



HAL
open science

Les schémas dans la résolution de problèmes de type additif au cycle 2

Claire Tuillon, Laura Daumet

► **To cite this version:**

Claire Tuillon, Laura Daumet. Les schémas dans la résolution de problèmes de type additif au cycle 2. Education. 2023. dumas-04576370

HAL Id: dumas-04576370

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04576370v1>

Submitted on 15 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0
International License



**MASTER MEEF mention 1er degré
« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2022 - 2023**

LES SCHÉMAS DANS LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES DE TYPE ADDITIF AU CYCLE 2

Laura DAUMET et Claire TUAILLON

Directrice du mémoire : Céline CONSTANTIN - HELIOT
Assesseur : Chantal TUFFERY - ROCHDI

Soutenu le 23 mai 2023

Remerciements

Nous tenons à remercier tout d'abord, l'enseignant(e) de la classe de CP-CE1 qui nous a donné l'opportunité de réaliser un test auprès de ses élèves de CE1. Son écoute, son expérience et sa disponibilité nous a permis d'enrichir notre expérimentation. Nous souhaitons également remercier les élèves pour leur implication et leur travail qui a nourri et illustré nos recherches.

Nous remercions plus particulièrement, Madame Céline CONSTANTIN-HELIOT, directrice de notre mémoire. Son accompagnement, ses échanges, son écoute et ses conseils ont permis la construction et l'aboutissement de ce mémoire.

Résumé

Ce mémoire de recherche s'intéresse à la schématisation dans la résolution de problèmes de type additif au cycle 2. Les difficultés observées dans la résolution de problèmes et notamment lors de l'utilisation du schéma, présenté comme une aide, ont été le point de départ des différentes recherches. Ce constat au niveau des apprentissages, conduit à s'interroger sur l'utilité du schéma et à focaliser l'objet d'étude sur son enseignement à travers la question de recherche suivante : Dans quelle mesure la construction et l'utilisation des schémas dans la résolution de problèmes additifs sont-elles prises en charge dans l'enseignement ? Le cadre théorique définit le terme de « schéma » (Monnier, Margolinas & Laparra) et souligne la grande diversité des schémas en distinguant deux catégories : les schémas normés en lien notamment avec la typologie de Vergnaud et les schémas de type iconique (Cadet, Monnier). Les recherches permettent d'identifier ses caractéristiques telles que ses différentes fonctions (Margolinas & Laparra). L'étude permet également de revenir sur les difficultés des élèves. La méthodologie, complète les recherches et porte sur l'analyse de trois manuels et sur un test de quatre problèmes proposé à des élèves de cours élémentaire 1 (CE1). Les résultats qui en découlent permettent de conclure quant à la question de recherche.

Mots clés : mathématiques, schéma, résolution de problèmes, cycle 2, CE1.

Summary

This dissertation addresses the schematisation in solving additional issues in primary education. Various researches have been made following difficulties to solve problems including in the use of a diagram used as an assistance tool. This observation in the learning process questions the use of the diagram and the object of study focuses on the following reflection : in what way the composition and the use of a diagram in solving additional problems in primary education are applied in the teaching process ? The theory defines the word « diagram » (Monnier, Margolinas & Laparra) and highlights the large diversity of diagrams before focusing on two types of diagrams : standardised diagrams like those in Vergnaud's typology, and iconic diagrams (Cadet, Monnier). The research allows to identify its various characteristics (Margolinas & Laparra). The object of study also allows to reflect upon the difficulties encountered by pupils. It is supplemented by methodology and uses resources from three textbooks, as well as a four-question test designed to Year 3 pupils. The outcomes answer the object of study.

Keywords : mathematics, diagram, problem solving, primary education, Year 3.

Table des matières

Introduction	1
1. Le schéma : un écrit personnel ou normé ?	3
1.1. Définitions du cadre théorique	3
1.1.1. Qu'est-ce qu'un schéma?	3
1.1.2. L'importance de la catégorisation pour résoudre des problèmes arithmétiques.....	4
1.1.3. Le champ conceptuel de structure additive.....	5
1.2. Une grande diversité de schémas	5
1.2.1. Les schémas normés.....	5
1.2.2. Les schémas personnels	11
1.3. Les caractéristiques du schéma	14
1.3.1. Un objet transparent.....	14
1.3.2. Les différentes fonctions.....	15
1.3.3. Le rôle de la temporalité	16
1.4. Les difficultés rencontrées	16
1.4.1. Formulation de l'énoncé.....	17
1.4.2. Absence de qualification et confusion entre données et résultats.....	18
1.4.3. L'interprétation du schéma	19
1.5. Questions de recherche et hypothèses	20
1.5.1. Question de recherche.....	20
1.5.2. Hypothèses.....	21
2. Méthodologie et expérimentations envisagées	22
2.1. Présentation du corpus	22
2.1.1. Les critères d'analyse du corpus	22
2.1.2. Le choix des manuels.....	23
2.1.3. Les ressources institutionnelles.....	24
2.1.4. Grille d'analyse du corpus	24
2.2. Présentation de l'expérimentation	26
2.2.1. Présentation de la classe.....	26
2.2.2. Expérimentation proposée.....	27
2.2.3. Les critères d'analyse de l'expérimentation.....	30
3. Analyse	33
3.1. Analyse du corpus	33
3.1.1. Hypothèse 1.....	33

3.1.2.	Hypothèse 2.....	40
3.1.3.	Hypothèse 3.....	43
3.2.	Analyse de l'expérimentation	47
3.2.1.	Hypothèse 4.....	47
3.2.2.	Hypothèse 5.....	48
3.2.3.	Hypothèse 6.....	49
3.2.4.	Postulat.....	51
4.	Résultats et discussion	57
	Conclusion.....	59
	Bibliographie	60
	Annexes	62

Table des figures

Figure 1 : Schéma de composition de deux états.	6
Figure 2 : Schéma de transformation d'état.	6
Figure 3 : Schéma de comparaison d'état.	7
Figure 4 : Schéma de composition de transformation.....	7
Figure 5 : Schéma de composition de relation.	8
Figure 6 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de composition de deux états.....	8
Figure 7 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de transformation d'états.	9
Figure 8 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de comparaison d'états.	9
Figure 9 : Schémas en barres observés en classe de CE1/CE2.	9
Figure 10 : Schéma de type « ensembliste » observé en classe de CE2.	10
Figure 11: Schéma sur axe gradué observé en classe.	10
Figure 12 : Schéma repris de Margolinas & Laparra (2016, p.25).	12
Figure 13 : Schéma d'un élève de CP.	12
Figure 14: Schéma d'un problème de type « changement d'état » repris de Cadet (2018, p.76).	13
Figure 15 :Schéma d'un problème de type « changement d'état » repris de Cadet (2018, p.76).....	13
Figure 16 : Schémas réalisés par trois élèves de CP.	14
Figure 17 : Schéma observé dans une classe de CP.....	14
Figure 18 : Schéma de Seyla repris de Margolinas & Laparra (2009, p.11).	19
Figure 19 : Vision synoptique du corpus de manuels.	26
Figure 20 : Relevé des connaissances mobilisées.	29
Figure 21 : Relevé des procédures envisageables.	29
Figure 22 : Relevé des erreurs possibles.	30
Figure 23 : Graphique représentant les caractéristiques de formulation de savoirs.....	33
Figure 24 : Photographie illustrant un schéma présent dans la phase d'institutionnalisation de Maths au CE1.....	34
Figure 25 : Photographie illustrant un exemple de qualification du résultat dans Maths Explicites.	34
Figure 26 : Photographie illustrant la fonction cognitive dans le manuel Cap Maths.	35
Figure 27 : Graphique représentant les formes des schémas proposées.	35
Figure 28 : Graphique représentant les formes de schémas normés.	36

Figure 29 : Photographie illustrant un schéma faisant apparaître le tout et les parties dans Maths au CE1.....	36
Figure 30 : Photographie illustrant un schéma de comparaison dans Maths au CE1.	36
Figure 31 : Diagramme représentant les formes de schémas dans le manuel Cap Maths.	37
Figure 32 : Diagramme représentant les formes de schémas dans le manuel Maths Explicites.....	37
Figure 33 : Tableau présentant les cinq formes de schémas dans le manuel Cap Maths.....	38
Figure 34 : Tableau présentant les quatre formes de schémas dans le manuel Maths Explicites.	38
Figure 35 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel Cap Maths.....	40
Figure 36 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel Maths au CE1.....	41
Figure 37 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel Maths Explicites.....	42
Figure 38 : Progression des représentations (2021, p.84).	43
Figure 39 : Graphique représentant les termes employés concernant le schéma.....	44
Figure 40 : Graphique représentant la mise en page du fichier pour la résolution de problèmes.	45
Figure 41 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de Maths Explicites.....	45
Figure 42 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de Cap Maths. ..	45
Figure 43 : Photographie illustrant la mise en page du livret de problèmes de Cap Maths.....	46
Figure 44 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans un atelier problème de Maths au CE1.....	46
Figure 45 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de Maths au CE1.	46
Figure 46 : Diagramme représentant l'utilisation du schéma par les élèves.....	47
Figure 47 : Graphiques représentant la forme des schémas réalisés par les élèves pour chaque problème.....	48
Figure 48 : Production de Julien pour les problèmes 3 et 4.....	49
Figure 49 : Diagramme et graphique représentant la fonction attribuée au schéma.....	50
Figure 50 : Production de Lucie pour les problèmes 3 et 4.	50
Figure 51 : Production de Louis pour le problème 1.	51
Figure 52 : Production de Mathieu pour le problème 3.	51
Figure 53 : Diagramme représentant le pourcentage de réponses correctes ou erronées.	52
Figure 54 : Diagramme représentant le pourcentage des origines des erreurs.....	52

Figure 55 : Diagramme représentant le pourcentage des types d'erreurs liées à la compréhension du problème.....	53
Figure 56 : Production de Justine pour le problème 2.	53
Figure 57 : Diagramme représentant le pourcentage des types d'erreurs liées au schéma.....	54
Figure 58 : Production de Paul pour le problème 1.	54
Figure 59 : Production de Clara pour le problème 1.....	55
Figure 60 : Diagramme représentant la place chronologique du schéma lors de la résolution de problèmes.	55
Figure 61 : Production de Clément pour le problème 4.....	56
Figure 62 : Production de Marion pour le problème 4.....	56

Introduction

Lors de l'un de nos stages de pratique accompagnée, nous avons pu observer la méthode Accès Cycle 2 dans une classe de CE1/CE2. Cette méthode insiste sur une pratique régulière et systématisée de la résolution de problèmes numériques. Elle accompagne les élèves dans la résolution par l'utilisation de schémas en barres. Étant en début d'année scolaire, les élèves étaient seulement confrontés à des problèmes du champ additif. Pour résoudre ces problèmes, ils devaient systématiquement utiliser un schéma de type parties/tout, de transformation ou de comparaison. Les données et le contexte étaient les mêmes d'un problème à l'autre mais la quantité inconnue était différente. Les problèmes étaient également accompagnés d'un schéma à compléter pour aider les élèves. La professeure insistait pour qu'ils utilisent le schéma à disposition. Ce dernier servait à la fois de justification et d'appui pour trouver la solution. Notre observation nous a conduit à établir des remarques. En effet, pour certains élèves, le schéma était d'une grande aide et indispensable pour résoudre correctement le problème. Cependant, d'autres élèves rencontraient des difficultés à identifier les parties, le tout et ce qu'ils devaient trouver. Cette confusion engendrait un schéma erroné et par conséquent, un résultat faux. Certains élèves identifiaient correctement les données mais n'utilisaient pas de manière correcte le schéma. Ainsi, la schématisation entraînait souvent des erreurs. Le schéma ne servait que d'appui pour trouver la solution et n'était pas clairement explicité. Ces observations et nos différentes lectures d'articles scientifiques nous ont conduit à nous questionner sur la place du schéma dans l'enseignement dans la résolution de problèmes additifs.

Notre réflexion, nos lectures et nos échanges nous ont alors amenées à la question de recherche suivante : **Dans quelle mesure la construction et l'utilisation des schémas dans la résolution de problèmes additifs sont-elles prises en charge dans l'enseignement ?**

Pour répondre à cette interrogation, dans une première partie, nous nous demanderons si le schéma est un écrit personnel ou normé. Pour cela, nous définirons les notions fondamentales du cadre théorique telles que le schéma, l'importance de la catégorisation et le champ conceptuel de structure additive. De plus, grâce à nos lectures et nos observations, nous mettrons en lumière la grande diversité de schémas normés et personnels en les caractérisant et en les illustrant à l'aide de productions d'élèves. Puis, nous aborderons les caractéristiques et fonctions communes à tous les schémas. Ensuite, nous verrons que l'utilisation du schéma peut engendrer des difficultés chez les élèves notamment à cause de plusieurs éléments tels que la formulation de l'énoncé, l'absence de qualification, la confusion entre données et résultats et l'interprétation du schéma. Nous terminerons cette première partie en formulant les hypothèses qui découlent de notre question de recherche. Dans

une deuxième partie, nous exposerons la méthodologie et les expérimentations envisagées. Pour cela, nous débuterons par la présentation du corpus en détaillant les critères d'analyse, le choix des manuels et des ressources institutionnelles. Puis, nous poursuivrons par la présentation de l'expérimentation au travers de la description de la classe, du test ainsi que des critères d'analyse. Dans une troisième partie, nous analyserons le corpus et l'expérimentation au regard des critères retenus. Dans une dernière partie, nous validerons ou invaliderons les différentes hypothèses et nous mettrons en perspective ces résultats avec ceux des chercheurs. Pour conclure, nous évoquerons les intérêts et limites de nos recherches.

1. Le schéma : un écrit personnel ou normé ?

1.1. Définitions du cadre théorique

1.1.1. Qu'est-ce qu'un schéma?

A l'instar de Monnier (2003), nous considérons que le terme de « schéma » est polysémique. En didactique des mathématiques, il revêt deux principales définitions. Selon Monnier, le schéma « permet alors de représenter les relations existant entre les informations essentielles de l'énoncé et leur organisation entre elles » (Monnier, p.27). Cette vision du schéma est partagée par Margolinas et Laparra, qui le définissent de la manière suivante :

[Les schémas] ne donnent pas à lire un discours sur le monde, mais ils donnent à voir une activité réflexive sur des objets du monde, et au travers d'eux sur des relations entre des nombres, puisqu'il s'agit de schémas représentant la résolution d'un problème mathématique (2009, p.1).

En d'autres termes, il peut s'agir d'une représentation graphique simplifiée et fonctionnelle faisant apparaître les éléments majeurs du problème.

En concomitance, d'autres chercheurs dont Julo (2002) considèrent le schéma comme une représentation mentale. En effet, si nous nous appuyons sur le deuxième sens donné par la définition du CNRTL, un schéma est une « représentation mentale d'un principe de déroulement, de la structure générale d'une entité plus ou moins abstraite ou conçue abstraitement; type structurel général dont relève quelque chose ». Ce type de représentation repose sur la conceptualisation et la mémorisation d'une structure de base.

Dans le cadre de notre mémoire, nous avons fait le choix de nous intéresser à la première définition du schéma. Grâce à nos lectures, nous avons pu voir qu'il existait différents types de schémas sémiotiques. Au vu de nos observations faites en stage, nous avons alors décidé de nous focaliser, en particulier, sur les schémas iconiques (dessins personnels) et symboliques (chiffres conventionnels). En effet, ces types de représentations paraissent être les plus utilisés dans la résolution de problèmes additifs. Ainsi, nous pouvons nous demander si les schémas iconiques et symboliques peuvent être des outils potentiels de résolution de problèmes de structure additive.

La résolution de problèmes est une activité très difficile pour les élèves et leurs résultats sont peu concluants dans ce domaine. On peut alors se demander quels sont les éléments qui pourraient aider les élèves dans cette tâche.

1.1.2. L'importance de la catégorisation pour résoudre des problèmes arithmétiques

A travers leurs travaux, Margolinas, Laparra et Houdement mettent en évidence l'importance de la catégorisation qui favorise la réussite des élèves face à la résolution de problèmes arithmétiques. En effet, la rencontre et surtout la résolution à terme de nombreux problèmes de bases enrichissent leur mémoire des problèmes. Cette mémorisation leur permettrait de réussir à résoudre des nouveaux problèmes par analogie avec des problèmes déjà rencontrés. Cette catégorisation par classe de problèmes peut être effectuée selon le champ conceptuel et le schéma de base associé.

Houdement (2017) associe cette catégorisation des problèmes à la constitution de schémas mentaux. L'aspect récursif d'un même schéma présenté de manière prototypique permet la construction d'une représentation stabilisée et une résolution automatisée. L'auteure distingue trois catégories de problèmes. Les problèmes basiques (ordinaires), les problèmes complexes, qui sont une association de problèmes basiques et les problèmes atypiques, qui, peu rencontrés, nécessitent l'invention d'une nouvelle procédure de résolution. Les résultats de ses recherches, à partir d'entretiens semi-directifs, l'ont conduit à affirmer que la mémorisation de problèmes basiques permet de résoudre, par la suite, des problèmes complexes. En effet, cette mémoire de problèmes permet une inférence quasi-immédiate de l'opération, augmente la capacité à connecter les informations et permet la division du problème complexe en sous-problèmes basiques calculables permettant de le résoudre. Les problèmes basiques sont donc indispensables pour résoudre des problèmes complexes. Cette constatation renforce la nécessité de leur enseignement et l'importance de la catégorisation.

Margolinas et Laparra (2009), quant à elles, associent ce concept à la mémorisation de schémas graphiques de bases par la rencontre régulière et organisée avec des schémas correspondant à une même classe de problèmes. La production du schéma est directement induite par la classe de problèmes rencontrée. Les auteures, en appui sur les travaux de Julo (2001) et Vergnaud (1990), invoquent deux schémas de bases mobilisés lors de la résolution de problèmes du champ additif, à savoir le schéma de type parties/tout et de type transformation d'état. L'élève doit rechercher dans sa mémoire de schémas de bases pour mobiliser le schéma adéquat au problème énoncé. Margolinas et Laparra (2009) relèvent une confusion par les élèves entre les problèmes du champ additif. Il est donc nécessaire de leur apprendre à les différencier d'où l'importance de la catégorisation et la nécessité d'un véritable enseignement des schémas de bases. Cet enseignement repose sur un code stable de représentation possible permettant notamment de distinguer les problèmes de type parties/tout et ceux de transformation d'état.

Pour mieux comprendre et caractériser les problèmes qui se résolvent par une addition ou une soustraction, on s'intéresse au champ conceptuel de structure additive.

1.1.3. Le champ conceptuel de structure additive

En 1990, Vergnaud établit la théorie des champs conceptuels. Cette théorie définit un champ conceptuel comme « un ensemble de situations, dont la maîtrise requiert une variété de concepts, de procédures et de représentations symboliques en étroite connexion » (Vergnaud, 1990, p.32). Chaque concept fonctionne en réseau et repose sur un triplet :

$$C = (S, I, \mathcal{S})$$

- S est l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept.
- I est l'ensemble des invariants, c'est-à-dire les propriétés et relations qui restent inchangées pour un ensemble de transformations.
- \mathcal{S} est l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de symboliser un concept. Nous associons les schémas à cet ensemble.

Le champ conceptuel de structure additive fait référence à l'ensemble des problèmes pouvant se résoudre par une addition et/ou une soustraction. C'est sur ce champ conceptuel et donc sur les problèmes arithmétiques de type additif que nous nous sommes focalisées dans nos recherches.

Au cours de nos lectures et de nos observations, nous avons pris conscience de l'existence d'une grande diversité de schémas. Ainsi, cela nous a conduit à diverses interrogations : Quels sont les différents types de schémas utilisés lors de la résolution d'un problème additif ? S'agit-il d'un écrit personnel ou normé ?

1.2. Une grande diversité de schémas

1.2.1. Les schémas normés

Le passage à un schéma normé demande à l'élève une plus grande capacité d'abstraction. En effet, l'élève doit abandonner sa représentation du réel pour aller vers une représentation symbolique des objets désignés dans l'énoncé. Par exemple, dans un problème traitant de pommes, le fruit ne sera plus dessiné en détail mais délaissé pour un élément plus symbolique : les chiffres conventionnels.

A l'inverse d'un schéma qualifié de personnel, on considère le terme de « schéma normé » comme un schéma qui suit des règles spécifiques. Ces schémas nécessitent un apprentissage c'est-à-dire une institutionnalisation de leur utilisation. Cette utilisation est normée et régie par des règles connues, fixes et identiques pour l'ensemble des élèves. Monnier qualifie ce type de représentation de « schémas institutionnels » et le définit comme « un outil spécifique, au nom bien déterminé, reconnu socialement [...] permettant, grâce aux propriétés mathématiques qu'il met en lumière, de détecter un type de problème particulier. » (Monnier, 2003, p.29). Ainsi, chaque catégorie de problèmes est

associée à une « forme conventionnelle institutionnalisée » (Cadet, 2018, p.73), c'est-à-dire à un schéma spécifique permettant de résoudre un certain type de problèmes. Aujourd'hui, les schémas normés les plus utilisés, dans le cadre des problèmes de structure additive, découlent de la typologie des problèmes arithmétiques selon Vergnaud.

1.2.1.1. La typologie des problèmes arithmétiques de Vergnaud

En 1986, Vergnaud établit un classement des problèmes arithmétiques en fonction de leur structure. Selon cette typologie, les problèmes appartenant au champ conceptuel de structure additive ont été divisés en cinq catégories principales de relations. Chacune de ces catégories regroupe une grande variété de problèmes en fonction de l'inconnu et la nature de la transformation. Quels sont les différents types de relations qui peuvent être visibles dans les schémas normés ?

Les problèmes de relation partie-partie-tout ou composition de deux états :

On connaît les parties et on cherche le tout (addition), on connaît le tout et une des parties et on cherche l'autre partie (soustraction).

Exemple : Marie a 8 figurines et Jules en a 13. Combien de figurines ont-ils à eux deux ?

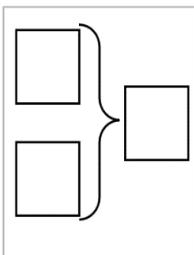


Figure 1 : Schéma de composition de deux états.

Dans ce problème, on cherche l'ensemble des figurines de Marie et Jules. Cet ensemble correspond à la composition des figurines de Marie avec celles de Jules. La composition est traduite schématiquement par une accolade qui englobe les parties et désigne le tout. Ce problème peut être traduit par l'addition : $8 + 13 = ?$.

Les problèmes de transformation d'état :

On passe d'un état initial à un état final par une transformation (positive ou négative). On peut être amené à rechercher l'état final, la transformation ou l'état initial.

Exemple : Hector a 12 cartes. A la récréation, il en perd 5. Combien en a-t-il maintenant ?

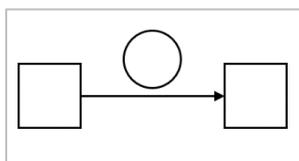


Figure 2 : Schéma de transformation d'état.

Dans cet exemple, on sait que Hector a initialement 12 cartes. Son nombre de cartes subit une transformation négative de valeur -5, cette relation est désignée dans le schéma par une flèche horizontale surmontée d'un cercle. On obtient finalement le nombre de cartes d'Hector à la fin de la récréation. Cette relation s'exprime par une soustraction : $12 - 5 = ?$ et comporte une dimension temporelle puisqu'il y a un avant et un après.

Les problèmes de comparaison d'état :

On compare deux états en recherchant soit l'un des états soit la différence.

Exemple : Sophie a 17 bonbons. Léa a 8 bonbons de moins que Sophie. Combien Léa a-t-elle de bonbons ?

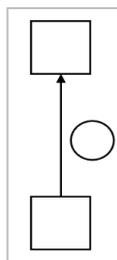


Figure 3 : Schéma de comparaison d'état.

On cherche à comparer le nombre de bonbons de Sophie et de Léa. La relation entre le nombre de bonbons de Sophie et Léa est négative et de valeur -8, on peut représenter ce problème par l'équation : $17 - 8 = ?$. Cette relation est représentée symboliquement par une flèche verticale à laquelle est accolé un cercle. Contrairement aux deux précédents, la résolution de ce type de problèmes ne comporte ni d'aspect temporel ni de relation parties-parties-tout. L'énoncé comprend souvent les expressions « de plus » ou « de moins » traduisant la nature de la relation.

Les problèmes de composition de transformation :

On recherche la transformation composée ou l'une des composantes.

Exemple : Noah joue au jeu de l'oie. Il avance de 9 cases puis recule de 4 cases. Finalement, a-t-il avancé ou reculé ? De combien de cases ?

