du nombre.</p> <p><u>Rôle de la PE</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Je dois pouvoir voir votre table l'organisation des étiquettes qui vous a permis d'écrire le nombre. Après, il faudra m'expliquer comment vous avez fait et pourquoi.</i> - <i>En cas de difficulté de lancement, demander aux élèves d'observer les étiquettes, de les décrire. Demander de reformuler la consigne: <i>Qu'est ce qu'il y a écrit sur les étiquettes ? Qu'est ce qui est représenté ? Il faut trouver le nombre formé par les étiquettes ? À quel nombre ça correspond ?</i></i> - <i>Réguler les échanges entre les membres du groupe (vérifier que chaque élève ait un temps de parole, s'assurer de l'écoute) et favoriser le respect de chacun : <i>Est ce que tu es d'accord ? Comment avez-vous fait ? Qu'est ce qui vous a amené à faire un paquet de 10 et pas de 11 ? C'est 10 quoi ? Pourquoi 10 étiquettes dizaine sont dans les centaines ? Qu'est ce que tu as compté (une fois que la procédure est faite) ? Comment aurait-on pu le savoir avant (10 dizaines et 1 centaine) ?</i></i> - <i>Si certains ne trient pas : (si à un moment le tri ne s'effectue pas du tout) : <i>Vous avez compté au fur et à mesure ? Mais pour faciliter le comptage, vous n'auriez pas pu mettre des choses ensemble ? Ressemblances ?</i></i> - <i>Rappel de la contrainte : <i>Vous avez un stylo, vous avez le droit de l'utiliser une seule fois c'est pour écrire le résultat final que vous avez dans l'enveloppe. Vous devez choisir un rapporteur, celui qui écrira. Vous devez tous être d'accord sur le nombre que vous écrirez. Tant que vous n'êtes pas d'accord, vous n'écrivez pas.</i></i> - <i>Rappel de consigne, insister sur l'organisation spatiale qui doit permettre d'expliquer l'écriture du nombre (lien entre écriture et groupements) : <i>En regardant votre table, je dois voir le nombre. (permet de différencier les élèves qui ne sont pas dans le groupement)</i></i> - <i>Ne pas questionner les élèves sur l'écriture du nombre final. (cette verbalisation se fera lors de la mise en commun)</i> <p><u>Rôle des élèves</u> :</p> <p>Procédure 1 : Réalisent un tri. Réalisent des groupements de 10. Effectuent des conversions. Écrivent le nombre 1798 en une seule fois en "lisant" le nombre grâce aux étiquettes.</p> <p>Procédure 2: Réalisent un tri. Réalisent des groupements de 10. Effectuent des conversions. Rencontrent des difficultés à identifier le nombre contenu dans l'enveloppe.</p> <p>Procédure 3: Réalisent un tri. Réalisent des groupements de 10. Rencontrent des difficultés dans les conversions entre les différentes unités de numération par conséquent ont des difficultés à identifier le nombre contenu dans l'enveloppe.</p> <p>Procédure 4: Réalisent un tri mais n'arrivent pas à secondariser la tâche et donc mettre en place des procédures.</p>
<p>Phase 3: 15'</p>	<p><u>Mise en commun / Institutionnalisation : après que chaque groupe ai trouvé un résultat.</u></p> <p><u>Dispositif</u> : Groupe classe <u>Matériel</u> : Enveloppe, étiquettes, trombones, visualisateur, grande table.</p> <p><u>Consigne générale</u> : <i>Chaque groupe va venir au tableau montrer comment il a trouvé le nombre contenu dans l'enveloppe. Si vous avez une question ou n'êtes pas d'accord, vous levez le doigt.</i></p>

Consigne pour le groupe qui présente sa procédure: *Vous devez nous expliquer comment vous avez trouvé le nombre dans l'enveloppe.*

Consigne pour le reste de la classe : *Vous devez écouter et regarder ce que vos camarades vont vous présenter; après vous pourrez poser des questions et dire certaines ressemblances et différences avec votre travail.*

Rôle de la PE :

