



**HAL**  
open science

# Évolutions des productions langagières verbales écrites au cours d'une séquence d'enseignement sur distance et cercle

Maëlis Bejaud

## ► To cite this version:

Maëlis Bejaud. Évolutions des productions langagières verbales écrites au cours d'une séquence d'enseignement sur distance et cercle. Sciences de l'Homme et Société. 2024. <dumas-05551533>

**HAL Id: dumas-05551533**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-05551533v1>**

Submitted on 13 Mar 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0 - Attribution - Non-commercial use - ShareAlike - International License



Année universitaire 2023-2024

## **Mémoire de Master 2 Mention "Didactique des Sciences"**

**Université de Montpellier**

**Évolutions des productions langagières verbales écrites au cours d'une séquence d'enseignement sur distance et cercle.**

**BEJAUD Maëlis**

**Directrice du mémoire : CHESNAIS Aurélie**

**Date de soutenance : vendredi 14 juin 2024**

**Membres du jury :**

MITHALAL Joris (Rapporteur)

CROSS David (Examineur)

**Équipes de recherche d'appui :**

UR UM208

UMR 5149 CNRS-UM



## Remerciements

Je tiens à remercier très chaleureusement Aurélie Chesnais. Merci pour votre patience et pour votre soutien. Merci d'avoir cru et de continuer à croire en moi. Merci de m'avoir fait découvrir le monde de la recherche. Merci pour ces rendez-vous mémoire remplis de discussions longues, riches et passionnantes. Merci pour votre présence et votre implication, jusqu'aux dernières heures de ce travail mais aussi dans la construction de mon projet professionnel. Je suis extrêmement chanceuse de vous avoir eu en cours, pour la première fois il y a trois ans. C'est grâce à vous que j'ai découvert la didactique des mathématiques et c'est grâce à vous que j'espère en faire mon métier.

Je remercie tout particulièrement Mme N et ses élèves pour m'avoir accueilli dans leur classe, de m'avoir accordé leur confiance. Ce fut une expérience extraordinairement riche autant du point de vue recherche que du point de vue humain. Merci Mme N pour toutes tes remarques et tes questions, merci pour ton implication à toi aussi dans mon mémoire et pour tes encouragements.

Merci à tous les membres du groupe Didactique de l'IREM de Montpellier, pour m'avoir accueillie et intégrée à votre groupe.

Je tiens également à remercier l'équipe pédagogique du Master DDS, pour vos cours passionnants, pour votre disponibilité et votre encadrement au long des trois années que j'ai passées dans ce master. Je remercie tout particulièrement Aurélie Zwang pour son accompagnement pendant mes années de M1 qui est allé plus loin que l'accompagnement pédagogique, merci aussi à Nicolas Saby et Céline Constantin qui m'ont encouragée, sans le savoir aux moments les plus difficiles.

Je remercie également mes camarades de promotion. Merci à la promo 2021-2022 de M1, merci pour cette première année qui a été difficile pour plusieurs d'entre nous (avec une pensée émue pour Anaïs), merci d'avoir maintenu le lien. Merci à la promo 2022-2023 de M1, vous m'avez intégrée malgré ma présence sporadique aux cours. Et un immense merci à la promo 2023-2024 de M2, merci de m'avoir écouté parler de cercle et de secondarisation de septembre à juin, merci d'être aussi chouettes les uns que les autres.

Enfin, merci à mes proches. Merci à ma maman de m'avoir soutenue dans les moments de panique et de m'avoir convaincue que je pouvais y arriver. Merci aussi pour la relecture de dernière minute. Merci à mon papa et mon frère, au reste de ma famille et à mes amies pour votre soutien et votre écoute.