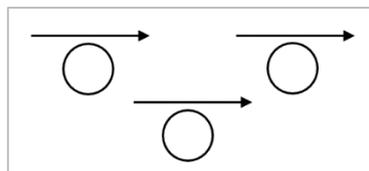


Figure 4 : Schéma de composition de transformation.

Dans ce problème, les deux transformations et leur nature sont connues. Au premier tour de jeu, Noah avance de 9 : la transformation est positive et de valeur +9. Au deuxième tour, il recule de 4 : la transformation est négative est de valeur -4. La composition de ces deux transformations peut ainsi

être désignée par une soustraction : $9 - 4 = ?$. Comme dans les problèmes de transformation d'états, les transformations s'effectuent dans le temps, dans un ordre précis et sont également symbolisées par une flèche horizontale.

Les problèmes de composition de relation :

On s'intéresse à l'ordre des relations entre trois états dont on ne connaît pas les valeurs pour déterminer l'une des relations inconnues.

Exemple : Abdel pèse 11 kg de moins que Lou. Lou pèse 3 kg de moins que Théo. Qui est le plus lourd de Théo ou d'Abdel ? De combien ?

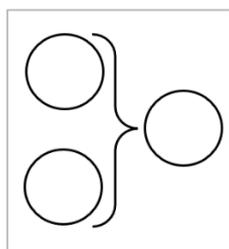


Figure 5 : Schéma de composition de relation.

Dans cet exemple, nous avons les valeurs des trois relations qui lient Abdel, Lou et Théo. La différence de poids entre Théo et Abdel est donnée par la composition de la relation qui unit Lou et Abdel avec celle qui unit Lou et Théo. Les indications textuelles « de moins » permettent d'organiser les relations dans l'ordre et ainsi déterminer qui est le plus lourd et la valeur de la différence donnée par l'addition : $11 + 3 = ?$. Ce type de problème est complexe et suppose que l'élève arrive à se représenter correctement le problème.

Au cours de nos stages, ce sont les schémas en barres que nous avons le plus observés au cycle 2. Cela nous a amenées à nous intéresser plus particulièrement à ce type de schémas normés.

1.2.1.2. Les schémas en barres

Dans le cadre des problèmes arithmétiques de structure additive, un seul type de schéma en barres est proposé par les manuels (Accès) pour résoudre les problèmes de composition, de transformation et de comparaison d'états. Les schémas en barres représentent-ils les différentes relations établies par Vergnaud ?

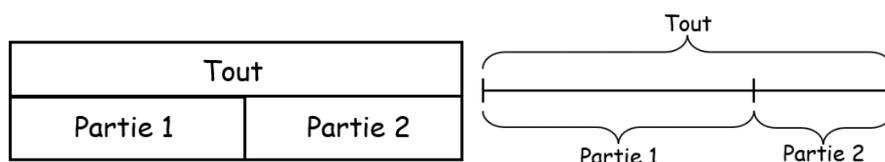


Figure 6 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de composition de deux états.

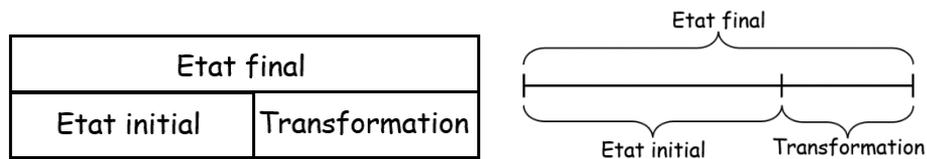


Figure 7 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de transformation d'états.

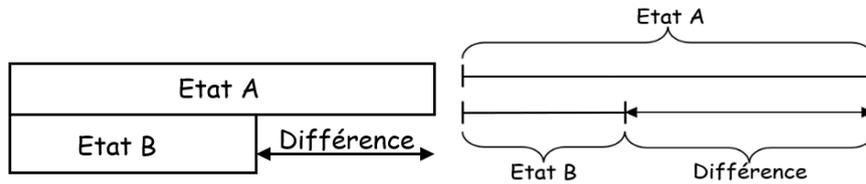


Figure 8 : Schémas en barres utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes de comparaison d'états.

Ces schémas, pourtant associés à des catégories de problèmes différents, ont la même structure. Cette similitude peut être un élément facilitateur pour les élèves car l'utilisation d'un seul schéma permet de résoudre une grande variété de problèmes additifs. Cependant, les relations entre les informations paraissent moins visibles que sur la schématisation établie par Vergnaud. Par exemple, la temporalité n'est pas représentée par une flèche définissant de façon explicite un avant et un après. Par conséquent, l'utilisation de ces schémas suppose que l'élève soit en capacité de se représenter correctement le problème en identifiant les données et leurs relations.

1.2.1.3. Herbier de schémas normés

Au cours de nos observations de stage et à travers nos différentes lectures d'articles scientifiques, nous avons pu constater l'existence de différents schémas normés, utilisés dans la résolution de problèmes de type additif. Dans cet herbier, nous avons fait le choix d'en relever quelques-uns et de commenter leur utilisation à travers leur forme et la nature des relations visibles.

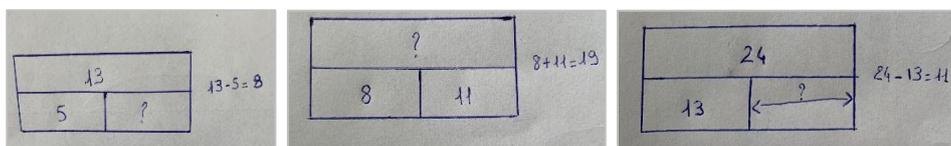


Figure 9 : Schémas en barres observés en classe de CE1/CE2.

Les différents schémas en barres ci-dessus ont été réalisés lors de divers problèmes additifs. Les élèves placent les données en fonction de leur relation et identifient l'inconnu par un point d'interrogation. Le schéma est accompagné de l'opération qui permet d'obtenir le résultat final. Comme nous l'avons remarqué plus haut, les relations temporelles de transformation et les relations de comparaison semblent peu visibles par rapport à la schématisation de Vergnaud.

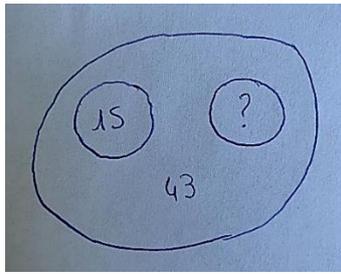


Figure 10 : Schéma de type « ensembliste » observé en classe de CE2.

Ce schéma de type ensembliste est utilisé dans le cadre d'un problème de composition d'états dont l'inconnu est l'une des parties : *Dans un parking, il y a en tout 43 voitures. 15 de ces voitures sont blanches, les autres sont grises. Combien y a-t-il de voitures grises ?* Ce schéma présente un problème important de représentation. En effet, ici, en réalité, ce schéma représente trois parties ce qui pose des difficultés de compréhension et n'induit pas facilement l'opération à réaliser.

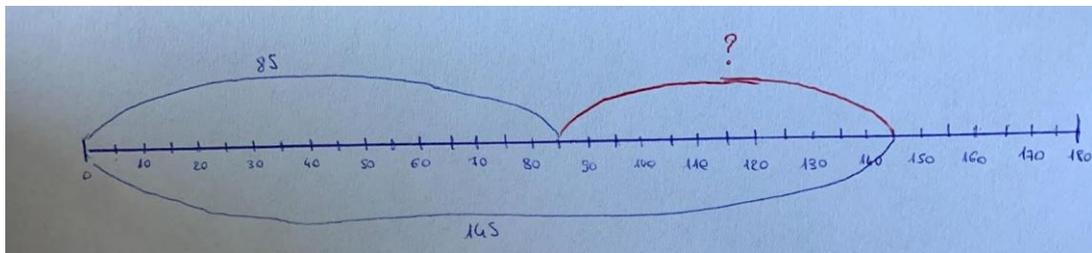


Figure 11: Schéma sur axe gradué observé en classe.

Dans le schéma ci-dessus, l'élève a représenté un problème de type comparaison d'états sur un axe gradué. L'énoncé était le suivant : *Pour se rendre chez sa grand-mère, Emilien doit parcourir 145 km. Il en a déjà parcouru 85. Combien lui reste-t-il de kilomètres à parcourir ?* Ce type de problème devrait amener l'élève à réaliser une soustraction : $145 - 85$ pour trouver la différence (recul).

Or cette configuration sur axe gradué amène l'élève à trouver directement l'écart entre ces deux valeurs : $85 \leftrightarrow 145$. Cette lecture de l'écart semble facilitée par les graduations. La schématisation sur axe gradué induit différentes résolutions : recul ou écart.

Pour conclure, les schémas qualifiés de « normés » rendent souvent compte de manière plus visible des différentes relations entre les données. En effet, « en fixant plus clairement la place de l'inconnue, les représentations graphiques utilisées condensent l'information pertinente tout en facilitant l'identification des différents opérateurs » (Levain, 2000, p.3).

Dans le cadre d'une transformation, ces relations revêtent un aspect temporel. Comme le dit Descaves, « les représentations statiques qui expriment des relations peuvent être interprétées comme

exprimant des processus, c'est-à-dire des évolutions temporelles de relation. » (1992, p.38). Ainsi, la question des relations à une place importante dans la représentation graphique.

Lors de nos différents stages, nous avons observé quelques schémas normés. En cycle 2, ces schémas étaient, pour la grande majorité, des schémas en barres. Outre ces schémas conventionnels, nous avons constaté la présence de nombreuses représentations à caractère personnel et figuratif.

1.2.2. Les schémas personnels

1.2.2.1. Les représentations iconiques

Dans la résolution de problèmes, le schéma peut être considéré comme un écrit personnel. En effet, pour un même problème, nous pouvons obtenir un véritable herbier diversifié de schémas. Chaque élève possède sa propre interprétation de l'énoncé d'un problème ainsi que son propre raisonnement qu'il retranscrit selon ses représentations du réel. Lors de nos divers stages, nous avons pu observer que certains élèves vont s'attarder plus ou moins sur des détails qui leur semblent importants pour répondre au problème posé. Par exemple, lors d'un problème évoquant des pommes rouges, certains élèves vont s'appliquer à dessiner la pomme avec sa tige et sa couleur. Les élèves cherchent à se rapprocher au plus près de la réalité entraînant alors des schémas à caractère personnel et figuratif. Ces observations nous ont alors amenées à nous demander si le schéma était réellement une aide dans cette situation et s'il ne détournait pas l'élève de l'objectif pédagogique visé par l'enseignant. Dans ses travaux, Monnier (2003) parle alors de représentations iconiques et classe plus précisément ce type de schémas personnels dans la catégorie « dessin ». Elle explique qu'il s'agit de « représentations très personnelles de la réalité de l'énoncé » employées souvent par des élèves du cycle 2 qui ne possèdent pas encore « tous les outils de schématisation plus synthétiques et mathématiques ». (2003, p.27)

Cadet (2018), quant à lui, parle de forme idiosyncrasique pour définir les représentations personnelles et figurées des élèves. En effet, à partir d'un certain âge, les élèves développent une certaine régularité dans leur schéma abandonnant alors le « gribouillis » pour laisser place à des représentations structurées, individualisées, distinctes et régulières. En effet, l'élève utilise alors son imagination et sa représentation du réel pour réaliser son schéma afin de répondre au problème posé. Selon lui, si le problème évoque des bateaux et des pièces d'or, il faut alors que ces éléments apparaissent sur son schéma.

Cadet évoque également les représentations iconiques dans ses travaux mais les définit différemment de Monnier (2003). Selon lui il s'agit de « représentations à la fois personnelles et symboliques d'une quantité » (Cadet, 2018, p.72). En effet, selon sa définition, l'élève sait prendre du recul sur l'énoncé

du problème, les collections ne sont plus représentées de manière figurative mais par « une correspondance directe forme/groupe d'unité ».

Ainsi, comme l'explique Cadet (2018) dans ses travaux, les schémas des élèves évoluent, progressivement le caractère figuratif et personnel présent dans leurs schémas s'estompe pour laisser place à une représentation symbolique normée.

1.2.2.2. Herbier de schémas personnels

Au cours de nos observations de stage et à travers nos différentes lectures d'articles scientifiques, nous avons pu constater que de nombreux élèves réalisent des schémas à caractère figuratif et personnel pour résoudre un problème de type additif. A travers cet herbier, nous avons fait le choix d'en relever quelques-uns et de les commenter.

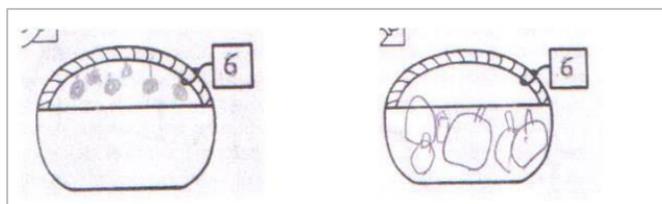


Figure 12 : Schéma repris de Margolinas & Laparra (2016, p.25).

Les deux schémas ci-dessus traitent d'un problème réalisé en classe de Grande Section. Les élèves devaient représenter 6 pommes dans le panier. Ces deux représentations sont intéressantes car nous pouvons voir que les élèves ont fait le choix d'un schéma à caractère figuratif. Ils veulent respecter la réalité en dessinant la pomme ronde avec sa tige. L'un des élèves (schéma de gauche) se contraint même à faire rentrer les 6 pommes dans le panier.



Figure 13 : Schéma d'un élève de CP.

Cet autre exemple de schéma traite d'un problème du type additif en CP. Ici aussi, les élèves ont essayé de respecter au mieux la réalité des pommes avec une production très personnelle et détaillée : forme, couleurs, tige ... Nous pouvons observer que trois pommes sont barrées, nous pouvons donc faire l'hypothèse que l'élève a voulu enlever une quantité de pommes au cardinal de la collection.

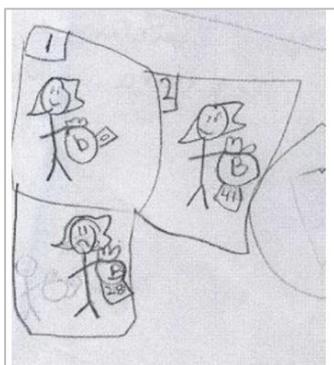


Figure 14: Schéma d'un problème de type « changement d'état » repris de Cadet (2018, p.76).

Lors de la lecture de l'article de Cadet, nous avons trouvé le schéma ci-dessus très intéressant et très riche. Il s'agit d'un schéma utilisé dans la résolution d'un problème de type « changement d'état ». Nous pouvons observer que le schéma de Jeanne est structuré et très détaillé (sac de billes, traits du visage). D'après l'auteur (2018), le dessin de Jeanne est une forme idiosyncrasique. En effet, elle a nettement délimité l'espace et réalisé l'illustration d'un personnage en trois temps qui correspondent aux différentes étapes du problème. Ce schéma est très personnalisé avec beaucoup d'éléments figuratifs. Cependant, nous pouvons y voir des nombres qui correspondent aux sous-ensembles (13 et 28) et au résultat de l'addition $13 + 28$ (41).



Figure 15 :Schéma d'un problème de type « changement d'état » repris de Cadet (2018, p.76)

Le schéma ci-dessus traite du même problème qu'à la figure 14 et est réalisé par la même élève. Ici, Jeanne s'est détachée partiellement des éléments réalistes. En effet, les détails (personnage, sac à bille...) et la délimitation de l'espace en fonction des étapes du problème ont disparu. Il ne reste que des ronds symbolisant les billes. Nous sommes en présence d'une correspondance image/unité. Jeanne a représenté deux sous-ensembles de billes aux données de l'énoncé (13 perdues et 28 gagnées). Ces derniers sont entourés et forment l'ensemble total des billes. Ici, l'aspect personnel et figuratif s'estompe. Cependant, aucune relation entre les données n'est visible.

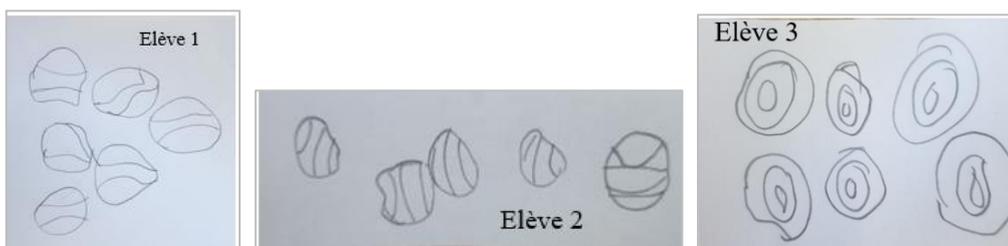


Figure 16 : Schémas réalisés par trois élèves de CP.

Nous avons pu observer les trois schémas ci-dessus lors de notre stage dans une classe de CP. Les élèves devaient schématiser 6 ballons. Nous aurions pu penser que tous les élèves allaient représenter les ballons par un simple rond, mais ce ne fut pas le cas. En effet, chaque élève a représenté sa propre vision du ballon avec plus ou moins de détails et avec une certaine organisation spatiale. Par exemple, le schéma de l'élève 3 est organisé comme constellation de dé alors que celui de l'élève 2 est construit de manière linéaire. Chaque élève a alors réalisé un schéma en utilisant sa propre perception et conception du ballon créant alors une production personnelle et figurée.

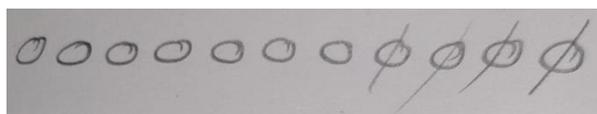


Figure 17 : Schéma observé dans une classe de CP.

Cet autre exemple de schéma, que nous avons pu observer en stage, traite d'un problème du type additif en CP. Les élèves devaient trouver le nombre d'enfants mangeant à la cantine. L'énoncé indiquait le nombre total d'élèves (11) et le nombre d'enfants mangeant à la maison (4). Sur ce schéma, l'élève a représenté les élèves par des ronds. Il a su s'affranchir de ses représentations personnelles et réalistes. Nous pouvons observer que l'élève a barré 4 ronds symbolisant les quatre élèves qui mangent à la cantine. Les traits correspondent à l'action « d'enlever ».

Ainsi à travers nos lectures et nos observations en stage nous avons alors pu prendre conscience de l'existence d'une grande diversité de schémas. De nombreuses interrogations se sont alors présentées à nous : Y-a-t-il entre les schémas personnels et les schémas normés un type de schéma plus efficace ? Quelles sont leurs caractéristiques ?

1.3. Les caractéristiques du schéma

1.3.1. Un objet transparent

Le schéma peut être considéré comme un objet de savoir transparent qui se voudrait évident. Il s'agit d'un outil de savoir sans propriété ni règle spécifique qui ne nécessiterait donc pas un apprentissage spécifique. D'après Margolinas et Laparra, le schéma est considéré dans

l'enseignement comme simplement un « objet à regarder ». Or il possède en réalité des « codes sémiotiques », une organisation et des fonctions particulières qu'il serait nécessaire de travailler. Selon elles, « la simple confrontation avec ces outils ne saurait en construire une maîtrise progressive » (Margolinas & Laparra, 2009). Son enseignement est donc un véritable obstacle pour l'enseignant qui ne dispose pas de clés didactiques pour parvenir à faire progresser ses élèves. Les caractéristiques du schéma telles que ses différentes fonctions sont l'un des éléments indispensables soulevé par les deux chercheuses.

1.3.2. Les différentes fonctions

Les travaux de Margolinas & Laparra (2009), ont permis de mettre en avant les trois fonctions principales du schéma, explicites ou non.

La première fonction est la fonction cognitive. Celle-ci se veut transparente. Elle peut permettre dans certains cas, d'éviter certaines difficultés chez l'élève lors de la résolution d'un problème. En effet, la fonction cognitive du schéma peut être une aide lors d'un problème nécessitant un surcomptage ou un décomptage qui dépasse 10. La collection graphique (schéma) peut alors être utilisée pour remplacer la collection témoin (doigts de la main). Le schéma peut aider les élèves à se représenter le problème et à mettre en relation le tout et les parties évitant alors une confusion entre les deux.

La fonction mémorielle est la deuxième fonction associée aux schémas. En effet, dans un premier temps, le schéma permet aux élèves de mémoriser les données du problème posé. L'élève peut noter, représenter ou schématiser au fur et à mesure de la lecture de l'énoncé du problème, les éléments qui lui semblent pertinents et nécessaires pour les calculs menant au résultat attendu. Il s'agit dans cette première étape mémorielle de représenter la situation du problème posé. Dans un deuxième temps, le schéma peut permettre de reconstituer les étapes du raisonnement menées par l'élève pour résoudre le problème. En effet, lors d'un problème dit complexe, le schéma peut être encore plus utile afin de mémoriser et de qualifier les résultats intermédiaires nécessaires pour trouver le résultat final. Cette fonction mémorielle de l'écrit, n'est souvent présente que de manière implicite.

Enfin, d'après les auteures, la troisième fonction associée au schéma « est toujours présente de manière implicite » (Margolinas & Laparra, 2009). Il s'agit de la fonction communicative. En effet, grâce aux schémas et donc à l'écrit, les élèves peuvent communiquer ce qu'ils ont voulu faire à d'autres personnes ne partageant pas le même espace-temps. Cela permet aux élèves observateurs de savoir ou déduire une procédure possiblement utilisée par l'élève producteur. Cependant, dans ce cas, le schéma représente simplement une succession d'actions passées, rien de plus.

1.3.3. Le rôle de la temporalité

Parmi les différentes caractéristiques du schéma, la temporalité joue un rôle majeur. En effet, d'après Laparra et Margolinas (2009) le schéma ne permet pas de connaître l'ordre dans lequel l'élève a procédé. Les deux auteures se questionnent alors : « Le schéma a-t-il été réalisé une fois résolu le problème ou a-t-il été réalisé au fur et à mesure de sa résolution ? » (Laparra & Margolinas, 2009, p.20) . Cette deuxième question interroge alors sur la place de la temporalité. En effet, il n'apparaît pas sur les schémas des connecteurs tels que « puis, alors, après » que nous pouvons retrouver dans l'énoncé et qui pourraient nous indiquer l'ordre dans lequel une représentation a été effectuée. Deux hypothèses peuvent alors se poser. Un élève peut avoir sa propre représentation de la temporalité, organisant alors son schéma avec des arguments qui lui sont propres. Ou bien, il peut s'appuyer sur ses connaissances de lecture considérant réciproquement les éléments écrits à gauche et/ou au-dessus antérieurs à ceux écrits à droite et/ou en dessous. Selon le problème, cette construction de schéma se veut plus ou moins pertinente. Cependant, d'après Laparra et Margolinas, il est aussi important que les élèves puissent dans un premier temps, se libérer « de toute l'organisation temporelle » (2009, p.33) afin qu'ils puissent dans un second temps, mettre en relation les éléments du problème les uns par rapport aux autres et non plus les uns après les autres comme une simple juxtaposition de données. En effet, il est essentiel que les élèves créent et mettent en relation les différents éléments présents dans l'énoncé, en gardant la notion de temporalité quand celle-ci est essentielle pour résoudre le problème posé.

Ces différentes caractéristiques font du schéma un outil complexe à comprendre et à utiliser. Cette observation a soulevé des questionnements : Le schéma peut-il être un obstacle dans la résolution de problème additif ? L'énoncé de problème influence-t-il l'utilisation et la production du schéma ?

1.4. Les difficultés rencontrées

Les élèves sont confrontés à des difficultés récurrentes lors de la résolution de problèmes arithmétiques et de l'utilisation du schéma. Ces obstacles peuvent dans certains cas, créer un blocage lors de la construction du raisonnement chez l'élève et dans d'autres cas, entraîner une argumentation correcte mais un résultat erroné.

1.4.1. Formulation de l'énoncé

1.4.1.1. Habillage de l'énoncé

Selon Houdement (2017), une difficulté rencontrée chez les élèves concerne l'habillage du problème. Celui-ci désigne alors tout ce qui n'est pas pertinent dans l'énoncé pour la résolution du problème posé. En effet, d'après des recherches de psychologie cognitive, le contexte du problème joue un rôle essentiel dans la procédure de résolution chez les élèves. Selon les cas, il peut aider le raisonnement mais il peut, cependant, être aussi à l'origine d'un réel blocage. Lorsqu'un élève mobilise un contrôle ou une inférence pragmatique, il s'appuie sur la réalité donnée par l'énoncé du problème. Celui-ci lui donne des éléments qui peuvent l'orienter dans sa résolution. C'est le cas pour Ludivine, élève ayant participé aux entretiens semi-directifs lors de travaux d'Houdement (2017). Elle utilise sa vision du réel pour résoudre le problème de brioches et d'œufs. Selon elle, « il faut plus d'œufs que de brioches » (2017, p.10). Ici le réel du problème est en adéquation avec celui de l'élève, l'habillage du problème a donc permis d'orienter Ludivine sur le calcul à réaliser. Cependant, la représentation du réel chez un élève n'est pas toujours la même que celle présente dans le problème posé. Dans ce cas-là, l'habillage est un réel obstacle pour les élèves. Nous relierons cette difficulté aux genres discursifs et notamment au passage entre le discours premier, récit d'expériences et le discours second, véritable enjeu de l'école. L'énoncé de problèmes est un énoncé de genre second qui vise à construire des apprentissages mathématiques. Cependant, certains élèves considèrent le problème comme un énoncé de récit, énoncé de genre premier. Ils tentent alors de résoudre ce problème dans la réalité sans mobiliser d'outils mathématiques, on dit qu'ils ne secondarisent pas la tâche. Cette absence de processus de secondarisation liée à une non-connivence avec les attendus scolaires est une véritable source de malentendus sociocognitifs chez l'élève. Ce type de malentendus est défini comme une « interprétation erronée par les élèves des tâches à effectuer et des critères de réussite » (Bautier et Rayou, 2009 cités par Richard-Principalli et Constantin). Cette mauvaise interprétation découle d'un manque d'explicitation des enjeux.

