



HAL
open science

Rôle et place de l'abaque dans l'enseignement de la numération en cycle 2

Kenny Renault

► **To cite this version:**

Kenny Renault. Rôle et place de l'abaque dans l'enseignement de la numération en cycle 2. Education. 2023. dumas-04582690

HAL Id: dumas-04582690

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04582690>

Submitted on 22 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

**MASTER MEEF mention 1er degré
“ Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation ”
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2022-2023**

**Rôle et place de l'abaque dans l'enseignement de la
numération en cycle 2.**

Kenny RENAULT

Directrice de mémoire : Céline CONSTANTIN - HELIOT
Assesseur : Nathalie DAVAL

Soutenu le 25/05/2023

Résumé :

Ce mémoire porte sur les difficultés liées à la numération rencontrées dans le premier degré, et notamment à la fin du deuxième cycle. Ces difficultés sont axées sur les termes de groupements, soit les unités de numération, et plus particulièrement sous le prisme des deux aspects de la numération : aspect positionnel et aspect décimal.

L'objectif de ce mémoire a été, dans un premier temps, de définir la numération et d'étudier son développement à travers l'histoire, notamment les termes de groupements, pour ensuite observer les difficultés des élèves et comprendre d'où elles proviennent, que ce soit du programme, de l'incompréhension ou du manque de manipulation.

Une fois cela fait, pour remédier aux difficultés observées, je me suis tourné vers des matériels de type abaque (abaque "classique", boulier chinois) pour les étudier et voir s'ils pouvaient être une aide pour les élèves. Après analyse de ces deux matériels, une expérimentation a été réalisée en classe dans ce mémoire, avec comme objectif d'observer l'influence de l'abaque sur l'apprentissage de la numération, notamment de l'aspect positionnel et décimal.

La conclusion de cette analyse reste à discuter, du fait des nombreuses limites qui remettent en cause la pertinence de mon travail. Néanmoins, certains points soulevés en partie théorique sur les difficultés des élèves vis-à-vis de la numération, notamment la maîtrise de l'aspect positionnel et la connaissance de l'aspect décimal, ont bien été observés durant l'expérimentation. En deuxième point, l'abaque a démontré un certain potentiel pour l'apprentissage de l'aspect décimal et une utilisation hypothétique annexe à l'utilisation "normée" pour la maîtrise de l'aspect positionnel.

Mots clefs :

Numération décimale, unités de numération, groupements, aspect positionnel, aspect décimal, difficultés, abaque, boulier, CE2.

Abstract :

This dissertation focuses on the difficulties related to numeration encountered in primary school, particularly at the end of the second cycle. These difficulties are focused on the terms of grouping, which are the units of numeration, and more specifically under the two aspects of numeration: the positional aspect and the decimal aspect.

The objective of this dissertation was firstly to define numeration and to see its development throughout history (particularly in terms of grouping), and then to observe the difficulties of students and understand where they come from, such as the curriculum, lack of understanding, and lack of manipulation.

Once this was done, in order to address the observed difficulties, I turned to materials such as the abacus (the "classic" abacus and the Chinese abacus) to study whether they could be an aid for students. After analyzing these two materials, an experiment was conducted in the classroom with the objective of observing the influence of the abacus on the learning of numeration, particularly the positional and decimal aspects.

The conclusion of this analysis remains to be discussed, due to the numerous limitations that question the relevance of the work. Nevertheless, some points raised in the theoretical part on the difficulties of students with numeration, particularly the mastery of the positional aspect and the knowledge of the decimal aspect, were observed during the experiment. Secondly, the abacus demonstrated a certain potential for learning the decimal aspect and a hypothetical ancillary use to the "standard" use for the mastery of the positional aspect.

Keywords :

Decimal numeration, numbering units, grouping, positional aspect, decimal aspect, difficulties, abacus, chinese abacus, third grade.

Remerciements :

Je remercie en premier lieu Mme Constantin pour m'avoir suivi tout du long de ce travail, d'avoir apporté des conseils précieux et permis l'élaboration complète de ce mémoire.

Je remercie l'équipe pédagogique de la faculté d'éducation de Nîmes pour m'avoir accompagné durant mes deux années de Master au sein de cet établissement et m'avoir formé pour devenir professeur des écoles.

Je remercie également Mme Duval pour m'avoir permis de découvrir les différents abaques et de développer mon questionnement pour ce mémoire.

Un grand merci à ma MAT de mon stage SIPA, Céline Voléon, pour m'avoir permis au cours de l'année d'apprendre le métier de professeur des écoles et de m'avoir apporté tant de précieux conseils.

Il me paraît important aussi de remercier mes proches, parents, frère ainsi que ma fiancée, pour le soutien et la motivation qu'ils m'ont procurée, me permettant de réussir dans mes études et de finaliser ce mémoire.

Enfin, je remercie Nabil Imame, camarade de promotion, avec qui j'ai commencé ce mémoire avant que l'on se sépare pour diverses raisons, à qui je souhaite réussite dans le chemin qu'il a finalement choisi de prendre loin des bancs de l'école.

Tables des matières :

Introduction

1. Élément de cadrage théorique.

1.1. Les organisations mathématiques.

2. La numération, aspects historique et épistémologique.

2.1. Comprendre le principe de la numération à travers l’histoire.

2.2. Aspect épistémologique de la numération.

2.3. L’aspect conceptuel de notre numération.

2.4. Les termes de groupements.

3. Observation et analyse des difficultés d’élèves.

3.1. Le problème des termes de groupements.

3.1.1. Difficultés sur la numération selon Bednarz et Janvier (1984)

3.1.2. Apport de l’abaque sur l’aspect positionnel de la numération, selon Bednarz et Janvier (1984)

3.2. Les enquêtes TIMSS.

3.3. Analyse des programmes de mathématiques de 2020.

4. Le boulier chinois et l’abaque “classique”, deux matériels de numération.

4.1. Représenter un nombre avec le boulier chinois et l’abaque.

4.2. Perspectives didactiques et historiques.

4.3. Praxéologie

4.4. Types de tâches qu’implique la numération, du point de vue de l’abaque.

5. Question, hypothèses et méthodologie de recherche.

5.1. Question de recherche et hypothèses.

5.2 Méthodologie de recherche

5.2.1. Contexte de recherche

5.2.2. Pré-test

5.2.3. Séance de test

6. Analyse des résultats

7. Discussions des résultats.

7.1. Mise en perspective des résultats avec ceux des chercheurs et enquêtes.

7.2. Intérêts et limites de ma recherche :

8. Conclusion

9. Bibliographie.

10. Annexes.

Tables des figures :

- Figure n°1 : Représentation d'un nombre avec le système hiéroglyphique égyptien.
- Figure n°2 : Une représentation du nombre 142 avec le système hiéroglyphique égyptien.
- Figure n°3 : Une représentation du nombre 468 avec le système hiéroglyphique égyptien.
- Figure n°4 : Organigramme du comité de rédaction Grand N quant à l'importance du matériel dans l'apprentissage de la numération.
- Figure n°5 : Tableau représentatif de l'exemple des cubes emboîtables en base 4.
- Figure n°6 : Cubes emboîtables.
- Figure n°7 : Cubes emboîtables avec organisation matérielle spécifique.
- Figure n°8 : Exercice du plus petit/grand nombre, (Bednarz et Janvier, 1984, p.8)
- Figure n°9 : Exercice sur l'abaque, (Bednarz et Janvier, 1984, p.11)
- Figure n°10: Constitution de l'échelle CEDRE
- Figure n°11: Item type pour le groupe n°2
- Figure n°12 : Items types sur la numération dans l'analyse école/collège
- Figure n°13 : Résultats sur l'item numération école/collège de l'enquête TIMSS
- Figure n°14 : Bulletin officiel de l'Education National n°31 du 30 juillet 2020, p.57
- Figure n°15 : Bulletin officiel de l'Education National n°31 du 30 juillet 2020, p.58
- Figure n°16 : Ancêtre du boulier chinois
- Figure n°17 : Gravure en bois représentant la querelle entre abacistes et algoristes
- Figure n°18 : Boulier chinois (Suan Pan) en position initiale.
- Figure n°19: Boulier chinois (Suan Pan) représentant le nombre 29
- Figure n°20 : Production d'Em, deuxième exercice pré-test.
- Figure n°21 : Production de Ma, premier exercice pré-test.
- Figure n°22 : Production de Ma, deuxième exercice pré-test.
- Figure n°23 : Production de Ta, deuxième exercice pré-test.
- Figure n°24 : Production de Li, deuxième exercice pré-test.
- Figure n°25 : Production de Em, deuxième exercice séance de test.
- Figure n°26 : Production de Ta, deuxième exercice séance de test.
- Figure n°27 : Position de l'abaque d'Em.
- Figure n°28 : Production de Li, deuxième exercice séance de test.
- Figure n°29: Images d'Aë utilisant l'abaque physique pour le dernier exercice
- Figure n°30 : Production d'Aë "2114"
- Figure n°31 : Production de Ad et Lo (respectivement haut puis bas) dans l'exercice 2 du pré-test.
- Figure n°32 : Production de Ma, deuxième exercice de la séance de test.
- Figure n°33 : Photographie d'Ad réalisant l'exercice 2.
- Figure n°34 : Production d'Ad sur l'exercice 2 lors de la séance de test.
- Figure n°35 : Production de No, deuxième exercice pré-test (en haut) et séance de test (en bas).
- Figure n°36 : Production de Jo, deuxième exercice pré-test.
- Figure n°37 : Production de Jo, deuxième exercice de la séance de test.

Introduction

Je suis étudiant en classe de Master MEEF à la faculté d'éducation de Montpellier antenne de Nîmes. Avant ce Master, j'ai réalisé un parcours en mécatronique axé sur les systèmes spatiaux.

Lors de mon parcours durant les deux dernières années, j'ai pu réaliser des stages (SOPA et SIPA) durant lesquels j'ai été confronté à la réalité du métier, notamment à la pratique avec les élèves. Après de nombreuses analyses de leurs productions, je me suis rendu compte d'une constante difficulté en mathématiques. Le questionnement de savoir d'où ces difficultés pouvaient provenir m'a suivi tout au long de ces stages.

Après de nombreuses analyses, conversations avec les enseignants et formateurs, je me suis rendu compte d'une difficulté à comprendre même notre système de numération décimal chez les élèves. C'est alors que je me suis penché sur le cycle 2, où la numération prend une place fondamentale dans l'apprentissage et où j'ai réalisé mon stage SIPA, notamment à travers les regroupements que les élèves peuvent réaliser en manipulant des collections ou de la monnaie. J'ai alors souvent remarqué des erreurs dans le placement des unités de numérations, des "0" non placés ou bien même la difficulté à comprendre les relations des unités entre elles.

Lors d'une séance en classe, Nathalie Daval -enseignante agrégée en mathématiques et docteure en histoire des mathématiques- est venue nous présenter l'histoire de l'abaque et son utilisation ainsi que les difficultés liées à la numération chez les élèves. C'est alors qu'une problématique de résolution de ces difficultés s'est formée pour mon travail de mémoire. Au fur et à mesure d'analyses d'articles, notamment de Bednarz et Janvier, de Chambris et surtout de Tempier, la problématique suivante s'est formée :

Quel est le rôle et la place de l'abaque dans l'enseignement de la numération, notamment au cycle 2 ?

Pour y répondre, nous allons d'abord analyser notre numération sous différents angles : historique, épistémologique et conceptuel. Ensuite, nous nous pencherons sur les difficultés analysées par différents chercheurs et enquêtes, tout en analysant le programme actuel de cycle 2. Par la suite, nous étudierons les fonctionnements de l'abaque et du boulier chinois

pour pouvoir construire une expérimentation. Celle-ci sera menée dans une classe de CE2, sur deux séances, où les élèves devront résoudre des exercices de numération, la première séance sans abaque (pré-test), la deuxième avec abaque.

1. Élément de cadrage théorique.

1.1. Les organisations mathématiques.

Nous savons que lors d'un transfert d'information, celle-ci est modifiée que ce soit lors de son émission ainsi que lors de sa réception. Prenons l'exemple des ondes radios qui perdent de leur intensité plus le récepteur est éloigné de l'émetteur. L'émetteur peut également préférer une fréquence à une autre et faire une sélection des fréquences qu'il souhaite recevoir.

Il en est de même pour notre système d'enseignement et l'évolution des savoirs proposés en classe. Dans un premier temps, les savoirs proposés sont des savoirs savants issus de la recherche scientifique. Ces savoirs savants vont être analysés par l'éducation nationale pour être transformés en savoirs à enseigner. Ces mêmes savoirs à enseigner vont être interprétés différemment par chaque enseignant qui va modifier ce savoir pour qu'il soit plus accessible aux élèves : nous parlons ici de savoirs enseignés. Enfin, chaque élève est un individu différent, ce qui va également pousser à différentes interprétations possibles de la part des élèves : nous parlons ici de savoirs appris.

Nous allons utiliser les organisations mathématiques (Chevallard, 1991) pour orienter notre recherche. Une organisation mathématique est composée de différents éléments que nous pouvons retrouver pour la résolution d'un problème. Dans un premier temps, il y a un type de tâche à résoudre. Ce type de tâche doit être résolu par le moyen de différentes techniques basées sur des propriétés mathématiques (exemple : la commutativité de l'addition) qui se basent elles-mêmes sur des théories.

Il est important de comprendre qu'il existe de nombreuses organisations mathématiques. J'ai donc dû faire un choix et j'ai préféré concentrer mon travail sur les organisations mathématiques impliquées dans la transformation des savoirs présents en classe. Je travaillerai ainsi sur des savoirs à enseigner présents dans les programmes scolaires, les savoirs enseignés trouvés dans les différents manuels et guides de l'enseignant qui vont être utilisés par les enseignants en classe et enfin, les savoirs appris par les élèves.

Mon travail consiste à comprendre l'impact que pourrait avoir la manipulation de bouliers et d'abaques chez les élèves. Pour cela, il est nécessaire de chercher d'où proviennent les

différentes difficultés rencontrées chez les élèves, afin de déterminer lesquelles pourraient être résolues grâce à l'utilisation du boulier et de l'abaque.

2. La numération, aspects historique et épistémologique.

2.1. Comprendre le principe de la numération à travers l'histoire.

Pour comprendre notre système de numération actuelle, nous devons nous intéresser à son histoire. Pour cela nous allons nous aider d'extraits de IFRAH, G.(1994), *Histoire universelle des chiffres*.

Ifrah (1994) présente une partie de l'évolution de différents systèmes de numération, eux-mêmes utilisés à différentes époques par différents peuples dans le but de montrer le développement de notre propre système de numération et des paramètres qui le représentent. Ifrah (1994) présente le début de l'évolution des systèmes de numérations comme le résultat de la somme de multiples besoins nécessaires à l'évolution de la vie humaine. Il explique que le début de la numération écrite est au moins en partie né du besoin de garder en mémoire de plus en plus de nombre. En passant par l'écrit, par exemple pour la réalisation d'un inventaire d'objets, on pouvait ainsi réduire le taux d'erreur lié à la mémorisation de ces nombres par la mémoire humaine. L'auteur dit que c'est ce qu'ont pu remarquer les sociétés mésopotamienne et égyptienne, il y a un peu plus de cinq mille ans.

Les numérations écrites se basaient au départ sur un principe additif dans lequel la représentation d'un nombre se réalisait par la superposition d'un ou différents symboles. Nous prenons ici l'exemple du système hiéroglyphique égyptien dans lequel est attribué un symbole à l'unité et à chaque puissance de 10.

Ci-dessous une illustration du système hiéroglyphique égyptien pour 1, 10 et 100 :

$$| = 1 \quad \cap = 10 \quad \text{e} = 100$$

Figure n°1 : Représentation d'un nombre avec le système hiéroglyphique égyptien

Ainsi pour représenter le **nombre 142**, il est nécessaire de juxtaposer les différents symboles, et ce, dans n'importe quel ordre, en effet, il s'agit d'un système d'additivité par juxtaposition, contrairement à notre numération décimale il n'y a pas de valeur accordée vis-à-vis de la position d'un symbole (nous reviendrons sur les aspects plus tard dans ce mémoire). Voici un exemple de représentation du nombre 142 en numération hiéroglyphique égyptienne :



Figure n°2 : Une représentation du nombre 142 avec le système hiéroglyphique égyptien

L'inconvénient principal que l'on peut remarquer sur les systèmes additifs est l'écriture d'un trop grand nombre de symboles pour la représentation de certains nombres. On se rend ainsi compte que pour écrire 468, il faudra écrire 4 fois le symbole de 100, 6 fois le symbole de 10 et 8 fois le symbole de l'unité :



Figure n°3 : Une représentation du nombre 468 avec le système hiéroglyphique égyptien

Les numérations hiéroglyphiques, hittites, proto-élamites, crétois et aztèques utilisaient également ce système additif.

Certains peuples ont tenté de contourner ce problème en ajoutant des symboles pour des nombres intermédiaires, diminuant ainsi le nombre de symboles à l'écriture, mais augmentant ainsi le nombre de symboles à connaître pour pouvoir utiliser ces numérations. Il est également important de noter que le nombre de symboles à l'écriture est certes diminué, mais il pose toujours ce problème de nombre de symboles.

Un autre système de numération sera utilisé par la suite par différents peuples mélangeant à la fois le principe additif avec le principe multiplicatif. Nous parlons ici du système de numération “hybride”. Notamment les systèmes tamil et malayâlam, nommés “hybride complet” où il existe un symbole pour chaque puissance de 10 et pour chaque unité, de sorte que, transposé à notre écriture cela donnerait :

$$2134 = 2 * 1000 + 1 * 100 + 3 * 10 + 4.$$

Par la suite, Ifrah (1994) nous explique que ces écritures auraient pu mener vers une valeur de position. Il existe même certaines traces où, pour abrégé et gagner en rapidité, les symboles de puissance de 10 ont été enlevés, se fiant juste à l'ordre d'écriture des symboles d'unités pour définir le nombre.

Néanmoins, cette valeur des positions n'est pas retenue à ce moment et ces systèmes “hybride” et “hybride complet” apportent quelques inconvénients, notamment sur la mémorisation des nombreux symboles (1 à 9, 10, 100, 1000...) et la nécessité d'en créer un nouveau à chaque puissance de 10 supérieurs.

Par exemple, en prenant le système le moins demandant en nombre de symboles, le tamil (nous aurions aussi pu prendre le malayâlam), pour écrire 8 976, il faudrait 7 symboles contre 4 pour notre système de numération.

C'est plus tard que différentes découvertes ont permis à la numération d'évoluer grâce à de grandes avancées menant au système de numération que nous utilisons aujourd'hui.

La première avancée est celle de la découverte du principe de position. Un nombre présente une valeur différente selon la position qu'il porte. Ainsi dans “22”, le “2” placé aux dizaines n'a pas la même valeur que celui placé aux unités.

La seconde avancée majeure est la notation pour les unités du premier ordre. Il s'agit ici de séparer les symboles utilisés pour représenter des nombres, de représentations graphiques auxquelles ils pourraient être liés. De cette manière, nous n'utilisons plus dans nos calculs de symbole tels que “.....” pour représenter le nombre quatre mais bien un symbole écarté de toute représentation iconique : “4”.