- Trombone pour la mise en commun : *Qu'est ce qu'on a mis ensemble ? On a dit que 10 ... on a dit que c'était pareil que quoi ?*
- On écrit les résultats au tableau : *Vous avez tous des résultats différents. Chaque groupe va venir faire une partie de la manipulation pour trouver le nombre contenu dans l'étiquette.*
- Questionner la procédure utilisée: choix, limites.
- Reformuler les questions des élèves.
- En cas de difficulté : demander une explication des nombres écrits sur l'enveloppe : *Pourquoi avez-vous écrit ce nombre ? Ce que veut dire ce chiffre ?*
- S'appuyer sur les échanges des élèves pour questionner certaines procédures : *Pourquoi avoir compté de 10 en 10 ? Pourquoi avoir organisé votre table ainsi ?*
- Construire une procédure experte avec les élèves.

Rôle des élèves :

- Verbaliser ses procédures en explicitant le lien et les conversions entre les différentes unités de numération.
- Ne pas résonner de 10 en 10, ou de 100 en 100.
- Tous les groupes viennent construire la "correction" : un groupe réalise le tri, un groupe fait des groupements, un groupe fait les conversions, un groupe écrit le nombre final.
- Établir une procédure dite experte de manière à exploiter les unités de numération.
- Pour passer d'un groupe à un autre, demander au groupe suivant de réexpliquer ce que le groupe d'avant a fait
- Écouter, proposer des solutions.

Réponse attendue :

"Nous avons trié les étiquettes : toutes les unités, toutes les dizaines, toutes les centaines ensemble. Puis nous avons vu qu'on pouvait faire des paquets de 10. Alors nous avons mis 10 étiquettes unités ensemble, alors ça fait une dizaine. Je le mets dans les dizaines. On a ensuite mis 10 étiquettes dizaines ensemble. Alors ça fait une centaine. Je le mets dans les centaines. Puis on a mis 10 étiquettes centaines ensemble. Alors ça fait un millier (ou une unité de mille). Je le mets dans les milliers.

Ensuite, nous devons trouver le nombre. Il faut commencer par les milliers : mille. Il y a 7 centaines : mille sept cent. Il y a 9 dizaines : mille sept cent quatre vingt dix. Il y a 8 unités : mille sept cent quatre vingt dix huit.

Annexe 2 : Grille d'analyse hypothèse 1.

Hypothèse 1			
	Groupe 1 : Élève Co.	Groupe 2 : Élève Ch.	Groupe 3 : Groupe No.
Les élèves identifient la différence entre unités de numération et unité.	Oui, les élèves connaissent les trois unités de numération.	Oui.	Les élèves connaissent les trois unités de numération : unité, dizaine, centaine.
Les élèves utilisent les noms de différentes unités de numération : unité, dizaine, centaine.	Non, pas forcément, seulement quand l'enseignante leur demande de reformuler.	Oui, ils réalisent des liens avec le matériel utilisé précédemment par l'enseignant (cube) afin d'identifier une unité de numération.	Oui, ils l'utilisent mais ils utilisent également "1" "10" et "100".
Le matériel permet aux élèves d'utiliser le vocabulaire attendu.	Non, car ils ne l'utilisent que rarement.	Oui, les élèves utilisent les dénombrement des centaines, puis des dizaines et des unités.	Oui, en seconde partie de la recherche ils comptent le nombre de centaine et plus de 100 en 100.
Les élèves réalisent des groupements de 10 pour trouver le nombre.	Oui mais sans y mettre de sens puisqu'ils utilisent d'abord des groupements de 5, puis de 10 sans y mettre de sens.	Non, ils n'y trouvent pas de sens. Ils utilisent l'énumération de 100 en 100.	Oui les élèves réalisent des groupements de 10 après avoir trié par unités de numération.