1.4.1.2. La valeur temporelle

D'après Margolinas et Laparra (2009), lors de l'énonciation des problèmes, la valeur temporelle des différents éléments présents dans l'énoncé joue un rôle primordial dans la résolution. A travers des observations réalisées des classes de CP, il est possible de voir que les élèves ne sont pas capables de résoudre seul (sans reformulation de la part de l'enseignant) un problème qui évoque en premier le tout avant la ou les parties. Les données d'un énoncé de problèmes sont vues chez l'élève comme une liste d'éléments sans relation. Il a été observé que l'habillage des problèmes (au cycle 2) est rarement construit avec les expressions « *il y en a en tout* » ou « *les cubes rouges sont*

une partie des cubes » (Laparra & Margolinas, 2007, p.22). L'utilisation d'un vocabulaire restreint (« *il y a... et il y a..* ») utilisé dans l'habillage ne favorise pas, dans un premier temps, la création de liens entre les différentes données d'un énoncé et dans un deuxième temps, empêche de voir que l'ordre n'a aucune importance dans le type de problème observé (cubes bleus et rouges).

1.4.2. Absence de qualification et confusion entre données et résultats

1.4.2.1. Absence de qualification

L'une des difficultés rencontrées par les élèves peut être due à une absence de qualification. Houdement (2017) présente les problèmes complexes comme des agrégats de « problèmes basiques ». Pour résoudre ce type de problème dit complexe, il est donc nécessaire de connecter les informations et de qualifier les résultats trouvés préalablement. En effet, lors de la résolution d'un problème complexe, l'élève réalise souvent une succession de calculs sans savoir réellement à quoi ils correspondent. Les élèves sont en difficulté lorsqu'ils doivent verbaliser de manière explicite et/ou d'écrire une grandeur qu'ils viennent de calculer. Les opérations sont justes, mais les non ou fausses qualifications entraînent alors l'élève dans un résultat final incorrect. Il est alors essentiel de qualifier tous les calculs intermédiaires menant au résultat final attendu. Il est important de mettre en relation les informations de l'énoncé afin de pouvoir qualifier au mieux les résultats par la suite.

1.4.2.2. Confusion entre données et résultats

D'après Laparra et Margolinas (2009), la confusion entre les données et les résultats d'un problème représente aussi une difficulté récurrente dans la résolution. En effet, lors de l'étude portée sur la classe de CP résolvant un problème d'arithmétique (sur des cubes), les schémas montrent que certains élèves traitent la quantité 12 comme le résultat à trouver et la quantité 7 comme une donnée, or il s'agit de l'inverse. L'auteure a ainsi observé que certains élèves, par leur schéma, confondent la quantité représentant une donnée de l'énoncé et la quantité correspondant au résultat attendu. De cette confusion découle alors une réponse du problème souvent erronée. Dans cette situation d'observation, le schéma est un facteur qui peut accentuer cette difficulté. En effet, la plupart des élèves ne distinguent pas dans leur schéma la phase d'exposition du problème qui permet de poser et de qualifier les éléments donnés par l'énoncé et la phase de résolution qui illustre le raisonnement (opérations) utilisé pour trouver le résultat du problème posé. De plus, dans cette séance observée, 12 (donnée de l'énoncé) occupe une position de résultat plus crédible que 7 (résultat attendu) car pour les élèves l'addition connue est $5 + 7 = 12$. La représentation prototypique de l'addition avec le résultat à droite du signe « égal » est un élément, qui dans ce cas-ci, peut alors alimenter cette confusion entre les données et le résultat.

1.4.3. L'interprétation du schéma

Lors de l'utilisation d'un schéma dans la résolution de problèmes, l'interprétation de celui-ci est une réelle difficulté. En effet, plusieurs paramètres viennent complexifier la lecture et la compréhension du schéma. Tout d'abord, chaque élève est libre d'attribuer à sa représentation écrite la fonction qu'il désire puisqu'il peut s'agir d'un objet personnel. Effectivement, comme nous l'expliquent Laparra et Margolinas (2009), le schéma ne représente pas toujours le problème résolu. Il peut permettre de mémoriser et répertorier toutes les données de l'énoncé, ne faisant pas apparaître de manière explicite la réponse attendue. En effet, c'est le cas du schéma de Seyla dans les travaux de Laparra et Margolinas (2009) où le maître pense que l'élève s'est trompée d'opération mathématique. Or Seyla a en réalité seulement représenté les manipulations réalisées par l'enseignant en début de séance. Son schéma illustre alors les deux ensembles distincts (5 cubes rouges et l'ensemble des 12 cubes) évoqués lors de la lecture de l'énoncé. Ici, Seyla a utilisé majoritairement la fonction mémorielle du schéma à travers sa production.

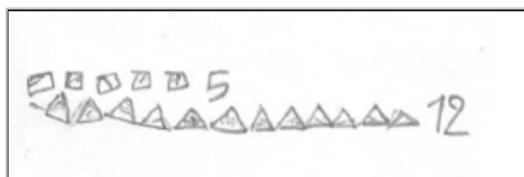


Figure 18 : Schéma de Seyla repris de Margolinas & Laparra (2009, p.11).

De plus, le sens de lecture d'un schéma peut être un autre paramètre qui rend l'interprétation difficile. En effet, sans verbalisation de la part de l'élève, il est compliqué de comprendre et de suivre le raisonnement de l'élève car nous ne pouvons pas savoir dans quel sens a été structuré l'écrit. La notion de temporalité rentre alors en jeu.

Par conséquent, l'interprétation des schémas peut être un obstacle, d'une part, pour l'enseignant, lors de l'évaluation et, d'autre part, pour les autres élèves, selon la fonction attribuée à celui-ci. En effet, il s'agit d'un écrit personnel, compris par celui qui l'a produit mais souvent incompris par le lecteur.

Ainsi, nous pouvons alors nous demander si le schéma est une aide personnelle propre à chacun. En effet, il ne sert pas à justifier une procédure puisque son interprétation pose problème. Cependant, nous pouvons émettre le postulat suivant : le schéma peut être une aide dans la résolution de problèmes sous certaines conditions. L'enseignement de celui-ci serait alors essentiel pour réduire les difficultés et obstacles qu'il engendre.

1.5. Questions de recherche et hypothèses

De nombreux chercheurs se rejoignent sur l'idée que le schéma constitue un outil transitoire. En effet, selon Vergnaud, « en tant que support pour les problèmes, ces diagrammes sont faits pour être oubliés au fur et à mesure de la maîtrise de ces problèmes » (cité par Priolet, 2014, p.64). Cette conclusion est partagée par Monnier et également reprise par Descaves :

[Les représentations] ne sont qu'une aide au passage vers les représentations symboliques digitales, non analogiques, seules susceptibles de permettre le développement du calcul. Elles doivent donc être abandonnées progressivement. (1992, p.71)

En outre, cet outil, en plus de son caractère provisoire, serait selon les chercheurs, un dispositif à proposer et non à imposer à l'élève. En effet, le caractère obligatoire de son utilisation pourrait davantage constituer un blocage qu'une véritable aide dans la résolution.

Selon Monnier, il serait nécessaire de laisser à l'élève « la liberté de les utiliser ou non, afin de ne pas l'enfermer, par un entraînement spécifique, dans une forme particulière de représentation qui ne lui correspond pas » (2003, p. 34).

Cependant, les différents travaux de recherche présentent des résultats mitigés concernant l'idée que le schéma constitue une aide dans la résolution de problèmes. Les difficultés liées à cette résolution persistent pour de nombreux élèves, comme nous avons pu le remarquer au cours de nos stages. Fagnant affirme que « les illustrations « organisationnelles », supposées donner des indications sur la procédure de résolution à mobiliser, présentent des résultats assez disparates selon les études » (2018, p.98). Le schéma et son aide potentielle dans la résolution de problèmes restent donc un sujet de débat et de nombreuses controverses.

L'enseignement des schémas à l'école primaire constitue donc une véritable problématique pour les enseignants. De nombreux chercheurs comme Margolinas, Laparra, Monnier et Descaves convergent vers la même conclusion : le schéma nécessite un apprentissage particulier pour l'élève et du point de vue de l'enseignant, l'apparition d'une véritable didactisation de cet outil.

1.5.1. Question de recherche

Dans quelle mesure la construction et l'utilisation des schémas dans la résolution de problèmes additifs sont-elles prises en charge dans l'enseignement ?

1.5.2. Hypothèses

Afin de répondre à notre question de recherche et au regard de nos différentes lectures, nous pouvons formuler différentes hypothèses :

- **Hypothèse 1** : La construction et l'utilisation du schéma ne font pas l'objet d'une institutionnalisation. S'il y a une institutionnalisation, elle prend en charge la fonction cognitive et repose sur des enjeux de savoirs en lien avec la relation entre les données, la temporalité et la qualification.
- **Hypothèse 2** : Le schéma est un outil transitoire dans la résolution de problèmes de type additif.
- **Hypothèse 3** : L'utilisation du schéma n'est pas imposée par les manuels.

Pour l'analyse qualitative, nous avons également émis des hypothèses :

- **Hypothèse 4**: Pour résoudre un problème de type additif, les élèves ont recours au schéma.
- **Hypothèse 5** : La majorité des schémas réalisés par les élèves sont des schémas normés.
- **Hypothèse 6** : La fonction cognitive des schémas dans la résolution des problèmes additifs, est la principale fonction présente dans les apprentissages.

Nous faisons également le postulat suivant : Le schéma est une aide pour l'élève dans la résolution de problèmes additifs.

2. Méthodologie et expérimentations envisagées

Pour répondre à cette question de recherche et valider ou invalider nos hypothèses, dans un premier temps, nous mènerons une analyse de manuels et des ressources institutionnelles. Dans un second temps, nous conduirons une approche qualitative avec une courte expérimentation en classe. Celle-ci nous permettra de réaliser une ouverture et de répondre à la question : Qu'en est-il de l'apprentissage du schéma dans une classe de CE1 ? Nous avons fait le choix de nous focaliser sur un seul niveau du cycle 2 afin de pouvoir comparer les mêmes séquences d'enseignement. Nous avons retenu le CE1 car nous pensons qu'il s'agit du niveau où le schéma est le plus adapté : les élèves savent lire et n'ont pas encore totalement acquis l'abstraction. De plus, l'une de nous effectue son stage filé dans une classe de CE1, ce qui facilite la mise en place de l'expérimentation sur le terrain. Nous allons, dans cette partie, détailler les choix effectués en termes de corpus et d'expérimentation ainsi que les critères d'analyse retenus.

2.1. Présentation du corpus

2.1.1. Les critères d'analyse du corpus

Pour proposer une réponse aux hypothèses formulées précédemment, nous avons retenu différents critères d'analyse que nous allons détailler ici.

Le premier critère établi concerne **l'institutionnalisation** de l'utilisation du schéma dans la résolution de problèmes additifs. Nous analyserons la présence ou l'absence de phase d'institutionnalisation concernant la construction du schéma. Ces données permettront d'observer si le schéma fait l'objet d'un enseignement spécifique c'est-à-dire si des séances lui sont dédiées. Puis, à travers l'analyse des verbalisations, nous préciserons sur quelles caractéristiques de formulation de savoir repose le schéma : temporalité, qualification, distinction des données et du résultat... Le second critère que nous analysons porte sur la **fonction attribuée aux schémas**. En effet, nous étudions le type de fonctions présentes dans les schémas en lien avec celles établies par Margolinas & Laparra (2009) à savoir la fonction cognitive ou mémorielle afin de pouvoir déterminer si l'une de ces fonctions est privilégiée dans la schématisation. En effet, nous chercherons à savoir si les manuels utilisent le schéma simplement pour mémoriser les données de l'énoncé ou bien pour établir des liens entre ces dernières. Pour cela, nous regarderons **la forme des schémas** proposée. De fait, nous observerons s'ils valorisent une forme particulière ou non. Si c'est le cas, nous distinguerons les schémas iconiques et les schémas normés. Dans cette dernière catégorie, nous analyserons, en lien avec les schémas présentés dans le cadre théorique, s'il s'agit de schémas de type ensembliste, de schémas en barres, sous forme d'axe gradué ou des schémas appartenant à une autre forme. Cette

analyse nous permettra de conclure quant à la fonction principale du schéma. Ces critères permettront de valider ou d'invalider l'hypothèse 1 : La construction et l'utilisation du schéma ne font pas l'objet d'une institutionnalisation. S'il y a une institutionnalisation, elle prend en charge la fonction cognitive et repose sur des enjeux de savoirs en lien avec la relation entre les données et la qualification.

Le cinquième critère porte sur la **quantité de schémas** proposés par le manuel. Nous regardons si le schéma est présent systématiquement, s'il est progressivement abandonné ou s'il n'y en a pas. Pour cela, nous compterons le nombre de schémas présents par période. Cette analyse des manuels nous permettra d'affirmer ou non l'hypothèse 2 : le schéma est un outil transitoire dans la résolution de problèmes de type additif.

Le dernier critère de notre analyse s'intéresse à la **consigne** donnée à l'élève pour résoudre un problème. Pour cela, nous nous concentrons sur les termes employés : verbes de possibilité, d'obligation, de conseil ainsi que sur la mise en page du problème en regardant la présence ou l'absence d'un cadre induisant la réalisation d'un schéma, d'éléments figuratifs (crayon par exemple), d'un schéma complété ou à compléter. Cela nous permettra de savoir si le schéma est attendu par le fichier, s'il est possible mais non obligatoire ou si rien n'est spécifié et par conséquent de répondre à l'hypothèse 3 : l'utilisation du schéma n'est pas imposée par les manuels.

2.1.2. Le choix des manuels

Dans le cadre de notre recherche, nous avons choisi d'analyser des manuels de mathématiques destinés à des élèves de CE1. Parmi la « profusion et la diversité de l'offre éditoriale », nous avons opéré différents choix de sélection notamment en appui sur les travaux de Mounier et Priolet (2015). Ces critères nous ont conduit à en retenir trois : *Maths au CE1*, *Cap Maths*, et *Maths explicites*.

Tout d'abord, notre choix des manuels scolaires a été orienté par leur année de publication. En effet, nous avons décidé de privilégier des éditions récentes afin de pouvoir analyser ce qu'il est actuellement de l'enseignement des schémas. Par conséquent, les années de publications des éditions retenues sont comprises entre 2019 et 2020.

De plus, nous avons élu des « collections qui se différencient aussi par la composition de leurs équipes d'auteurs » (Mounier & Priolet, 2015). En effet, certains manuels sont élaborés par des didacticiens des mathématiques ou enseignants-chercheurs, d'autres sont rédigés exclusivement par des « acteurs de terrains » : inspecteurs de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques de circonscription, directeurs d'école ou encore des professeurs des écoles. Ces choix éditoriaux ne sont pas neutres, influencent le contenu du manuel et renvoient à « des modèles différents d'enseignement-apprentissage, s'appuy[ant] plus ou moins sur les différents travaux de recherche » (Mounier & Priolet, 2015). On peut donc penser que les manuels choisis d'éditions variées présentent des approches didactiques différentes concernant l'enseignement et l'apprentissage du schéma dans la

résolution de problèmes. Parmi notre sélection, un seul est écrit sous la direction d'un spécialiste en mathématiques ou en didactique (*Cap Maths*) et deux par une équipe composée uniquement de professionnels de terrain (*Maths au CE1*, *Maths explicites*).

En outre, notre choix s'est porté sur des collections qui proposaient des fichiers pour l'élève et non des livres. En effet, selon Mounier et Priolet, « pour les niveaux CP et CE1, l'offre éditoriale est centrée quasi exclusivement sur le « support fichier » et une absence totale du « support livre » ». En adéquation avec ces résultats, nous avons pensé qu'il était plus pertinent de s'intéresser à ce type de support accompagné de son guide pédagogique.

De plus, nous avons choisi deux manuels qui présentent une organisation linéaire dans laquelle « les séances proposées se succèdent page après page, programmant ainsi sur toute l'année le travail mathématique au jour le jour. » (Mounier & Priolet, 2015) et un manuel proposant une structure par domaines (*Maths explicites*). En effet, cette construction va nous permettre d'avoir une vision de l'évolution de l'enseignement de la résolution de problèmes et donc de la place du schéma au cours de l'année.

Enfin, le choix de *Maths au CE1* des éditions Accès s'est réalisé pour des raisons plus personnelles. En effet, l'observation de l'utilisation de ce manuel en CE1/CE2 lors de l'un de nos stages a été le point de départ de notre questionnement sur les schémas et par conséquent, le déclencheur de ce mémoire. Il semblait donc évident qu'il fasse partie de notre corpus d'études.

2.1.3. Les ressources institutionnelles

Cette étude des manuels est complétée par une analyse des ressources institutionnelles notamment par l'observation de la place du schéma dans la résolution de problèmes au sein des programmes (Bulletin officiel) et des ressources destinées aux enseignants : les ressources Eduscol et le guide *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problème au CP* (« guide orange »). L'analyse de ces recommandations institutionnelles nous permettra de comparer ce qui est préconisé par l'Education Nationale avec ce qui est proposé, en réponse aux programmes, par les manuels scolaires.

2.1.4. Grille d'analyse du corpus

Lors de l'analyse des manuels, nous nous sommes intéressées aux séances dédiées à la résolution de problèmes additifs à une étape. De plus, nous avons fait le choix de porter notre attention sur les problèmes appartenant au domaine *Nombres et Calculs* et non au domaine *Grandeurs et Mesures*. Nous avons répertorié, dans un tableau, les pages que nous allons analyser à la fois dans le guide de l'enseignant et ressources destinées à l'élève (fichier, livret).

	Guide de l'enseignant	Fichier de l'élève
Maths au CE1	<p>La résolution de problèmes (p.12-17)</p> <p><u>Séquences</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Séquence 5 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (1) (p.44) • Séquence 10 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (2) (p.60) • Séquence 13 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (3) (p.76) <p>Période 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Séquence 28 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (4) (p.138) <p><u>Ateliers problèmes</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semaines 1, 2, 3, 4, 6 et 7 (p.31, 37, 43, 55, 75, 81) <p>Période 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semaines 8, 9 et 10 (p.89, 95, 101) <p>Période 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semaines 15, 17, 18 et 19 (p.137, 151, 159, 167) <p>Période 5</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semaines 29, 31 et 32 (p.245, 261, 269) 	<p><u>Séquences</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Séquence 5 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (1) (p.12-13) • Séquence 10 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (2) (p.22-23) • Séquence 13 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (3) (p.28-29) <p>Période 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Séquence 28 : Résoudre des problèmes en une ou deux étapes : addition et soustraction (4) (p.62-63)
Cap Maths	<p>Différencier et consolider (p.8) Nos choix pour ... la résolution de problème (p.12-13)</p> <p><u>Séances</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unité 1 : <ul style="list-style-type: none"> • Séance 1 : Résoudre un problème : double et moitié (p.32) • Unité 2 <ul style="list-style-type: none"> • Séance 1 : Résoudre un problème : total complément (p.65) • Séance 6 : Résoudre un problème : ligne graduée (p.76) <p>Période 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unité 3 <ul style="list-style-type: none"> • Séance 1 : Résoudre un problème : poser une question, rédiger la solution (p.99) <p>Période 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unité 7 <ul style="list-style-type: none"> • Séances 1 et 2 : Résoudre un problème : complément et soustraction (p.234, 236) • Unité 8 <ul style="list-style-type: none"> • Séances 1 et 2 : Résoudre un problème : différence et soustraction (p.269, 272) <p><u>Banque de problèmes:</u> (p.91, 195, 297)</p> <p><u>Je résous vite des problèmes:</u> (p.59, 92, 126, 160, 196, 228, 262, 298, 330, 366)</p>	<p>Fichier d'entraînement : <u>Séances</u> Période 1 <i>Unité 1</i> - Séances 1 et 2 (p.7-8) <i>Unité 2</i> - Séances 1, 6 et 7 (p.17, 20, 21) Période 2 <i>Unité 3</i> - Séance 1 (p.27) Période 4 <i>Unité 7</i> - Séances 1 et 2 (p.71, 72) <i>Unité 8</i> - Séances 1 et 2 (p.81, 82)</p> <p><u>Je consolide mes connaissances:</u> (p.24, 78, 90)</p> <p><u>Banque de problèmes:</u> (p.25, 57, 91)</p> <p><u>Dico-maths:</u> (p.32, 76)</p> <p><u>Je fais le bilan:</u> (p.33, 77, 89)</p> <p>Livret problèmes : Toutes les pages</p>
Maths Explicites	<p><u>Séances</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 1</i> : Nombres et calculs jusqu'à 69 • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes du champ additif (p.27-29) <p>Période 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 3</i> : Nombres et calculs jusqu'à 199 	<p><u>Séances</u> Période 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 1</i> : Nombres et calculs jusqu'à 69 • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes du champ additif (p.20-21) <p>Période 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 3</i> : Nombres et calculs jusqu'à 199

<ul style="list-style-type: none"> • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes par modélisation (p.77-79) <p>Période 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 5</i> : Nombres et calculs jusqu'à 999 • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes : choisir la bonne opération (p.124-126) <p><u>Evaluation</u> Exercices 9 et 10 (p.31-32)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes par modélisation (p.52-53) <p>Période 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Module 5</i> : Nombres et calculs jusqu'à 999 • Séances 1 et 2 : Résoudre des problèmes : choisir la bonne opération (p.82-83)
--	---

Figure 19 : Vision synoptique du corpus de manuels.

Ainsi, afin d'approfondir et d'enrichir notre analyse de manuels portant sur la place des schémas dans l'enseignement, il nous semble pertinent de nous placer maintenant du côté des apprentissages. Une analyse qualitative va nous permettre de voir si les élèves utilisent le schéma et si oui quelles utilisations en font-ils.

2.2. Présentation de l'expérimentation

Afin de compléter notre analyse des manuels et des ressources institutionnelles, nous avons décidé de mener une courte expérimentation dans une classe de CP/CE1 où l'une d'entre nous réalise son stage filé. Comme expliqué précédemment, nous avons fait le choix de nous focaliser seulement sur les élèves de CE1. A travers cette analyse qualitative, nous cherchons à comprendre comment les élèves raisonnent et agissent pour résoudre un problème de type additif. Avant de détailler l'expérimentation proposée et les critères d'analyse mis en jeu, il nous semble pertinent de présenter la classe dans laquelle nous avons mené l'étude.

2.2.1. Présentation de la classe

L'étude s'est déroulée dans une école élémentaire publique. Le travail de recherche présenté a été expérimenté en période 3, dans une classe double niveau CP/CE1. La classe de 23 élèves est répartie de la manière suivante : 6 CP et 17 CE1. Dans notre situation, l'étude portera seulement sur les élèves de CE1, 8 filles et 9 garçons, âgés de 7 à 8 ans.

Sur le plan scolaire, il s'agit d'un groupe classe avec un bon niveau. Les élèves sont motivés pour apprendre et participent énormément lors des séances malgré quelques bavardages. L'autonomie est un point fort de cette classe qui a l'habitude de « se partager l'enseignant(e) » avec le reste des élèves de CP. Les élèves savent la majorité du temps rester concentrés et silencieux le temps d'un exercice ou d'un atelier. Cependant, quelques écarts de conduite ont lieu chez certains qui arrêtent de travailler au moindre obstacle, qui manquent de confiance en eux et qui préfèrent attendre ou regarder sur le voisin la réponse. Il faut être vigilant, les encourager et les recentrer régulièrement sur la tâche demandée. Il nous semble important de préciser que dans la classe, une élève ne sait pas lire, il faut

donc différencier son enseignement. C'est un point de vigilance à prendre en compte lors de la mise en place de notre expérimentation.