La dernière avancée ayant une importance majeure pour notre numération est la découverte du zéro. Il s'agit donc de représenter du “vide” par un symbole pour pouvoir garder la position des chiffres dans le nombre. Le zéro a donc le rôle d'exprimer l'absence de valeur dans une unité tout en gardant en mémoire que cette unité est présente dans le

nombre. Nous en trouvons des traces dans le système Babylonien, où ils laissaient un espace vide, comme si nous écrivions “601” → “6 1”. Cela peut amener des confusions, Ifrah (1994) imaginant des scribes étourdis ou peu consciencieux pouvant faire paraître “6 1” en “61” soit un sens totalement différent. De plus comment faire pour représenter plusieurs vides comme “6001” par exemple ? Ou bien représenter un vide non pas entre deux chiffres, mais au début d’un comme “60” par exemple ?

C’est alors, qu’en Mésopotamie tardive, apparaît le premier signe représentant ce vide, le zéro babylonien, permettant enfin de représenter une unité absente, un symbole montrant le rien.

Ces découvertes nous ont permis de construire notre système de numération actuel nous permettant ainsi de représenter tous les nombres avec le moins de symbole possible, mais aussi de représenter l’absence d’unité. Ifrah (1994) ira même jusqu’à la qualifier de “chef-d’œuvre”.

Mais comment fonctionne exactement notre numération ? Comment passer d’un groupement d’objets à une écriture abstraite ? Comment, finalement, utilise-t-on la numération en mathématiques ?

2.2. Aspect épistémologique de la numération.

La numération implique un certain nombre de principes qui ne sont pas intuitifs à première vue. Que ce soit pour apprendre des opérations (addition, soustraction, multiplication, division), savoir changer de base ou même tout simplement pour connaître l’écriture et la valeur des nombres ou leur ordre dans une file numérique...

Comment introduire la numération à quelqu’un qui n’en a jamais fait, comme un élève de cycle 1 par exemple ? D’après le comité de rédaction de Grand N (1974), pour comprendre les principes de numération, il est nécessaire d’aborder ceux-ci par le matériel. Dans le même article, ils utilisent des cubes emboîtables pour expliquer les aspects techniques de la numération.

Dans le schéma suivant :

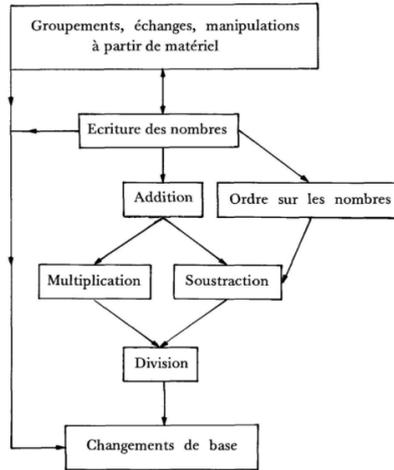


Figure n°4 : Organigramme du comité de rédaction Grand N (1974) quant à l'importance du matériel dans l'apprentissage de la numération, p.2.

Soulignons déjà que les types de tâches qui impliquent la numération ressortent dans ce schéma, nous nous en servirons plus tard dans le mémoire pour les définir.

Les auteurs expliquent que tout démarre à partir de la manipulation d'un matériel, car celui-ci permet d'introduire l'écriture des nombres ainsi que le regroupement en base. Grâce à cette écriture, l'introduction des opérations ainsi que l'ordre des nombres dans la file numérique devient possible. Ils font par ailleurs aussi un lien intéressant entre la division découlant de la multiplication et de la soustraction qui elles-mêmes découlent de l'addition.

Par ailleurs, les auteurs de la revue nous font remarquer qu'il est important de varier les matériels utilisés pour l'apprentissage de la numération avec les élèves pour éviter que les notions apprises restent liées au matériel utilisé dans leur construction desdites notions.

Les auteurs ont choisi de faire l'exemple de l'utilisation des cubes emboîtables à travers une base 4, ceci va leur permettre d'expliquer les bases de la numération.

Alors, nous reprenons l'exemple des cubes emboîtables utilisé dans l'article de Grand N :

Avant même de choisir notre base, il faut au préalable définir ce qu'elle est.

Soit un entier nommé 'n' (notre base) strictement supérieur à 1, à chaque fois que l'on a 'n' cubes emboîtés, nous les regroupons en une barre. Quand on a 'n' barres, nous les regroupons en une plaque. Quand on a 'n' plaques, nous les regroupons en cubes, et ainsi de suite.

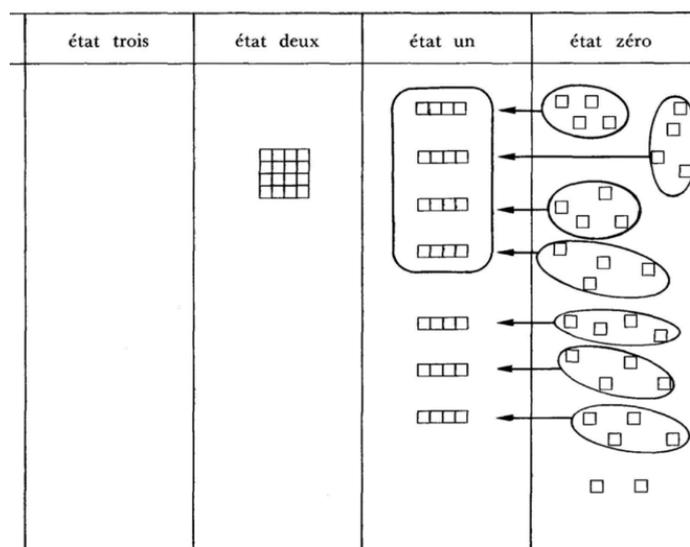


Figure n°5 : Tableau représentatif de l'exemple des cubes emboîtables en base 4, comité de rédaction Grand N (1974), p.3.

Ainsi, nous pouvons compter le nombre de plaques, de barres et de cubes : 1 plaque, 3 barres et 2 cubes. Les auteurs choisissent même de renommer les plaques “z”, les barres “y” et les cubes “x”. De ce fait, nous avons 1z, 3y et 2x.

Nous pouvons donc en conclure que nous avons 132 en base quatre.

Par ailleurs, cette représentation des termes de groupements peut aussi permettre de convertir une base en une autre. Nous avons 30 cubes en base décimale, soit 132 en base quatre.

C'est donc à travers la manipulation que nous pouvons dégager certaines connaissances. Le fait d'avoir concrétisé la numération à travers des cubes emboîtables nous a permis d'expliquer d'une manière plus directe le principe de regroupement. Ainsi, nous pouvons imaginer en classe travailler de la même manière, mais avec une base décimale pour enchaîner sur les notions d'unités, de dizaines et de centaines.

2.3. L'aspect conceptuel de notre numération.

Il existe dans notre système de numération décimale deux aspects : l'aspect positionnel et l'aspect décimal (Tempier, 2010).

La numération décimale est un système de numération de position, c'est-à-dire que la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre. C'est ce que l'on nomme l'aspect positionnel. Par exemple, si nous prenons 3 475, "3" est le chiffre des milliers, "4" est le chiffre des centaines, "7" est le chiffre des dizaines, "5" est le chiffre des unités.

Cependant, il peut y avoir le chiffre "0" dans le nombre, par exemple 3405, ce chiffre permet alors de "marquer la position des chiffres quand une unité est absente" (Tempier, 2010) ; ici l'unité des dizaines.

L'aspect décimal de la numération consiste au savoir des relations entre les unités de numération (10 dizaines = 1 centaine.) Cet aspect est souvent introduit par les groupements d'objets, par exemple les cubes emboîtables. Cet aspect est notamment induit par l'échange de monnaie (10 billets de 10 euros donnent un billet de 100 euros.)

La difficulté, avec cet aspect, selon Tempier (2010), est que l'on ne le voit pas apparaître dans les écritures décimales. En effet, les liens, les conversions ainsi que les différentes unités sont invisibles dans notre écriture.

" L'apprentissage de notre système de numération écrit consiste donc bien pour les élèves à comprendre ce que cache cette écriture en chiffres. " (Tempier, 2010)

2.4. Les termes de groupements.

Pour notre mémoire, il est nécessaire de définir ce qu'est une unité de numération. En effet, nous allons souvent aborder ce terme et l'utiliser tout du long.

Selon Chambris (2014), les unités de numération sont les mots ou expressions regroupant les différents termes de la numération ; tel que unité, dizaine, centaine... ce que l'on appelait, avant 1970, les unités des différents ordres.

Ces unités de numération sont abstraites, ou comme l'écrit Chambris (2014) : immatériel. Cela veut dire qu'elles ne représentent pas une quantité matérielle, alors que, paradoxalement, elles peuvent être représentées par des quantités matérielles. Par exemple, si l'on prend dix cubes emboîtables, nous pouvons dire qu'il s'agit d'une dizaine, que ces cubes représentent une dizaine. Alors qu'une dizaine est un nombre, cela veut dire la même chose que le nombre 10. Dire " J'ai deux dizaines de cubes" a le même sens que dire " J'ai 2 fois 10 cubes".

Dans notre mémoire, nous allons aussi traiter de conversions, il faut donc définir ce qu'est une conversion (d'unités de numérations.)

Reprenons l'exemple des cubes emboîtables.

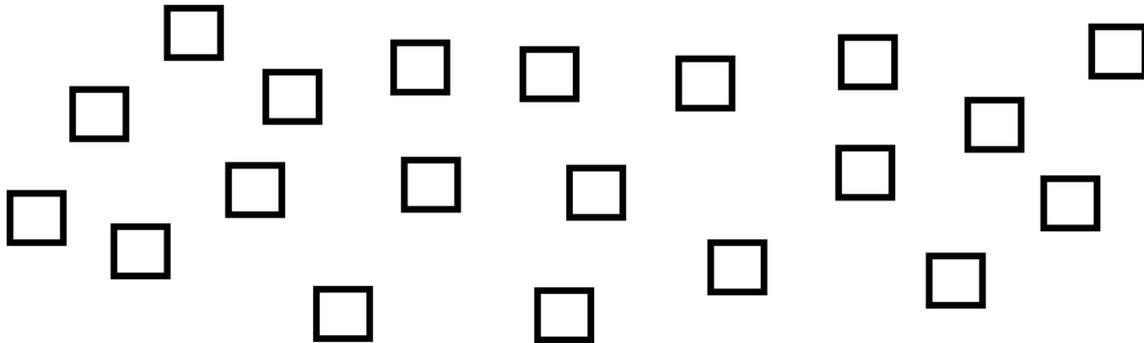


Figure n°6 : Cubes emboîtables.

Dans le schéma ci-dessus, nous avons à la fois 2 dizaines de cubes et 20 cubes. Ces deux nominations sont justes. Si l'on passe d'une nomination à l'autre (20 cubes → 2 dizaines de cubes, et inversement), cela s'appelle une conversion. (Chambris, 2014)

Maintenant si nous prenons le même nombre de cubes et que nous changeons l'organisation matérielle :

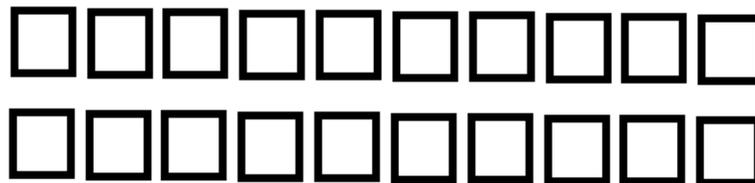


Figure n°7 : Cubes emboîtables avec organisation matérielle spécifique.

Cette organisation matérielle permet alors de plus facilement repérer le nombre de dizaines.

Cela permet de dénombrer par paquet de dix, au lieu de dénombrer un à un, facilitant alors la nomination de la quantité par les unités de numération.

Nous aurions pu aussi regrouper les cubes en quinaires (groupement de 5), cela nous donnerait alors 4 quinaires. Cependant, quand nous parlons d'unité de numération à l'école, nous utilisons le système décimal, regrouper en nombre de quinaires impliquerait un changement de base, complexifiant ainsi l'apprentissage de la numération.

Après avoir travaillé sur différents aspects de la numération et définit les termes de groupements, nous allons rechercher dans différents articles et enquêtes, les difficultés d'élèves quant aux termes de groupements dans la numération, toujours dans le but de par la suite comprendre d'où viennent ces difficultés afin de chercher des moyens d'y remédier.

3. Observation et analyse des difficultés d'élèves.

3.1. Le problème des termes de groupements.

3.1.1. Difficultés sur la numération selon Bednarz et Janvier (1984)

Bednarz et Janvier (1984) expliquent les difficultés que peuvent rencontrer les élèves face à la numération, en proposant plusieurs exercices pour déceler l'origine des problèmes, les chercheuses ont choisi un groupe de 200 élèves de primaire allant de 6-7 ans à 9-10 ans. Bien que ces recherches aient été effectuées au Québec dont les programmes diffèrent avec ceux de la France, nous pouvons y trouver un intérêt particulier, les difficultés des élèves pouvant rester les mêmes d'un pays à l'autre. Il est cependant important de souligner que la date de cette étude est lointaine (1984).

Dans une première partie, les chercheurs décrivent les difficultés rencontrées quant aux notions d'unités, dizaines et centaines. Pour caractériser ces difficultés, elles appliquent un exercice ayant pour but de trouver un nombre à trois chiffres compris entre deux autres nombres (exemple : "trouver le nombre auquel je pense entre 212 et 365"). L'élève doit alors proposer un nombre à l'aide d'étiquettes représentant un nombre "x" suivi d'un mot "unités, dizaines, centaines" derrière celui-ci. Ensuite, on répond que le nombre auquel on pense est plus petit ou plus grand.

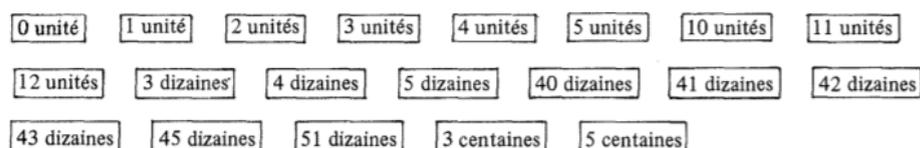


Figure n°8 : Exercice du plus petit/grand nombre, (Bednarz et Janvier, 1984, p.8)

41% des 3ème année (équivalent CE2) et 35% des 4ème année (équivalent CM1) travaillent exclusivement avec les chiffres des étiquettes sans prendre en compte des mots sur celles-ci.

D'autres (30% en 3ème année et 21% en 4ème année) prennent en compte le mot sur l'étiquette, mais associent ceci à un découpage (ils cherchent des étiquettes comme 4 centaines pour former 445, n'en trouvant pas, ils changent de nombre sans chercher à former 445 autrement.)

Enfin, 27% des 3ème année et 44% des 4ème année accordent une réelle importance aux termes unités, dizaines et centaines en termes de groupements.

Elles en concluent que (malgré la place importante des symbolismes d'unités/de dizaines/de centaines dans les mathématiques enseignés à l'école primaire) les élèves accordent peu d'importance à la signification de ces symbolismes que ce soit en termes de groupements ou pour reconstruire l'écriture conventionnelle.

“Il conduit beaucoup plus, quand les enfants en tiennent compte, à une interprétation en termes de découpage, à une prédominance de l'ordre dans l'écriture qu'à une interprétation véritable de la valeur de position. “ (Bednarz et Janvier, 1984, p.10)

Nous en retenons donc que les élèves ont du mal à comprendre réellement l'aspect décimal de la numération puisqu'ils écrivent les nombres dans l'ordre dans lesquels ils les lisent et non pas pour leurs valeurs. C'est donc une difficulté majeure pour l'apprentissage de la numération.

Tempier (2010) reprendra également les études de Bednarz & Janvier (1984) pour essayer de réactualiser ces études et de voir si un éventuel changement a été effectué que ce soit au niveau des difficultés d'élèves mais aussi au niveau des programmes scolaires et des manuels. Son étude se limite cependant à l'étude de la classe de CE2 dans laquelle y apparaît des opérations à quatre chiffres permettant ainsi une meilleure observation de l'aspect décimal de la numération. Dans son étude, il va principalement analyser les programmes de 2002, 2007 et 2008 afin de déceler les potentiels changements dans les programmes modifiant la manière dont est abordée la numération et dans un même temps, analyser ce qui pourrait influencer les professeurs dans leur travail et leur méthode d'apprentissage. Il porte également son étude sur trois manuels scolaires dont l'un d'entre eux a été écrit avec l'aide d'un enseignant ayant participé à la conception des programmes de 2002 et deux autres manuels qu'il considère comme « largement utilisés dans les classes ».

Son étude nous permet de réaliser que l'aspect décimal de la numération est de moins en moins présent dans les manuels scolaires au profit de l'aspect positionnel de la numération. Il nous explique cependant que l'aspect décimal de la numération est très important puisqu'il intervient, tout comme l'aspect positionnel de la numération, dans toutes les techniques opératoires et en particulier dans l'usage des retenues. Ce manque de présence de la part de cette notion dans les manuels va diriger l'enseignement que vont suivre les élèves dans une direction les menant le plus souvent vers l'aspect positionnel de la numération en réduisant le travail sur l'aspect décimal menant aux difficultés présentées par Bednarz et Janvier (1984).

Ce travail permet ainsi de rendre compte que les difficultés d'élèves soulignées par Bednarz et Janvier (1984) sont présents en 2010 et qu'une réflexion sur le développement de ressources pour l'enseignement de la numération serait donc bien « un chantier à poursuivre ».

3.1.2. Apport de l'abaque sur l'aspect positionnel de la numération, selon Bednarz et Janvier (1984)

Par la suite, les chercheuses basculent sur du matériel : l'abaque. En effet, elles s'interrogent sur la manière dont le matériel permet de travailler l'aspect positionnel de la numération. Elles s'intéressent plus précisément au constat réalisé lors des résultats précédents, à savoir cette règle d'alignement dont les élèves peuvent faire part ; l'ordre décroissant des groupements. C'est dans les manuels qu'elles remarquent que cette notion d'alignement est partout et très tôt, et ceci quelle que soit la forme utilisée pour communiquer le nombre. Chaque image de matériel présente pour aider l'enfant à comprendre est toujours ordonnée des gros groupements aux unités.

Alors Bednarz et Janvier décident de proposer à des élèves l'exercice suivant :

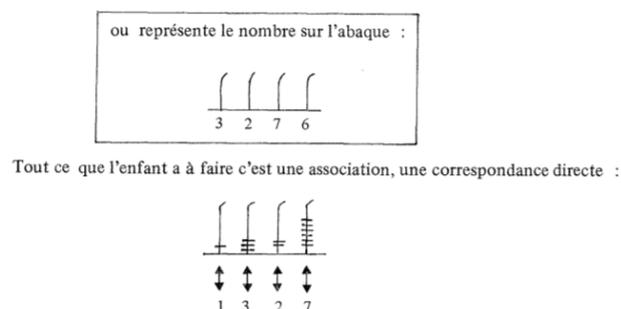


Figure n°9 : Exercice sur l'abaque, (Bednarz et Janvier, 1984, p.11)

Ils doivent représenter le nombre 3152 sur un abaque, tout en leur montrant qu'il existait en réalité différentes manières de représenter sur un abaque. De droite à gauche, de gauche à droite, de haut en bas...

En résulte que les élèves s'adonnent à une convention qui leur est propre et restent cohérents avec celle-ci lorsqu'ils leur demandent de trouver le nombre représenté sur l'abaque d'un camarade.

“Imposer prématurément une présentation ordonnée conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements.” (Bednarz et Janvier 1984, p.13)

C'est un phénomène que nous retrouvons également avec l'apprentissage des polygones dû à l'utilisation de représentation de certains polygones tels que les carrés qui semble souvent être représenté de la même manière. Nous comprenons donc l'importance de ne pas travailler avec des représentations fixes qui risqueraient de pousser les élèves vers la mémorisation de ces représentations plus que sur le travail de réflexion sur le travail de position en termes de groupement.