Annexe 3 : Grille d'analyse hypothèse 2 :

Hypothèse 2			
	Groupe 1 : Élève Co.	Groupe 2 : Élève Ch.	Groupe 3 : Groupe No.
Les élèves verbalisent leurs actions.	Les élèves verbalisent leurs actions mais ont des difficultés à travailler ensemble.	Les élèves ont des difficultés à verbaliser ce qu'ils font et ne travaillent pas ensemble.	Les élèves verbalisent leurs actions, ce qui mène à des échanges intéressants sur les différentes procédures

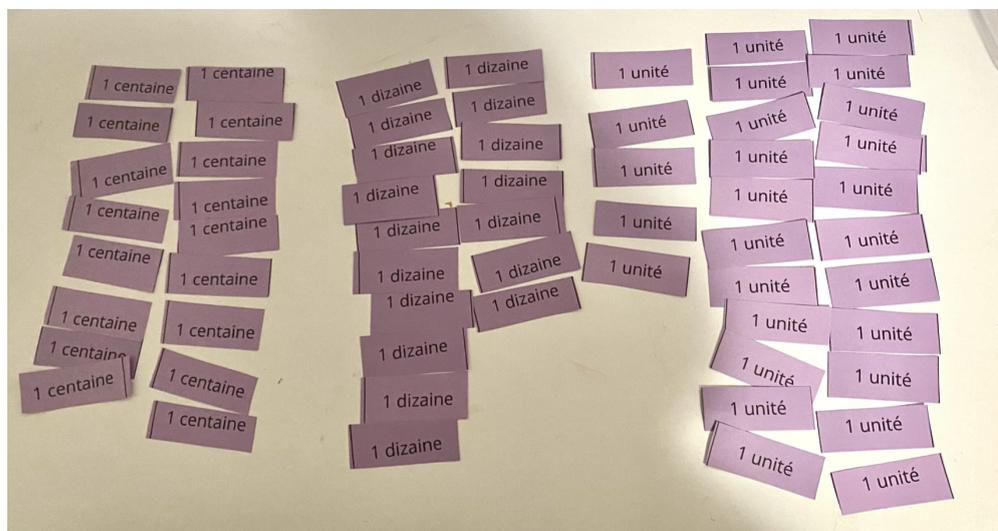
			qu'ils essaient de mettre en place.
Les élèves sont capables d'expliquer aux autres membres du groupe leur procédure.	Seule une élève du groupe est capable d'expliquer aux autres sa procédure.	Les élèves n'expliquent pas aux autres ce qu'ils font et cela crée des malentendus.	Les élèves sont capables d'expliquer aux autres élèves comment ils ont fait, et argumentent afin que les autres élèves utilisent la même procédure.
Les élèves sont capables d'expliquer leur procédure à l'enseignante.	Les élèves ne sont pas capables d'expliquer à l'enseignante car ils ne savent pas pourquoi ils font ça. Les élèves n'ont pas secondarisé la tâche.	Les élèves ne travaillant pas ensemble ne sont pas capables d'expliquer à l'enseignante.	Les élèves ont des difficultés à s'exprimer devant l'enseignante, les discours sont très différents.
Les élèves utilisent des termes tels que les unités de numération et groupements (paquets)	Les élèves utilisent ces termes en présence de l'enseignante.	Les élèves utilisent ces termes en présence de l'enseignante mais ne semblent pas maîtriser le sens.	Les élèves utilisent les termes et ils correspondent à leur procédure.

Annexe 4 : Grille d'analyse hypothèse 3 :

Hypothèse 3			
	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Les conversions sont identifiées par tous les élèves du groupe.	Non, une élève reste mutique. Les autres réalisent des conversions et les verbalisent.	Oui, mais seulement en référence au matériel utilisé précédemment par l'enseignante.	Oui car ils réalisent des paquets de 10 étiquettes unités afin de former une dizaine.

Les élèves mobilisent les relations entre unités de numération.	Non les élèves ne mobilisent pas des relations puisqu'ils font des groupements d'abord de 5 puis de 10 sans en comprendre le sens.	Les élèves les identifient uniquement grâce à une aide très renforcée de l'enseignant. Un élève allophone comprend les relations de manière autonome mais n'arrive pas à les verbaliser	
Les élèves organisent la collection en respectant l'ordre positionnel de la numération.	Non, les élèves n'organisent pas la collection en respectant l'ordre propositionnel.	Non, les élèves n'organisent pas la collection en respectant l'ordre propositionnel.	Non, les élèves n'organisent pas les étiquettes selon l'ordre de la numération positionnelle.