Sur le plan didactique, l'ensemble des enseignant(e)s du cycle 2 utilisent la même méthode d'enseignement en mathématiques : *MHM (Méthode Heuristique de Mathématiques)*. Les élèves de CE1 connaissent alors cette méthode et son fonctionnement depuis le CP. Un temps de résolution de problèmes est proposé généralement à chaque séance. Les élèves sont donc habitués à résoudre des problèmes avec, cependant, une certaine méthodologie à respecter. La méthodologie imposée se découpe en trois étapes : « Pour résoudre un problème il faut : en premier faire un dessin/schéma, puis écrire le calcul et enfin terminer par écrire une phrase réponse ».

La résolution de problèmes étant au cœur des apprentissages depuis la rentrée, nous avons déjà pu relever certaines difficultés rencontrées par les élèves. Il nous semble important et pertinent de les énoncer. Les difficultés sont principalement d'ordre de la compréhension du problème posé. Ces obstacles sont souvent dus à l'habillage du problème et notamment en ce qui concerne le vocabulaire utilisé. Lors de la résolution du problème, certains élèves ont également des difficultés à qualifier les données et font une confusion entre données et résultats.

2.2.2. Expérimentation proposée

2.2.2.1. Choix des problèmes

Dans le cadre de notre expérimentation, nous avons fait le choix de proposer aux élèves quatre problèmes de type additif. Nous allons, dans cette partie, justifier les choix didactiques effectués.

Pour notre expérimentation, nous avons décidé de proposer aux élèves deux problèmes de type transformation d'état avec recherche de la transformation :

- **Problème 1 (P1):**

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

- **Problème 2 (P2):**

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

Cette catégorie de problèmes met en jeu la notion de temporalité avec un avant et un après. Les élèves sont amenés à rechercher la valeur de la transformation connaissant l'état initial et l'état final.

Nous avons également proposé deux problèmes de type composition d'état avec recherche du tout :

- **Problème 3 (P3):**

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

- **Problème 4 (P4) :**

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

Cette catégorie de problèmes met en jeu la notion d'ensemble avec un tout et des parties. Lors de la résolution de ces problèmes, les élèves doivent trouver la quantité totale de la collection connaissant les valeurs des deux parties.

Nous avons décidé de jouer sur des variables didactiques et plus précisément sur la taille des nombres et le contexte du problème. En ce qui concerne le choix des nombres, nous avons choisi, pour le problème 1 et 3, des nombres inférieurs à 20 dont un inférieur à 10. L'ordre de grandeurs de ces nombres peut potentiellement favoriser l'utilisation d'un schéma par l'élève. Pour le problème 2 et 4, nous avons augmenté la taille des nombres en proposant des nombres supérieurs à 20 afin d'observer l'abandon potentiel du schéma ou une substitution des éléments iconiques par des éléments abstraits. De plus, le choix des valeurs nécessite le recours à une soustraction avec cassage ou une addition avec retenue ce qui ne facilite pas le calcul mental et/ou le calcul en ligne. Concernant le contexte des problèmes, nous avons sélectionné des éléments tels que les pommes, les fleurs, les glaces et les voitures afin de voir si les élèves les représentent de manière figurative ou s'ils les substituent par des éléments abstraits (boules, traits, croix...) dans un éventuel schéma. Le choix des pommes dans le problème 1 fait également référence au problème proposé par Margolinas & Laparra dans leur ouvrage *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe* (2016).

Pour ces quatre problèmes, nous avons donc joué sur les variables didactiques que sont les nombres, le contexte et la catégorie du problème. Ainsi, nous pourrions ainsi voir si les modifications des valeurs attribuées à ces variables influencent la représentation et/ou l'utilisation d'un schéma.

2.2.2.2. Connaissances mobilisées, procédures et erreurs attendues

Pour mener à bien notre expérimentation, il convient d'anticiper les différentes connaissances qui pourront être mobilisées par les élèves, les procédures possibles et les erreurs envisagées lors de la résolution de problèmes.

Tout d'abord, les élèves peuvent être amenés à faire appel à de nombreuses connaissances pour résoudre un problème de type additif.

Connaissances mobilisées	
Numération	<ul style="list-style-type: none"> • Tables d'additions ou de soustractions • File numérique • Compote de 10 en 10 (schéma avec des barres de dizaines) • Système décimal (conversions : 10 unités en 1 dizaines et/ou inversement) • Système positionnel (4 D et 5 U = 45)
Modélisation	<ul style="list-style-type: none"> • Lien entre les données • Sens de l'opération
Calcul	<ul style="list-style-type: none"> • Calcul en ligne (composition, décomposition) • Calcul posé (alignement des dizaines et unités, gestion de la retenue) • Rôle et le statut de l'égalité

Figure 20 : Relevé des connaissances mobilisées.

Pour résoudre un problème de type additif, nous pouvons lister différentes procédures qui peuvent être utilisées par les élèves.

Procédures envisagées		Problèmes
Calcul	Calcul en ligne	$P1 : 25 - 7 = 18$ $P2 : 42 - 26 = 16$ $P3 : 8 + 14 = 22$ $P4 : 53 + 29 = 82$
	Addition à trou	$P1 : 7 + ? = 25$ $P2 : 2 + ? = 42$
	Addition posée	<i>Pour les quatre problèmes</i>
	Calcul mental	<i>Pour les quatre problèmes</i>
Comptage (sans schéma)	Comptage de 1 en 1 ou de 10 en 10	<i>Pour les quatre problèmes</i>
	Surcomptage (avec les doigts ou de tête)	$P1 : 8 - 9 - 10 \dots$ $P2 : 27 - 28 - 29 \dots$ $P3 : 9 - 10 - 11 \dots$ ou $15 - 16 - 17 - \dots$
Schéma iconique	Création d'une collection de X éléments puis retrait (barrer, entourer) de Y éléments. Dénombrement du reste par comptage.	<i>Problèmes 1 et 2</i>
	Création d'une collection de Y éléments puis à la ligne ajout d'éléments en surcomptant jusqu'à X. Dénombrement de la deuxième ligne du schéma par comptage.	<i>Problèmes 1 et 2</i>
	Création d'une collection de X éléments puis ajout de Y éléments. Dénombrement de la collection totale par comptage.	<i>Problèmes 3 et 4</i>
	Représentation de 29 avec 2 barres de dizaine et 9 cubes d'unité. Puis ajout de 53 avec 5 barres de dizaine et 3 cubes d'unités. Dénombrement des cubes et des barres.	<i>Problème 4</i>
Schéma normé	Schéma en barres	<i>Pour les quatre problèmes</i>
	Flèches (notion d'une temporalité : un avant et un après)	<i>Pour les quatre problèmes</i>

Figure 21 : Relevé des procédures envisageables.

Lors de la résolution de problèmes, les erreurs commises par les élèves peuvent avoir des origines différentes. Celles-ci peuvent être regroupées en trois catégories. Voici une liste non exhaustive des erreurs que nous avons anticipées :

Erreurs possibles	
Erreurs liées à la compréhension du problème	Sens de l'opération : confusion entre soustraction et addition
	Mauvaise utilisation des données
Erreurs liées au calcul ou à la numération	Oubli de retenue
	Mauvaise connaissance des tables d'addition ou de soustraction
	Mauvaise connaissance de la file numérique
	Erreur lors du surcomptage : partir du nombre au lieu du suivant
	Représentation prototypique de l'addition : $22 + 8 = 16$
Erreurs liées au schéma	Dénombrement incorrect de la collection
	Oubli ou ajout d'un élément de la collection

Figure 22 : Relevé des erreurs possibles.

2.2.2.3. Mise en œuvre

L'expérimentation que nous avons proposée s'est déroulée durant la troisième période de l'année scolaire. Pour réaliser notre étude, nous avons modifié l'organisation spatiale de la classe en créant des îlots de quatre élèves avec une caméra qui filmait leurs productions. La séance que nous avons décidée de mener porte sur la résolution individuelle par les élèves de quatre problèmes additifs. Nous avons commencé par expliquer aux élèves le déroulement de la séance. Nous avons affiché au TBI les problèmes à résoudre. La consigne donnée aux élèves fut la suivante : « Résolvez les quatre problèmes sur la feuille. Vous n'avez le droit qu'à un stylo bleu. Tous vos essais sont intéressants. ». Nous avons ensuite réalisé une lecture collective des problèmes. Aucune indication supplémentaire ne leur a été donnée. Nous avons laissé 25 minutes aux élèves pour résoudre ces problèmes. Durant ce temps de travail, nous avons circulé entre les îlots. Nous avons dû intervenir auprès de l'élève qui possède des difficultés de lecture afin de lui relire le problème 2, 3 et 4.

2.2.3. Les critères d'analyse de l'expérimentation

Afin de répondre aux hypothèses que nous avons émises, nous avons défini différents critères d'analyse pour cette expérimentation. Certains rejoignent ceux présentés dans l'analyse des manuels. Nous allons, dans un premier temps, présenter les critères en lien avec les productions des élèves, puis dans un second temps ceux en lien avec les vidéos.

Pour l'analyse des productions des élèves, nous avons sélectionné quatre critères d'analyse. Le premier concerne **le nombre de schémas présents dans les productions**. Nous regarderons, à travers les productions, si les élèves réalisent un schéma ou pas. Grâce à ce critère d'analyse, nous pourrions affirmer ou non l'hypothèse 4 : Pour résoudre un problème de type additif, les élèves ont recours au schéma.

Le deuxième critère portant sur **la forme des schémas utilisés** va nous permettre de vérifier l'hypothèse 5 : la majorité des schémas réalisés par les élèves sont des schémas normés. Nous allons observer ici, si les élèves utilisent un schéma du type iconique ou normé. Si la représentation est normée, nous regarderons s'il s'agit d'un schéma en barres, d'un schéma ensembliste, d'un axe gradué ou autres. Pour les schémas iconiques, nous les classerons en trois catégories: les représentations avec unités de numération (barres de dizaines et unités), les représentations de la collection de manière figurative (en référence au réel) et les représentations de la collection par un élément abstrait (boules, traits).

Le troisième critère vise **les relations entre les données**. En effet, nous allons porter notre attention sur l'existence ou non de relations entre les données sur les schémas des élèves : présence de flèches, d'éléments barrés, symboles mathématiques... A travers ce paramètre d'analyse, nous chercherons à voir si l'élève se sert du schéma pour mémoriser et visualiser les différentes données de l'énoncé (fonction mémorielle) ou s'il l'utilise pour mettre en relation les données de l'énoncé (fonction cognitive). Si la majorité des productions présentent des éléments tels que des flèches ou des éléments barrés, entourés ou ajoutés, nous pourrions valider l'hypothèse 6 : la fonction cognitive des schémas dans la résolution des problèmes additifs est la principale fonction présente dans les apprentissages.

Enfin, le quatrième critère nous amènera à relever **le nombre de réponses justes avec ou sans schéma ainsi que le nombre de réponses fausses malgré l'utilisation d'un schéma**. Pour répondre à ce critère, nous devons dans un premier temps compter le nombre de réponses correctes puis parmi des productions justes, le nombre de celles qui présentent un schéma et celles qui n'en ont pas. Et dans un second temps, nous relèverons le nombre de productions erronées avec schéma. Nous regarderons si l'erreur est liée à la compréhension du problème (difficultés de modélisation : utilisation des données, sens de l'opération), au calcul et à la numération (conversion unités/dizaines) ou à la réalisation du schéma (difficultés d'énumération). En effet, si le schéma crée un blocage chez l'élève ou s'il l'induit en erreur (exemples : boules trop proches, oubli ou ajout lors de la création d'un cardinal ou lors du dénombrement d'une collection) nous pourrions alors en déduire que le schéma n'est pas une aide pour lui. Pour l'analyse des vidéos, nous avons retenu un seul critère qui nous semble essentiel. Nous allons nous focaliser **sur la place chronologique du schéma lors de la résolution de problèmes**. Nous allons relever si le schéma est fait en premier, avant l'écriture du

calcul posé ou du résultat, ou s'il est réalisé tout à la fin. En effet, si le schéma est réalisé après l'écriture du résultat nous pourrions alors en conclure qu'il n'a pas aidé l'élève dans la résolution du problème posé. Ces critères nous permettront d'affirmer ou non le postulat : Le schéma est une aide pour l'élève dans la résolution de problèmes additifs.

3. Analyse

Dans cette partie, nous avons fait le choix de présenter nos analyses détaillées par hypothèse. Dans un premier temps, nous avons analysé le corpus. Pour chaque hypothèse, nous avons étudié les manuels et les ressources institutionnelles séparément. Dans un second temps, nous nous sommes intéressées à l'analyse qualitative de l'expérimentation.

3.1. Analyse du corpus

3.1.1. Hypothèse 1

Nous allons débiter notre analyse de corpus par l'hypothèse 1 : La construction et l'utilisation du schéma ne font pas l'objet d'une institutionnalisation. S'il y a une institutionnalisation, elle prend en charge la fonction cognitive et repose sur des enjeux de savoirs en lien avec la relation entre les données, la temporalité et la qualification.

3.1.1.1. Dans les manuels

Afin de répondre à cette hypothèse, nous avons déterminé trois critères d'analyse. Le premier porte sur l'institutionnalisation, le deuxième sur les fonctions attribuées au schéma et le troisième sur la forme des schémas.

Pour commencer, les trois manuels choisis proposent une institutionnalisation du schéma mais avec des caractéristiques de formulation de savoirs différentes. Ces dernières peuvent être en lien avec la temporalité, la qualification et/ou la distinction données/résultats.

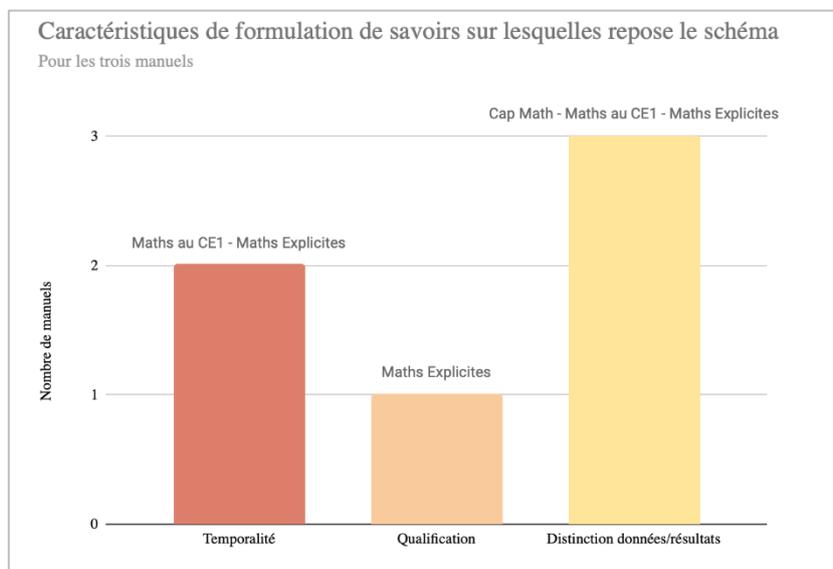


Figure 23 : Graphique représentant les caractéristiques de formulation de savoirs.

Ce graphique nous montre que les trois manuels proposent des formulations de savoirs en lien avec la distinction données/résultats. Par exemple, *Cap Math* incite les élèves « à placer sur le schéma, les nombres connus et/ou à trouver ». De plus, nous pouvons observer que la notion de temporalité est abordée par deux manuels sur trois. Cependant, celle-ci n'est pas représentée de la même manière dans les deux méthodes. En effet, dans *Maths au CE1*, des termes tels que « avant », « après » apparaissent sur les schémas en barres et marquent la notion de temporalité.

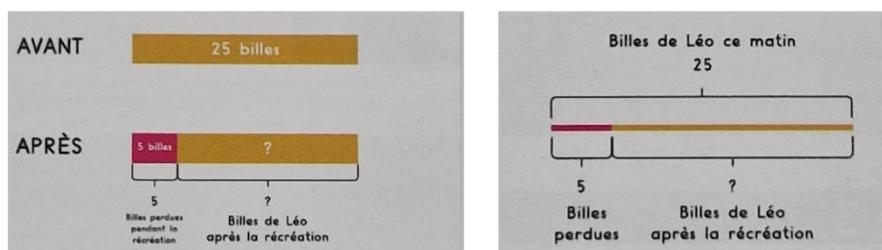


Figure 24 : Photographie illustrant un schéma présent dans la phase d'institutionnalisation de Maths au CE1.

Or dans *Maths Explicites*, la valeur temporelle est représentée par une flèche allant de la gauche vers la droite. Cette représentation permet selon les auteurs de « mieux comprendre et de représenter le problème ». Enfin, *Maths Explicites* est le seul manuel à formuler des enjeux de savoir autour de la qualification. En effet, dans le guide pédagogique, les auteurs insistent sur l'importance de verbaliser de manière explicite et d'écrire la grandeur qui vient d'être calculée. Par conséquent, le fichier de l'élève impose de compléter une phrase réponse afin de qualifier la grandeur recherchée. Voici un exemple de qualification du résultat lors de la première séance « Résoudre des problèmes du champ additif » (p.27).

1^{re} situation : Présenter la situation à partir du dessin et du texte. « 47 élèves sont inscrits à la cantine. Aujourd'hui, 5 élèves sont absents. Combien y a-t-il d'élèves à la cantine aujourd'hui ? »
 « Je repère les nombres de l'énoncé qui vont me permettre de répondre à la question. » Entourer 47 et 5 en précisant que 47 est le tout (l'écrire 47 dans la case du haut de la boîte à compter) et que 5 est une partie des élèves, 5 élèves sont en moins (écrire 5 dans la case du bas). « Je cherche le nombre d'élèves présents à la cantine aujourd'hui : c'est la partie des élèves qui reste. »
 « Je soustrais la partie 5 au tout 47 : je fais une soustraction. $47 - 5 = 42$. Il y a 42 élèves à la cantine aujourd'hui. »

Figure 25 : Photographie illustrant un exemple de qualification du résultat dans Maths Explicites.

Par ailleurs, afin de valider notre première hypothèse, nous nous sommes également intéressées dans un second temps à la fonction attribuée au schéma par les manuels. Nous avons pu observer que l'ensemble des manuels choisis associe la fonction cognitive au schéma. En effet, l'utilisation du schéma a pour but de mettre en relation les données et non simplement de les mémoriser. Dans l'exemple ci-dessous, extrait de *Cap Maths*, le nombre de billes vertes dans un sac de billes est recherché. Les auteurs ont proposé l'utilisation d'un schéma qui distingue les deux parties (la partie en rouge qui vaut 9 et la partie représentant l'inconnue en vert) et un tout. Ce dernier est

représenté en noir et englobe les deux parties. Les relations entre les données sont alors visibles ($9 + ? = 15$).

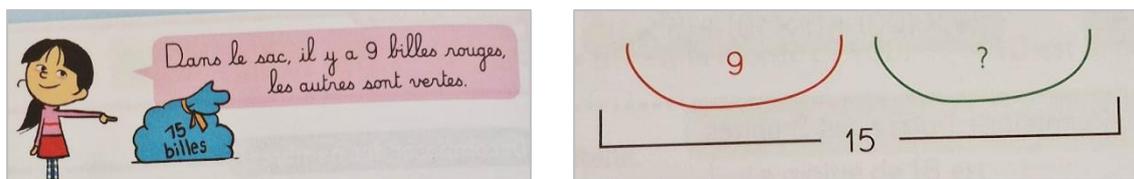


Figure 26 : Photographie illustrant la fonction cognitive dans le manuel Cap Maths.

Enfin le troisième critère en lien avec l'hypothèse 1 porte sur la forme des schémas. Nous avons, dans un premier temps, regardé si les manuels proposaient des schémas iconiques ou normés.

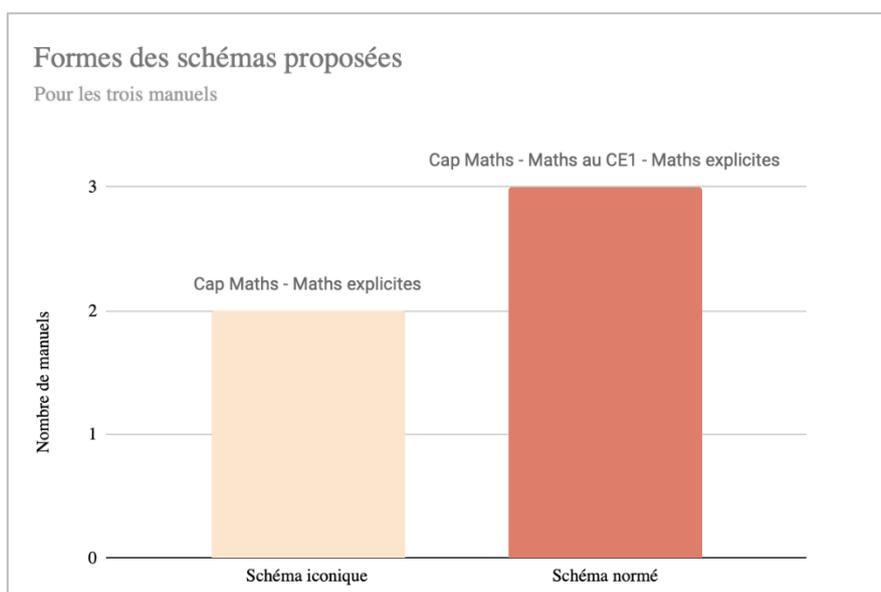


Figure 27 : Graphique représentant les formes des schémas proposées.

Ce graphique nous indique que 2 manuels sur 3 proposent des schémas iconiques. En effet, *Maths au CE1* ne réalise pas un enseignement autour de ceux-ci. Cependant, dans le guide pédagogique, nous pouvons retrouver des productions d'élèves observées avec des représentations iconiques. Les auteurs envisagent donc cette forme de représentation comme une procédure possible des élèves. De plus, grâce à ce graphique, nous pouvons voir que l'ensemble des manuels travaillent autour des schémas normés.

La présence des schémas normés dans les trois manuels nous a amené à nous intéresser aux différentes formes que l'on pouvait trouver. Nous avons fait le choix de les classer en quatre catégories : ensemblistes, axes gradués, schémas en barres et autres.

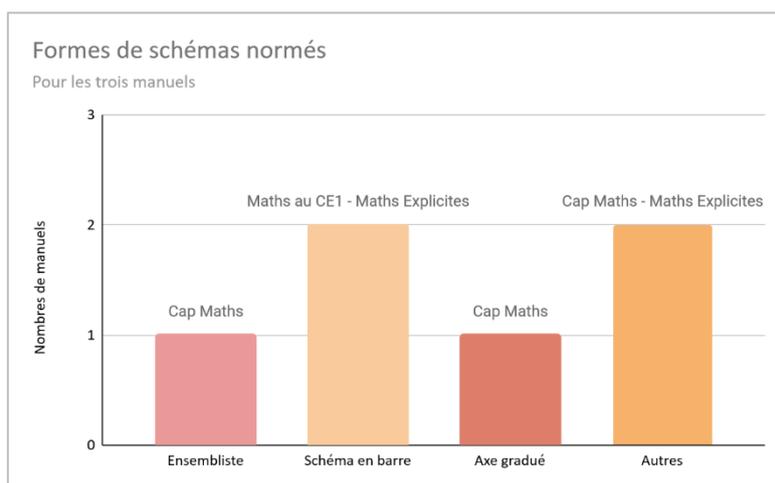


Figure 28 : Graphique représentant les formes de schémas normés.

Nous pouvons remarquer que *Maths au CE1* est le seul manuel à ne proposer qu'une seule forme de schémas normés : les schémas en barres. Il s'agit d'un choix réalisé par les auteurs qu'ils justifient dans le guide pédagogique. En effet, les auteurs ont décidé « **d'utiliser des schémas en barres** car ils sont suffisamment abstraits pour s'appliquer à de nombreuses catégories de problèmes. Ce type de schéma constitue une aide efficace pour les élèves qui rencontrent des difficultés à comprendre et à modéliser les problèmes proposés » (p.14). Ainsi dans les problèmes du champ additif, *Maths au CE1* enseigne deux types de schémas en barres : un schéma pour faire apparaître le tout et les parties lors de problèmes de réunion de quantité ou de transformation d'une quantité et un schéma de comparaison utilisé pour les problèmes de comparaison de deux quantités.

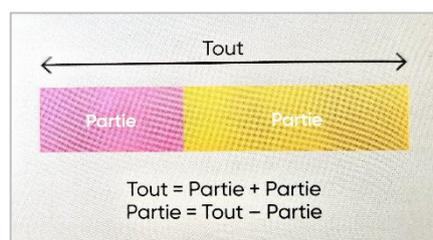


Figure 29 : Photographie illustrant un schéma faisant apparaître le tout et les parties dans Maths au CE1.