En classe, les chercheuses remarquent que l'utilisation du matériel (ou d'images de matériel) ne servent qu'à un travail de codage direct et non à un moyen de facilitation d'apprentissage de la numération.

Ceci nous amène à nous interroger sur le rôle du matériel dans l'enseignement des mathématiques, a-t-il essentiellement un but de passage à l'écriture ?

Quand les chercheuses proposent aux élèves de soustraire sur l'abaque un nombre par un autre (le premier étant déjà représenté sur l'abaque) la moitié des élèves ne voient dans cette représentation que des jetons ayant tous la même valeur. (Par ailleurs, il est important de noter qu'environ 20% d'entre eux essaient de transférer les règles de soustraction apprises lors de l'élaboration d'un algorithme conventionnel)

D'autres enfants calculent mentalement la soustraction et représentent uniquement le résultat sans aucune démarche faite sur l'abaque. (12%)

Finalement, très peu de ces enfants font concrètement l'échange des jetons pour réaliser l'exercice sur l'abaque (5%).

“ Les résultats illustrent bien que, même si les enfants sont à même de représenter un nombre avec du matériel (ici l'abaque), ils ne voient pas pour autant la signification véritable de cette représentation en termes de groupements.” (Bednarz et Janvier 1984, p.16)

Il est alors intéressant, suite aux conclusions précédentes sur l'utilisation du matériel, de se demander si les élèves utilisent de manière fréquente ou non ceux-ci lors d'exercices en classe. Bednarz et Janvier (1984) font alors plusieurs observations :

- Lorsqu'il est utilisé, le matériel l'est plutôt en 1ère et 2e années avec les jeunes enfants. (équivalent maternelle et CP)
- Le matériel utilisé n'est pas souvent adapté au niveau des enfants à qui l'on demande de manipuler.
- Les élèves ne vont jamais d'eux-mêmes au matériel pour découvrir comment les groupements sont faits, même si la question nécessite un retour à ce matériel.

Elles en concluent alors que les enfants n'ont pas l'automatisme de résoudre des exercices avec du matériel, même parfois quand l'exercice requiert son utilisation.

Les chercheuses mettent cette conclusion en commun avec la précédente, montrant que l'utilisation du matériel n'est en réalité qu'à des fins de passage au code du nombre, constatant ou illustrant localement le passage à des nombres plus grands ou aux algorithmes.

“Le matériel ne joue pas le rôle de support qu'il devrait avoir.” (Bednarz et Janvier, 1984, p.18)

3.2. Les enquêtes TIMSS.

L'enquête TIMSS est une étude comparative qui mesure le niveau des connaissances scolaires des élèves en mathématiques (ainsi qu'en science). Elle est réalisée tous les quatre ans par l'organisation internationale indépendante pour l'évaluation scolaire (IEA).

En France, c'est la DEPP qui organise ce dispositif.

Nous avons décidé d'étudier le dossier d'analyse de la DEPP datant de 2017 portant sur les résultats des élèves de CM1 en mathématiques en 2014, cela dans l'objectif de rendre compte des difficultés observées des élèves sur la numération.

Pour analyser ces enquêtes, nous allons utiliser *les dossiers de la DEPP n°208* sous la direction de la publication de Fabienne Rosenwald (2017).

Les élèves sont regroupés selon un niveau prédéfini par les analystes,



Figure n°10: Constitution de l'échelle CEDRE

Ces six groupes permettent de répartir les élèves selon leurs compétences, ainsi les analystes dégagent des items types pour chaque groupe. L'item type des termes de groupements est le suivant :

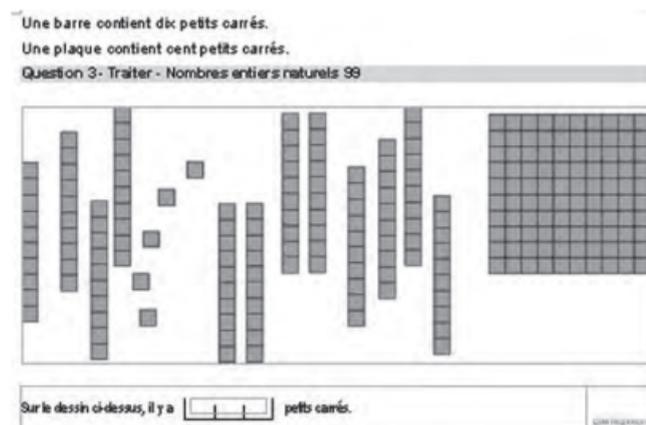


Figure n°11: Item type pour le groupe n°2

Il s'agit de l'item type pour le groupe n°2, soit le groupe au niveau "faible". Cela veut dire que l'élève le plus faible de ce groupe a une probabilité de 50% de réussir cet exercice.

La première conclusion que l'on peut tirer de cette répartition est que les termes de groupements paraissent finalement acquis par une majorité des élèves de CM1.

Or, nous pouvons aussi remarquer que le contexte de l'exercice est familier aux élèves, en effet cela correspond à des situations de "groupement/codage" à travers l'utilisation d'un matériel pédagogique connu pour regrouper les termes par dix ou par cent.

De plus, la connaissance mathématique mise en jeu ne dépasse pas les centaines, ce sont donc des entiers naturels normalement acquis par des élèves de CM1.

Enfin, la tâche de l'élève est de traiter une information spatiale (un élève avec de la dysgraphie, par exemple, pourrait avoir des difficultés sur ce type de tâche) et de transcrire le

résultat dans un peigne de codage, qui incite à écrire un certain nombre de centaines et à ne pas les dépasser.

Il serait donc un peu hâtif de conclure sur les difficultés des termes de groupements à travers un exercice aussi guidé que celui-ci.

Parmi les tests effectués, plusieurs items ont été mis en commun entre l'école primaire et le collège pour voir la progression entre les cycles. Deux types d'items sont axés sur la numération :

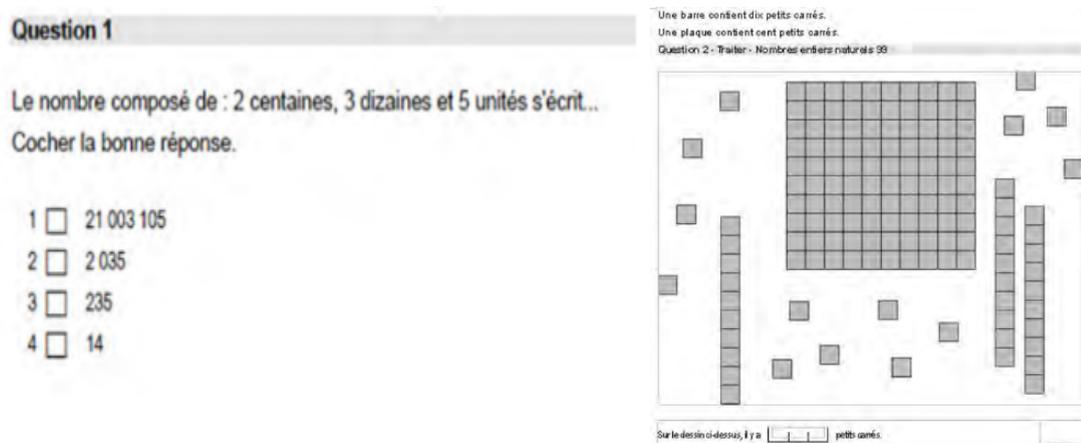


Figure n°12 : Items types sur la numération dans l'analyse école/collège

Sur les deux exercices ci-dessus, le deuxième est similaire à l'item vu précédemment, il est important de notifier que certains collégiens ont été déroutés par cet exercice aux allures simplistes pour la raison que la tâche demandée est trop éloignée de celles habituelles à leur niveau... 6% d'entre eux n'ont pas répondu à la question.

Analysons ces deux exercices d'un point de vue des organisations mathématiques :

Question 1 →

Type de tâche : Associer une écriture en unités de numération à une écriture décimale (de notre système de numération)

Technique : Commencer par placer l'unité, puis placer la dizaine à sa gauche, puis placer la centaine à la gauche de la dizaine. Si l'une des unités de numération n'apparaît pas, placer un 0.

Technologie : Aspect positionnel de la numération.

Question 2 →

Type de tâches (1) : Dénombrer une collection de petits carrés regroupés par dix et par cent.

Type de tâches (2) : Associer une représentation matérielle à une écriture décimale.

Technique : Compter les carrés un par un et/ou dix par dix voire cent.

Technologie : Énumération et suite orale des nombres.

En analysant ces deux items types des enquêtes TIMSS, nous nous rendons compte qu'ils ne permettent pas d'analyser dans l'entièreté le prisme de la numération. En effet, nous avons bien l'aspect positionnel en technologie pour le premier type d'exercices, cependant le deuxième est finalement possible à résoudre par énumération. De ce fait, ces enquêtes ne peuvent pas nous permettre de dégager des difficultés sur d'autres aspects que celui positionnel.

Les résultats globaux sont représentés dans le graphique ci-dessous :

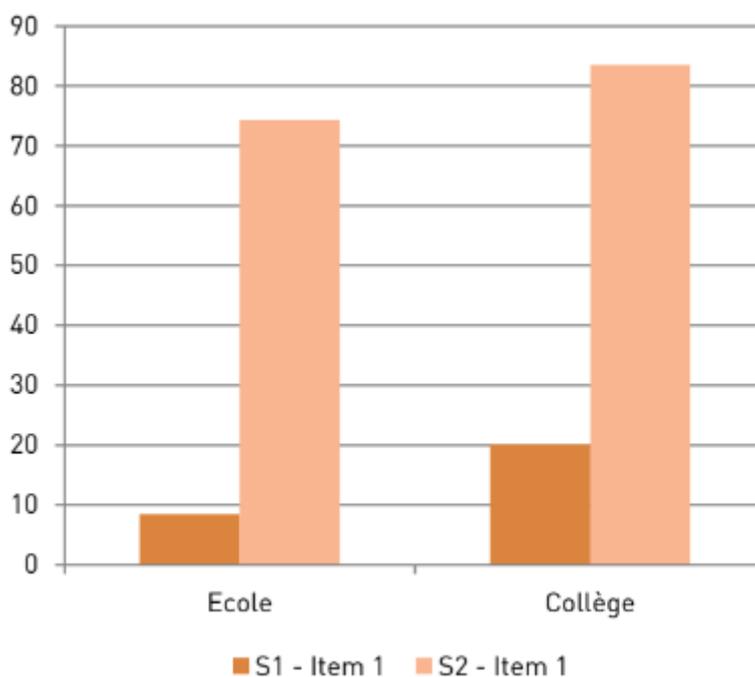


Figure n°13 : Résultats sur l'item numération école/collège de l'enquête TIMSS

Pour lire ce graphique : en orange foncé, nous retrouvons les exercices types “z centaines, y dizaines, x unités → quel nombre ?” et en orange clair les exercices des cubes emboîtables.

Nous n'avons malheureusement pas les productions d'élèves, alors nous allons nous fier à l'analyse décrite dans le document de la CEDRE :

“ Même s'il y a moins de travail explicite sur les unités de numération à partir du cycle central, les résultats sur cette situation sont surprenants en fin de collège et en fin d'école : les erreurs qui sont commises semblent témoigner d'un réel manque de compréhension. L'item « S2 item 2 » montre que la numération de position n'est pas complètement acquise même en fin de troisième. L'étude de la numération de position occupe une place importante sur l'ensemble de l'école primaire. À l'entrée en sixième, si la lecture de ces nombres est une compétence bien assurée, la compréhension en profondeur du système d'écriture chiffrée ne l'est pas toujours. Les élèves savent localiser le chiffre des dizaines ou des milliers, mais certains maîtrisent encore mal le fait que la position d'un chiffre ou d'un groupe de chiffres en détermine la valeur, de même que les relations de valeur telles que 1 millier est égal à 10 centaines ou 100 dizaines (relations qui sont, elles aussi, déterminées par les rangs correspondant à chaque type d'unité).”

Nous pouvons émettre l'hypothèse que les termes de groupements sont connus, notamment grâce à la manipulation (exemple des cubes emboîtables), les élèves paraissent reconnaître une unité, une dizaine, une centaine... mais les relations entre elles sont trop peu acquises, ainsi que l'aspect positionnel de la numération. Alors, peut-être faudrait-il trouver un matériel pédagogique qui permettrait de lier ces aspects ?

3.3. Analyse des programmes de mathématiques de 2020.

Après avoir analysé les difficultés des élèves quant à la numération grâce aux enquêtes TIMSS et aux travaux de Bednarz et Janvier (1984) et Tempier (2010), nous allons nous intéresser aux programmes de mathématiques de cycle 2 de 2020 pour plusieurs raisons :

- Avec l'arrivée des différentes opérations lors du cycle 2, la numération et plus particulièrement les termes de groupements deviennent des éléments clefs à la compréhension des élèves en mathématiques. Savoir réunir en base décimale devient prioritaire, que ce soit pour réaliser des calculs mentaux de manière efficace et rapide ou bien même pour les opérations posées, qu'il s'agisse de savoir quel nombre

ajouter/soustraire/multiplier/diviser à quel nombre mais aussi bien entendu pour les retenues qu'impliquent certains calculs.

- Nous avons vu que le matériel paraissait avoir une importance capitale dans l'apprentissage de la numération (et d'autres domaines), alors nous aimerions voir si les programmes proposent l'utilisation de la manipulation pour parvenir aux attendus de fin de cycle.

La manipulation n'apparaît que très peu dans la partie mathématique des programmes scolaires de 2020. Il est évoqué le besoin de passer progressivement du matériel physique à de la modélisation pour les quatre opérations mais ne donne pas de directive précise pour la question de la numération.

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.

Des résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division). Le choix des applications ou exemples de contextualisation proposés aux élèves en mathématiques est propice à une découverte des problématiques de protection de l'environnement et de la biodiversité.

Figure n°14 : Bulletin officiel de l'Éducation Nationale n°31 du 30 juillet 2020, p.57

Le matériel et la manipulation sont bien plus demandés dans les programmes de grandeur et mesure ou bien même en dehors des mathématiques notamment dans questionner le monde ou en français. Ce manque de directive précise laisse ainsi l'enseignant libre d'employer ou non de la manipulation pour un travail sur la numération. Il est également précisé que les élèves doivent progressivement se séparer d'objet matériel, expliquant ainsi, d'une certaine manière, pourquoi la manipulation d'objet semble moins présente en fin de cycle 2. De même, nous pouvons émettre l'hypothèse que les élèves ne rencontreront dans la suite de leur scolarité que très peu de manipulation d'objet visant à travailler les aspects de la numération.

Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers
<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main...). Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées. - Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques. - Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56) : <ul style="list-style-type: none"> o unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) ; o valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ; o noms des nombres. - Itérer une suite de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100. - Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée, ainsi qu'à la distance de ce point à l'origine. - Graduer une demi-droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur. - Associer un nombre ou un encadrement à une grandeur en mesurant celle-ci à l'aide d'une unité. - Faire le lien entre unités de numération et unités du système métrique étudiées au cycle 2.

Figure n°15 : Bulletin officiel de l'Education National n°31 du 30 juillet 2020, p.58

Tempier (2010), pour réaliser son étude, s'est penché sur les programmes de cycle 2 de 2002, 2007 et 2008 pour observer la présence des deux technologies de notre numération décimale : l'aspect positionnel et l'aspect décimal. Il en conclut qu'il y a une centration sur l'aspect positionnel dans les programmes et qu'ils sont de moins en moins précis, en particulier concernant les types de tâches de la numération. L'aspect décimal, surtout dans le programme de 2008, serait minoré par rapport au reste.

Au niveau des types de tâches liés à la numération proposés dans le programme de 2020 du cycle 2 nous pouvons en dénombrer plusieurs :

- Dénombrer des collections, ainsi que constituer des collections et enfin comparer des collections, où il est indiqué de réaliser des groupements par unités de numérations en guise de technique. La technologie n'est pas spécifiquement indiquée, ce qui nous rappelle l'observation faite lors des enquêtes TIMSS sur ce même type de tâche où l'énumération suffisait. Cette liberté implique que, selon les exercices proposés, les élèves n'utilisent pas la numération pour résoudre l'exercice.
- Prononcer le nom d'un nombre écrit en unité de numération, sans spécifier la technique à employer ou la technologie.

- Il est fait mention d'utilisation des unités de numération pour comprendre leurs relations entre eux et leurs valeurs selon leurs positions, cela fait alors référence aux deux technologies que sont l'aspect positionnel et l'aspect décimal de la numération.
- “retrouver que $24 * 10$, c'est 24 dizaines, c'est 240”, il s'agit ici d'une technique utilisée pour différents types de tâches sur les calculs de produits. De même par la suite : “ $50 + 80$, c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est 130” et “ 4×60 , c'est 4×6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240”, cela est mentionné comme étant des techniques de numération pour résoudre des types de tâches de calcul mental et calcul en ligne.
- Dans la rubrique “Grandeur et mesures”, il est fait mention de faire un lien entre les unités de numération et les unités de mesures décimales, notamment pour résoudre des problèmes. Il n'y a pas d'autres éléments explicatifs, est-ce une technique pour résoudre un type de tâche de problème ? Est-ce le type de tâche d'associer une écriture à une autre qui est demandée ? Les deux ?

De cette analyse nous retenons le fait que les deux aspects apparaissent dans les programmes, comme étant des technologies. Seulement celles-ci ne sont pas liées d'office à un type de tâche ou à une technique, il s'agit juste de “Utiliser des écritures en unités de numération”, soit d'inciter sans doute à une utilisation globale de cette écriture pour plusieurs types de tâches ; ce qui est donc laissée à l'appréciation des enseignants et des manuels. Les autres itérations de la numération consistent souvent à présenter un type de tâche sans en préciser la technique de résolution ou bien même la technologie. Dans un sens, cette approche du programme permet de laisser une dimension de liberté pédagogique aux enseignants, mais cette trop grande liberté ne peut-elle pas être un frein à l'apprentissage de la numération ? Comment les élèves peuvent faire du sens à l'aspect positionnel ou l'aspect décimal s'ils ne l'utilisent que peu dans divers activités, notamment à travers les problèmes ? Le matériel qui, selon l'article du comité de Grand N (1974), est un élément fondateur de l'apprentissage de la numération est-il suffisamment utilisé ?

4. Le boulier chinois et l'abaque "classique", deux matériels de numération.

Dans cette partie, nous allons d'abord présenter les caractéristiques de ces deux matériels avant d'aborder les analyses de praxéologies pour faire un choix sur le matériel à utiliser pour l'expérimentation.

4.1. Représenter un nombre avec le boulier chinois et l'abaque.

Les explications sur le fonctionnement du boulier sont tirées de l'article *Boulier Chinois et algorithme de calcul* de Poisard (2009).

Les deux boules sur la partie supérieure du boulier chinois sont nommées quinaires et les cinq sur la partie inférieure sont nommées unaires. Chaque tige du boulier correspond à un rang dans la numération, croissant de droite à gauche (unités, dizaines, centaines, milliers...)

Le boulier chinois, aussi nommé Suan Pan, est préféré pour notre mémoire à son cousin japonais nommé le Soroban du fait de la présence de deux quinaires sur la tige du Suan Pan au lieu d'une sur le Soroban. Cette différence permettrait, selon notre hypothèse, de mieux comprendre que deux quinaires forment un unaire de l'unité supérieure et donc permettre d'accéder à la conversion entre termes de groupements plus facilement, cela reste à prouver.