Annexe 5 : Étiquettes dans l'enveloppe.



Annexe 6 : Verbatim groupe 1.

- 1 A: On va trier comme ca on compte tout. On va trier les centaines.
- 2 B: Moi je prends les dizaines.
- 3 C : Moi je prends les unités.

Les élèves répartissent les étiquettes sur l'ensemble de la table. Devant eux, ils mettent les étiquettes qu'ils ont choisi. A centaine, B dizaine, C, unités.

4 B : On commence par quoi ?

L'élève A commence à énumérer de 100 en 100 les étiquettes des centaines, arrivée à 1000 elle compte de 1000 en 1000.

5 A: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000

6 B : C'est des centaines. Ce n'est pas des milliers.

7 A : Bin oui mais (*énumère*) 100, 200, 300, 400, 500, 600

8 B : Mais c'est UNE centaine. (*montre l'étiquette*)

Les élèves se mettent à énumérer chaque paquet d'étiquettes.

L'élève A dénombre de 1 en 1 les étiquettes des centaines, puis réitère le comptage en le réalisant de 100 en 100. L'élève B dénombre de 1 en 1 les étiquettes unités. C et D restent mutiques devant le tas de dizaines. L'élève D refuse lorsque les autres élèves lui proposent de dénombrer.

9 Pe : Alors vous m'expliquez comment vous avez fait pour l'instant ?

10 B : On a trié les unités, dizaines, centaines. Après on les a compté.

11 E : Vous les avez comptées comment ?

12 B : On les a compté, par exemple que les unités. *Montre qu'ils ont décalé les collections pour les énumérer en déplaçant les étiquettes une à une.*

13 Pe : Vous les avez mises ensemble et vous les avez comptées chacune séparément. D'accord. Alors qu'est ce que ça donne ?

14 A : *en montrant le tas des centaines* Il y a 8 milles là.

15 Pe : Comment tu as compté 8 milles ?

16 A : Il y a 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 900. Non 800, 900, 1000, 2000

17 Pe : Attends, tu me dis 1000 ici. Ce sont des centaines. Tu me dis que tu comptes de 100 en 100.

18 A: Ah oui, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1600, 1700.

19 Pe : Et comment on aurait pu savoir presque directement qu'il y a 1700 sans compter comme ça ?

Personne répond

20 Pe : Et vous avez fait quoi vous là-bas ? *Montre les élèves ayant les étiquettes unités et dizaines dans les mains.*

21 B : On a compté de 10 en 10. C'est 150. *En parlant des dizaines*

22 Pe : *En s'adressant à l'élève C.* Et toi qu'est ce que tu as dans les mains ?

23 C : de 1 en 1.

24 Pe : Pourquoi tu as compté de 1 en 1 ?

25 C : Parce que ce sont des unités.

26 Pe : Ah oui. Et toi A pourquoi tu as compté de 100 en 100 ?

27 A : Parce que ce sont des centaines.

28 Pe : Pourquoi B tu as compté de 10 en 10 ?

29 B : C'est des dizaines.

30 Pe : Alors vous avez trié, puis vous avez compté. Alors c'est quoi le nombre contenu dans l'enveloppe ?

31 A : Il y avait 1700 là, plus 150 là-bas ... Alors ça fait 1850.

32 C : Là il y en a 28.

33 A : 1878

34 Pe : Vous m'appellez quand vous êtes tous d'accord.

Les élèves discutent et essaient d'effectuer le calcul mental.

35 A : 8850 plus 28;

36 B : 78

37 A : Ouais 8878.

38 C : 1858 *en rigolant et semblant étonné*

39 B : Mais non c'est pas 8000 mille. C'est 1800.

40 A : Ah oui.

Les élèves C et D répètent le chiffre sans cesse pour être sûrs de ne pas se tromper quand l'enseignant reviendra.

41 Pe : Alors vous avez trouvé ?

42 C : Oui ça fait 1878.

43 Pe : D tu es d'accord ? Comment tu sais que c'est que ce nombre ?

44 D : Je sais pas.

45 Pe : C'est vrai que c'est dur de savoir quel est ce nombre puisque les étiquettes ne sont pas vraiment organisées. J'aimerais que vous organisiez les étiquettes de manière à ce que l'on puisse voir dès qu'on arrive le nombre dans l'enveloppe.