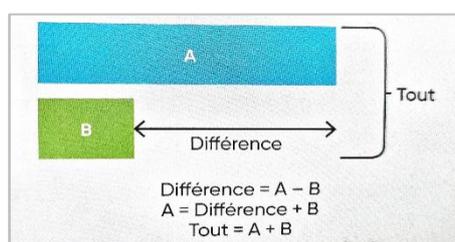


Figure 30 : Photographie illustrant un schéma de comparaison dans Maths au CE1.

Quant aux deux autres manuels analysés, nous pouvons relever différents types de schémas normés. Dans *Cap Maths*, nous retrouvons des schémas ensemblistes, des axes gradués ainsi que des schémas

que nous avons classés dans une catégorie « autres ». Concernant la méthode de *Maths Explicites*, celle-ci propose aux élèves des schémas en barres mais également d'autres types de schémas normés.

Enfin, nous avons répertorié dans des diagrammes toutes les formes de schémas présentes dans *Cap Maths* et *Maths Explicites* afin d'observer leur diversité.

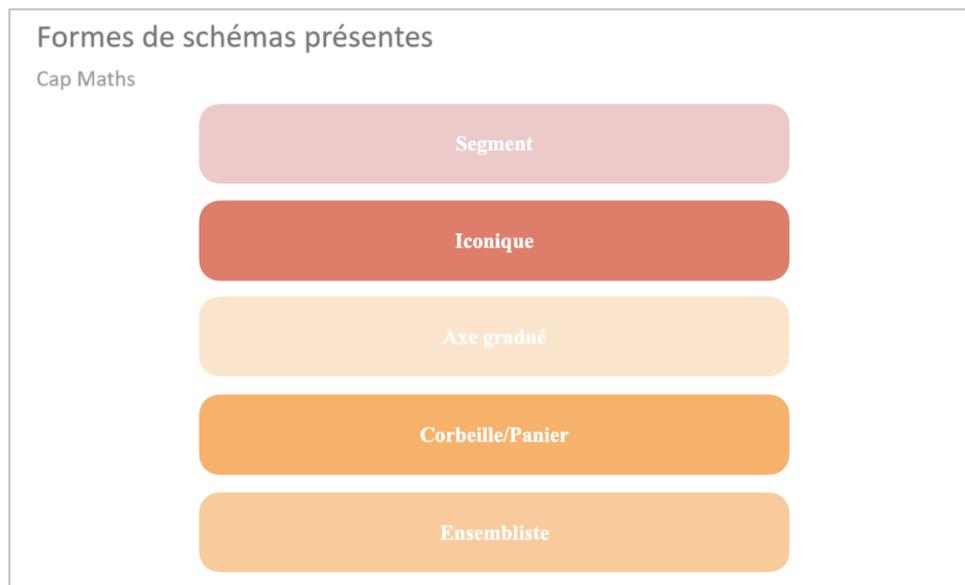


Figure 31 : Diagramme représentant les formes de schémas dans le manuel Cap Maths.



Figure 32 : Diagramme représentant les formes de schémas dans le manuel Maths Explicites.

Cap Maths propose six formes de schémas et plus précisément une représentation iconique et cinq représentations normées (ensembliste, axe gradué, corbeille/panier, segment). Cette variété de schéma est un choix de la part des auteurs. Ils veulent « permettre à l'élève de s'engager sans crainte de ne pas utiliser le seul mode de résolution attendu par l'enseignant » (p.8). Cette variété de schémas montre l'acceptation des différentes procédures et stratégies de la part des auteurs mais aussi des

enseignants qui utilisent cette méthode. Nous avons fait le choix d'illustrer cette diversité à l'aide du tableau ci-dessous qui reprend l'ensemble des formes de schémas que nous pouvons trouver dans *Cap Maths*.

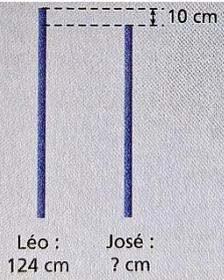
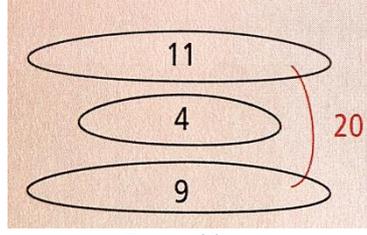
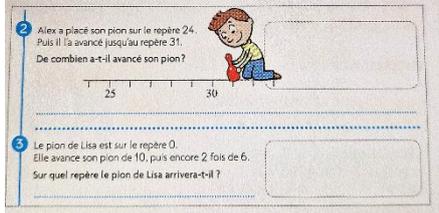
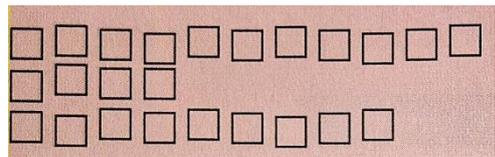
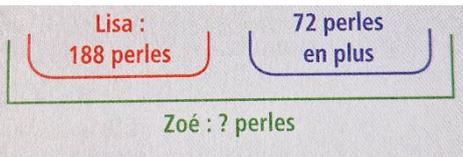
 <p>Segment</p>	 <p>Ensemble</p>	 <p>Axe gradué</p>
	 <p>Iconique</p>	 <p>Panier/Corbeille</p>

Figure 33 : Tableau présentant les cinq formes de schémas dans le manuel *Cap Maths*.

Pour le manuel *Maths Explicites*, nous remarquons que quatre formes de schémas sont enseignées : les schémas iconiques, les schémas en barres, les boîtes à compter et la frise chronologique. En proposant diverses formes, chacun peut s'emparer de celle qui lui convient et progresser dans la résolution de problèmes de type additif.

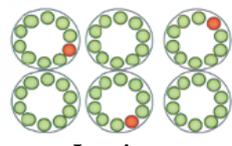
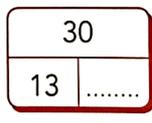
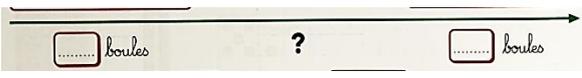
 <p>Iconique</p>	 <p>Boîte à compter</p>
 <p>Frise chronologique</p>	 <p>Schéma en barres</p>

Figure 34 : Tableau présentant les quatre formes de schémas dans le manuel *Maths Explicites*.

Ainsi, grâce à ce critère, nous pouvons conclure que l'enseignement prend en charge différents types de schémas dans la résolution de problèmes de type additif. Ces différentes formes de schémas font appel à la mobilisation par l'élève de connaissances et de compétences différentes.

3.1.1.2. [Dans les ressources institutionnelles](#)

Pour répondre à nos hypothèses, nous nous sommes également intéressées aux ressources Eduscol. Malheureusement, nous avons trouvé très peu d'éléments portant sur la schématisation dans la résolution de problèmes additifs. Seuls les attendus de fin de cycle 2 et le bulletin officiel parlent

brièvement de schémas ou de dessins. En effet, les attendus de fin cycle en CP, CE1, CE2 mentionnent que l'élève doit savoir « modélise[r] des problèmes [du champ additif] à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques. » (MEN). De plus, le bulletin officiel en vigueur énonce les six compétences que les élèves doivent travailler en mathématiques durant le cycle 2. Parmi ces six, seule la compétence *représenter* aborde la notion de schématisation. Elle précise que les élèves doivent être capable « d'appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.) » (MEN, 2020).

Nous avons également analysé le guide *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problème au CP*. Ce dernier donne certaines indications et conseils sur les schémas et son enseignement dans la résolution de problèmes additifs. Tout d'abord, malgré un focus sur les schémas en barres, cette ressource préconise de varier les représentations. En effet, il y est cité différentes formes de schémas : dessins strictement figuratifs, dessins plus ou moins figuratifs (rectangles, croix, etc.), représentations imagées avec des cubes et des barres de 10 cubes, schémas épurés, schémas conventionnels et schémas calculatoires. Il s'agit de représentations que les élèves peuvent utiliser pour résoudre un problème. Selon le schéma utilisé, la procédure est différente et par conséquent, les connaissances mobilisées aussi. Le guide évoque également une progressivité dans l'évolution des formes de schéma.

De plus, certains éléments concernant l'institutionnalisation sont indiqués dans cette ressource. En effet, le guide préconise un enseignement de la schématisation avec « une introduction des premières représentations schématiques et symboliques » (p.93). L'enseignement et la construction du schéma doit être progressive et adaptée du cycle 2 au cycle 3. Le guide insiste également sur l'importance d'une trace écrite avec la création d'affiches collectives reprenant les différentes étapes de la résolution de problèmes. Le schéma fait partie des divers éléments devant apparaître sur ces affiches. Cette forme d'institutionnalisation est alors un « aide-mémoire, un modèle » (p.101) pour les élèves car elle rappelle les procédures de raisonnement à suivre selon les types de problèmes. Les élèves peuvent s'y référer lors de la résolution si besoin. Enfin, le guide orange attribue la fonction cognitive au schéma. En effet, lors du focus sur les schémas en barres, il est par exemple mentionné que « le professeur raconte « l'histoire » du problème en prenant appui sur le schéma. Il met en mots la relation entre les nombres et l'opération qui conduit au calcul. » (p.95). L'importance, ici, est portée sur les relations entre les nombres (le tout, les parties).

3.1.2. Hypothèse 2

Nous allons maintenant nous intéresser à l'hypothèse 2 : Le schéma est un outil transitoire dans la résolution de problèmes de type additif.

3.1.2.1. Dans les manuels

Pour répondre à cette deuxième hypothèse, nous avons, pour chaque manuel, relevé le nombre de schémas présents par période. Pour cela, nous avons compté les schémas proposés dans le guide pédagogique et dans le fichier de l'élève. Nous les avons ensuite regroupés en fonction de leur forme. Pour rappel, nous nous sommes seulement intéressées aux problèmes additifs à une étape appartenant au domaine *Nombres et Calculs*.

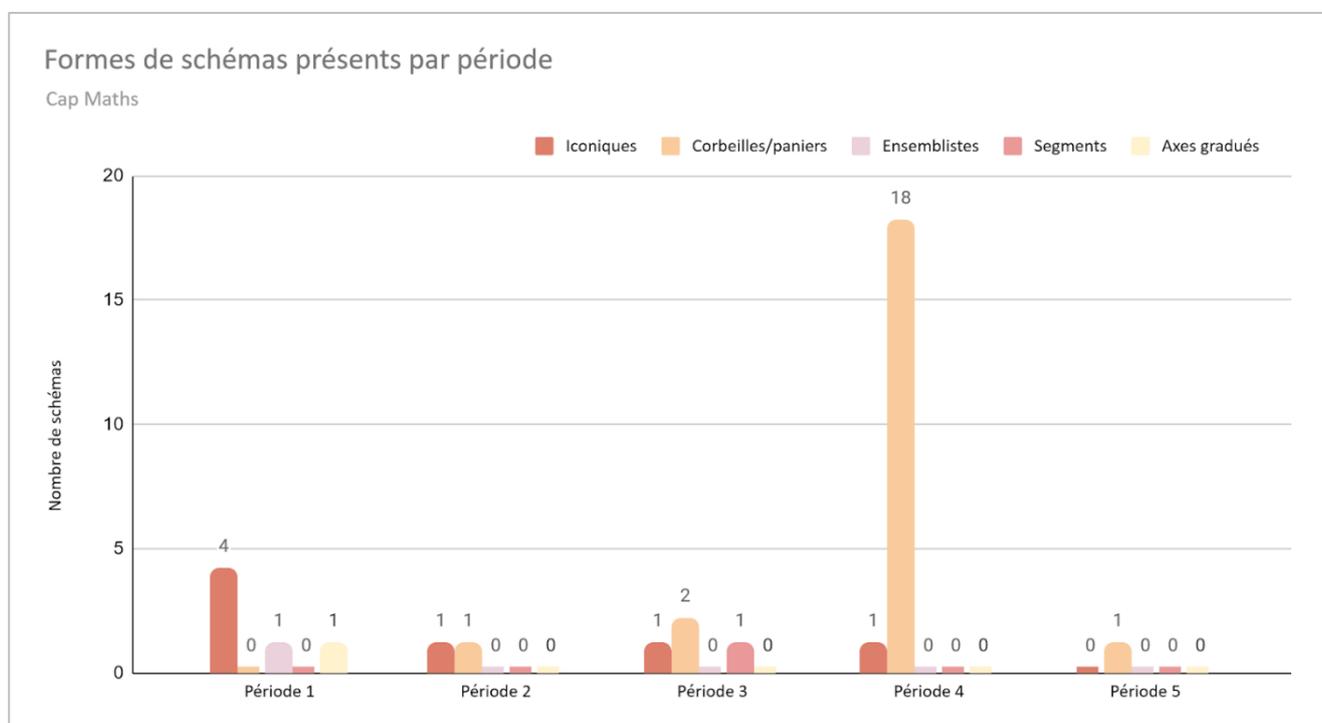


Figure 35 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel *Cap Maths*.

Pour le manuel *Cap Maths*, nous pouvons observer une prédominance de deux formes de schémas : les schémas iconiques que les auteurs nomment « dessins » et le schéma normé de type « corbeille/panier ». Lors de la période 1, on observe que l'utilisation du dessin domine mais qu'il tend à disparaître progressivement dès la période 2. Les schémas ensemblistes et sous forme d'axes gradués sont présentés lors de la période 1 mais ne sont plus présents par la suite. Enfin, on observe l'introduction progressive des schémas de type corbeille/panier dès la période 2. Son apparition ne cessera d'augmenter jusqu'à la période 4 allant jusqu'à 18 schémas. Ce graphique permet d'illustrer l'abandon du dessin pour une représentation plus symbolique : le schéma de type corbeille/panier. La construction du schéma dans ce manuel semble évoluer progressivement vers des représentations plus

abstraites. Cette évolution des schémas modifie de manière significative les procédures et connaissances associées, utilisées par les élèves. Cependant, il est important de noter que le guide pédagogique mentionne toujours le dessin/schéma dans les procédures possibles. Cette indication laisse le choix à l'élève d'utiliser la procédure qui lui convient le mieux. Le schéma semble être un outil de différenciation. L'élève peut continuer à utiliser une représentation iconique si besoin. Or, la taille des nombres du problème limitera l'utilisation de ce type de schéma qui deviendra alors inefficace.

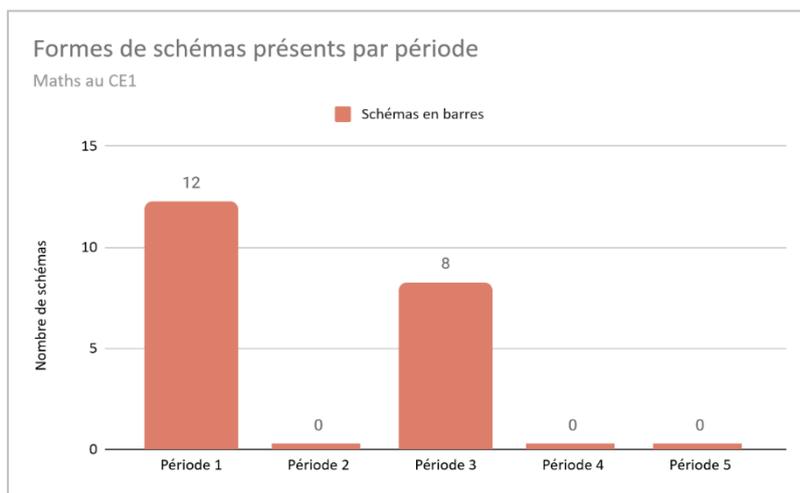


Figure 36 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel Maths au CE1.

En ce qui concerne *Maths au CE1*, l'introduction du schéma en barres est réalisée dès la période 1. Comme nous l'avons vu précédemment, c'est l'unique schéma présent dans le manuel. L'utilisation du schéma en barres est reprise en période 3. Les autres périodes traitent de la résolution de problèmes multiplicatifs ou de problèmes impliquant des mesures et des grandeurs, ce qui explique pourquoi ils ne sont pas présents dans ce graphique. Les schémas iconiques sont mentionnés dans les procédures possibles des élèves mais ne sont pas enseignés. En effet, ce type de schéma est davantage proposé au CP par le manuel. Au CE1, le passage au schéma en barres représente, par conséquent, une évolution vers l'abstrait.

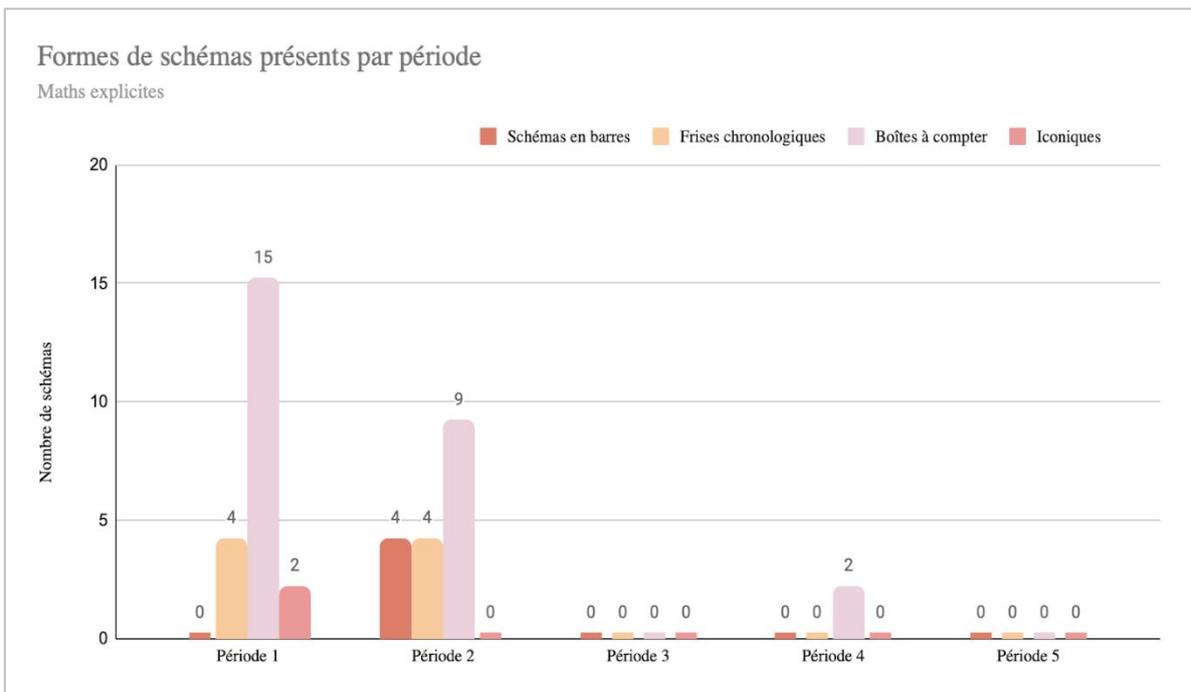


Figure 37 : Graphique représentant les formes de schémas présents par période dans le manuel Maths Explicites.

Pour le manuel *Maths Explicites*, on remarque que le schéma iconique est très peu présent avec seulement deux schémas en période 1. La boîte à compter, introduite dès le début de l'année, prédomine en période 1 et 2. La frise chronologique complète l'utilisation de la boîte à compter. En période 2, le schéma iconique est abandonné au profit de l'introduction de nouveaux schémas normés : les schémas en barres. En période 4, seule la boîte à compter est présente en moindre nombre, les autres formes ont disparu. Cette diminution visible des schémas révèle un abandon progressif de leur utilisation.

3.1.2.2. Dans les ressources institutionnelles

Le guide *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* évoque l'utilisation du schéma dans la résolution de problèmes. Il définit une progression des différentes représentations au travers du schéma ci-dessous.

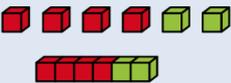
MODE SENSORI-MOTEUR ³⁸	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité : 	Manipulation d'objets tangibles figuratifs : 
MODE IMAGÉ	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité : 	<ul style="list-style-type: none"> • Représentation avec un schéma :  • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

Figure 38 : Progression des représentations (2021, p.84).

Les modes de représentation chez l'élève débutent par la manipulation d'objets réels substitués, par la suite, par des objets figuratifs. Le guide stipule que « progressivement les élèves pourront se passer de cette manipulation au profit de dessins puis de schémas de plus en plus abstraits. » (p.7). En fin de CP, l'enseignant(e) peut remplacer les schémas iconiques par des représentations plus abstraites telles que le modèle en barres. Cette évolution permet de dépasser le dessin figuratif et donc d'abandonner la procédure de dénombrement : le comptage de 1 en 1. Le schéma normé facilite la modélisation du problème et constitue une étape essentielle vers le mode symbolique. Par conséquent, le guide illustre le cheminement des modes de représentation du concret vers l'abstrait dont le schéma occupe une place centrale.

3.1.3. Hypothèse 3

Nous allons terminer notre analyse de corpus en nous intéressant à l'hypothèse 3 :

L'utilisation du schéma n'est pas imposée par les manuels.

3.1.3.1. Dans les manuels

Pour répondre à cette troisième hypothèse, notre attention s'est portée sur les consignes données pour la résolution de problème. Dans un premier temps, nous avons mené un travail autour du vocabulaire utilisé. Nous avons regardé si les termes employés concernant le schéma exprimaient une possibilité (conseil) ou une obligation (ordre). Puis dans un second temps, nous avons étudié la mise en page des fichiers des élèves. Nous avons regardé s'il y avait la présence d'un cadre, d'éléments figuratifs ou d'un schéma complété ou à compléter.

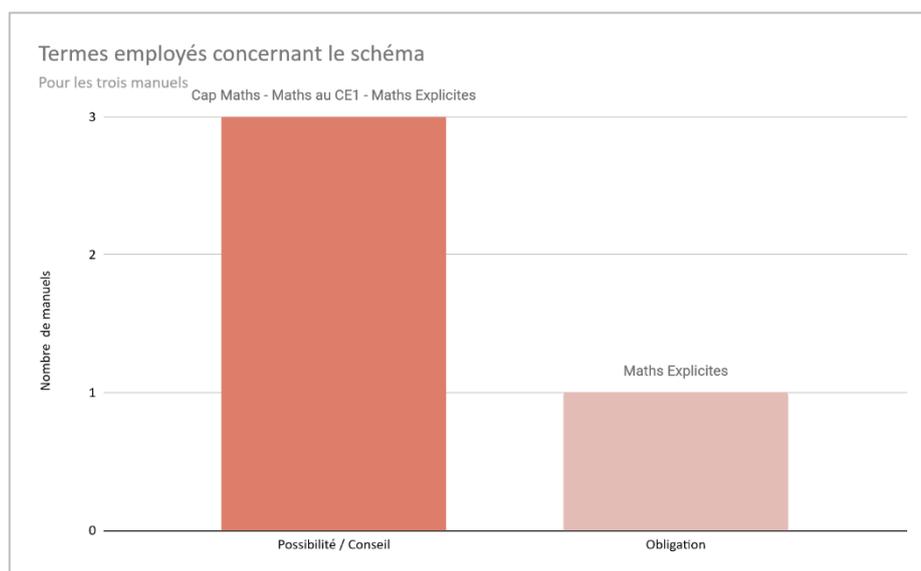


Figure 39 : Graphique représentant les termes employés concernant le schéma.

Nous avons remarqué que pour *Maths Explicites*, le schéma est imposé tout au long de l'année avec l'obligation de compléter le/les schémas dans le fichier. En effet, la consigne est composée d'un verbe à l'impératif à valeur injonctive : « Complète la boîte à compter » / « Complète et calcule ». Les élèves sont obligés d'utiliser le schéma même s'ils en n'ont pas besoin. Cependant, à partir de la période 4, les auteurs indiquent que « les élèves peuvent s'aider de la boîte à compter » ou que « la production de dessins constitue une aide ». Le vocabulaire utilisé par les auteurs change. Il n'exprime plus une obligation mais une possibilité, un conseil. Le schéma est alors vu comme une aide facultative mise à disposition des élèves.