La position initiale du boulier chinois est la suivante, les photographies sont de nous :



Figure n°18 : Boulier chinois (Suan Pan) en position initiale, photographie par l'auteur de ce mémoire.

Pour représenter un nombre sur le boulier, il faut changer de position les unaires et les quinaires. Un quinaire vaut 5 (un quinaire abaissé pour la tige la plus à droite vaudra 5, un

quinaire abaissé dans la tige la plus à gauche du boulier de l'image ci-dessus vaudra 500 000 000.) Un unaire vaut 1 dans son terme de groupement.

Par exemple, pour représenter le nombre 29, il faut monter deux unaires de la tige des dizaines, baisser un quinaire de la tige des unités et monter quatre unaires de la tige des unités. ($20 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 29$)



Figure n°19: Boulier chinois (Suan Pan) représentant le nombre 29, photographie de l'auteur de ce mémoire.

Pour réaliser un calcul sur le boulier chinois, il faudra alors ajouter ou soustraire (pour les additions et soustractions) des unaires et des quinaires selon les nombres ajoutés ou soustraits au nombre représenté.

L'abaque est un terme large, un boulier chinois est un abaque, cependant dans notre mémoire quand nous parlons d'abaque, nous parlons d'abaque type classique : plusieurs tiges avec 10 boules sur chacune.

Pour représenter un nombre sur l'abaque, il faut déplacer les boules comme sur un boulier, seulement ici toutes les boules d'une même tige ont la même valeur. Alors pour représenter un nombre, il suffit de déplacer cinq boules pour cinq unités dans la tige des unités, de même pour toute autre unité de numération. Pour représenter 29, il suffit de déplacer 9 boules vers la droite sur la tige du bas puis deux boules à droite sur la tige juste au-dessus.

$$(10+10 +1+1+1+1+1+1+1+1+1)$$

D'un point de vue pratique, notamment par le calcul, le boulier chinois paraît plus efficace, il est pensé comme étant un outil de calcul, là où l'abaque est surtout un outil de numération permettant une représentation claire pour un enfant. De ce fait, l'abaque nous paraît avoir un lien plus fort avec la numération et les termes de groupements.

4.2. Perspectives didactiques et historiques.

Tournes (2016) nous présente un travail de recherche historique sur l'utilisation des abaques au cours de notre histoire et comment nous en sommes arrivés à l'arithmétique.

Initialement, nous calculions avec des cailloux ou d'autres petits objets, ainsi que nos doigts. Le terme abaque désigne, en français, le principe de placer des petits objets sur des colonnes ou des lignes appartenant à un instrument.

Les premières apparitions des abaques sont à l'époque gréco-romaine, du moins nous avons des preuves tangibles de son existence, notamment à travers la littérature de cette époque. Tournes (2016) explique que des archéologues ont trouvé des pierres gravées aux abords des monuments de cette période, où figure des tables d'abaques, sans doute utilisées pour le commerce lié aux temples.

Dans la plupart des abaques utilisés dans notre histoire, nous retrouvons cette base en cinq, rappelant les doigts de la main. Tournes (2016) cite des travaux de neurologues (Dehaene, 1997) pour proposer une hypothèse de cette base cinq : il s'agirait probablement du fait que nous ne pouvons percevoir instantanément un nombre d'objets au-delà de quatre. En effet, si l'on compare ce fait avec l'écriture des chiffres romains, nous remarquons qu'à partir du chiffre cinq, ils utilisent une autre écriture que les bâtons.

Avant l'apparition du boulier chinois, ceux-ci utilisaient des baguettes à la place de boules ou de jetons. Cette configuration, représentée ci-dessous, permettait d'autres utilisations que les quatre opérations :

“ Les baguettes servaient à l'extraction des racines carrées et cubiques, au calcul sur des nombres décimaux, à la résolution d'équations polynomiales et de systèmes d'équations linéaires. Des nombres négatifs étaient même utilisés pour la commodité de certaines opérations : dans ce cas, on se servait de baguettes de deux couleurs, l'une pour les nombres positifs, l'autre pour les négatifs.” (Tournes, 2016, p.5)

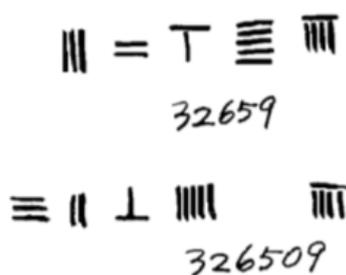


Figure n°16 : Ancêtre du boulier chinois, écriture des nombres 32659 et 326509 (Tournes, 1994, p.4 selon Liu 1998, p.165)

Cependant, en raison de la nécessité d'une grande surface pour faire des calculs à grand nombre, le milieu marchand a vu une réforme s'imposer du 10ème au 14ème siècle : l'utilisation du boulier chinois.

C'est avec le calcul indien (calcul à plume) que Tournes (2016) note l'apparition de l'écriture sur papier. Il s'agissait de noter, de manière symbolique, les manipulations à effectuer.

En Occident, cette écriture permet l'envol des mathématiques (notamment avec Fibonacci.) Cependant, pour les calculs simples de la vie quotidienne, l'utilisation de l'abaque est privilégiée. Il est étonnant de noter cela, quand à l'époque gréco-romaine l'utilisation de l'abaque était justement plutôt associée aux calculs complexes, ceux simples privilégiant l'utilisation des doigts.

Cette montée des algoristes ne tarda pas à provoquer des querelles dans le milieu mathématiques avec les abacistes, comme représenté sur cette gravure en bois ci-dessous de 1503 :



Figure n°17 : Gravure en bois représentant la querelle entre abacistes et algoristes (Tournes, 1994, p.7)

Tournes (2016) réalise le parallèle entre cette situation et la nôtre, avec l'arrivée de l'informatique et de la facilité d'accès à la calculatrice. Des doigts nous sommes passés à l'abaque, de l'abaque au calcul écrit, du calcul écrit à l'informatique.

C'est à partir des travaux de Tournes (2016) que Gueudet et Bueno-Ravel (2016) s'appuient pour passer des perspectives historiques aux didactiques.

Selon Gueudet et Bueno-Ravel (2016), le boulier chinois et l'abaque à jetons permettent de proposer aux élèves des activités où l'on se pose la question de la valeur des nombres. Déjà, cela permet de réfléchir en termes d'unités, de dizaines, de centaines, d'unités simples, de milliers... Des notions qui induisent des difficultés comme nous avons vu précédemment avec l'article de Bednarz et Janvier (1984). Au-delà de ce questionnement induit sur la valeur des nombres, le boulier chinois permet aussi de mettre en évidence l'existence de plusieurs décompositions d'un même nombre.

Selon Gueudet et Bueno-Ravel (2016), le boulier chinois et l'abaque à jetons permettent de proposer aux élèves des activités où l'on se pose la question de la valeur représentée par chaque boule selon le placement sur une tige ou une autre par exemple. Le boulier chinois a aussi l'avantage de permettre de mettre en valeur l'existence de plusieurs décompositions possibles pour un même nombre. Néanmoins, cette décomposition est potentiellement difficile à comprendre par des élèves habituée à fonctionner en base 10, nous allons donc analyser le rôle potentiel de l'abaque et du boulier dans les praxéologies liées à la numération que nous avons définies plus haut.

4.3. Praxéologie

Avant d'émettre des hypothèses sur la manière dont l'abaque et le boulier chinois peuvent subvenir aux difficultés de la numération chez les élèves, il faut définir leur fonctionnement. Soit les techniques qu'ils nécessitent pour être utilisées. En considérant que le type de tâche le plus basique sur un boulier ou un abaque soit de représenter un nombre donné, quelle serait la technique sur l'un et l'autre ?

L'abaque :

T (type de tâche) : Représenter un nombre.

τ (technique) :

- Regarder le chiffre à droite du nombre, soit x , et placer x jetons dans la colonne la plus à droite de l'abaque.
- Faire de même pour chaque chiffre à la gauche du précédent sur la colonne à gauche du précédent.

θ (technologie) : Aspect positionnel de la numération.

Le boulier chinois :

T (type de tâche) : Représenter un nombre.

τ (technique) :

- Regarder le chiffre à droite du nombre, soit x .
- si $x < 5$, placer x jetons dans la partie basse de la colonne la plus à droite.
- si $x > 5$, placer 1 jeton dans la partie haute de la colonne la plus à droite puis $x - 5$ jetons dans la partie basse.
- Faire de même pour chaque chiffre à la gauche du précédent sur la colonne à gauche du précédent.

θ (technologie) : Aspect positionnel de la numération.

Nous remarquons que le boulier nécessite bien plus de connaissances sur son fonctionnement pour venir à bout d'une tâche "basique" comme celle de représenter un nombre. Le but de ce mémoire est de trouver un moyen de pallier les difficultés de la numération, il faut donc un matériel qui soit le plus simple d'utilisation possible pour les élèves, l'apprentissage devant être centré sur la numération. Alors, compte tenu de cela, nous allons nous concentrer sur l'abaque pour la suite du mémoire. De plus, pour des raisons de temps de réalisation du mémoire et de disponibilité d'expérimentation en classe, je n'ai que deux séances disponibles pour réaliser une analyse ; il m'en faudrait plus pour pouvoir introduire un boulier chinois aux élèves, qui serait l'objet d'une séquence à part entière (voir d'un travail sur l'année).

Alors, nous allons nous intéresser de plus près à l'abaque et notamment aux types de tâches auquel il peut être relié quant à la numération.

4.4. Types de tâches qu'implique la numération, du point de vue de l'abaque.

Avant de réaliser des tests pour savoir si l'abaque peut permettre de simplifier l'apprentissage de la numération, nous nous servons de la méthodologie définie en amont (organisations

mathématiques) pour lister les types de tâches susceptibles de mobiliser des connaissances sur la numération en appui sur Tempier (2010) et le comité de rédaction de grand N (1974) :

- T1 : Passer d'une écriture en unités de numération à une écriture décimale.

T2 : Passer d'une écriture décimale à une écriture en unités de numération.

Pour ce type de tâche (donc un type de tâche et son inverse), les techniques sont larges car elles dépendent de certaines variables telles que la présence d'une conversion (pour le type de tâche 1) et de l'aspect positionnel. Il faut donc des connaissances sur les conversions des unités de numérations, soit l'aspect décimal de la numération, pour convertir par exemple : $2c + 32d + 1u$, où il est nécessaire de savoir que le chiffre 3, dans $32d$, représente 3 centaines.

Mais il faut aussi avoir des connaissances impliquant l'aspect positionnel de la numération, pour l'une et l'autre tâche, exemple avec T1 : $2u + 1c + 3d$, où il faut savoir que le "u" correspond à l'unité, donc au chiffre le plus à droite en écriture décimale. Pour T2 : 234 sera converti en $2c$, $3d$ et $4u$, pour faire cela il faut connaître la signification des termes de groupement de la numération.

L'abaque pour ces deux types de tâches peut avoir plusieurs intérêts ;

- En dépit du fait que nous avons observé dans les enquêtes TIMSS que l'aspect positionnel ne paraît pas être une difficulté pour la plupart des élèves, des difficultés persistent chez une minorité. De ce fait, l'abaque pourrait servir de support à ces élèves quant à l'aspect positionnel. Mais de fait, comme l'aspect positionnel n'est pas une difficulté pour la quasi-totalité des élèves, nous allons pour l'analyse plutôt nous concentrer sur T1, qui nécessite tout de même d'avoir des connaissances en aspect positionnel mais dont ce n'est pas la tâche principale. Les élèves en difficulté sur cet aspect auront donc un support matériel pour les aider à surmonter cette tâche : chaque colonne correspondant à une unité de numération.
- Là où l'abaque peut se révéler être un outil pour surmonter les difficultés liées à la numération, c'est pour réaliser des conversions, comme pour certaines variables didactiques possibles pour T2. L'abaque ne saurait remplacer les connaissances qu'impliquent de convertir $32d$ en $3c$ et $2d$, mais pourrait permettre d'être un support pour réaliser cette conversion de manière physique. Soit en ayant une limite de jetons à placer sur une colonne (9 jetons), soit en manquant de jetons en tentant d'en mettre $32d$ à la colonne des dizaines (avec des abaques papiers par exemple), ou tout simplement en explicitant qu'on ne peut pas dépasser 9 jetons par colonnes.

Ces types de tâches requièrent deux technologies, l'aspect positionnel, pour savoir quelle position donner aux centaines, dizaines et unités et inversement : savoir quelle est l'unité en fonction de sa position. Le type de tâche T2 requiert uniquement l'aspect positionnel. Pour T1, il faut à la fois cet aspect et l'aspect décimal, permettant de donner une valeur tel que, par exemple, $123 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$. Les tâches de conversions relèvent alors de l'aspect décimal.

- T3 : Dénombrer une collection

Ce type de tâche n'est pas spécifique à la numération, c'est en réalité l'une des techniques (nommée τ_2 par Tempier (2010)) qui relève de celle-ci. Il s'agit alors de regrouper les collections pour former des unités de numération. Tempier (2010) utilise l'exemple des cubes emboîtables avec une ligne représentant une dizaine, un carré une centaine, un cube un millier... Alors ici est travaillé l'aspect positionnel pour associer l'unité à la position ainsi que l'aspect décimal pour justifier les groupements (base de 10 \rightarrow 10 cubes donne 1 dizaine.) Quand on utilise un abaque, on réalise implicitement le type de tâche T3, il faut dénombrer les jetons pour savoir quel nombre est représenté. Les regroupements sont déjà réalisés grâce aux colonnes représentant chaque unité de numération.

Néanmoins, pour une tâche annexe à l'abaque de dénombrer une collection, il ne paraît pas pertinent d'utiliser l'abaque comme un outil pour dénombrer, ce n'est pas sa fonction. En effet, comme nous l'avons vu dans les enquêtes TIMSS, il est possible de simplement utiliser la technologie de l'énumération et de la suite des nombres pour résoudre ce type de tâche.

- T4 : Comparer des nombres

Comparer des nombres est un type de tâche que les élèves rencontrent en mathématiques au cours de leur scolarité dans le premier degré. Cela peut être vu de manière entièrement décimale (exemple : $432 > 12$) comme avec des nombres représentés par unités de numération (exemple : $432 > 1 \text{ dizaine} + 2 \text{ unités}$.)

Selon Tempier (2010), il s'agit plutôt d'utiliser l'algorithme de la suite écrite des nombres pour résoudre ce type de tâche. En effet, quand les élèves se retrouvent face à un exercice de comparaison avec des unités de numération, c'est la technique qui implique d'utiliser la numération, ce n'est pas le type de tâche à proprement parler qui reste la comparaison de nombre, en unité de numération ou non.

Cependant, il est important de souligner qu'une procédure de comparaison peut être de comparer d'abord les unités de numération les plus grandes (milliers, puis centaines...) pour en déduire le nombre le plus grand. Donc l'abaque peut être une aide pour comparer deux nombres en unités de numérations, en comparant simplement les colonnes les plus à gauche entre elles ; mais peut aussi servir, à l'instar de T2, à convertir un nombre décimal en termes de groupements plus facilement.

Cependant, ce type de tâche correspond aussi en grande partie à la technologie de l'aspect décimal : pour pouvoir comparer des valeurs contenant des unités de numération, il faut en connaître la grandeur.

5. Question, hypothèses et méthodologie de recherche.

5.1. Question de recherche et hypothèses.

Jusqu'ici, nous avons rendu compte des difficultés que peuvent rencontrer les élèves quant à la numération et les termes de groupements. Nous avons cherché une manière de pallier ces difficultés, nous nous sommes alors tournés vers le matériel, plus spécifiquement ceux permettant de matérialiser le groupement, comme le boulier chinois ou l'abaque. Seulement, après analyse de la technique d'utilisation des deux, l'abaque paraît être l'outil le plus simple à utiliser.

De ce fait, la problématique de recherche est la suivante :

Dans quelle mesure l'abaque peut-il permettre de remédier aux difficultés de la numération ?

Au vu de la partie théorique et des recherches réalisées, nous pouvons déjà émettre quelques hypothèses :

- L'abaque permettrait aux élèves disposant de difficultés quant à l'aspect positionnel de passer outre celle-ci, permettant une différenciation en supprimant la tâche annexe positionnelle pour se concentrer sur d'autres tâches (par exemple la conversion.)
- L'abaque serait un outil pour réaliser des types de tâches comme T1 et T2, prédéfinies dans la partie praxéologie. L'abaque apporterait notamment de l'aide sur la

conversion. Avec comme finalité d'institutionnaliser les connaissances nécessaires pour réaliser les tâches de conversion, soit l'apprentissage de l'aspect décimal.

- Les élèves auront du mal à comprendre qu'on ne peut pas aller au-delà de 9 sur une branche si elle n'est pas limitée. C'est dans cette erreur que l'apprentissage aura lieu quand il y aura remédiation sur celle-ci (avec aide ou non.)

C'est avec ces hypothèses et la question de recherche que le test sera réalisé.

5.2 Méthodologie de recherche

5.2.1. Contexte de recherche

Avant toute chose, il faut définir le niveau de classe sur laquelle l'expérimentation portera. La numération n'est pas propre à un cycle, cependant les termes de groupements à 10 apparaissent dans les programmes au cycle 2. Comme je cherche à remédier aux difficultés liées à la numération et les termes de groupements, il faut donc commencer là où il y a le début de l'apprentissage, soit en cycle 2. Cependant pour notre analyse, nous devons au préalable observer sans l'abaque les productions d'élèves quant à des exercices de numérations, il faut donc des élèves ayant déjà eu à aborder les termes de groupements. De ce fait, le niveau CE2 me paraît le plus pertinent.

La classe de CE2 choisie comporte 23 élèves de niveau hétérogène. Il sera important pour l'analyse de repérer les différents types d'élèves pour pouvoir distribuer un abaque physique au lieu d'imprimer à des élèves ayant ou n'ayant pas de difficultés en mathématiques.

L'expérience se réalisera sur deux séances, un pré-test et un test. Le pré-test permettra de rendre compte du niveau de connaissance des élèves quant à la numération sans avoir d'abaque. Trois élèves, aux profils différents, auront un abaque physique lors du test. Il s'agit d'un abaque disposant d'une limite de jetons du fait de la hauteur de sa colonne, mais les élèves peuvent y placer plus de dix jetons. Les autres élèves auront un abaque imprimé (voir annexe) avec plusieurs colonnes et un grand nombre de jetons, donc sans limites de jetons par colonne.

Le pré-test sera réalisé par l'enseignante de la classe, sans donner aucune information aux élèves ni aucune explication pour ne pas biaiser le résultat.

Le test sera réalisé par moi-même avec l'aide de l'enseignante, nous reviendrons sur la disposition exacte plus tard dans le mémoire.

5.2.2. Pré-test

Mon objectif étant d'observer l'influence de l'abaque sur l'apprentissage de la numération chez les élèves, il faut avant tout pouvoir analyser des productions d'élèves sur des exercices de numération. Pour cela je vais mettre en place, lors d'une séance, un pré-test. Pour centrer l'analyse, le principe va être de viser un type de tâche en particulier et d'en varier les tâches pour déceler les difficultés et connaissances manquantes des élèves.

Le type de tâche sur lequel je vais m'appuyer est le type de tâche vu dans la partie sur la praxéologie, nommée T1 : "Passer d'une écriture en unités de numération à une écriture décimale."