Les élèves décident de faire des groupements.

46 D : Qu'est ce que tu fais A ?

47 A : Je fais des paquets de 5.

Tous les élèves font des paquets de 5.

48 A: On peut faire comme ça sinon car au moins elle voit bien. *Fait un éventail avec les 5 étiquettes. Puis prend deux paquets de 5 étiquettes centaines*

49 A: 500 et 500 ca fait 1000. Là, on a mille. *Puis montre un troisième paquet de 500. 1500*

Elle prend le paquet de 500 précédent et ajoute deux étiquettes centaines.

50 A: On a 500 et 500 ca fait mille et la on a 700. Moi j'ai 1700.

51 A: Sinon on fait des paquets de 10. Par exemple, moi je mets 10 là et puis il reste 7 et on les met ensemble (à propos des centaines)

52 C: Moi je fais des paquets de 5.

Personne ne répond.

53 B: Vous avez quoi ?

54 A: Moi j'ai un paquet de 10 et un paquet de 7.

55 B : Mais pourquoi tu fais un paquet de 7 ?

56 A : Parce qu'au moins il y a un trombone.

57 C : Pourquoi là j'en ai que deux ?

Personne ne répond.

58 Pe : Pourquoi avez-vous fait des paquets de 5 ?

59 B : Par exemple on sait combien y'a ? Par exemple là 50 *Montre un paquets de 5 étiquettes dizaines.*

60 Pe : Et celle ci qu'est ce que j'en fait ? *Montre deux étiquettes dizaines seules.*

L'élève B prend les deux étiquettes et les mets ensemble avec un trombone.

61 Pe : Vous avez fait des paquets de 2, de 5, de 10. Mais vous ne savez pas pourquoi vous avez fait ces paquets. Je suis d'accord, on fait des paquets. Mais est ce qu'on fait des paquets de 10 de 5 , de 2 ou de 3 ?

62 B : Des paquets de 3 ?

Personne ne répond.

63 B : Des paquets de 10 ?

64 Pe : Pourquoi des paquets de 10 ?

65 A : Parce que c'est plus facile pour compter, on compte 10, 20, 30.

66 Pe : Ah oui 10, 20, 30 ca serait plus facile pour compter mais regardez les unités, les dizaines, les centaines. Alors des paquets de 10 ou des paquets de 5 ?

67 C : Des paquets de 5.

68 Pe : On a fait des paquets. Est ce que vous pouvez trouver le nombre ?

69 A : Là ya mille sept cent.

70 B : Là y'a combien ?

71 C : Là y'a 28.

L'élève A compte de 5 en 5, de 50 en 50 et de 500 en 500.

72 Pe : Donc quel est le nombre ?

73 C : 1870

74 B : 1900, 900, 970.

75 Pe : Je vais vous donner une autre consigne. Sur la table je dois voir le nombre pour que vous m'expliquiez comment vous avez trouvé le nombre.

76 A : Ca ca fait 10. Montre un paquet de 10 unités.

77 Pe : Et dix unités qu'est ce que ca fait ?

78 B : Dix unités ça fait une dizaine.

79 Pe : Alors je vais faire des paquets de 10.

80 A : C'est compliqué.

81 Pe : Pourquoi A on fait des paquets de 10 ? Qu'est ce que tu as compris ?

82 A : Si on fait un paquet de 10 unités, on rajoute une dizaine.

83 Pe : Et si je fais des paquets de 10 dizaines ?

84 B : On ajoute une centaine.

85 Pe : D'accord et si je fais un paquet de 10 centaines ?

86 C : Ca fait un paquet de mille.

87 E : Comment appelle-t-on les paquets de 1000 ?

88 A : Les milliers.

89 A : J'ai 10 étiquettes de 100 ca fait 1000. Donc là j'ai des milles.

90 B : Là j'ai 70.

91 C : Là j'ai 7.

Annexe 7 : Verbatim groupe 2.