Pour les deux autres manuels, *Cap Maths* et *Maths au CE1*, les élèves ont la possibilité d'utiliser le schéma ou non. En aucun cas il n'est imposé. Il est vu comme une aide, un conseil tout au long de l'année. Dans le guide pédagogique de *Cap Maths*, et plus précisément dans la partie « Nos choix » les auteurs précisent que plusieurs procédures peuvent être utilisées et qu'un problème peut être résolu de différentes manières. Pour représenter une situation ils distinguent « dessins plus ou moins schématisés », « schémas » et « schémas épurés ». De plus, nous avons pu observer l'utilisation de verbe tels que « pouvoir », « s'aider » qui vient confirmer que l'utilisation du schéma est un conseil et/ou une aide. Enfin, pour le manuel *Maths au CE1*, la réalisation d'un schéma lors de la résolution d'un problème est également vu comme une aide mise à disposition des élèves. En effet, dans le guide pédagogique, les auteurs indiquent que « **Maths au CE1** introduit des schémas en barres pour aider les élèves les plus fragiles. **L'utilisation n'est jamais rendue obligatoire** en particulier pour les élèves en réussite qui n'en n'ont pas besoin. ». Pour les auteurs, les schémas sont un « outil de différenciation », une « aide efficace » qui permet d'accompagner les élèves ayant des « difficultés à modéliser ». De plus, cette notion de conseil et de possibilité est également présente dans le fichier

de l'élève avec des consignes telles que : « Aide-toi du schéma » ou « résous le problème en t'aidant du schéma si nécessaire ». Ainsi, avec l'utilisation des expressions « aide-toi » et « si nécessaire », les élèves sont donc libres de s'appuyer ou non sur le schéma pour réaliser le problème.

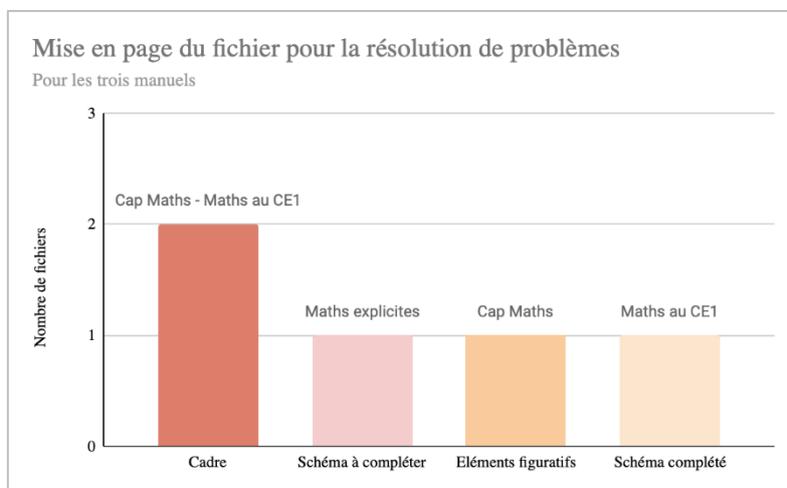


Figure 40 : Graphique représentant la mise en page du fichier pour la résolution de problèmes.

A contrario, le livret de *Maths Explicites* propose des schémas de différentes formes à compléter directement. Les élèves sont, par conséquent, obligés de l'utiliser.

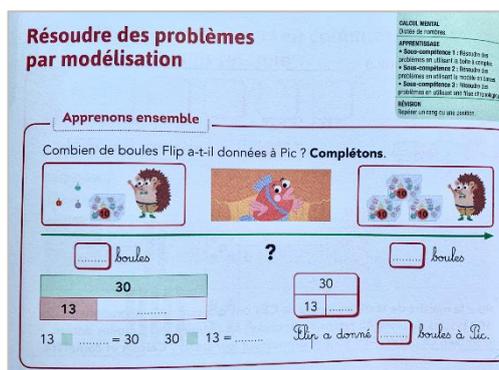


Figure 41 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de *Maths Explicites*.

Dans cet exemple, l'élève doit compléter trois schémas différents : une frise chronologique, une boîte à compter et un schéma en barres. Nous retrouvons également la notion d'obligation évoquée précédemment avec l'emploi de l'impératif dans la consigne : « Complétons ».

Pour la méthode *Cap Maths*, le fichier propose un simple cadre où les élèves sont libres de l'utiliser comme ils le souhaitent.

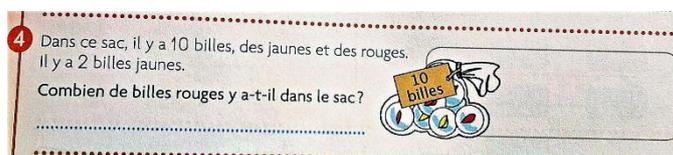


Figure 42 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de *Cap Maths*.

Cependant, dans le livret « Problème et Énigmes », la mise en page est légèrement différente. En effet, nous retrouvons le cadre mais celui-ci est complété par un élément figuratif.

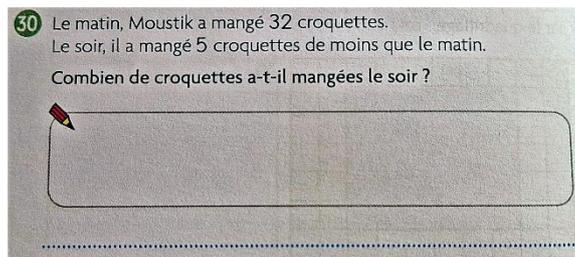


Figure 43 : Photographie illustrant la mise en page du livret de problèmes de Cap Maths.

Nous pouvons remarquer que l'élément figuratif ajouté dans le livret de problème représente un crayon. Cet ajout pourrait, nous semble-t-il, induire les élèves à réaliser une représentation iconique. Cependant, nous pouvons noter que les consignes, quant à elles, ne contiennent aucune indication pouvant inciter les élèves à faire un schéma lors de la résolution de problèmes.

Le fichier de *Maths au CE1*, quant à lui, propose directement les schémas en barres déjà complétés et un cadre de recherche. Cependant, dans les « ateliers problèmes » qui sont des séances hebdomadaires spécifiquement réservées à la résolution de problèmes, les schémas complétés n'apparaissent plus. Le cadre est toujours présent mais aucune indication supplémentaire n'est apportée.

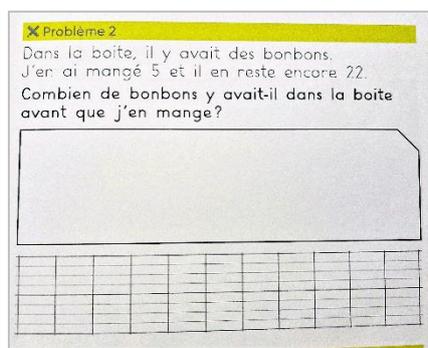


Figure 44 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans un atelier problème de Maths au CE1.

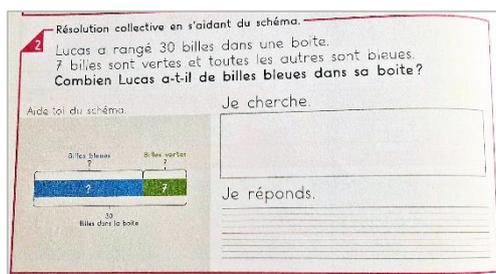


Figure 45 : Photographie illustrant la mise en page d'un problème dans le fichier de Maths au CE1.

Nous pouvons noter que le schéma complété est accompagné de la mention « aide-toi du schéma ». Les données et l'inconnue sont représentées. Le schéma complété est juxtaposé à un cadre intitulé « Je cherche ». Ici, le schéma sert de référence. En effet, pour les élèves qui s'en sont emparés, il permet de résoudre facilement le problème posé.

3.1.3.2. Dans les ressources institutionnelles

Le guide *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* ne préconise pas une obligation d'utiliser le schéma. Au contraire, il indique à de nombreuses reprises qu'il n'y a pas qu'une seule méthode de résolution. Chaque élève est donc libre d'utiliser la procédure de son choix (calcul, dessins, schémas...) pour résoudre un problème en fonction de ses besoins. Il est nécessaire de proposer à l'élève des outils de résolution différents dont il pourra s'emparer. Le recours au schéma n'est donc pas imposé aux élèves.

3.2. Analyse de l'expérimentation

3.2.1. Hypothèse 4

Pour vérifier l'hypothèse 4 : Pour résoudre un problème de type additif, les élèves ont recours au schéma, nous avons relevé, pour chaque problème, les problèmes résolus avec un schéma et ceux résolus sans schéma. La quantité de schémas réalisés sur l'ensemble des productions nous a permis de générer le diagramme ci-dessous.

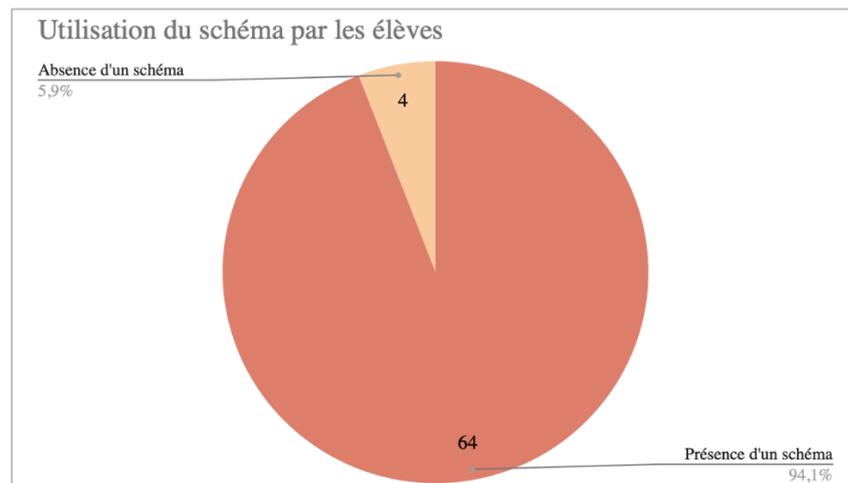


Figure 46 : Diagramme représentant l'utilisation du schéma par les élèves.

Sur l'ensemble des quatre problèmes, environ 94% (soit 64 problèmes sur 68) des productions présentent un schéma et seulement 6% (soit 4 problèmes sur 68) n'en présentent pas. Ce résultat peut être interprété. En effet, l'enseignant(e) de la classe impose la réalisation d'un schéma lors de la résolution de problèmes. Ceci nous amène à penser qu'il s'agit là d'un effet de contrat didactique fort. Par conséquent, l'élève réalise le schéma pour répondre aux attentes de l'enseignant(e) et non par

nécessité. Le changement des variables didactiques n'a donc pas influencé la réalisation d'un schéma.

3.2.2. Hypothèse 5

Pour valider ou invalider l'hypothèse 5 : La majorité des schémas réalisés par les élèves sont des schémas normés, nous avons, pour chaque problème, classé les schémas réalisés en deux catégories : les schémas normés et les schémas iconiques. Nous avons distingué ces derniers en trois types : les représentations en unités de numération, les dessins figuratifs (proche de la réalité) ou les représentations par des éléments abstraits. Les résultats nous ont permis de produire les quatre graphiques suivants.

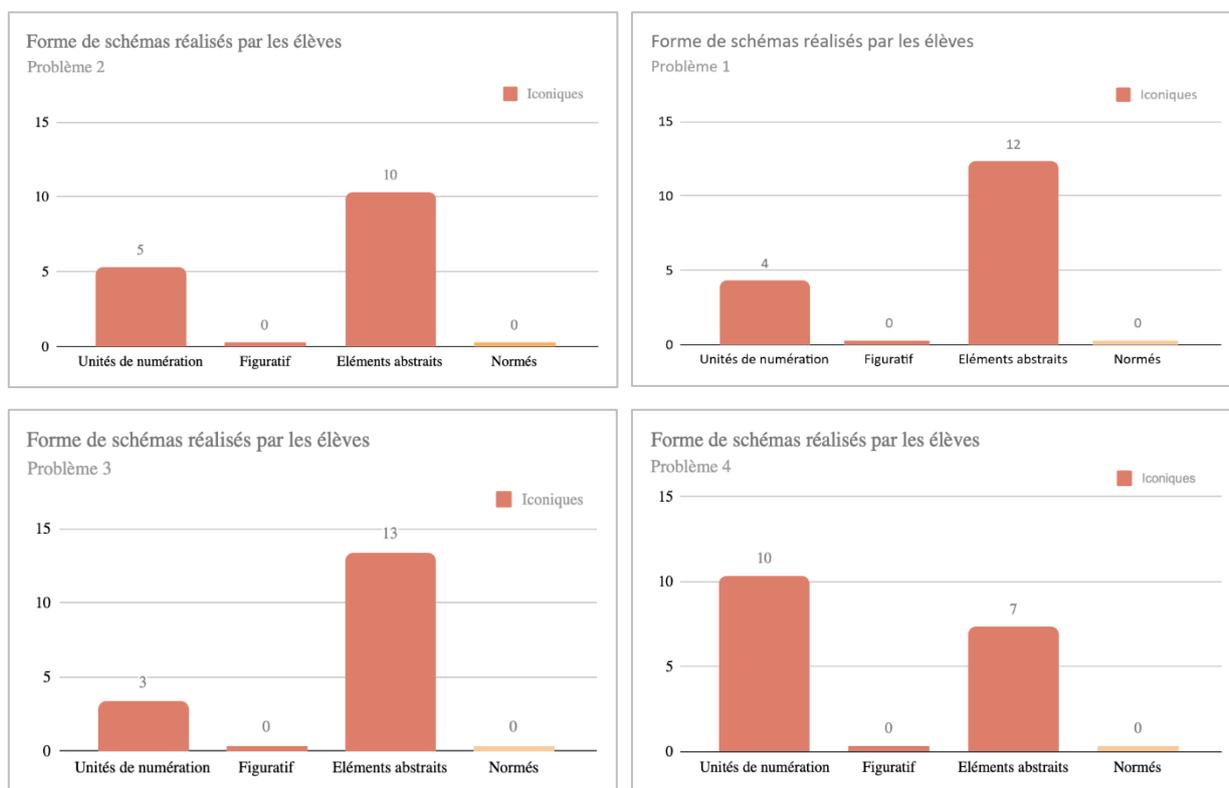


Figure 47 : Graphiques représentant la forme des schémas réalisés par les élèves pour chaque problème.

A travers l'analyse de ces graphiques, on remarque l'absence totale de schémas normés et de représentations figuratives. Les schémas représentant la collection par des éléments abstraits prédominent pour les trois premiers problèmes. Cependant, on observe une augmentation significative de l'utilisation de schémas utilisant les unités de numérations lorsque la taille des nombres augmente soit pour les problèmes 2 et 4. La modification de cette variable didactique a donc fait évoluer le type de schéma utilisé.

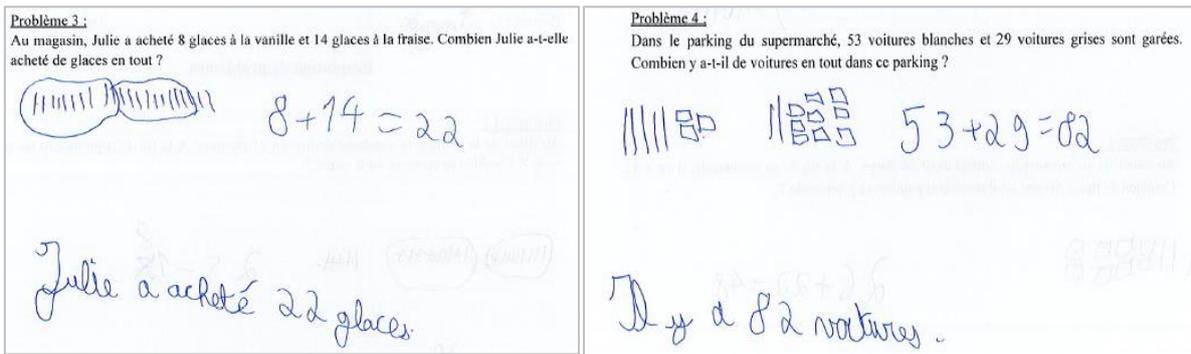
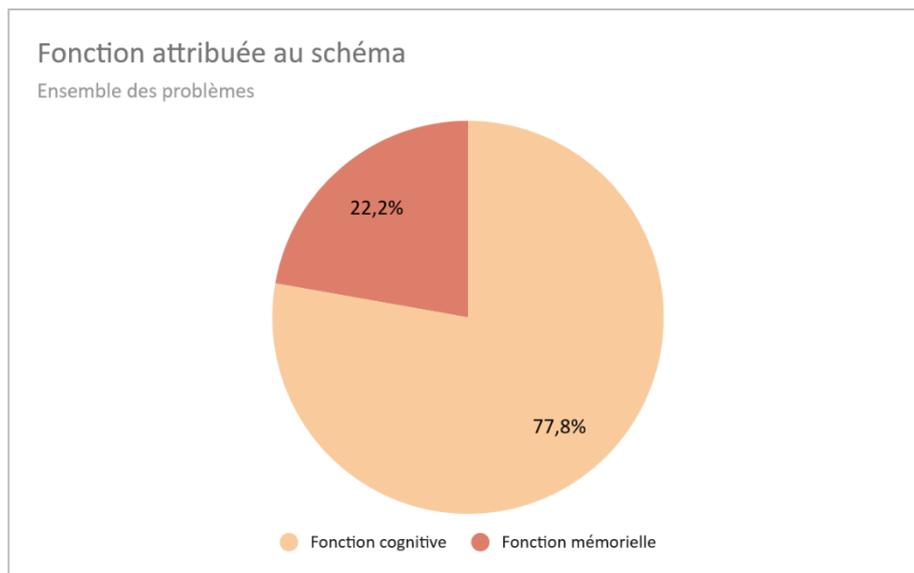


Figure 48 : Production de Julien pour les problèmes 3 et 4.

Dans cet exemple, on peut observer que Julien a représenté la collection par des éléments abstraits pour le problème 3. La collection du problème 4 étant plus importante, son mode de représentation a évolué vers une représentation en unités de numération.

3.2.3. Hypothèse 6

Nous allons maintenant nous intéresser à l'hypothèse 6 : La fonction cognitive des schémas dans la résolution des problèmes additifs, est la principale fonction présente dans les apprentissages. Pour répondre à cette hypothèse, nous nous sommes focalisées sur la fonction qu'attribuaient les élèves à leurs schémas. Pour cela, nous avons relevé les productions utilisant la fonction cognitive et celles utilisant la fonction mémorielle sur l'ensemble des quatre problèmes. Puis nous nous sommes intéressées aux caractéristiques des schémas associés à fonction cognitive. En effet, nous avons regardé s'il y avait la présence de flèches, d'éléments barrés ou entourés, d'éléments ajoutés ou de symboles mathématiques (nombres, +, -, =).



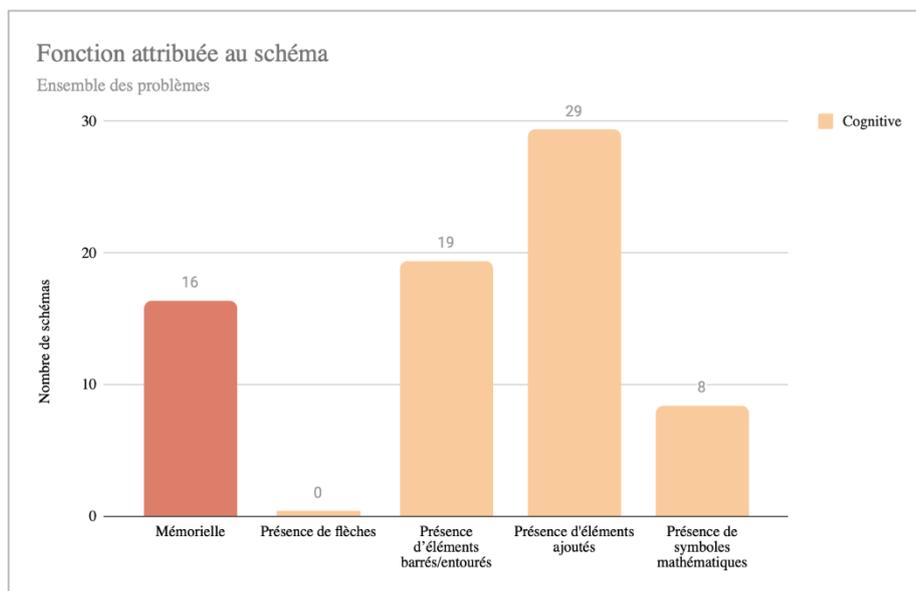


Figure 49 : Diagramme et graphique représentant la fonction attribuée au schéma.

Grâce au diagramme, nous pouvons voir qu'environ 78% des productions attribuent aux schémas une fonction cognitive et 22% une fonction mémorielle. Cependant, lors des analyses des productions, il est parfois difficile d'interpréter la fonction schéma surtout pour les schémas présents dans les problèmes de composition d'état. En effet, selon les productions certaines questions se posent : l'élève a-t-il simplement réalisé les deux collections distinctes pour mémoriser les données ou s'en est-il servi pour dénombrer l'ensemble. De plus, nous pouvons remarquer qu'aucun élève n'a utilisé des flèches dans son schéma. Par ailleurs, la présence d'éléments ajoutés et la présence d'éléments barrés ou entourés sont les deux procédures de schématisation les plus utilisées par les élèves lors de l'expérimentation. Enfin, dans seulement huit productions, les élèves ont utilisé un schéma avec des symboles mathématiques tendant vers un schéma plus abstrait.

Problème 3 :
Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

vanille fraise

o o o o o o o o o o o o

$14 + 8 = 22$

Julie a acheté 22 glaces

Problème 4 :
Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

blanches grises

||||| o o ||| o o o o

$53 + 29 = 82$

Il a 82 voitures

Figure 50 : Production de Lucie pour les problèmes 3 et 4.

Lucie, pour ces deux problèmes, utilise le schéma pour mémoriser les données de l'énoncé. Elle résout le problème par calcul. Nous pouvons faire l'hypothèse que pour le problème 3, Lucie a réalisé

le calcul mentalement. Pour le problème 4, en revanche, elle a posé l'addition comme le montre la retenue (+1 au-dessus du 5).

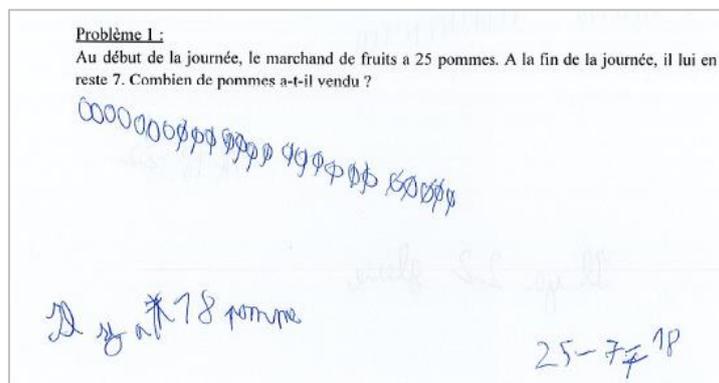


Figure 51 : Production de Louis pour le problème 1.

Sur ce schéma, nous pouvons voir que Louis a représenté les 25 pommes par des boules. Après avoir dénombré les 7 pommes non vendues, il a énuméré le reste de la collection en barrant chaque élément. Par conséquent, nous pouvons en conclure que Louis a attribué à son schéma la fonction cognitive car il a mis en relation les différentes données.

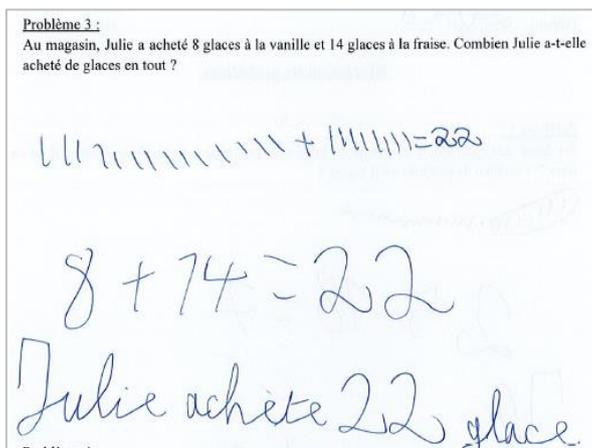


Figure 52 : Production de Mathieu pour le problème 3.

Dans son schéma, Mathieu a utilisé des symboles mathématiques tels que les signes « + », « = » et le nombre « 22 ». Ainsi, les relations entre les données sont explicitées et caractérisent la fonction cognitive.

3.2.4. Postulat

Afin de vérifier le postulat : Le schéma est une aide pour l'élève dans la résolution de problèmes additifs, nous avons analysé les manuels au regard de trois critères.

Le premier critère concerne la quantité de réponses correctes et erronées pour l'ensemble des problèmes. Afin de déterminer l'influence du schéma, nous avons distingué les réponses avec schéma et les réponses sans schéma.