Cependant, lors d'un exercice, j'utiliserai le type de tâche inverse, nommée T2, pour tester les connaissances de l'aspect positionnel de la numération chez les élèves.

Ce sont les deux types de tâches (voire un type de tâche et une variable inverse) où l'utilisation de l'abaque paraît le plus pertinent selon les analyses avec les OM que nous avons vu précédemment.

De ce fait, la feuille d'exercice du pré-test, à réaliser individuellement, dispose de deux exercices. Une feuille à part, distribuée aux élèves ayant de l'avance, aura un exercice bonus. (Fiche d'exercice du pré-test en annexe)

Le premier exercice est axé sur l'aspect positionnel de la numération. Son but sera d'observer le constat des enquêtes TIMSS sur les non-difficultés rencontrées face à cet aspect et de voir si certains des élèves de la classe font partie de la minorité à ne pas avoir les connaissances pour réaliser ce type de tâche ; ce qui implique qu'ils ne peuvent pas réaliser les exercices suivants disposants de tâches plus complexes. Aussi, il sera intéressant d'observer lors de la séance test ces élèves avec un abaque.

Le deuxième exercice est composé de deux parties. La première consiste en trois transcriptions d'unité de numération en écriture décimale. Un exemple est donné avant pour

que l'élève comprenne l'écriture qu'il doit donner (car il pourrait comprendre qu'il doit écrire par exemple 23d et 5u pour $2c+3d+5u$, ce qui est juste mais n'est pas ce qui est attendu.)

Les trois transcriptions correspondent à trois variables didactiques différentes. La première, soit " $5d + 9u + 6c$ ", correspond au fait de ne pas placer les unités de numérations dans l'ordre pour voir les connaissances à la fois sur l'aspect positionnel mais aussi sur la connaissance du sens des unités de numérations. La deuxième transcription correspond au fait d'enlever les unités pour tester les élèves sur la présence d'un "0" lors de la réalisation du type de tâche T1. Enfin la dernière transcription est dans le même principe que celle précédente, sauf qu'il manque ici les dizaines. Il sera intéressant d'observer les liens qui peuvent être fait entre une erreur lors de la deuxième et/ou la troisième transcription.

La deuxième partie de l'exercice consiste à amener la tâche de conversion dans la réalisation du type de tâche T1. De plus, une explication de la procédure par l'élève est demandée pour avoir plus d'informations sur sa manière de résoudre l'exercice. Ici, en plus de l'aspect positionnel, la conversion permet d'observer l'aspect décimal de la numération.

Les exercices bonus sont présents pour voir jusqu'où peuvent aller les élèves, avec des doubles voire triples conversions dans les transcriptions. Il sera intéressant ici d'observer les différences de procédure et de production avec et sans l'abaque. Je ne m'attends pas à ce qu'un élève parvienne à réaliser les trois transcriptions de l'exercice bonus sans abaque.

5.2.3. Séance de test

Pour réaliser le test, j'ai fait le choix de reprendre le même type de tâches et les mêmes tâches en changeant juste les valeurs. Bien entendu, cela soulève des limites à la portée de l'analyse, je reviendrai dessus plus tard. Néanmoins je voulais vraiment observer les différences entre l'utilisation de l'abaque et sa non utilisation en seulement deux séances.

(Fiche d'exercice en annexe.)

La séance se découpe en trois phases (fiche de préparation en annexe) :

Phase 1 : Explication de l'utilisation d'un abaque.

Phase 2 : Réalisation de la fiche d'exercice.

Phase 3 : Retour et correction de la fiche d'exercice.

Lors de la séance, je circulerai avec un dictaphone pour recueillir les différentes questions et discussions. Pendant ce temps l'enseignante de la classe prendra des photos et des vidéos de

plusieurs réflexions d'élèves et productions. Enfin une caméra sera disposée devant une élève travaillant sur l'abaque physique.

Par ailleurs trois profils d'élèves auront un abaque physique, une élève ne disposant pas de difficultés quant à la numération, mais ne parvenant pas non plus à réaliser des tâches complexes comme une double conversion (exercices bonus), un élève en grande difficulté scolaire n'ayant pas les connaissances sur l'aspect positionnel de la numération et enfin une élève disposant des connaissances sur l'aspect positionnel mais aucune sur l'aspect décimal. Cela a été choisi à la suite de l'observation des productions du pré-test.

Tous les autres élèves auront un abaque version papier.

Le nombre de jetons n'est pas fixe et pas limité.

La phase 1 va me permettre d'introduire l'abaque aux élèves. Il s'agira ici d'expliquer comment il fonctionne et à quoi il sert, notamment comment représenter et lire un nombre sur un abaque. L'enjeu de cette phase sera d'en expliquer suffisamment pour qu'ils puissent utiliser l'abaque, mais pas trop pour éviter d'en étayer toutes les fonctionnalités. L'abaque est présenté comme un outil pouvant les aider mais pas comme une obligation. Il sera intéressant de voir si des élèves ne ressentent pas le besoin de l'utiliser.

Durant la phase 2, je passerai dans les rangs pour apporter des réponses aux différentes questions, tout en enregistrant cela pour l'analyser dans mon mémoire. L'objectif sera d'observer les utilisations des abaques pour comprendre les productions que vont réaliser chaque élève.

Enfin la phase 3 permettra d'institutionnaliser les connaissances acquises et de dialoguer en collectif de l'utilisation de l'abaque.

6. Analyse des résultats

Pour analyser les résultats de l'expérimentation, je vais d'abord présenter globalement les taux de réussite lors du pré-test et du test pour ensuite rentrer dans le détail avec comme objectif de répondre aux hypothèses puis à la question de recherche.

Lors du pré-test, 22 élèves étaient présents contre 21 pour la séance d'analyse. Le premier exercice est réussi par 17/22 élèves lors du pré-test. C'est un exercice qui ne présente pas de difficultés pour la grande majorité des élèves, la technologie de l'aspect positionnel étant acquis par cette grande majorité.

Le deuxième exercice a été réussi par 12/22 élèves, soit quasiment la moitié de la classe. J'ai fait le choix de séparer la réussite à cet exercice et celle de l'explication du même exercice, n'impliquant pas les mêmes tâches, l'explication nécessitant de convertir entre les unités de numération. Par ailleurs, nous observons que seuls 6 élèves sont parvenus à réaliser l'exercice de l'explication, nous ne prenons pas en compte les explications erronées pour cette statistique.

Enfin, seul un élève est parvenu à réaliser les exercices bonus sans erreurs.

Lors de la séance d'analyse, 17/21 élèves ont réussi le premier exercice, statistique quasi identique à celle du pré-test. Le deuxième exercice (sans l'explication) est à 15 élèves sur 21 en réussite, soit 3 de plus que lors du pré-test.

L'impact majeur entre le pré-test et la séance d'analyse se trouve sur l'exercice de l'explication, là où seulement 6 élèves étaient parvenus à trouver le résultat, nous en avons 17 ici. Le bonus, impliquant des tâches complexes comme les doubles et triples conversions, présente aussi une augmentation du taux de réussite, 4 élèves au lieu de seulement 1, la quasi-totalité ne sont pas parvenues à réaliser la triple conversion.

Avant de nous intéresser aux trois hypothèses, nous allons voir les différences qu'il y a pu avoir dans l'apprentissage entre l'abaque physique et l'abaque imprimée. Cette identification des différences permettra de potentiellement mieux analyser les différentes productions pour les hypothèses.

Trois élèves disposaient d'un abaque physique :

- Em, une élève disposant de difficultés en mathématiques. Lors du pré-test, Emna a démontré des connaissances solides dans l'aspect positionnel de la numération, notamment à travers une réussite à l'exercice 1 et 2. C'est cependant lors de la conversion que paraît une incompréhension de l'aspect décimal de la numération. En effet, Em explique la chose suivante :

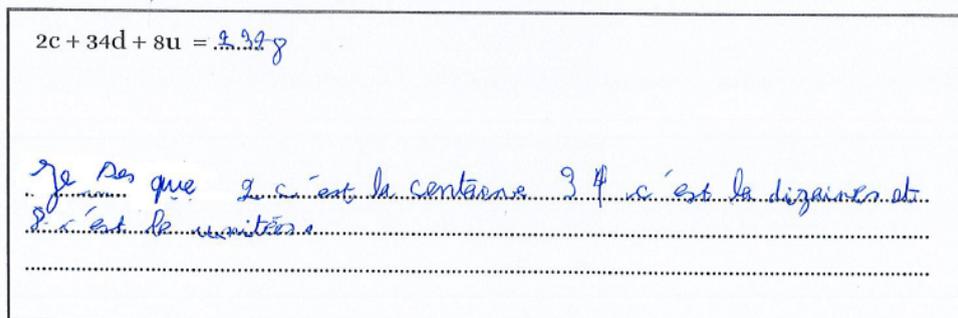


Figure n°20 : Production d’Em, deuxième exercice pré-test.
 “ Je ses que 2 c’est la centaine 34 c’est la dizaines et 8 c’est le unités.”

Sur cet exercice, elle démontre qu’elle n’a que la connaissance de l’aspect positionnel en plaçant les centaines, les dizaines et les unités dans l’ordre souhaité. Cependant elle ne réalise pas la conversion entre 2c et 34d, les mettant l’un à la suite de l’autre.

- Ma, un élève en grande difficulté scolaire, notamment en mathématiques où il aurait, selon l’enseignante, un niveau fin de CP voire début de CE1. Lors du pré-test il a démontré ne pas connaître l’aspect positionnel de la numération. En effet, lors du premier exercice :

Exercice 1 :
Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

258 = 2.c + 5.d + 8.u 416 = 4...u + 1..c + 6.d 1351 = 1.c + 3...m + 5...u + 1..d

Figure n°21 : Production de Ma, premier exercice pré-test.

Il replace chacun des chiffres dans l’ordre qu’il voit en écriture décimale, cela peu importe le “c”, “d” et “u”. Les unités de numération ne paraissent pas avoir de sens pour cet élève. Cela se confirme avec son explication de l’exercice 2 :

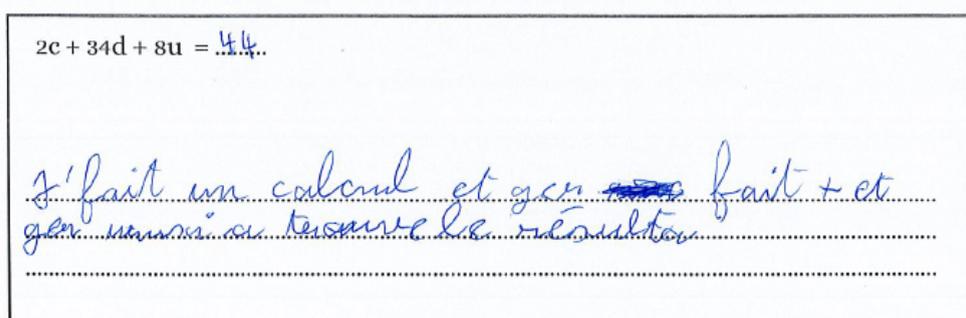


Figure n°22 : Production de Ma, deuxième exercice pré-test.

“ J’fait un calcul et ger fait + et ger reussi a trouve le resulta.”

Nous observons qu’il additionne simplement les nombres entre eux sans prendre en compte les unités de numérations. Ma ne paraît ni connaître l’aspect positionnel de la numération ni tout simplement comprendre le sens des unités de numérations.

- Aë est la dernière élève qui disposera d’un abaque physique. C’est une élève qui n’a pas de difficulté particulière en mathématiques et qui a par ailleurs réussi les deux exercices du pré-test. Elle n’a cependant pas fait les exercices bonus, ce qui veut donc dire qu’elle a pris un certain temps avant de parvenir à la fin de la fiche d’exercice.

Pour pouvoir répondre à l’hypothèse, il faut donc s’intéresser aux mêmes types de profils pour chacun des élèves ayant disposé d’un abaque physique chez les élèves ayant un abaque papier. Nous verrons alors l’influence qu’a eu chacun des abaques. Nous nous intéresserons aussi aux vidéos et photographies prises avec les différents abaques pour voir les utilisations.

Pour l’élève Ma, il n’y a pas d’autres élèves ayant un profil similaire dans la classe. Cependant, un élève, que nous nommerons Et, dispose aussi de difficultés visibles quant à l’aspect positionnel de la numération lors du pré-test, mais n’était pas présent lors du test. Nous reviendrons sur le cas de Et et de Ma lors de la prochaine hypothèse.

Nous avons vu précédemment que l’élève Em présentait des connaissances solides sur l’aspect positionnel de la numération mais n’en avait aucune sur l’aspect décimal.

Dans la classe, deux élèves ont eu, au cours du pré-test, un profil similaire, Ta et Li :

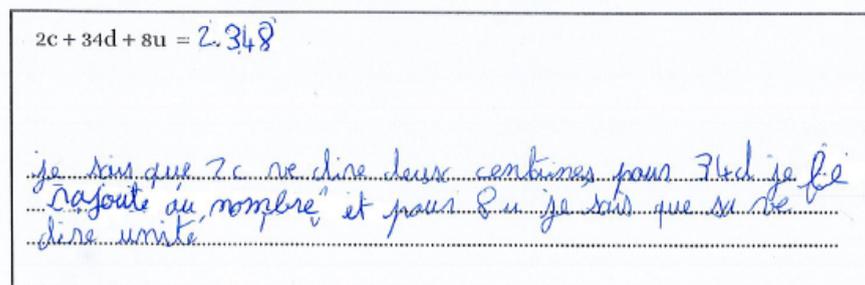


Figure n°23 : Production de Ta, deuxième exercice pré-test.

“ Je sais que 2c ve dire deux centaines pour 34d je le rajoute au ombre et pour 8u je sais que sa ve dire unité”

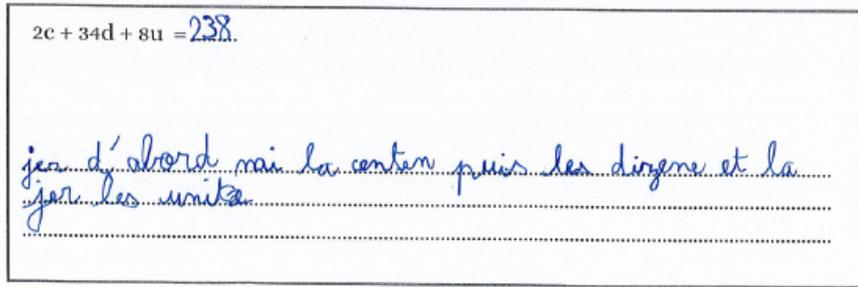


Figure n°24 : Production de Li, deuxième exercice pré-test.
“jer d'abord mi la centen puis les dizaine et la jer les unite”

Ta a donc réalisé la même procédure que Em, par ailleurs, elle développe d'autant plus dans son explication, où elle ne précise pas ce qu'est “d”, contrairement aux deux autres unités de numération. La confusion doit certainement venir du fait qu'il y a dorénavant deux chiffres aux dizaines. Ta a donc la connaissance de l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal.

Li fait le choix de ne conserver qu'un seul chiffre devant “d”. Li a certainement dû trouver illogique que deux centaines donnent deux milliers.

Analysons maintenant ce qu'ils ont produit avec un abaque (imprimé pour Ta et Li, physique pour Em.)

Ta et Em sont parvenues à résoudre l'exercice 2 dans son entièreté dont la tâche de conversion :

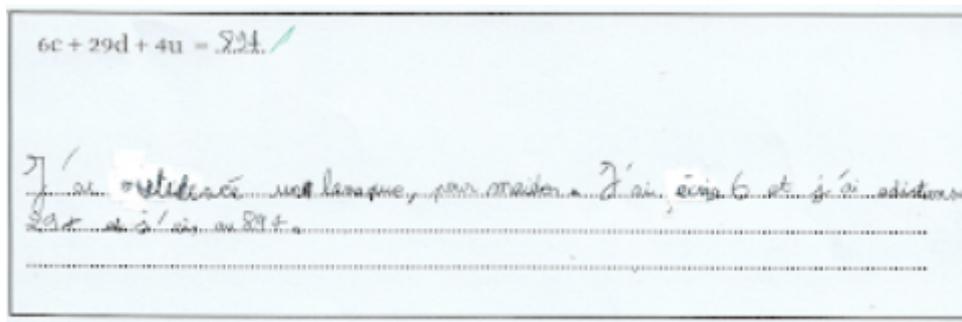


Figure n°25 : Production de Em, deuxième exercice séance de test.
“J'ai utilisé un labaque pour m'aider. J'ai écrit 6 et j'ai additionné 29 et j'ai eu 894.”

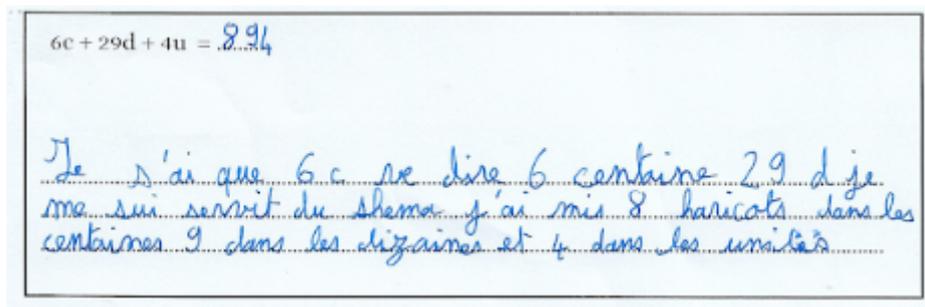


Figure n°26 : Production de Ta, deuxième exercice séance de test.

“ Je s'ai que 6c ve dire 6 centaine 29 d je me sui servit du shema j'ai mis 8 haricots dans les centaines 9 dans les dizaines et 4 dans les unités.”

L'une et l'autre ont utilisé l'abaque pour réaliser cet exercice et ont recueilli mon aide.

Ta m'a demandé si c'était normal de placer autant de haricots dans la colonne des dizaines (E pour enseignant) :

E : “ 29 haricots dans la colonne des dizaines c'est combien de dizaines ?”

Ta : “ 29 ?”

E : “ 29 quoi ?”

Ta : “ 29 dizaines !”

E : “ 2, dans 29 dizaines, cela représente quoi ?”

Ta : *Réfléchit*

E : “29 dizaines ça fait combien ?”

Ta : “ 290 ?”

E : “ Oui ! Alors le 2, dans 290, c'est quelle unité ?”

Ta : “ Centaine ?”

E : “ Oui, donc tu le mets où le deux de 29 dizaines ?”

Ta : *Déplace deux haricots de sa colonne des dizaines dans la colonne des centaines*

E : “ Tu as le bon nombre de centaines, mais regarde dans ta colonne des dizaines, tu as toujours 27 haricots. Si tu as enlevé 2 centaines à 29 dizaines, qu'est ce qu'il te reste ?”

Ta : “9 dizaines ?”

J'approuve et elle enlève le nécessaire de haricots.”

(Transcription orale de l'élève Ta avec l'enseignant par rapport à l'exercice 2.)