A : On met les 1 avec les 1. *Se rend compte qu'il n'y a que des un.* On met les dizaines avec les dizaines.

N : Les centaines avec les centaines, les unités avec les unités.

Les élèves trient ensemble en colonne. Première colonne les dizaines, puis colonne des unités et colonne des centaines.

Pe : Pourquoi vous les organisez comme ça ?

N : Ça va ensemble. Les unités ça veut dire qu'il y a un cube, les dizaines ça veut dire qu'il y a dix cubes et les dizaines ça veut dire qu'il y a cent cubes.

Pe : Est ce que c'est la même chose les unités et les centaines ?

N : Non.

Pe : Pourquoi vous les avez rangés comme ça ?

A : Pour mieux les voir.

C : Pourquoi il y a écrit 1 et on dit une ?

PE écrit au tableau 1 centaine et en dessous une centaine.

Pe : Il faut trouver le nombre avec toutes les étiquettes.

N : *montre les étiquettes centaines une à une.* 100, 200, 300, 400...

C : 1, 2, 3... 17. Ça fait 17. J'ai 17 dans les centaines.

N et A comptent les étiquettes unités.

N : il y en a 28.

N compte les étiquettes dizaines.

N : il y en a 17.

A : *Montre les étiquettes centaines et compte de 100 en 100.*

N : 100, 200, 300, 1000... 2000, 3000, 4000...

A : Mais non !!!! On compte de 100 en 100.

C : Il faut compter toutes les étiquettes.

Pe : Alors qu'est ce que vous faites ?

N : Il y a 8000 ici. *Montre la colonne des centaines.*

Pe : Alors de là à là tu as compté de combien en combien ?

N : De 100 en 100.

Pe : Et là ?

N : De 1000 en 1000.

Pe : Il y a écrit quoi sur les étiquettes ?

E : Il y a 1700.

Pe : Comment tu as fait ? Tu peux nous expliquer ?

E : J'ai compté. J'ai compté 1 par 1. Il y a 17 ça fait 1700.

Pe : Et 17 ça fait 1700 ? Vous êtes d'accord ?

Personne ne répond.

Qu'est ce que vous avez fait, C ?

E : On a mis ensemble ce qui va ensemble.

Pe : Vous avez fait un tri.

E : Moi j'ai trouvé le nombre.

Pe : Comment on pourrait le trouver tous ensemble ?

C : Il faut compter combien il y en a là, il y en a 17. *montre les étiquettes centaine.*

E : c'est 1798.

A : *montre les étiquettes unités.* Il y en a 28.

N : Moi je pense qu'on compte de 100 en 100. C'est 1700.

A : Non là il y en a 17, la 17 et la 28. Maintenant on compte les étiquettes ensemble.

Pe : Et les trombones ? Parce que c'est compliqué de se souvenir qu'il y en a 17 ici puis 17 ici et enfin 28.

A : Ca c'est une dizaine.

Pe : Ah et une dizaine c'est quoi ? Une dizaine c'est dix unités. Une dizaine c'est dix petits cubes unités.

A : Oui les carrés c'est les unités, les dizaines c'est les barres.

Pe : Est ce que 10 petits carrés ensemble je peux les mettre ensemble ?

N : Oui ça fait 10.

Pe : 10 petits cubes ça fait une barre.

N : Ça fait 20.

Pe : 10 petits cubes ça fait 20 ?

E : Ca fait une dizaine.

Pe : Est ce qu'on peut faire pareil avec les étiquettes ? 10 petits cubes avec la maîtresse, ça fait 1 barre, donc 10 unités ça fait 1 dizaine.

A : *prends 10 étiquettes unités et met un trombone.*

Pe : 10 unités c'est quoi ?

N : une dizaine.

Pe : On peut le mettre ici. *montre la colonne des dizaines.*

Les élèves font des paquets de 10 avec les autres étiquettes unités.

Pe : Vous allez mettre où les 10 dizaine ?

E : Dans les centaines.

Pe : Pourquoi ?

N : 10 dizaines ça fait une centaine.

E : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Hop ça c'est un millier. *Il met ensemble 10 étiquettes centaines.*

N : Mais il n'y a pas les milliers.

E : C'est pas grave on les met là-bas. *Il les écarte du reste des étiquettes.*

1, 2, 3... 8. Il y a 8 centaines là. 8 centaines ça fait 800.

Pe : Alors on en est où ?

A : En fait E, veut rajouter les centaines avec ce paquet là.

Les élèves montrent plusieurs paquets.

N : Là on a mis 10 centaines et la 8.

PE : Et vous avez quand même mis un trombone ?

N : Oui.

Pe : Vous avez fait des paquets de ?

N : Non aussi de 8.

Pe : Alors comment je vais faire ? Il faut peut-être faire que des paquets de ...

C : 10!

N : Oui mais on peut pas mélanger les dizaines avec les unités.

Pe : Oui c'est vrai.

C : Il faut faire des paquets de 10.

Pe : De 10 quoi ?

C : Faire des paquets de 10 centaines, de 10 dizaines et 10 unités.

Pe : Allez-y.

C : J'ai pas compris ce que j'ai dis.

Les élèves n'arrivent pas à réaliser des paquets de 10.

Pe : Nous allons le faire ensemble.

N : Là il y a 8 unités et 7 dizaines.

Pe : On en fait quoi ?

N : On les rassemble.

PE : Pourquoi ?

C : On sait pas.

Pe : On reprends ensemble. On avait mis toutes les unités ensemble, toutes les dizaines ensemble et toutes les centaines ensembles.

La PE montre un paquet de centaines.

Qu'est ce que j'ai là ?

N : des centaines.

Pe : Combien ?

N : 8

E : 10

Pe : On a dit qu'on ne faisait que des paquets de 10.

La Pe reprend toutes les étiquettes unités dans ses mains.

Vous me dites quand je peux faire un paquet. *Fais glisser les étiquettes une à une jusqu'à 10.*

E : Maintenant.

Pe : Ah c'est un paquet de ?

E : 10 unités.

Pe : Qu'est ce que c'est 10 unités ?

E : C'est une dizaine.

Pe : Ok, ensuite je continue. *Fais glisser les étiquettes une à une jusqu'à 10.*

N : C'est bon.

Pe : Je peux refaire un paquet de...

C : 10 unités.

Pe : Et 10 unités c'est...

E : une dizaine. Si on rassemble les deux paquets ça fait 20.

Pe : D'accord. *Fais glisser le reste des étiquettes.*

E : 8, je peux pas.

Les élèves n'ont pas terminé la procédure.

Annexe 8 : verbatim groupe 3.

1. F : Venez on met toutes les centaines avec les centaines
 2. L : Tout le monde met les unités là, *montre un coin de la table*, les dizaines là *montre un autre coin de la table* et les centaines là *montre un autre coin*.
-

3. F : Maintenant il faut compter les centaines.

F commence à compter dans sa tête et montre une à une les étiquettes.

4. L : *Il interrompt F*. Il faut faire comme ça, cent, deux cents, trois cents... T'as compris. Il *laisse F continuer*. N, toi tu comptes 10, 20, 30....
 5. N : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180.
 6. L : Alors tu as quoi N ?
 7. N : Attends.... 10, 20, *N recompte entièrement le nombre d'étiquettes* J'ai 180.
 8. F : *Compte plusieurs fois*. J'ai 17... Mais il m'a dit de compter comme ça "100, 200, 300, 400...". *Elle montre les étiquettes*. Mais j'ai compté, ça fait 17. J'ai 17 centaines. Et toi tu en as combien ?
 9. L : 28.
 10. F : Ok alors 28 plus 17 ça fait 37. Et toi tu en as combien ?
 11. N : J'en ai 180.
 12. F : Hein ?
 13. L : 180 plus...
 14. F : 28...
 15. L : plus 17, ca fait...
 16. N : Mais ca fait pas 17 ca fait 1700.
 17. L : Mais c'est pas possible 17. Regarde 100, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, deux cent mille, trois cent mille, quatre cent mille, cinq cent mille, six cent mille, huit cent mille, neuf cent mille. La tu as neuf cent mille.
-

18. PE : Alors ?
19. L : *montre les centaines* ca fait 3000, *montre les dizaines* ca fait 170 *montre les unités* ca fait 28.
20. PE : Qu'est ce qu'on a mis ensemble ?