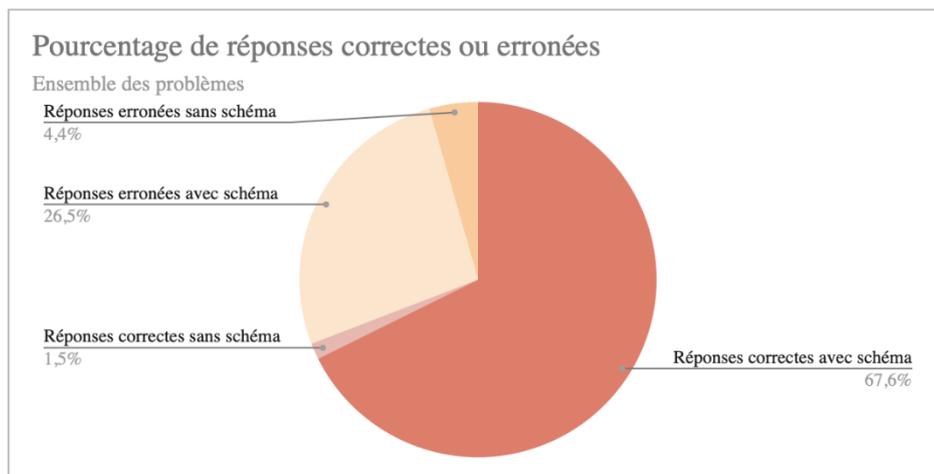


Figure 53 : Diagramme représentant le pourcentage de réponses correctes ou erronées.

Grâce à ce diagramme, nous pouvons formuler différents constats. Tout d'abord, on remarque que les réponses correctes sans schéma sont peu nombreuses, seulement 1,5%. Ce résultat est interprétable car seulement quatre problèmes sur la totalité des productions ont été résolus sans avoir recours au schéma et un seul a été réussi. A contrario, les réponses correctes présentant un schéma constituent près de 68% des réponses. On constate néanmoins que 26,5% des réponses avec schéma sont fausses. On peut alors se demander si la construction du schéma est à l'origine de ces nombreuses erreurs.

Le deuxième critère, nous a permis d'analyser l'origine des erreurs parmi les réponses erronées qui présentaient un schéma. Pour cela, nous avons catégorisé les erreurs en trois catégories : les erreurs liées à la compréhension du problème, les erreurs liées au calcul ou à la numération et enfin les erreurs liées au schéma. Certaines productions sont inexploitables car l'interprétation des erreurs commises est trop complexe.

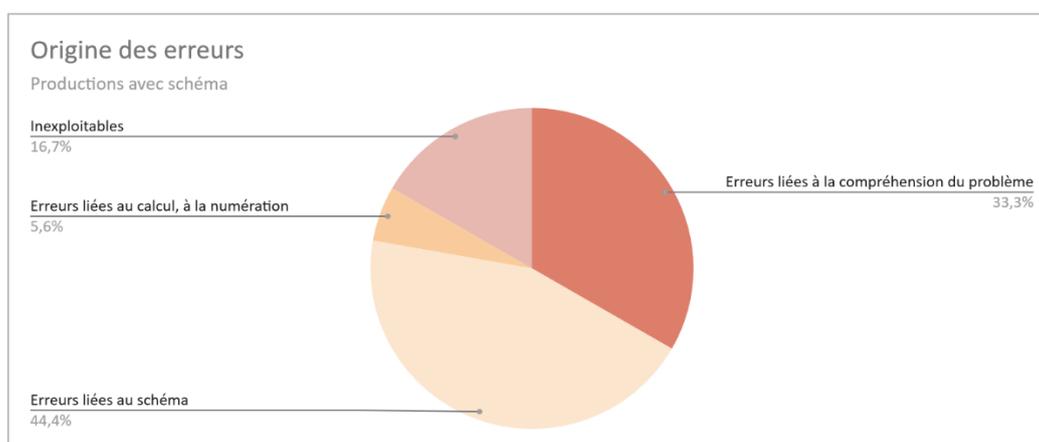


Figure 54 : Diagramme représentant le pourcentage des origines des erreurs.

Ce diagramme montre de manière significative que la majorité des erreurs (45%) semble être liée au schéma. Le deuxième type d'erreurs constatées est dû à la compréhension du problème posé. La difficulté à calculer est peu présente car les élèves ont eu recours aux schémas pour dénombrer.

Afin de mieux comprendre les différentes erreurs et les interpréter, nous avons porté notre attention plus spécifiquement sur les deux catégories d'erreurs principales. Nous avons donc regardé à quoi étaient dues les erreurs liées à la compréhension du problème.

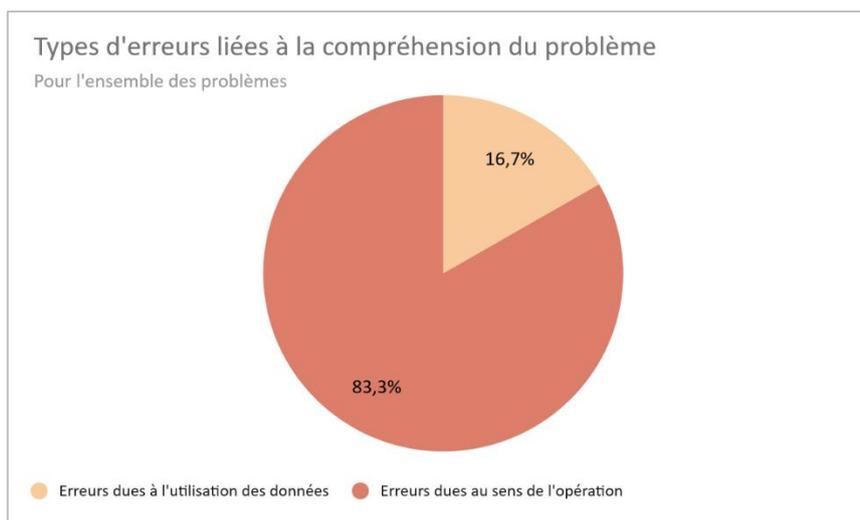


Figure 55 : Diagramme représentant le pourcentage des types d'erreurs liées à la compréhension du problème.

Grâce à ce diagramme, nous pouvons constater que la majorité des erreurs est due à l'utilisation des données (83%). En effet, certains élèves ont des difficultés à correctement identifier les données présentes dans l'énoncé. De même, environ 17% des erreurs sont dues au sens de l'opération. Ces élèves ne comprennent pas le sens du problème et n'utilisent donc pas l'opération adéquate. Ces deux erreurs proviennent d'une difficulté de modélisation. Les élèves ne parviennent pas à faire de lien entre le problème et le concept mathématique dont il relève.

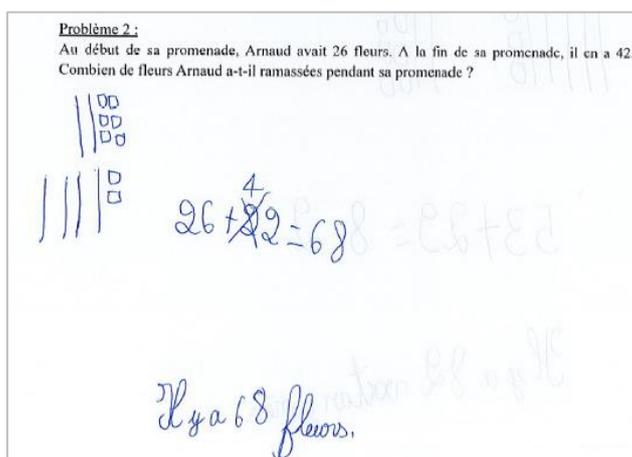


Figure 56 : Production de Justine pour le problème 2.

Lors de la réalisation de son schéma, Paul a représenté 28 pommes au lieu de 25. On observe qu'il a barré la dernière. En effet, Paul s'est sûrement rendu compte qu'il avait commis une erreur dans la création du cardinal et a tenté de la corriger. Malgré cela, le cardinal reste erroné (27 pommes). Cependant, la suite de sa procédure est correcte. Son erreur provient ainsi d'une erreur d'énumération lors de la création du cardinal de la collection.

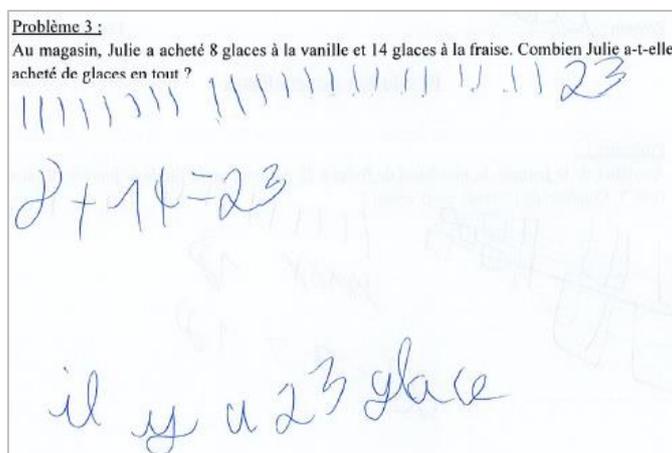


Figure 59 : Production de Clara pour le problème 1.

Dans sa production, Clara a bien représenté les deux collections (8 et 14) mais a réalisé une erreur lors du dénombrement. En effet, elle a compté au total 23 glaces au lieu de 22. Clara a certainement désigné deux fois un même élément. Cette erreur relève bien d'une erreur d'énumération lors du dénombrement de l'une des collections.

Enfin, notre troisième critère concerne la place chronologique du schéma dans la résolution de problèmes. Pour cela, nous avons observé si le schéma a été effectué avant ou après le calcul ou l'écriture du résultat.

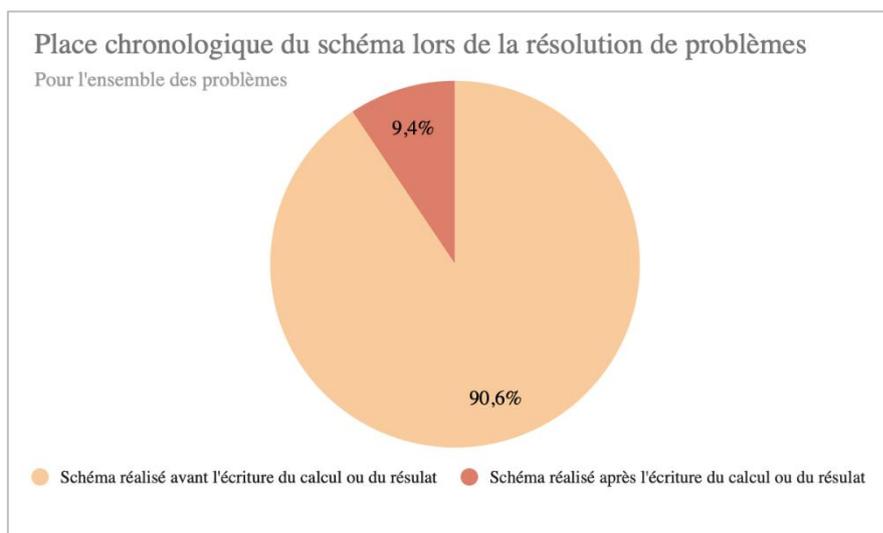


Figure 60 : Diagramme représentant la place chronologique du schéma lors de la résolution de problèmes.

Ce diagramme montre nettement que près de 10% des élèves ont réalisé le schéma après la réalisation du calcul. On peut en conclure que pour ces élèves le schéma ne constitue pas une aide. Les élèves le font alors qu'ils n'en ont plus besoin, il ne s'agit là que d'un effet de contrat.

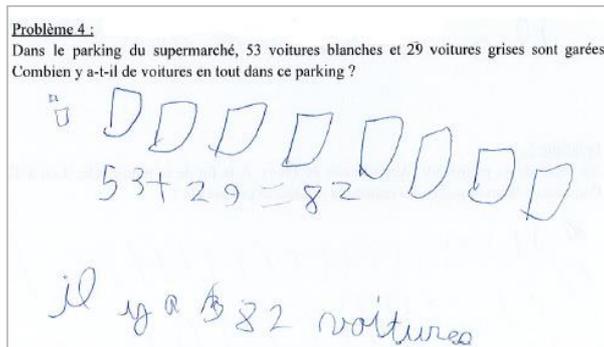


Figure 61 : Production de Clément pour le problème 4.

La production de Clément est intéressante car il a réalisé le schéma en premier. Cependant, la forme de représentation en dizaines et unités nous montre que Clément a calculé en amont et mentalement le résultat final. En effet, il représente directement les barres de 8 dizaines et les deux cubes. Or le calcul nécessite une conversion unités/dizaines. Nous pouvons penser que Clément a fait le schéma pour répondre aux attentes de l'enseignant(e).

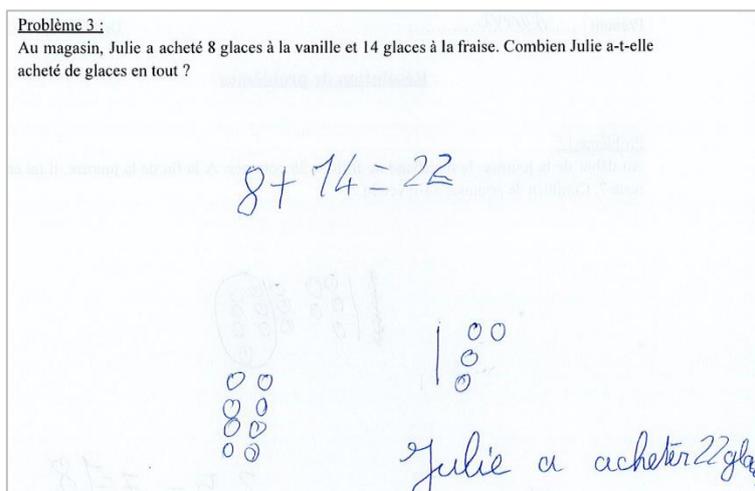


Figure 62 : Production de Marion pour le problème 4.

Lors de la résolution du problème 4, Marion a d'abord réalisé le calcul et trouvé le résultat. Puis, elle a effectué un schéma représentant les deux collections. L'organisation temporelle de sa réponse montre nettement que le schéma a été réalisé en réponse au contrat didactique.

4. Résultats et discussion

Ainsi, toutes nos analyses, nous permettent de valider ou d'invalider les différentes hypothèses que nous avons formulées précédemment.

Pour commencer, l'hypothèse 1 ne peut être validée entièrement : La construction et l'utilisation du schéma ne font pas l'objet d'une institutionnalisation. S'il y a une institutionnalisation, elle prend en charge la fonction cognitive et repose sur des enjeux de savoirs en lien avec la relation entre les données, la temporalité et la qualification. En effet, nous invalidons la première partie de l'hypothèse car malgré le fait de s'être intéressées à seulement trois manuels, ces derniers présentent tous une institutionnalisation du schéma. Cette dernière attribue au schéma, la fonction cognitive et établit des formulations de savoirs notamment autour des relations entre les données, de la notion de temporalité et de la qualification du résultat. Ces formulations de savoirs découlent des principales difficultés des élèves évoquées dans le cadre théorique. Ce constat semble affirmer l'importance de structurer des savoirs autour du schéma permettant de remédier à ces difficultés.

L'hypothèse 2 que nous avons émise « Le schéma est un outil transitoire dans la résolution de problèmes de type additif » peut être validée au regard des analyses menées. En effet, nous avons observé dans les manuels et dans les ressources institutionnelles que l'utilisation des schémas paraît tendre à évoluer vers une représentation plus symbolique : le schéma normé, ou à être abandonnée progressivement. L'évolution des schémas s'explique par le développement d'une capacité d'abstraction de plus en plus grande chez l'élève. Le schéma normé semble être une des étapes indispensables vers cette abstraction. Pour conclure, le schéma n'est pas encore abandonné en fin de CE1 mais aspire à l'être. Le schéma serait donc bien un outil transitoire dans la résolution de problèmes comme le pensent de nombreux auteurs.

Au regard de nos analyses, nous pouvons valider l'hypothèse 3 : L'utilisation du schéma n'est pas imposée par les manuels. En effet, comme nous avons pu le voir précédemment, seul *Maths Explicites* impose l'utilisation du schéma dans le fichier mais cette obligation est peu à peu abandonnée. A la fin de l'année, le schéma est alors une procédure possible et utilisable par les élèves s'ils en ont besoin. L'ensemble des manuels favorise la diversité des méthodes de résolution. Le schéma n'est donc pas un outil imposé par les manuels. Ce résultat va dans le sens de celui de certains chercheurs, comme Monnier. D'après cette auteure, le schéma ne revêt pas un caractère obligatoire, l'élève doit être libre d'utiliser une forme de représentation qui lui correspond.

Quant à l'hypothèse 4 : Pour résoudre un problème de type additif, les élèves ont recours au schéma, nous pouvons la valider. En effet, la quasi-totalité des élèves a réalisé un schéma pour résoudre les

problèmes. Toutefois, ce résultat n'est pas inattendu. L'utilisation du schéma est une obligation établie dans la méthode de résolution d'un problème de type additif enseignée dans cette classe. Les élèves répondent donc simplement au contrat didactique de l'enseignant(e). Cet effet de contrat est donc à prendre en compte dans notre interprétation.

L'hypothèse 5, formulée ainsi : La majorité des schémas réalisés par les élèves sont des schémas normés, peut être invalidée. En effet, aucun élève n'a eu recours à l'utilisation d'un schéma normé tel que nous l'avons défini au cours du cadre théorique. L'utilisation de schémas iconiques en unités de numération ou par des éléments abstraits est la forme de schémas privilégiée dans cette classe. Il s'agit d'un choix didactique fait par l'enseignant(e). Les élèves réalisent donc ce type de schéma et cela quelle que soit la taille des collections à représenter.

L'hypothèse 6 : La fonction cognitive des schémas dans la résolution des problèmes additifs, est la principale fonction présente dans les apprentissages, peut elle aussi être validée. En effet, une majorité des élèves attribue la fonction cognitive dans leur schéma en utilisant par exemple des éléments barrés ou entourés. Les élèves s'appuient sur le schéma pour trouver la réponse. La fonction cognitive du schéma est donc bien la principale fonction présente dans les apprentissages.

En ce qui concerne le postulat : Le schéma est une aide pour l'élève dans la résolution de problèmes additifs, nous ne pouvons pas statuer. En effet, de nombreuses erreurs sont liées au schéma car le recours au schéma iconique engendre des difficultés d'énumération dès lors que la collection est importante. A contrario, 68% des élèves semblent l'utiliser et réussissent à résoudre le problème. Cependant, il est difficile de savoir si ces élèves l'utilisent par réel besoin ou par réponse au contrat didactique imposé par l'enseignant(e). En revanche, pour près de 10% des élèves, le schéma n'est pas une aide mais une contrainte qu'ils réalisent après la résolution du problème.

Conclusion

Au vu de notre question de recherche « Dans quelle mesure la construction et l'utilisation des schémas dans la résolution de problèmes additifs sont-elles prises en charge dans l'enseignement ? » et de nos résultats, nous pouvons conclure que la construction et l'utilisation du schéma sont prises en charge dans l'enseignement mais cela dans une moindre mesure. Or le guide pédagogique institutionnel *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* semble orienter vers une institutionnalisation du schéma normé.

Ce mémoire nous a permis de faire évoluer nos conceptions initiales sur l'utilisation du schéma dans la résolution de problèmes de type additif. En effet, le schéma n'est pas toujours une aide et peut même, dans certains cas, être à l'origine des erreurs des élèves. Les conditions sous lesquelles le schéma se révélerait être une aide sont difficiles à déterminer. Malgré cela, les recherches menées nous permettent d'acquérir des connaissances indispensables pour notre future profession. En effet, en corrélation avec les conclusions des chercheurs, nous pensons que le schéma doit faire l'objet d'un enseignement spécifique et, par conséquent, d'une institutionnalisation. Il serait également nécessaire de varier les modes de résolution afin de ne pas bloquer l'élève dans une procédure qui ne lui conviendrait pas. De plus, le schéma se révèle être un outil transitoire permettant un passage du concret vers l'abstrait. Toutes ces analyses nous permettent d'inventorier les outils à disposition des professeurs pour enseigner le schéma et nous donnent des pistes à exploiter en tant que futures professeures des écoles.

Cependant, notre travail de recherche comporte quelques limites discutables. Tout d'abord, notre analyse de corpus repose sur seulement trois manuels et les ressources institutionnelles. Il aurait été intéressant, d'enrichir notre sélection en augmentant le nombre d'ouvrages tout en conservant nos critères de sélection (dates, variétés des éditions, équipe d'auteurs, organisation linéaire ou en domaine...). Un corpus plus riche, nous aurait permis d'obtenir des résultats plus généralisables. De plus, l'expérimentation a été réalisée dans une classe de double niveau avec dix-sept élèves de CE1. Il s'agit d'un faible échantillon. Les résultats obtenus sont peu représentatifs. Par ailleurs, les élèves ont l'habitude d'utiliser le schéma lors de la résolution de problème puisqu'il s'agit d'un attendu demandé par l'enseignant(e). Cet élément est à prendre en compte lors de l'analyse des résultats car l'effet de contrat a orienté les productions des élèves. Par ailleurs, comme Margolinas & Laparra, nous avons rencontré des difficultés dans l'interprétation de certains schémas. Il a été parfois difficile de comprendre la procédure utilisée et/ou les erreurs commises par les élèves. Enfin, par manque de temps, nous n'avons pas traité la notion de proportionnalité présente dans les schémas en barres de la méthode de Singapour. Cet élément pourrait faire l'objet d'un nouveau questionnaire dans le cadre de la poursuite de notre travail.

Bibliographie

- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.
- Laparra, M. & Margolinas, C. (2009). Le schéma : un écrit de savoir?. *Pratiques*, 143-144, 51-82.
- Monnier, N. (2003). Les schémas dans les activités de résolution de problèmes. *Grand N*, 71, 25-47.
- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?. *Grand N*, 69, 31-52.
- Cadet, E.-R. (2018). Le rôle du dessin dans la résolution de problèmes arithmétiques verbaux. *Grand N*, 01, 71-82.
- Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38, 21-40.
- Levain, J.-P. (2000). Apprentissage de schémas et résolution de problèmes.
- Descaves, A. (1992). Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes, HACHETTE Education
- Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves: Quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques?. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM*.
- Priole, M. (2014). Enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire: cadre didactique basé sur une approche systématique. *Éducation & Didactique*, 8-2, 59-86.
- Mounier, E & Priole, M. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire.. [Rapport de recherche] In Conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Cnesco et Ifé-ENS de Lyon. [\(hal-01644090\)](#)
- Laparra, M. & Margolinas, C. (2016). Les premiers apprentissages scolaires à la loupe : des liens entre énumération, oralité et littératie. De Boeck, Le point sur... Pédagogie, 978-2-8041-9527-4. [\(hal-01383245\)](#)
- Charnay, R., Dussuc, M-P., Combiér, G., Madier, D. (2020). *Cap Maths CE1*. Hatier.

Bourgoint, P., Castioni, L., Frouin, R., Joly, C., Le Van Gong, A. (2019). *Maths explicites CE1*. Hachette Education.

Duprey, S., Mauffrey, F., Duprey, G., Godé, I., Mauffrey, I. (2019). *Maths au CE1*. Accès Edition.

Ministère de l'Éducation nationale (2020). Programmes du cycle 2. BOEN n° 31 du 30 juillet 2020.

Ministère de l'Éducation nationale (2019). Eduscol. Repères annuels de progression pour le cycle 2.

Ministère de l'Éducation nationale (2019). Eduscol. Attendus de fin de CE1.

Ministère de l'Éducation nationale (2021). Eduscol. Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP.

Annexes

Productions des élèves de CE1 lors du test

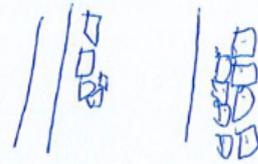
Prénom : **Antoine** Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

$$25 - 5 = \cancel{10} \quad 18$$

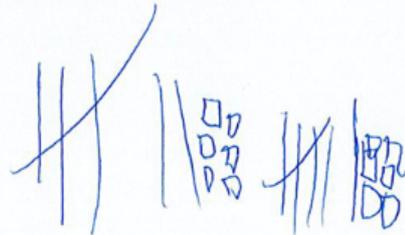


il reste 18 pommes

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

$$26 + 16 \quad \cancel{26} + 29$$

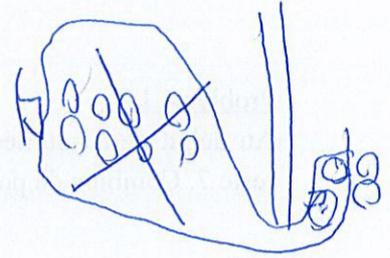


~~26~~ Arnaud a ramassé 16.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

$$8 + 14 = 22$$



Julie a acheté 22 glaces en tout.