L'élève Em, qui est filmée en premier plan par la caméra placée devant la classe, a recueilli mon aide après une longue réflexion. Voilà la position de l'abaque au moment de mon arrivée :

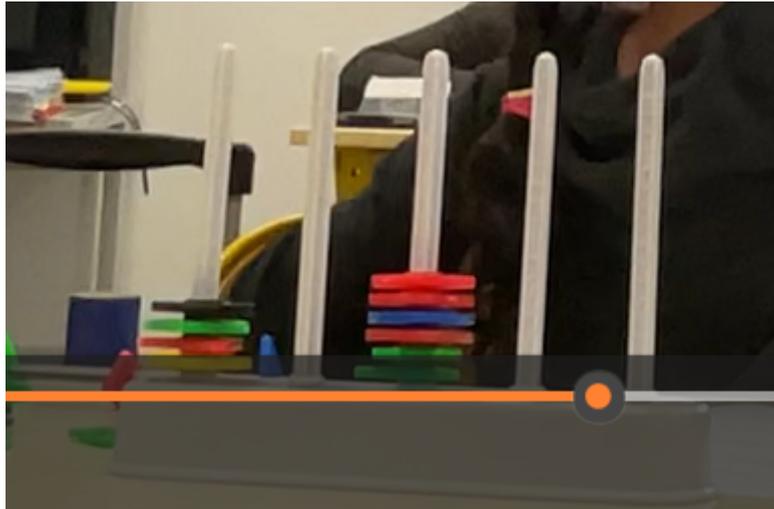


Figure n°27 : Position de l'abaque d'Em.

Comme nous pouvons le voir sur l'image ci-dessus, Em a placé 4 jetons dans la colonne des unités et 6 jetons dans la colonne des centaines. Elle est donc coincée pour placer le 29d. J'ai appliqué le même processus qu'avec Ta et elle a finalement obtenu le bon nombre de jetons dans chaque colonne et a pu ainsi résoudre l'exercice.

Par la suite, lors des exercices bonus, les deux élèves sont parvenus, à l'aide de l'abaque, à réaliser les deux premières transcriptions.

L'élève Li n'a, quant à lui, pas réussi l'exercice comportant la tâche de conversion.

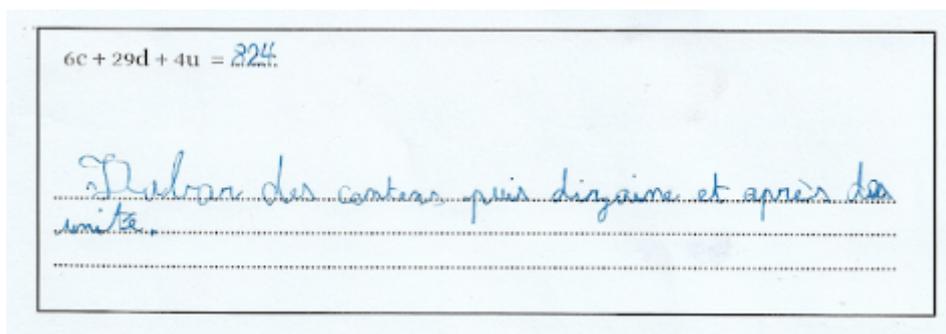


Figure n°28 : Production de Li, deuxième exercice séance de test.
“ Dabord des centens puis dizaine et après des unités.”

Néanmoins, en dépit de son explication qui ne met en valeur que l'aspect positionnel de la numération, nous pouvons remarquer qu'il a le bon nombre des centaines. Ici nous pouvons déduire que quand il se retrouve face à un chiffre et une unité de numération, c'est le chiffre le plus à gauche qui compte. Cet élève n'a pas réalisé les exercices bonus.

Pour l'élève Aë, qui est une élève sans difficulté sur la numération mais qui n'a pas réussi au pré-test les exercices bonus, elle a su réaliser des tâches de doubles conversions comme les autres élèves de son profil disposant d'un abaque papier et non imprimé.

L'utilisation de l'abaque physique chez Aë a cependant eu un élément intéressant ; lors de la dernière tâche, nécessitant une triple conversion, elle n'a pas ajouté 1 aux milliers alors qu'elle avait 12 centaines dans sa colonne. Au lieu de cela, se doutant que ce n'était pas normal, elle a préféré prendre les deux centaines et les placer dans les dizaines pour avoir "10" dans les deux colonnes.

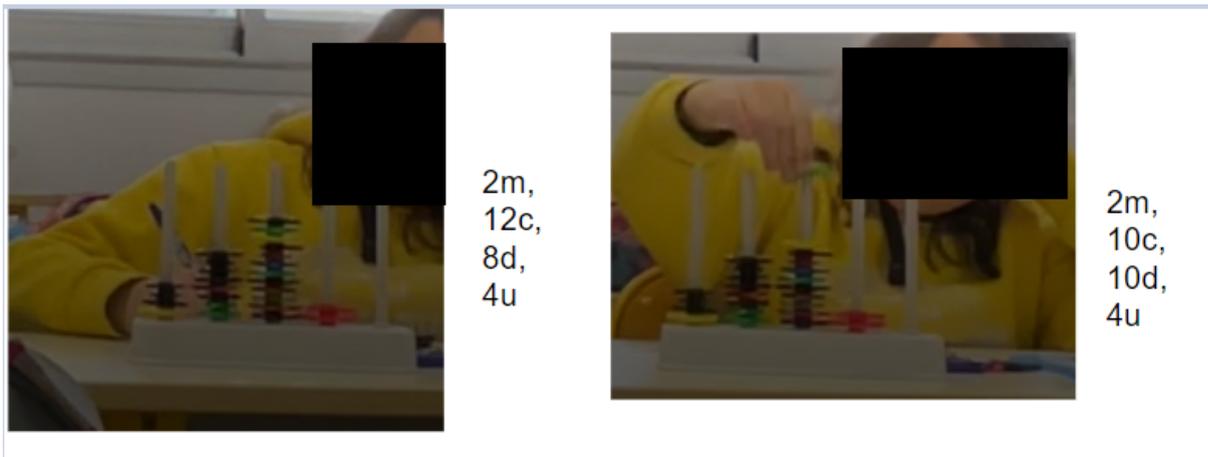


Figure n°29: Images d'Aë utilisant l'abaque physique pour le dernier exercice

Comme cette élève sait que le nombre devant elle comporte 4 termes, soit parce qu'elle a 4 colonnes soit parce qu'elle sait qu'avec "m" en unité de numération, elle ne peut pas dépasser les milliers, alors elle a écrit la chose suivante :

$$29c + 38d + 4u = \overset{3284}{\cancel{29}384}$$

Figure n°30 : Production d'Aë "2114"

Nous pouvons alors nous demander si elle aurait réalisé la même procédure avec un abaque papier. Aucun autre élève n'a réalisé cette procédure.

En général, ce qui ressort des enregistrements pour l'abaque imprimé c'est le principe de se demander s'il est normal d'avoir autant de haricots dans une colonne. Cependant, certains élèves n'ont pas vu le problème, se demandant juste comment faire pour transformer les haricots en nombre. Avec l'abaque physique, les élèves ont vite compris qu'il y avait une limite, bien qu'elle n'était pas à 9 jetons, ils ne pouvaient pas placer indéfiniment des jetons sur la colonne comme avec la version papier. De ce fait, ils se rendaient bien compte qu'ils ne

pouvaient pas placer 29 jetons sur la colonne des dizaines, et donc ils se questionnaient plus vite que ceux disposant d'un abaque papier.

Finalement je n'ai pas observé de différences dans l'apprentissage de la numération entre l'abaque papier et l'abaque physique. Cependant, la question de la conversion vient plus naturellement quand les élèves ont une limite, ainsi l'aspect décimal est plus facilement induit avec des abaques physiques. Cependant la limite sur un abaque peut causer des soucis, comme avec Aë ; quand l'élève se confronte à une tâche complexe, le fait de pouvoir déposer la totalité du nombre sur la colonne peut lui permettre de réaliser les conversions plus simplement. Aë a directement calculé le nombre de centaines sur l'exemple pour les représenter dans la colonne, car elle savait qu'elle ne pouvait pas placer 38d dans la colonne des dizaines mais 12c dans la colonne des centaines, si. De ce fait, comme piste à la suite de ces observations :

- L'abaque physique est plus rapide, mais nécessite pour des tâches complexes des connaissances approfondies de l'aspect décimal de la numération (et positionnel), de ce fait, introduire l'abaque d'abord par une version imprimée avec une pose de jetons illimitée puis passer sur un abaque physique serait-il le meilleur moyen d'apprentissage ?
- Un abaque physique disposant d'une limite stricte (comme le boulier chinois ou l'abaque de Montessori) pour la base 10 (pas plus de 9 jetons par colonnes), induirait plus facilement l'apprentissage de l'aspect décimal ?

Nous allons dorénavant nous intéresser aux différentes hypothèses.

La **première hypothèse** était la suivante :

L'abaque permettrait aux élèves disposant de difficultés quant à l'aspect positionnel de passer outre celle-ci, permettant une différenciation en supprimant la tâche annexe positionnelle pour se concentrer sur d'autres tâches (par exemple la conversion.)

Comme dit précédemment, deux élèves de la classe paraissent ne pas avoir de connaissances de l'aspect positionnel de la numération, Et et Ma. Les autres erreurs lors de l'exercice 1 étant liées à la non-connaissance de l'unité de numération "m" en tant que millier.

Cependant, Et ne fut pas présent lors de la séance de test, donc nous observerons plutôt la progression de l'élève Lo et Ad qui sont parvenus à réaliser l'exercice 1 mais commettent la

même erreur dans l'exercice 2 : ne pas placer de 0 quand l'unité de numération n'est pas écrite.

Exercice 2 :
Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$2c + 3d + 5u = 235$	$9c + 2d = 92$
$5d + 9u + 6c = 659$	$4c + 7u = 47$

Exercice 2 :
Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$2c + 3d + 5u = 235$	$9c + 2d = 92$
$5d + 9u + 6c = 659$	$4c + 7u = 47$

Figure n°31 : Production de Ad et Lo (respectivement haut puis bas) dans l'exercice 2 du pré-test.

Il paraît clair pour eux que $c > d > u$, et qu'il faut ensuite les replacer dans ce sens. Cependant cette compréhension empêche une connaissance complète de l'aspect, en effet quand une unité comme la dizaine et l'unité sont enlevés, ils utilisent la même technique pour résoudre le type de tâche demandé :

$\tau(\text{Ad}, \text{Lo}) \rightarrow$ Je place le chiffre devant le "c" à gauche de mon résultat, je place ensuite le chiffre devant "d" à sa droite et enfin le chiffre devant "u" à sa droite.

Cette technique peut fonctionner pour certaines résolutions demandées, mais n'a pas de conditions si "d" ou "u" n'existent pas, de ce fait ils ne peuvent pas résoudre toutes les tâches impliquant le type de tâche T1. Alors l'aspect positionnel n'est pas inconnu de ces élèves mais leur connaissance de celle-ci n'est pas complète.

Par ailleurs, Lo paraît tout de même connaître l'aspect décimal, ayant réussi la tâche de conversion à l'exercice 2, contrairement à Ad qui commet la même erreur que Em et Ta précédemment (" $2c + 34d + 8u = 2348$ ".)

Lors de la séance, Ma n'a commencé à utiliser l'abaque physique que lorsque je suis venu lui apporter du soutien. De ce fait, il commet à l'exercice 1 les mêmes erreurs qu'au pré-test. Je suis venu lui apporter de l'aide quand il a commencé l'exercice 2 :

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = \text{501}$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 407$$

Figure n°32 : Production de Ma, deuxième exercice de la séance de test.

“ $8d + 2u + 3c$ ” a été réalisé avec mon aide, je l’ai aidé à ce moment à manipuler l’abaque pour parvenir à résoudre l’exercice. Les deux autres tâches ont été réalisées en autonomie (tout en utilisant l’abaque dont il a dorénavant compris l’intérêt.)

Pour “ $5c + 9d$ ”, nous pouvons remarquer qu’il place correctement les centaines, puis qu’il paraît avoir écrit “9” pour finalement le remplacer par un 0 et mettre 1 à sa gauche ; il y a eu donc une hésitation, dont sa première intuition était la bonne. Par ailleurs, il est parvenu à réaliser la tâche suivante. L’abaque lui a donc permis de comprendre la place des unités de numération par rapport aux autres, soit la base de l’aspect positionnel.

Ad et Lo n’ont pas recueilli mon aide et ont réalisé les mêmes erreurs qu’au pré-test, utilisant la même technique que lors du pré-test : et cela en utilisant l’abaque, pour eux si la colonne ne comporte pas de haricots cela ne voulait pas dire que l’unité est à 0 , simplement qu’elle n’existe pas.

Cependant Ad a réussi la tâche suivante de conversion en utilisant cette fois-ci son abaque :

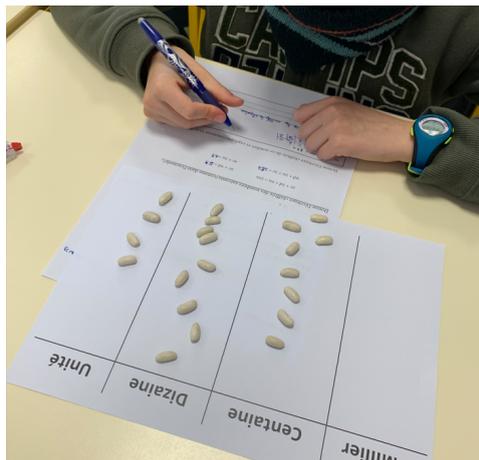


Figure n°33 : Photographie d’Ad réalisant l’exercice 2.

Il a cependant eu besoin de passer par un tableau pour transformer ses haricots en nombre :

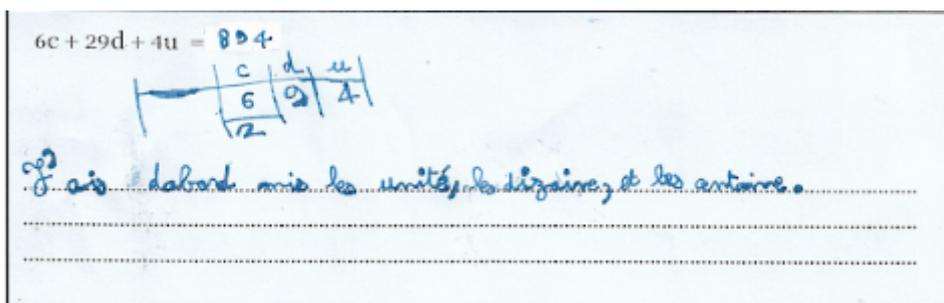


Figure n°34 : Production d'Ad sur l'exercice 2 lors de la séance de test.

Est-ce parce que l'abaque ne fait pas suffisamment sens pour lui ? Est-ce juste un moyen de noter le nombre de haricots dans chaque colonne pour expliquer son raisonnement ?

Pour répondre à l'hypothèse, chez un élève ayant une non connaissance totale de l'aspect positionnel comme Ma, l'abaque paraît être un support pour visualiser les différentes unités de numération au point de permettre la réalisation du type de tâche T1. Cependant nous ne pouvons pas savoir si cela a permis à l'élève d'institutionnaliser cette nouvelle connaissance et de la réutiliser dans d'autres types de tâches, avec abaque ou non.

Pour les élèves ne maîtrisant pas totalement l'aspect positionnel de la numération, l'abaque ne semble pas être un outil qui leur permet d'améliorer leurs connaissances de cet aspect. De plus, pour le cas de Ma, cela a tout de même nécessité beaucoup d'étayage de ma part pour qu'il parvienne à utiliser le matériel et à réussir quelques tâches. Nous pouvons alors nous demander si, finalement, l'abaque ne nécessiterait pas d'abord une connaissance de l'aspect positionnel pour être utilisé et, de ce fait, ne peut pas servir d'outil d'apprentissage pour cet aspect.

Si nous reprenons dans la partie praxéologique la technique d'utilisation de l'abaque pour représenter un nombre :

τ :

- Regarder le chiffre à droite du nombre, soit x, et placer x jetons dans la colonne la plus à droite de l'abaque.
- Faire de même pour chaque chiffre à la gauche du précédent sur la colonne à gauche du précédent.

Maintenant imaginons le type de tâche T1 résolu à travers l'abaque (en enlevant les tâches potentielles de conversions) :

τ :

- Regarder le chiffre des unités et placer le nombre de jetons adéquat dans la colonne des unités.
- Faire de même pour les dizaines puis les centaines, les milliers etc...

Nous remarquons alors que la technique implique de savoir ce que vaut chaque unité de numération et savoir les repérer : soit l'aspect positionnel.

Cela voudrait dire que l'abaque ne peut pas être un outil permettant l'apprentissage de l'aspect positionnel de la numération.

La **deuxième hypothèse** était la suivante :

- L'abaque serait un outil pour réaliser des types de tâches comme T1 et T2, prédéfinies dans la partie praxéologie. L'abaque apporterait notamment de l'aide sur la conversion. Avec comme finalité d'institutionnaliser les connaissances nécessaires pour réaliser les tâches de conversion, soit l'apprentissage de l'aspect décimal.

Nous avons vu précédemment que l'abaque ne serait pas un support adapté pour l'apprentissage de l'aspect positionnel quand les connaissances de celles-ci par les élèves sont trop minimales, donc le type de tâche T2 reposant uniquement sur la technologie de l'aspect positionnel, nous pouvons déjà répondre à l'hypothèse pour ce type de tâche par la négative.

Statistiquement, nous avons vu que pour les exercices deux et les exercices bonus, impliquant le type de tâche T1, il y a plus d'élèves en réussite avec l'abaque que sans abaque. Déjà, nous avons observé précédemment que des élèves comme Ad, Ta et Em, qui n'avaient pour connaissance que l'aspect positionnel, sont parvenus avec l'abaque à réaliser la tâche de conversion : cela démontre qu'ils ont eu un apprentissage de l'aspect décimal, d'ailleurs l'élève Ad a institutionnalisé cela en réalisant un tableau (voir figure n°34) pour expliquer qu'il ajoutait deux centaines aux six centaines car $29d$ c'est $2c + 9d$.

Par ailleurs une observation réalisée avec l'élève No va dans le sens de l'hypothèse de l'apprentissage de l'aspect décimal par l'abaque :

$2c + 34d + 8u = 2348$

2348 fait voir qu'il y a fait
2 centaines 34 dizaines et 8 unités

$6c + 29d + 4u = 894$

894 fait 8 centaines
9 dizaines et 4 unités

Figure n°35 : Production de No, deuxième exercice pré-test (en haut) et séance de test (en bas).

Nous observons que dans la séance de pré-test, No n'a pas su réaliser la tâche de conversion en s'appuyant sur la technique erronée décrite précédemment : $\tau(\text{Ad}, \text{Lo})$, en remplaçant "chiffre" par "nombre" pour placer 34 et non "3" ou "4" en deuxième terme.

De ce fait, elle démontre ne connaître que l'aspect positionnel de la numération.

Nous remarquons qu'elle a trouvé le bon résultat dans la séance de test avec l'abaque, mais qu'elle a gommé ce qu'elle avait produit auparavant. Sur l'enregistrement, nous voyons l'élève No, levant la main pour demander les exercices bonus, qui m'observe quand j'aide l'élève Em à utiliser l'abaque pour résoudre la tâche de conversion. Par la suite elle efface son résultat et utilise son abaque papier, qu'elle n'avait pas touché jusqu'ici, pour réaliser de nouveau l'exercice et trouver le bon résultat.

Face à la tâche de conversion, nous avons des élèves comme Jo qui ont essayé d'appliquer des techniques "novatrices" pour résoudre l'exercice en obtenant un nombre comportant trois chiffres et non quatre, ce qui leur paraissait étrange :

$2c + 34d + 8u = 242$

d'abord j'ai additionné $4 + 8 = 12$ puis j'ai rajouté 30 = 242

Figure n°36 : Production de Jo, deuxième exercice pré-test.