21. L : les unités, les centaines et les dizaines
22. PE : Donc on a fait un tri. Combien on a de paquets ?
23. N : 3.
24. PE : Si on regarde le paquet de centaines.
25. L : Ca fait 3000.
26. N : Ca fait 1700.
27. PE : Vous n'êtes pas d'accord?

Combien j'ai d'étiquettes centaines ?

28. N : 17 ca fait 1700.
29. PE : Alors j'ai une centaine, puis deux centaines. N tu continues.
30. N : 3 centaines, 4 centaines, 5 centaines, 6 centaines, 7 centaines, 8 centaines, 9 centaines, 10 centaines. *N fait une pause.*
31. Pe : Ah 10 centaines.
32. N : Ça fait 1000.
33. L : 1 millier, ça fait.
34. Pe : ça fait 1 millier.
35. 10 centaines ça fait 1 millier.
36. F : On peut faire un paquet de 10.
37. Pe : Pourquoi on peut faire un paquet de 10 ?
38. N : Parce qu'on a 10 centaines et ça fait 1 millier.
39. Pe : Je fais un paquet de 10 centaines et ça me fait 1 millier. Je vous laisse continuer seuls.
40. F : *Fais le paquet de 10 centaines et met un trombone.* Il m'en reste 7. Il me reste 7 centaines.
41. N : Moi 180. Du coup 2, 4, 6, 8, 10. *Il met un trombone.*
42. F : J'ai trouvé, moi je fais un paquet de 10 *montre les centaines*, toi tu fais un paquet de 10 *montre les dizaines* et toi tu fais un paquet de 10 *montre les unités*.
43. L : *Compte de 10 en 10. Fais un premier paquet. Compte de 10 en 10 fais un deuxième paquet de 10.*
44. N : Toi ca fait un millier, moi ca fait 100 donc ca fait 1100.

Récupère les étiquettes. Montre aux autres.

Là il y a 1000, un millier. Là il y a cent et là il y a 10. Ça fait 1110.

45. F : Oui mais moi j'ai 7. Tu calcules 7 avec tes centaines.

46. N : Mais ça se peut pas.
47. Pe : Alors ? Ca c'est quoi ? *Montre un paquet.*
48. L : Un paquet 10.
49. Pe : Et ça ?
50. L : Un paquet de 8.
51. Pe : si on les organise correctement sur la table.

N met tous les paquets de 10 ensemble.

52. Pe : Pourquoi vous avez fait des paquets de 10 ?
53. L : C'est plus facile à compter.
54. Pe : Mais dix unités ça fait quoi ?
55. L : Une dizaine donc ça va aller avec toi. *met les paquets 10 unités et 10 dizaines dans les étiquettes dizaines.*
56. N : Non, 10 dizaines c'est pas ici. 10 dizaines ça fait 100 *change le paquet et le met dans les étiquettes centaines.*
57. L : Et 10 centaines ça fait un millier, tu le mets là. *éloigne le paquet des autres étiquettes*
58. Pe : Ok donc vous avez fait une table des unités, une table des dizaines, une table des centaines et une table des milliers.
59. L : ok j'ai compris il faut tout calculer, mais il y a des retenues.
60. Pe : Non. Là, il y a toutes les unités. Combien j'ai d'unités ?
61. F : 8.
62. Pe : Combien de dizaines?
63. N : 8 euh non 7
64. L : 2
65. Pe : Compte.
66. N : 2, 4, 6, 8, 9.
67. Pe : des centaines ?
68. F : 8.
69. Pe : combien j'ai de milliers ?
70. F : 10.
71. Pe : Le paquet de 10 centaines c'est quoi ?
72. N : un millier.
73. Pe : Donc, combien j'ai de milliers ?

74. F : 1.

Les élèves trouvent 1890...

75. Pe : Et le chiffre des unités ?

76. N : 28.

77. L : Non 8.

78. N : 1898.