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

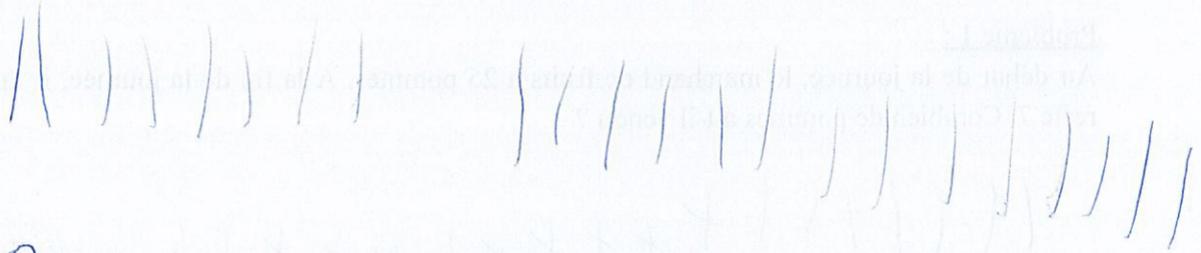
$$53 + 29 = 82$$



il ya 82 voitures dans le parking.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

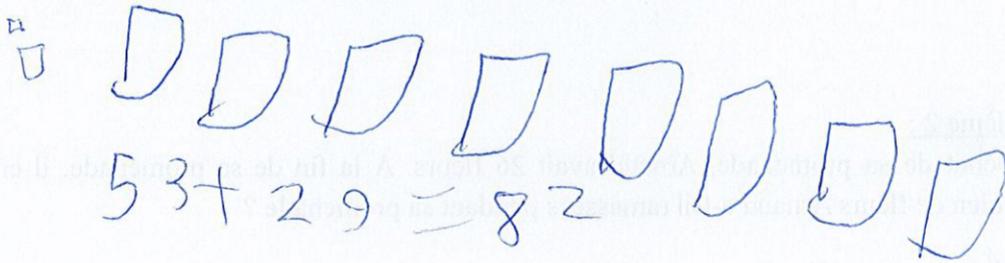


$$8 + 14 = 22$$

il y a 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



il y a 82 voitures

Prénom :

Lucie

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

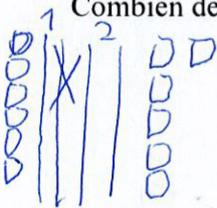
Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



$$25 - 7 = 19$$

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



$$26 + 26 = 42$$

Il a été ramassé 26 fleurs

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

vanille
○○○○
○○○○

fraise
○○○○
○○○○
○○○○
○○○○

$$14 + 8 = 22$$

Julie a acheté 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

blanches
|||||
○○
○

grises
|||
○○
○○
○○
○○
○

$$53 + 29 = 82$$

Il a 82 voitures

Prénom : Marion

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

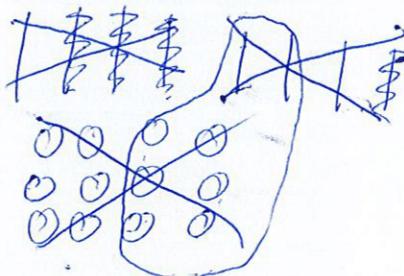
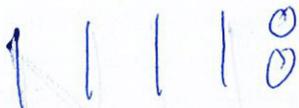


$$25 - 7 = 18$$

Il a vendu 18 pommes

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



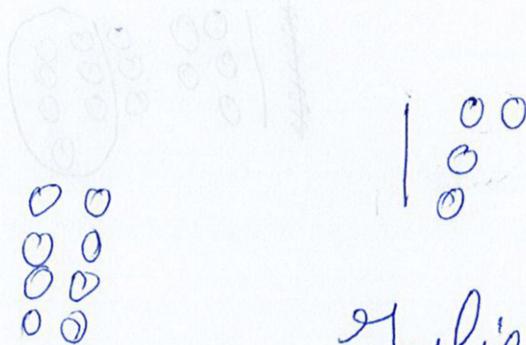
$$42 + 26 = 68$$

Arnaud a ramassées ~~68~~ 62 fleurs

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

$$8 + 14 = 22$$

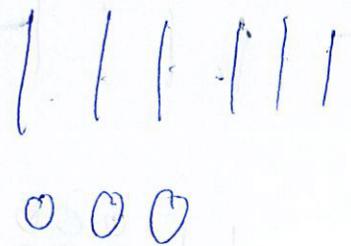
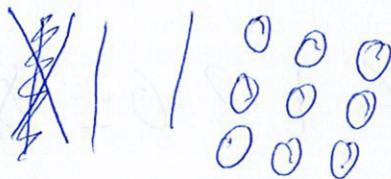


Julie a acheté 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

$$53 + 29 = 82$$



Prénom :

Justine

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



$$\begin{array}{r} 5 \\ 25 - 10 \\ \hline \end{array}$$

Il y a 10 fruits.

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

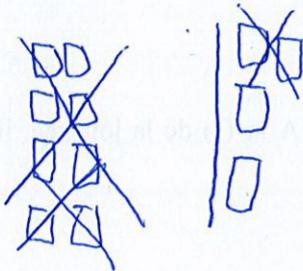


$$26 + \overset{4}{2} = 68$$

Il y a 68 fleurs.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

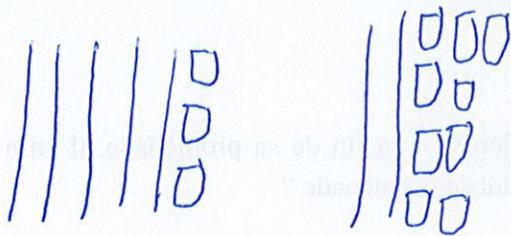


$$8 + 14 = 22$$

Il y a 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



$$53 + 29 = 82$$

Il y a 82 voitures garées

Prénom :

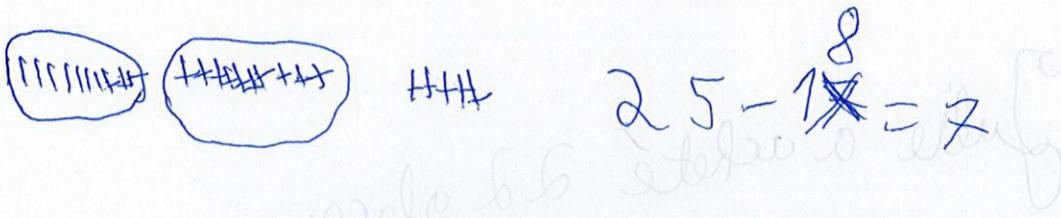
Julien

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



Handwritten diagram for problem 1: Two baskets of apples are shown. The first basket contains 18 apples (9 vertical lines and 9 horizontal lines), and the second basket contains 7 apples (7 horizontal lines). To the right, the equation $25 - 18 = 7$ is written, with the 18 crossed out and a 7 written above it.

Le marchand a 18 pommes.

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



Handwritten diagram for problem 2: Two rows of flowers are shown. The first row has 26 flowers (11 vertical lines and 15 horizontal lines), and the second row has 42 flowers (11 vertical lines and 31 horizontal lines).

$$26 + 22 = 48$$

Arnaud a ramassé 22 fleurs.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

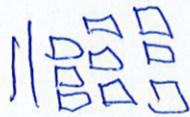
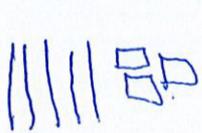


$$8 + 14 = 22$$

Julie a acheté 22 glaces.

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



$$53 + 29 = 82$$

Il y a 82 voitures.

Prénom : Lisa

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?


$$\cancel{25} \quad 25 - 18 = \cancel{7} \quad 7$$

Il y a 7 pommes

Problème 2 :

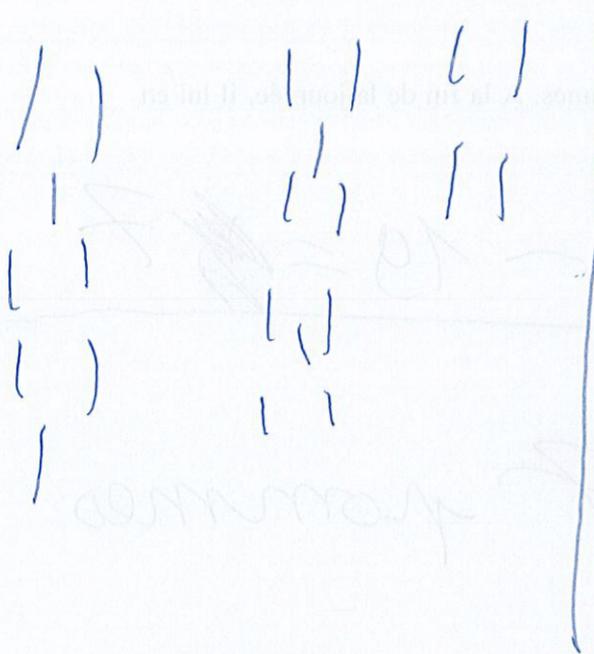
Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?


$$26 + 16 = \cancel{42} \quad 42$$

Il y a 16 fleurs
qui a ramassées.

Problème 3 :

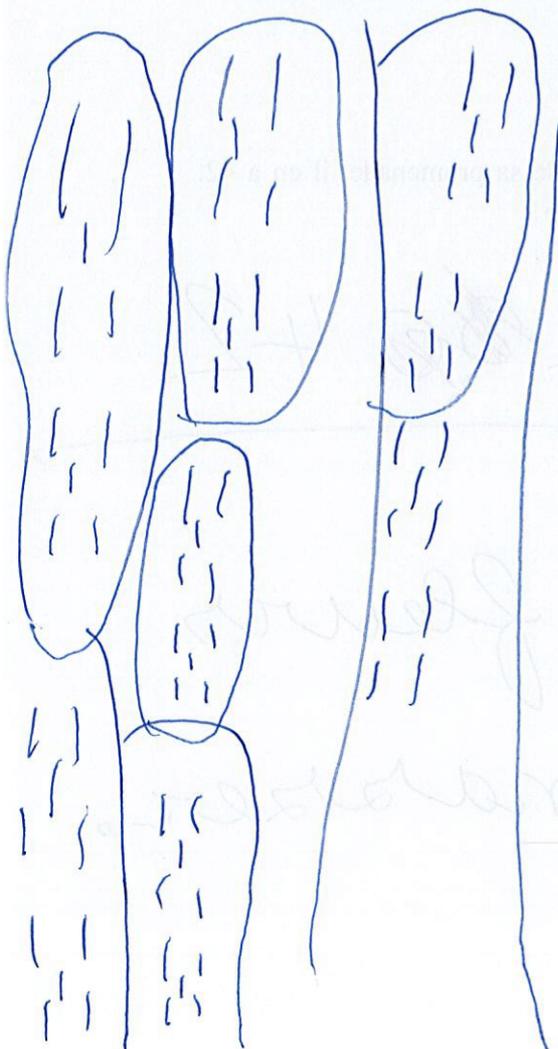
Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?


$$14 + 8 = 22$$

Il y a 22 glaces.

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?


$$53 + 29 = 82$$

Il y a 82 voitures.

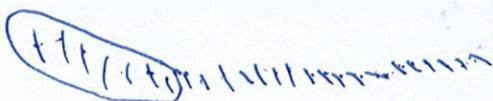
Prénom : Mathieu

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



$$25 - 18 = 7$$

Il en a vendu 18

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



$$26 + 16 = 42$$

Arnaud ramasse 16 fleur

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

$$\text{||||} \text{||||} \text{||||} \text{||||} \text{||||} + \text{||||} \text{||||} \text{||||} \text{||||} \text{||||} = 22$$

$$8 + 14 = 22$$

Julie achète 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

$$\text{||||} \text{||} \text{||} \text{||} \text{||} \text{||} + \text{||||} \text{||||} \text{||||} \text{||} \text{||} = 82$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ + 29 \\ \hline 82 \end{array}$$

Dans le parking il y a 82 voitures

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

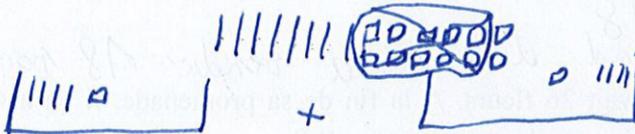


$$8 + 14 = 22$$

Julie a acheté 22 glaces.

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



$$53 + 29 = 82$$

Dans ce parking il y a 82 voitures.

Prénom : **Thomas**

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



$$25 - 7 = 18$$

Le marchand a vendu ~~17~~ 18 pomme

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

$$26 + 16 = 42$$

~~Arnaud~~ * A la fin de sa promenade Arnaud a ramassé
~~Arnaud~~ A la fin de sa promenade Arnaud

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

$$22 = 8 + 14$$

$$8 + 14 = 22$$

Julie a acheté 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



$$82 = 53 + 29$$

~~parka~~ parking.

82 voitures Il y a 82 voitures dans le

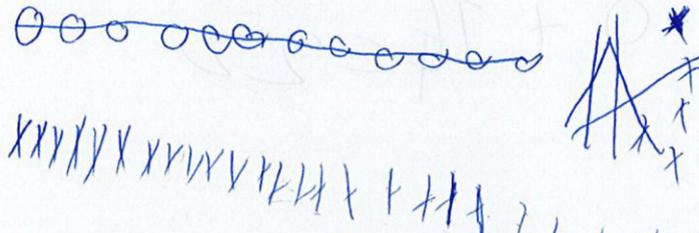
Prénom : : **Heloïse**

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

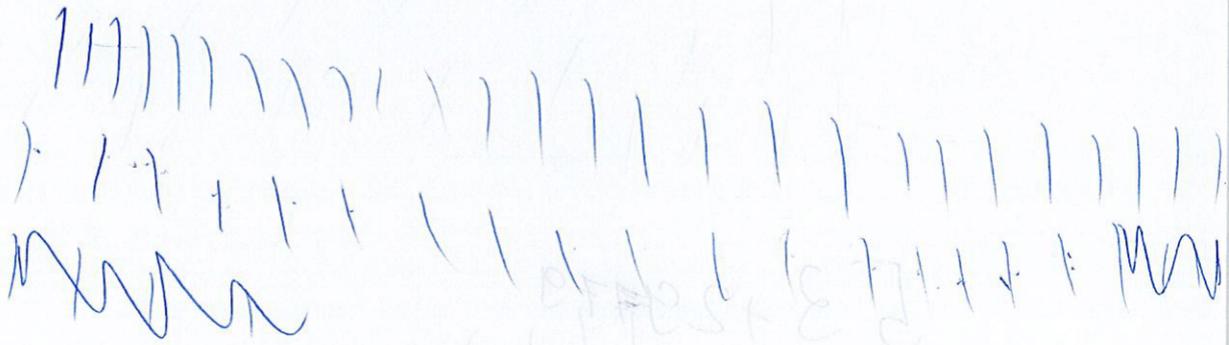


25 - 20 = 7

le marchand a vendu 20 pommes.

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



26 + 16 = 42

Arnaud ramassé 16 fleurs.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

0000 0000 / 000000000000000000

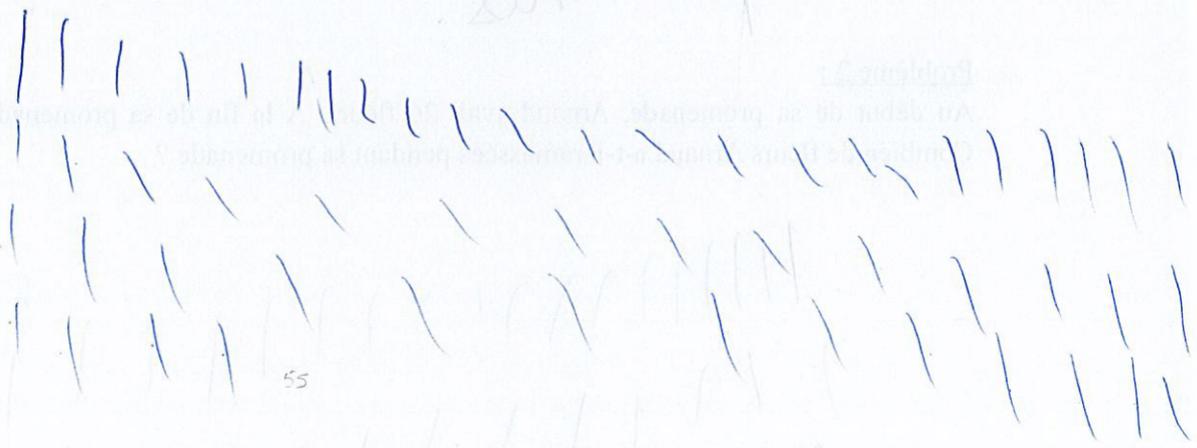
$$8 + 14 = 22$$

Julie a en tout 22 glaces.

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

53
29

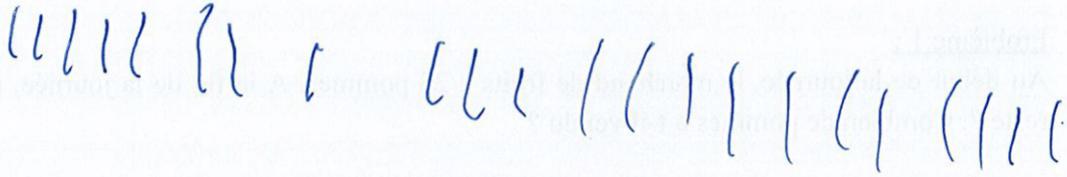


$$53 + 29 = 82$$

Il y aurait 82 voitures.

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

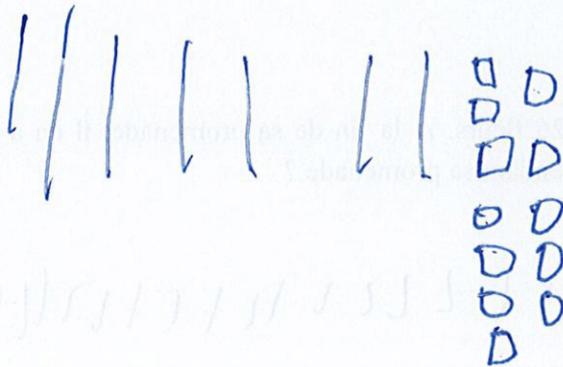


$$8 + 14 = 22$$

Il ya 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?



$$53 + 29 = 82$$

Il ya 82 voitures

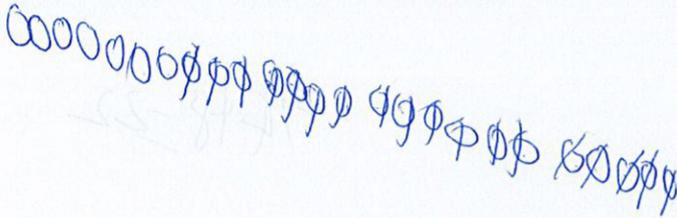
Prénom : **Louis**

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

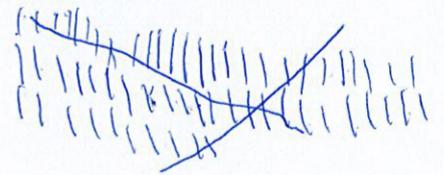


Il y a ~~25~~ 18 pommes

$$25 - 7 = 18$$

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?



$$20 + 7 = 27$$

$$27 + 15 = 42$$

Il y a ~~26~~ 42 fleurs

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

|||||
|||||

$$74 + 8 = 22$$

Il ya 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

Il ya 82 voitures blanches et grises

Prénom : **Enora**

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

||||| (|||| + ||||) x 7
+ |||| x 8 x 8 x

$$25 - 18 = 7$$

18

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

||||| (||||| + ||||) ||||
||| (||||| + ||||) ||||
||| | ||||| |||| 16

$$26 + 16 = 42$$

Prénom : Alexandre

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 7 \\ \hline 32 \end{array}$$
$$25 - 32 = 7$$

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 42 \\ \hline 68 \end{array}$$
$$26 + 42 = 68$$

il a 68 fleurs

Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?

xxxxxx
xxxxxxxxxxxx

$$8 + 14 = 22$$

il y a 22 glaces

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

xxxxxxxxxx
xxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx
xxxxxxxxxx

$$53 + 29 = 82$$

il y a 82 voitures garées

Prénom : .

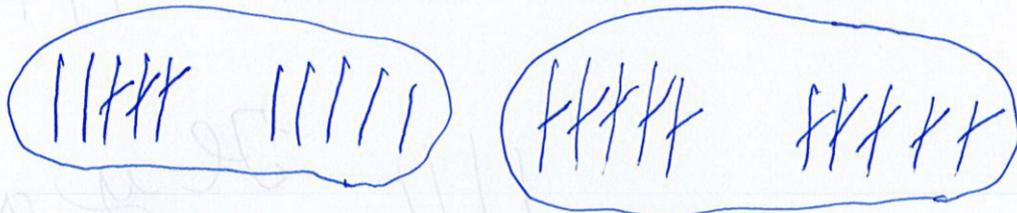
Camille

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?



$$25 - 18 = 7$$

Il y en a perdu 18.

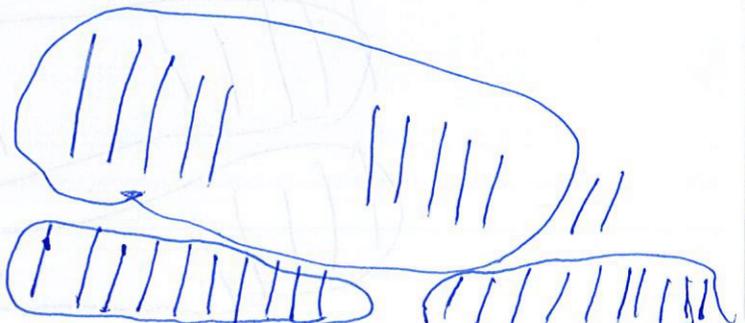
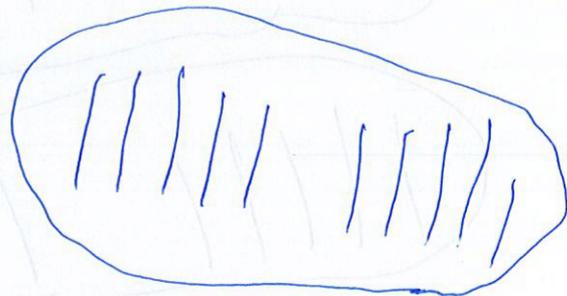
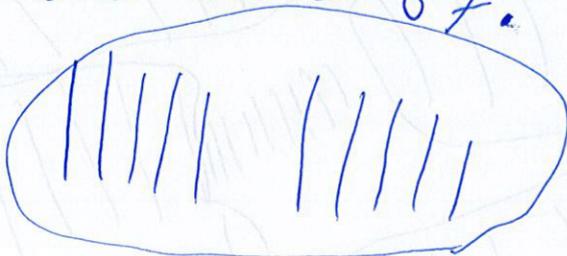
$$25 - 18 = 7$$

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

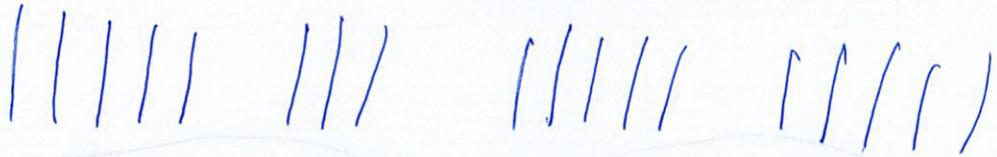
Il en a 67.

$$26 + 42 = 67$$



Problème 3 :

Au magasin, Julie a acheté 8 glaces à la vanille et 14 glaces à la fraise. Combien Julie a-t-elle acheté de glaces en tout ?



Il y a 22
glace.

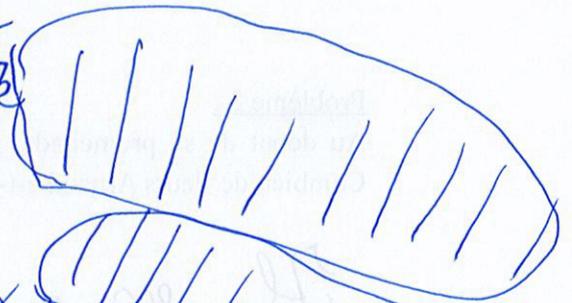
$$8 + 14 = 22$$

Problème 4 :

Dans le parking du supermarché, 53 voitures blanches et 29 voitures grises sont garées. Combien y a-t-il de voitures en tout dans ce parking ?

Il y a 82 voitures

$$53 + 29 = 82$$



Prénom : Clara

Date : / /

Résolution de problèmes

Problème 1 :

Au début de la journée, le marchand de fruits a 25 pommes. A la fin de la journée, il lui en reste 7. Combien de pommes a-t-il vendues ?

25 - 7 = 18

il y a 18 pomme

Problème 2 :

Au début de sa promenade, Arnaud avait 26 fleurs. A la fin de sa promenade, il en a 42. Combien de fleurs Arnaud a-t-il ramassées pendant sa promenade ?

42

$26 + 16 = 42$

il y a 42 fleurs