Voilà la technique nommée τ (Jo) :

→ Si j'ai un nombre des dizaines composé de deux chiffres :

- J'additionne le nombre des unités avec le chiffre le plus à droite des dizaines.
- Si le nombre obtenu est supérieur à 9, je retiens le chiffre à gauche de ce nombre.
- Je pose le chiffre le plus à droite du nombre obtenu à droite de mon résultat.
- J'additionne la retenue s'il y en a une avec le chiffre à gauche des dizaines et je place le résultat à gauche du chiffre précédent.
- Je place le nombre des centaines à gauche du chiffre précédent.

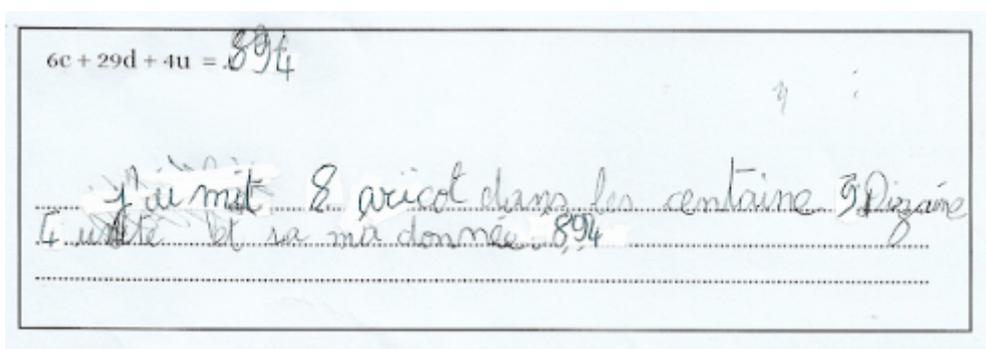


Figure n°37 : Production de Jo, deuxième exercice de la séance de test.
“ j’ai mit 8 aricot dans les centaine 9 Dizaine 4 unité et sa ma donnée 894”

Avec l'utilisation de l'abaque, l'élève Jo se retrouve donc avec une solution possible pour cette tâche où il a tenté d'inventer une technique car il n'avait pas de technologie disponible pour la résoudre auparavant, soit l'aspect décimal.

Nous voyons donc bien que l'abaque permet aux élèves de résoudre l'exercice en apportant intuitivement la technologie de l'aspect décimal.

Cela vérifie l'hypothèse pour le type de tâche T1, plus précisément donc pour l'aspect décimal et non positionnel qu'implique la technique de résolution de T1. Il serait intéressant de voir sur de futurs exercices si les connaissances acquises avec l'abaque sont réinvesties sans l'outil.

La **troisième hypothèse** était la suivante :

- Les élèves auront du mal à comprendre qu'on ne peut pas aller au-delà de 9 sur une branche si elle n'est pas limitée. C'est dans cette erreur que l'apprentissage aura lieu quand il y aura remédiation sur celle-ci (avec aide ou non.)

Nous avons vu précédemment que les élèves ont eu tendance à m'appeler lorsqu'ils arrivaient sur la tâche de conversion du fait qu'il se demandait soit si c'était normal d'avoir autant de haricots dans une colonne (abaque papier) soit de ne pas pouvoir déposer le nombre de jetons sur la branche de l'abaque (abaque physique.)

Ce blocage, certains l'ont outrepassé de manière autonome en comprenant qu'ils ne pouvaient pas dépasser 9, ce sont les élèves qui, lors du pré-test, ont démontré connaître déjà l'aspect décimal de la numération.

Une fois que les élèves comprennent en remédiant l'erreur que dans 29d c'est 2c et 9d, ils réussissent l'exercice et passent aux exercices bonus où ils peuvent réinvestir la connaissance acquise, et c'est ici que nous pouvons alors observer si la remédiation de cette erreur a permis ou non l'apprentissage, notamment de l'aspect décimal de la numération.

Or, certes, seuls 4 élèves ont réussi totalement les exercices bonus, mais dans cette statistique sont comptabilisées les trois tâches, dont celle de la triple conversion, bien trop complexe pour la majorité. Si nous observons plutôt les deux premières tâches de double conversions, seul 2 élèves sur 20 étaient parvenus à les réaliser (3 élèves en ne prenant en compte qu'une seule des doubles conversions), alors que pour la séance de test 9 élèves sur 19 sont parvenus à réaliser au moins deux tâches de l'exercice bonus, 14 élèves ont réussi au moins une tâche de l'exercice bonus.

Cela démontre donc que le déblocage réalisé avec la remédiation de l'erreur d'utilisation de l'abaque a permis aux élèves d'acquérir les connaissances de l'aspect décimal et de parvenir à réaliser des tâches complexes impliquant cette technologie.

Alors, finalement, dans quelle mesure l'abaque peut-il permettre de remédier aux difficultés de la numération ?

Nous avons vu, au travers des hypothèses, que l'abaque permet l'apprentissage de l'aspect décimal de la numération, notamment à travers sa limitation, ou non, de nombre de jetons par colonne. Cependant il n'est pas un support adapté à l'apprentissage de l'aspect positionnel.

7. Discussions des résultats.

7.1. Mise en perspective des résultats avec ceux des chercheurs et enquêtes.

Pour rappel, Bednarz et Janvier (1984) démontraient que les élèves ont du mal à comprendre réellement l'aspect positionnel de la numération puisqu'ils écrivent les nombres dans l'ordre dans lesquels ils les lisent et non pas pour leurs valeurs. Tempier (2010) à son tour, en reprenant les travaux des deux chercheuses, mettaient en valeur le manque d'apprentissage quant à l'aspect décimal de la numération, il liait d'ailleurs cela aux difficultés observées par Bednarz et Janvier (1984).

Les enquêtes TIMSS, en revanche, montraient que les élèves ne présentaient pas tant de difficultés pour l'aspect positionnel, même s'il s'agissait d'élèves de CM1. Cependant, nous avons vu que ces enquêtes n'étaient finalement qu'axés sur l'aspect positionnel, validant dans un sens les propos de Tempier (2010) sur la non-présence (ou trop peu) de l'aspect décimal dans l'apprentissage de la numération.

Dans nos résultats, nous observons en effet que peu d'élèves de cette classe de CE2 ne connaissent pas l'aspect positionnel, seul un élève n'en a aucune connaissance. Cependant, beaucoup, à l'instar de ce qu'ont observé Bednarz et Janvier (1984), ne maîtrisent pas cet aspect. Par ailleurs, dans leurs travaux, elles parlent du fait que le matériel est toujours présenté avec un ordre du plus petit au plus grand, c'est ce que j'ai fait avec l'abaque, pas par volonté de contradiction mais par manque de recul vis-à-vis de cette question. J'ai conclu de mon observation que l'abaque ne pouvait être utilisé pour l'apprentissage de l'aspect positionnel, mais il me paraît important -pour se mettre en perspective vis-à-vis de l'étude des chercheuses- de préciser que c'est l'utilisation "normée" de l'abaque qui ne permettrait pas l'apprentissage de cet aspect.

En revanche, nous avons vu que les propos de Tempier (2010) sont largement vérifiables dans la pratique : la plupart des élèves n'avaient aucune ou trop peu de connaissances de l'aspect décimal. Là où l'abaque s'est finalement montré efficace.

Finalement, en mettant en perspective les difficultés soulevées par les chercheurs, je ne peux qu'observer qu'encore aujourd'hui persiste des difficultés majeures quant à la numération. Les élèves de la classe, en avant-dernière période de cycle 2 lors de l'expérimentation, n'ont

pour la plupart pas de connaissance de l'aspect décimal et même certains ne maîtrisent pas l'aspect positionnel. L'abaque s'est révélé être un outil efficace pour le premier aspect, mais son utilisation (du moins "normée") doit être accompagnée de solides connaissances de l'aspect positionnel.

7.2. Intérêts et limites de ma recherche :

De nombreuses limites dans ma recherche sont à soulever :

En premier lieu, il aurait été intéressant d'avoir une réelle progression de l'utilisation de l'abaque en cours de l'année avec la classe. Le fait de l'avoir introduit pour l'unique séance de test induit une limite sur la non-habitude d'utilisation de l'outil par les élèves. Peut-être les élèves, plus habitués à son utilisation, auraient-ils eu tendance à l'utiliser tout du long. De plus cela m'a obligé à prendre un temps pour expliquer l'utilisation de l'abaque, et cela de manière normée, avec la première colonne celle des unités, la deuxième celle des dizaines, la troisième pour les centaines... un jeton vaut 1... Il aurait été plus intéressant, en ayant l'année ou bien quelques séquences pour utiliser l'outil, d'amener les élèves à utiliser leurs propres conceptions du matériel comme proposée par Bednarz et Janvier (1984).

Le pré-test et la séance de test disposaient tous deux des mêmes types de tâches (T1 et T2) ainsi que des mêmes tâches, avec seulement les valeurs qui différaient. Cela induit forcément un biais du fait que certains élèves sont tout à fait capables de retenir la manière de résoudre les exercices proposés et de ne pas rentrer dans une posture de recherche et de ce fait ne pas voir l'intérêt de l'utilisation de l'abaque. Ce fut le cas par exemple de l'élève Ju qui, ayant déjà tout réussi lors du pré-test, n'a pas touché au matériel pour se contenter de ses propres techniques (tableau de conversion sur ardoise.)

Bien entendu la question aurait nécessité des comparaisons avec de multiples autres matériels pour être sûr d'avoir tout le prisme de la numération et de pouvoir répondre à toutes difficultés. Nous avons bien vu que l'abaque ne pouvait pas être le matériel adapté à toutes les difficultés de la numération ; déjà car il n'est pas un support adapté à tous les types de tâches mais de plus il ne permet pas en utilisation normée l'apprentissage de l'aspect positionnel de la numération.

L'expérience aurait peut-être nécessité une séance de plus de post-test, où les élèves auraient pu être confrontés à de nouveaux exercices qu'ils auraient dû résoudre sans abaque (pour observer les connaissances acquises grâce au matériel) ou avec (pour observer les automatismes que réalisent les élèves avec ce matériel.)

Cela aurait permis aussi de pouvoir observer s'il y avait présence de codage direct comme en parlaient Bednarz et Janvier (1984) au lieu d'apprentissages. C'est d'ailleurs une hypothèse que je n'ai pas mise car je ne pouvais pas la vérifier avec la méthodologie de recherche appliquée.

Ma non-présence lors du pré-test, où, par soucis technique, je n'ai pu me rendre : en effet, il aurait été intéressant que j'observe les élèves dans cette phase de recherche.

En dehors du fait que nous pouvons voir les relations entre les observations des chercheurs et les miennes, les nombreuses limites mettent en doute la pertinence de mes résultats. Les affirmations, et mêmes suppositions, soulevés par rapport à l'abaque et son utilisation pour pallier les difficultés des élèves au niveau de la numération, sont à relativiser compte tenu des biais soulevés dans la précédente liste.

Cependant ce travail à tout de même un intérêt et procure de nombreuses ouvertures, notamment dans l'observation des difficultés de la numération et de la place du matériel dans son apprentissage.

8. Conclusion

Ma problématique initiale était la suivante : Quelles sont les difficultés liées aux termes de groupements et comment y remédier ?

Nous avons vu que les types de tâches impliquant la numération et les termes de groupements nécessitent la connaissance de deux technologies que sont l'aspect décimal et positionnel. Les élèves présentent des difficultés sur les deux aspects, mais pas du même ordre. Quand l'aspect positionnel est souvent su mais mal maîtrisé, peu d'élèves ont connaissance de l'aspect décimal. Pour remédier aux difficultés de la numération, j'ai testé l'abaque comme

support. Il s'est avéré efficace pour l'apprentissage de l'aspect décimal mais pas spécifiquement pour la maîtrise de l'aspect positionnel (ni pour son apprentissage.)

Nous pouvons alors nous demander s'il existerait un moyen, matériel ou autre, de remédier à la problématique du manque de maîtrise de l'aspect positionnel, du manque de sens, finalement, des termes de groupements pour la majorité des élèves. Il serait aussi intéressant de prolonger la réflexion sur l'abaque et la place qu'il peut prendre comme support pour la numération et tester différentes utilisations de celui-ci pour observer s'il peut être un outil permettant l'apprentissage de tout le prisme de la numération ; voire à terme développer un matériel polyvalent.

9. Bibliographie.

Articles universitaires :

- Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération, les difficultés suscitées par son apprentissage, une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *CIRADE - Université du Québec à MONTREAL*.
- Comité de rédaction Grand N (1974) *Numération - Aspect technique*
- Chambris, C. (2014). Contribution à propos de la numération décimale. *Le Centre pour la Communication Scientifique Directe - HAL - Université Paris Descartes*.
- Corriveau, C. & Jeannotte, D. (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Association mathématique du Québec*.
- Gueudet, G. & Bueno-Ravel, L. (2016). Perspectives didactiques sur le boulier : un questionnement renouvelé. *Le Centre pour la Communication Scientifique Directe - HAL - Université de Bretagne Occidentale*.
- Poisard, C. (2009). Boulier chinois et algorithmes de calcul. *Le Centre pour la Communication Scientifique Directe - HAL - Université de Bretagne Occidentale*.
- Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Le Centre pour la Communication Scientifique Directe - HAL - IREM de Grenoble*.
- Tournès, D. (2016). Perspectives historiques sur les abaques et bouliers. *Le Centre pour la Communication Scientifique Directe - HAL - Université Savoie Mont Blanc*.

Autres :

- Cours universitaire de Nathalie Daval (2021) sur le boulier.
- Les dossiers de la DEPP. (2017). Cedre 2014 mathématiques en fin d'école (n°208).
- Ifrah, G. (1981). Histoire universelle des chiffres. *Laffont eBooks*.

10. Annexes.

Millier

Centaine

Dizaine

Unité

Niveau : CE2	Séance expérimentation mémoire		Durée : 55min
Objectif(s) : Passer d'une écriture en unité de numération à une écriture décimale.		Matériel utilisé dans la séance : <ul style="list-style-type: none"> • Abaque papier (20) • Abaque physique (3) • Jetons abaque physique • Jetons abaque papier (haricots) • Caméras • TBI • Fiche d'exercice • Dictaphone • Calepin 	
Programmes : Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main...). Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées. - Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques - Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56) : <ul style="list-style-type: none"> → Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) ; → Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ; → Noms des nombres 			
Durée 10 minutes	Consignes / Tâches		Matériel
	<p>Afficher au TBI un abaque (https://micetf.fr/abaque/.)</p> <p>Questions : “Savez vous ce que c'est ?” ; “Savez vous à quoi cela sert ?”</p> <p>Après avoir entendu les réponses, donner l'explication suivante tout en montrant au TBI : “Il s'agit d'un abaque. Cela sert à s'aider quand on veut représenter un nombre, pour cela on utilise des jetons, chaque jeton représente 1. Si on met le jeton dans la première colonne, nous obtenons 1 unité. Si nous mettons le jeton dans la deuxième colonne, nous obtenons 1 dizaine. Si nous mettons le jeton dans la troisième colonne, nous obtenons 1 centaine.”</p> <p>Représenter le nombre 512 et demander : “De quel nombre s'agit-il ? Pourquoi” <i>Réponses attendues :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - “8” (par nombre de jeton au total sur l'abaque) - “215” (par lecture inversé de l'abaque) - “512” <p>Réponse : “Il s'agit du nombre 512, car nous avons 2 jetons dans la colonne des unités, soit 2. 1 jeton dans la colonne des dizaines, soit 1 dizaine et enfin 5 jetons dans la colonne des centaines, soit 5 centaines. Donc 5c + 1d + 2u = 512.”</p> <p>“Et que se passe-t-il si j'enlève le jeton de la colonne des dizaines ?”</p>		TBI Abaque en ligne Fiche d'exercice Abaques Jetons Caméras

<p>35 minutes</p>	<p>Réponses attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - "511" - "412" - "502" <p>Attendre la bonne réponse ("J'obtiens 502.")</p> <p>"Prenez vos ardoises. Je vais afficher un nombre sur l'abaque (625) et vous devez l'écrire sur votre ardoise. Pourquoi avez-vous trouvé ça?"</p> <p>Réponses attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - "13" (par nombre de jeton au total sur l'abaque) - "526" (par lecture inversé de l'abaque) - "625" <p>"Je vais vous distribuer des abaques et des jetons. J'attends de vous de ne pas jouer avec ces jetons ou avec l'abaque. Vous allez devoir résoudre une fiche d'exercice, et utiliser l'abaque pour les résoudre."</p> <p>Procéder à la distribution. Afficher la feuille d'exercice au TBI.</p> <p>"Le premier exercice consiste à compléter les décompositions des nombres en unité, dizaines et centaine. Pour le second exercice, vous allez devoir donner l'écriture chiffrée des nombres. Si on reprend l'exemple avec l'abaque, on place d'abord 2 jetons dans les centaines, puis 3 jetons dans les dizaines et enfin 5 jetons dans les unités. On trouve donc que le nombre s'écrit 235 en écriture chiffrée. Pour le dernier calcul de l'exercice 2, vous devrez expliquer comment vous avez fait pour résoudre le calcul. Une fois la feuille d'exercice terminée, vous devrez lever la main. Avez-vous des questions ?" (Exemple réalisé avec l'abaque virtuelle sur le TBI)</p> <p>Questions attendues sur la résolutions de la feuille d'exercice :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Des questions portant sur le fonctionnement de l'abaque. - <i>Doit-on à chaque calcul utiliser l'abaque ?</i> - <i>Est-on obligé d'expliquer comment nous avons résolu le calcul ?</i> - <i>Pouvons-nous expliquer en faisant des dessins ?</i> <p>"Mettez tous vos prénoms sur la feuille avant de commencer."</p> <p>Distribution des abaques physiques à Aë, Ma et Em. Mettre les caméras en priorité sur ceux qui utilisent l'abaque physique. Si caméras supplémentaires, en placer sur un élève moyen (Ta/J) et un élève en facilité (Li/Ju.) Laissez les élèves travailler sur la feuille. Passer dans les rangs pour prendre des notes sur des observations. Questionner quelques élèves sur leurs procédures et l'enregistrer avec un dictaphone (portable.) Enregistrer les potentielles questions, répondre à certaines au besoin (surtout celles concernant l'utilisation de l'abaque.) Donner les exercices bonus aux élèves ayant terminé rapidement.</p>	<p>TBI Abaque en ligne Fiche d'exercice Abaques Jetons Caméras Dictaphone Calepin</p>
-------------------	---	--

Une fois la fiche d'exercice terminée, procéder à la correction en faisant passer certains élèves au tableau (privilégier des élèves ayant fait des erreurs communes telles qu'écrire les nombres dans l'ordre écrit dans l'exercice).
"Utilisez vos stylos vert pour prendre la correction."

Une fois la correction réalisée, récupérer les fiches d'exercices (et bonus) ainsi que les jetons. Faire ranger les abaques dans leurs cahier/classeur de mathématiques.
"Nous avons aujourd'hui découvert l'abaque et son fonctionnement. Nous avons pu voir qu'il nous permet de décomposer les nombres pour pouvoir les lire plus facilement et aussi pouvoir réaliser plus facilement des additions."

Difficultés potentielles sur la tâche demandée :

- Compréhension du fonctionnement de l'abaque encore confuse.
 - Comprendre que lorsque l'on passe d'une unité de numération à une autre lors de conversion, on enlève 10 jetons de l'unité de numération actuelle pour ajouter seulement un seul jeton dans l'unité de numération supérieure.
 - L'abaque physique peut poser problème par l'absence de l'affichage des unités de numération
 - Les jetons, n'étant pas uniforme et unicolore, peuvent distraire les élèves ou leur faire penser que les jetons n'ont pas tous la même signification ("1")
- Ne pas comprendre le lien entre l'abaque et les tâches à résoudre.
- Ne pas être capable, une fois le calcul fait sur l'abaque, à passer de l'écriture du nombre sur l'abaque à une écriture de numération décimale.
- Ne pas faire un lien assez solide entre les branches/compartiments de l'abaque et les unités de numération risquant ainsi lors de conversions d'obtenir plus de 10 jetons pour une même unité de numération

Facilités potentielles sur la tâche demandée :

- Certains élèves n'auront pas à utiliser l'abaque pour l'exercice 1.
- Écriture des nombres plus clair par l'utilisation de l'abaque poussant les élèves vers moins d'erreur.
- Lecture plus rapide des nombres en les représentants sur l'abaque
- Les conversions entre unités de numération grâce à la manipulation des jetons sur l'abaque.

Résultats attendus :

	<p>Les élèves risquent d'avoir du mal à comprendre le fonctionnement de l'abaque ne l'ayant ni vu ni manipulé dans l'année ou les années scolaires précédentes.</p> <p>La découverte de l'objet risque également de les distraire mais nous considérons qu'étant des CE2, ils se calmeront assez rapidement sachant qu'ils ont déjà manipuler différents matériels dans l'année.</p> <p>Nous nous attendons à une réalisation de la feuille d'exercice plus rapide que la séance faite sans abaque de part la facilité des conversions entre unité de numération.</p> <p>Nous ne nous attendons cependant pas à obtenir des résultats extrêmement marquants de part l'aspect de découverte du matériel qui risque de prendre un certain temps pour les élèves.</p> <p>Nous faisons tout de même l'hypothèse que les élèves feront moins d'erreurs que lors du prétest de par la facilité de vérification des calculs par l'utilisation de l'abaque.</p>	
--	---	--

Prénom :

Date :

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$258 = \dots c + \dots d + \dots u$

$416 = \dots u + \dots c + \dots d$

$1351 = \dots c + \dots m + \dots u + \dots d$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$2c + 3d + 5u = 235$

$9c + 2d = \dots$

$5d + 9u + 6c = \dots$

$4c + 7u = \dots$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$2c + 34d + 8u = \dots\dots\dots$

.....
.....
.....

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \dots$$

$$72u + 3c + 15d = \dots$$

$$18c + 43d + 7u = \dots$$

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \dots$$

$$72u + 3c + 15d = \dots$$

$$18c + 43d + 7u = \dots$$

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \dots$$

$$72u + 3c + 15d = \dots$$

$$18c + 43d + 7u = \dots$$

Prénom : *Livia*

Date : *10/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 242$$

J'ai trouvé 242 car 2 centaines ça fait 200 puis j'ai fait 34 + 8 ça fait 42 le résultat est 242.

Prénom : Manel

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 242$$

J'ai réussi à trouver ce nombre en faisant huit plus quatre = a douze de trente plus douze = 42

Prénom : *Jhm*

Date : *10/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 1.c + 3.d + 5.u + 1.m$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 42312$$

2c c'est 200 34d c'est 304 8u c'est 8

Prénom : *Nour*

Date : *10/02/21*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 2348$$

*2348 fait 200 car il y a 200
2 centaines 34 dizaines et 8 unités.*

Prénom : Lohan

Date :

10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = \dots$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 548$$

J'ai deux c ca fait 200 + 3 10 dizaines = 100 du coup
200 + 300 = 500 500 + 4 dizaine = 540 + le 8 = 548.

Prénom : *Julia*

Date : *10/02/21*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 4.u + 1.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 598$$

*J'ai trouvé ce nombre là car je sais que 34d se fait
340 + 2c + 8u se fait 598.*

Prénom : Nathan

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 6u + 4c + 6d$$

$$1351 = 3c + 1m + 1u + 5d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 548$$

Je fait les unités après les dizaines et les centaines. l
mille, cent, dix, et un.

Prénom : *Lylee*

Date : *10/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 6u + 4c + 1d$$

$$1351 = 3c + 1m + 1u + 5d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 368$$

J'ai pris 34 et j'ai rajouté un 0 à la fin et ça me donne 340 et j'ai pris les 2 centes et ça me donne 360 et j'ai pris les 8 unités et je les ai ajoutés à 360 et ça me donne 368.

Prénom :

Jordan

Date :

10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 3d + 8u = 242$$

d'abord j'ai additionné $4 + 8 = 12$ puis j'ai rajouté $30 = 242$

Prénom : ~~Jules~~ Jules

Date : 10/10/09/12

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 6u + 4c + 1d$$

$$1351 = 3c + 1m + 1u + 5d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 278$$

Moi j'ai fait 2c c'est deux cent et 34 d c'est sept dizaine et 8 u c'est huit unités duquon sa fait 278.

Prénom :

Lily

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 4.u + 1.c + 4.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 548$$

J'ai résolu ça, il y avait donc centimes et 34 dizaines, et ce qui me
embrouille c'est que 34 dizaines, mais je saurais faire ça il suffit
de faire 2 centaines plus le premier nombre en dizaines $23 = 5$

Prénom :

Lylan

Date :

10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 902$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 222$$

Je regarde les nombres qui est écrite : 2c
34 d et 8u ensuite je fait $4+8=12$ et pour les
centaines je fait $2c=2$ centaines.

Prénom : Elham

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 4c + 1d + 6u$$

$$1351 = 1c + 3d + 5u + 1d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 47$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 2348$$

Le fait c'est que se le plus grand dizaine se le plus moyen se se fait la unité se le plus petit

Prénom : *Marley*

Date : *10/02/*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 0.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 702$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 548$$

J'ai juste calculer, 2+34= on ne peut pas: on fait 2c+34d+8u=548.

Prénom : *Maths*

Date : *02/10/*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 4.u + 1.c + 6.d$$

$$1351 = 1.c + 3.m + 5.u + 1.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = 306$$

$$4c + 7u = 47$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 44$$

J'ai fait un calcul et genre ~~pas~~ fait + et genre nous on trouve le résultat

Prénom : Stéline

Date : 10/02/2023

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 1.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = \dots\dots\dots$$

J'ai fait : $8u = 8 + 34d = 340 + 2c = 200, = 548$

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 4.u + 1.c + 6.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.ad$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 47$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 2.34.8$$

On voit d'abord le deux en première position le trente quatre en deuxième position le huit et ça nous donne deux mille trente quatre huit.

Prénom : Liam

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5.d + 8.u$$

$$416 = 6.u + 4.c + 7.d$$

$$1351 = 3.c + 1.m + 1.u + 5.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 238.$$

je commence par la centaine puis les dizaines et la
je termine les unités.

Prénom : Emma

Date : 10/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 4c + 1d + 6u$$

$$1351 = 1c + 3d + 5u + 1m$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 920$$

$$5d + 9u + 6c = 650$$

$$4c + 7u = 407$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 2378$$

Je vois que 2 c'est la centaine, 34 c'est la dizaine et 8 c'est le unitaire.

Prénom : *Lola*

Date : *10/02/2023*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2c + 5d + 8u$$

$$416 = 4u + 1c + 1d$$

$$1351 = 3c + 1m + 1u + 5d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$9c + 2d = 92$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$4c + 7u = 47$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 548.$$

*J'ai pris 2c et 34d ensuite j'ai fait 2+34 donc 2+3=5 après le 4
donc 54 et le 8 donc ça fait 548.*

Prénom :

Date :

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$258 = 2.c + 5d + 8u$$

$$416 = 4u + 1.c + 1.d$$

$$1351 = 1.c + 3.d + 5.u + 1.m$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$8.c + 2.d + 0.u = 820$$

$$5d + 9u + 6c = 659$$

$$6.c + 7.d + 0.u = 607$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$2c + 34d + 8u = 248$$

Fais $200 + 8 + 40$ et je les additionne et ça fait
on utilise le quatre du dizaine et on le met à 8 et ça
 $200 + 40 + 8 = 248$

m: Liam

Date: 10/02/23

exercice Bonus:

de l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 131$$

$$72u + 3c + 15d = 317$$

$$18c + 43d + 7u = 147$$

m: Adrien

Date: 10/02/23

exercice Bonus:

de l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 13321$$

$$72u + 3c + 15d = 31572$$

$$18c + 43d + 7u = 18437$$

Prénom : Mathis

Date : 02/10

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 55$$

$$72u + 3c + 15d = 88$$

$$18c + 43d + 7u = 57$$

5

Prénom : Jules

Date : 10/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 540$$

$$72u + 3c + 15d = 414$$

$$18c + 43d + 7u = 1337$$

Prénom : Lola

Date : 10/02/2023

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 251$$

$$72u + 3c + 15d = 1045$$

$$18c + 43d + 7u = 1637$$

Prénom : *Ensa*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \text{.1341}$$

$$72u + 3c + 15d = \text{.3157}$$

$$18c + 43d + 7u = \text{.18737}$$

Prénom : *Marley*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \text{.351}$$

$$72u + 3c + 15d = \text{.387}$$

$$18c + 43d + 7u = \text{.2057}$$

Prénom : *Sohan*

Date :

10/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \text{.540}$$

$$72u + 3c + 15d = \text{.1752}$$

$$18c + 43d + 7u = \text{.590}$$

Prénom : *Alyler*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{451}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{522}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{617}$$

Prénom : *Nail*

10/02/2023 Date:

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{254}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{387}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{1893}$$

Prénom : *Lily*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{451}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{1153}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{887}$$

Prénom : *Filina*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{341}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{387}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{1850}$$

Prénom : *Jordan*

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{154}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{387}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{2210}$$

Prénom : *Lifan*

Date : *10/02/23*

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = \underline{631}$$

$$72u + 3c + 15d = \underline{1152}$$

$$18c + 43d + 7u = \underline{227}$$

Prénom : Julia

Date : 10/02/20

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 451$$

$$72u + 3c + 15d = 522$$

$$18c + 43d + 7u = 2237$$

Prénom : Livia

Date : 10/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 154$$

$$72u + 3c + 15d = 387$$

$$18c + 43d + 7u = 1850$$

Prénom : Ethan

Date : 10/02/20

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 1321$$

$$72u + 3c + 15d = 1572$$

$$18c + 43d + 7u = 18437$$

m: Manel

Date: 10/02/23

exercice Bonus:

de l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 164$$

$$72u + 3c + 15d = 397$$

$$18c + 43d + 7u = 1850$$

m: Mour

Date: 10/02/23

exercice Bonus:

de l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 1333$$

$$72u + 3c + 15d = 3159$$

$$18c + 43d + 7u = 1867$$

m: Clémentine

Date: 10/02/23

exercice Bonus:

de l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$1c + 33d + 21u = 451$$

$$72u + 3c + 15d = 422$$

$$18c + 43d + 7u = 4437$$

Prénom :

Date :

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = \dots c + \dots d + \dots u$$

$$193 = \dots u + \dots c + \dots d$$

$$2546 = \dots c + \dots m + \dots u + \dots d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = \dots$$

$$8d + 2u + 3c = \dots$$

$$4c + 1u = \dots$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = \dots\dots\dots$$

.....

.....

.....

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots$$

$$43u + 2c + 38d = \dots$$

$$29c + 38d + 4u = \dots$$

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots$$

$$43u + 2c + 38d = \dots$$

$$29c + 38d + 4u = \dots$$

Prénom :

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots$$

$$43u + 2c + 38d = \dots$$

$$29c + 38d + 4u = \dots$$

Prénom :

Mathias

Date :

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8c + 3d + 7u$$

$$193 = 1u + 9c + 3d$$

$$2546 = 5c + 2m + 6u + 4d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235 /$$

$$5c + 9d = 590 /$$

$$8d + 2u + 3c = 382 /$$

$$4c + 1u = 401 /$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

Je fait les unités après les dizaine et les centaines et après. On a le résultat.

Prénom : Lily

Date : 13/02/2023

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

Pour trouver le résultat, il faut faire, 6 centaines on l'ajoute à le 1^{er} nombre des 29 dizaines, du-coup ça fait 9, et si ça peut nous aider on peut écrire le 2.

Prénom : Jules

Date : 13/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u /$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d /$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d /$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590 /$$

$$8d + 2u + 3c = 382 /$$

$$4c + 1u = 401 /$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894 /$$

Moi j'ai fait 6c c'est = 600 + je rajoute 20 et ça fait 800 et je rajoute 9d à 800 et ça fait 890 et je fais 4u et ça fait 894.

Prénom : *Marley*

Date : *13/02/*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = \underline{8}c + \underline{3}d + \underline{7}u$$

$$193 = \underline{3}u + \underline{1}c + \underline{9}d$$

$$2546 = \underline{5}c + \underline{2}m + \underline{6}u + \underline{4}d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = \underline{590}$$

$$8d + 2u + 3c = \underline{382}$$

$$4c + 1u = \underline{401}$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = \underline{894}$$

J'ai fait 6+2+9+4 et ça fait 894.

Prénom : Lohan

Date :
13/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 2.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = \dots 13894$$

J'ai fait $6 + 2 = 8$ et $9 + 4$ ça fait 13 $9c + 1d$ et
3.u j'ai trouvé ~~913~~ : 894

Prénom : *Adrien*

Date : *13/02/2023*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 59$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 41$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

c	d	u
6	2	4
<hr/>		
2		

J'ai d'abord mis les unités, les dizaines, et les centaines.

Prénom : *Stéline*

Date : *13/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8c + 3d + 7u$$

$$193 = 3u + 1c + 9d$$

$$2546 = 5c + 2d + 6u + 4d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

J'ai fait $4u=4$, $29d=290$, $6c=600$, $4+290+600=894$.

Prénom : Mamel

Date : 13/02/23

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

J'ai utilisé le bonnet. J'ai mis avec Kennedy neuf bonnet dans les dizaine, 2 dans les centaine et quatre dans les unités et j'ai trouvé.

Prénom : Mathis

Date :

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 1.u + 9.c + 3.d$$

$$2546 = 2.c + 4.m + 5.u + 6.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 501$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 39$$

j'ai trouvé j'ai fait un calcul.

Prénom : *Calin*

Date : *13/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8c + 3d + 7u$$

$$193 = 3u + 1c + 9d$$

$$2546 = 5c + 2d + 6u + 4d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

Je t'ai que 6c ne dire 6 centaine 29 d je me suis servit du schéma j'ai mis 8 haricots dans les centaines 9 dans les dizaines et 4 dans les unités

Prénom : Emma

Date : 13/02/2020

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$837 = 8c + 3d + 7u$

$193 = 1u + 9d + 3c$

$2546 = 2c + 5d + 4u + 6m$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$2c + 3d + 5u = 235$

$5c + 9d = 590$

$8d + 2u + 3c = 383$

$4c + 1u = 401$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$6c + 29d + 4u = 294$

J'ai utilisé une lamague, pour m'aider. J'ai écrit 6 et j'ai additionné 294 et j'ai eu 294.

Prénom : *Nour*

Date : *13/09/2023*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = \dots c + \dots d + \dots u$$

$$193 = \dots u + \dots c + \dots d$$

$$2546 = \dots c + \dots m + \dots u + \dots d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 282$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 294$$

*Il y a 10 dizaines et ça fait 100 centaines
on fait 294*

Prénom : *Jordan*

Date : *13/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = \overset{8}{\dots}c + \overset{3}{\dots}d + \overset{7}{\dots}u$$

$$193 = \overset{1}{\dots}u + \overset{9}{\dots}c + \overset{3}{\dots}d$$

$$2546 = \overset{2}{\dots}c + \overset{5}{\dots}d + \overset{4}{\dots}u + \overset{6}{\dots}u$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = \overset{59}{\dots}0$$

$$8d + 2u + 3c = \overset{38}{\dots}2$$

$$4c + 1u = \overset{40}{\dots}1$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$6c + 29d + 4u = \overset{294}{\dots}$

J'ai mis 29 au milieu et 4 au bout. Sa me donne 294.

Prénom : *Livia*

Date : *13/02/23*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

Pour trouver 894, j'ai fait $6+2=8$ ensuite 9 dizaines
sa fait 90 puis 4 unités et fait 4 le résultat est 894.

Prénom : *Ilana*

Date : *13/02/2023*

Mathématiques

Exercice 1 :

Complète les décompositions des nombres en unités, dizaines et centaines.

$$837 = 8.c + 3.d + 7.u$$

$$193 = 3.u + 1.c + 9.d$$

$$2546 = 5.c + 2.m + 6.u + 4.d$$

Exercice 2 :

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants (comme dans l'exemple) :

$$2c + 3d + 5u = 235$$

$$5c + 9d = 590$$

$$8d + 2u + 3c = 382$$

$$4c + 1u = 401$$

Donne l'écriture chiffrée de ce nombre et explique comment tu as fait :

$$6c + 29d + 4u = 894$$

J'ai mis 8 unités dans les centaines. J'ai mis 9 dizaine et 4 unités donc ça me donne 894.

Prénom: Julia

Date: 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 352$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom: Tyler

Date: 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 452$$

$$43u + 2c + 38d = 63623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom: Emma

Date:

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 352$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : Jordan

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \overset{952}{\cancel{16403}}$$

$$43u + 2c + 38d = \overset{623}{\cancel{301}}$$

$$29c + 38d + 4u = \overset{364}{\cancel{...}} \quad 3284$$

Prénom : Livia

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = \overset{623}{\cancel{301}}$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : Livia

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = \overset{2984}{\cancel{...}} \quad 3284$$

Prénom : *Stéline*

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : *Charley*

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : *Zohan*

Date :

13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : Nathan

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots 952 / \quad 43u + 2c + 38d = \dots \begin{matrix} 123 \\ 623 \end{matrix}$$

$$29c + 38d + 4u = \dots \begin{matrix} 4284 \\ 3284 \end{matrix}$$

Prénom :

Lda

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots 952 / \quad 43u + 2c + 38d = \dots \begin{matrix} 488 \\ 623 \end{matrix}$$

$$29c + 38d + 4u = \dots 384$$

Prénom : Jules

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \dots 952 / \quad 43u + 2c + 38d = \dots 623 /$$

$$29c + 38d + 4u = \dots 3284 /$$

Prénom : Lily

Date : 13/02/2023

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 1042912 \quad 43u + 2c + 38d = \begin{matrix} 483 \\ \dots \\ 623 \end{matrix}$$

$$29c + 38d + 4u = \begin{matrix} 5984 \\ \dots \\ 3284 \end{matrix}$$

Prénom : Lykou

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = \begin{matrix} 912 \\ \dots \\ 5 \end{matrix} \quad 43u + 2c + 38d = \begin{matrix} 983 \\ \dots \\ 62 \end{matrix}$$

$$29c + 38d + 4u = \begin{matrix} 1984 \\ \dots \\ 3 \cdot 2 \cdot 4 \end{matrix}$$

Prénom : Manel

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952, \quad 43u + 2c + 38d = \begin{matrix} 510 \\ \dots \end{matrix}$$

$$29c + 38d + 4u = 1384,$$

Prénom :

13/02/ Date : 23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 629$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : Mathis

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 217$$

$$29c + 38d + 4u = 174$$

Prénom : Hana

Date : 13/02/23

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$

Prénom : Naïd

Date :

Exercice Bonus:

Donne l'écriture chiffrée des nombres suivants :

$$3c + 61d + 42u = 952$$

$$43u + 2c + 38d = 623$$

$$29c + 38d + 4u = 3284$$