## Sommaire

Résumé.....	1
Introduction.....	2
Partie 1 – Ancrage théorique.....	5
Enjeux dans l’enseignement et l’apprentissage de la géométrie.....	5
De la géométrie instrumentée à la géométrie déductive.....	5
La question du langage en géométrie par Duval.....	6
Ancrage principal : la théorie des champs conceptuels.....	6
La part langagière dans l’activité mathématique.....	7
Les apports de Vergnaud.....	7
L’analyse logique des concepts et du langage.....	8
Les pratiques langagières spécifiques aux mathématiques.....	10
Analyser les évolutions des pratiques langagières : la secondarisation des discours.....	11
Des travaux en didactique du français.....	12
La secondarisation dans les travaux en didactique des mathématiques.....	14
Secondarisation et théorie des champs conceptuels.....	14
Ce que nous retenons.....	16
Inégalités scolaires : transparence et langage.....	16
Problématique.....	17
Partie 2 – Expérimentation.....	21
Les notions de distance et de cercle en 6ème.....	21
A propos de la notion de distance en 6ème.....	21
A propos de la notion de cercle en 6ème.....	23
Recueil de données.....	25
Terrain d’étude.....	25
Description de l’expérimentation.....	27
Constitution du corpus.....	30
Analyse des productions.....	32
Classification des tâches.....	32
Construction des critères d’analyse.....	33
Résultats.....	45
Evolutions des productions pour une tâche donnée.....	46
Émergence et évolution des usages du lexique.....	53
Le cas particulier de l’élève As.....	56
Résultats ponctuels.....	57
La sensibilité des écrits au contexte.....	59
Productions des élèves au post-test 2024.....	59
Limites des analyses.....	63
Conclusion.....	65
Rappel des principaux résultats.....	65
Discussion des résultats.....	65
Limites et ouverture.....	66
Bibliographie.....	68
Annexes.....	71

## Résumé

Les différentes recherches sur les inégalités scolaires (en particulier au sein du réseau RESEIDA) permettent de mettre à jour des phénomènes de transparence de certains enjeux de savoirs et parmi eux, les enjeux autour des pratiques langagières. Certaines études des pratiques langagières et du rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques mobilisent la secondarisation des discours pour appréhender les évolutions des productions langagières des élèves, comme un indicateur des apprentissages en cours.

En nous plaçant dans la Théorie des Champs Conceptuels de Vergnaud, nous considérons les apprentissages en termes de conceptualisation des notions et en accordant donc un intérêt à la part langagière de ce processus. Nous supposons que l'étude de l'évolution des productions langagières en termes de secondarisation permet de renseigner sur le processus de conceptualisation en cours des notions.

Dans le prolongement des travaux menés au sein du groupe Didactique de l'IREM de Montpellier, ce travail présente le suivi des productions langagières verbales écrites de quatre élèves d'une des enseignantes de groupe, au long d'une séquence d'enseignement sur les notions de distance et de cercle avec une analyse de ces productions en termes de secondarisation. Nous retrouvons des évolutions similaires à celles identifiées sur des corpus de SVT par Jaubert & Rebière (2001) mais identifions également une grande sensibilité des productions au contexte des exercices. Ce travail ouvre des perspectives de recherches sur l'étude des productions langagières, sur l'articulation entre oral et écrit mais également sur les pratiques enseignantes, questionnant le rôle du langage comme objet et moyen d'apprentissage.

**Mots-clés** : secondarisation des discours, distance et cercle, rôle du langage, conceptualisation, éducation prioritaire.

## Introduction

La question du rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ressort dans de nombreuses recherches en didactique des mathématiques ces dernières années (Chesnais & Coulange, 2022). Tandis que certaines s'orientent sur les usages des signes et symboles avec l'étude de l'écriture symbolique, assez spécifique aux mathématiques, d'autres études questionnent le langage verbal<sup>1</sup>. Ces questionnements sont notamment reliés aux problématiques autour des inégalités scolaires, soulevés dans des domaines plus larges que la didactique (en sciences de l'éducation, en sociologie, ...), car les élèves sont particulièrement inégalement outillés selon leur milieu socio-culturel, du point de vue des compétences langagières, au niveau des formes linguistiques, comme au niveau des usages du langage (Chesnais et al., 2023, en appui sur Lahire, 1993 et Bautier, 2007).

La question du rôle du langage est également étudiée en articulation avec différentes théories didactiques, ce qui montre l'ampleur des questionnements possibles. En 2022, Chesnais et Coulange publient une synthèse des travaux autour du rôle du langage et présentent l'ensemble des articulations théoriques qui ont été faites ainsi que les ouvertures que propose la synthèse de ses travaux. La question du rôle du langage verbal dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est donc une question riche et d'actualité. Parmi les articulations théoriques, les auteures soulignent la mobilisation par de nombreux didacticiens des mathématiques d'un outil issu des sciences du langage : la « secondarisation des genres de discours ». Issu de la distinction entre genres premiers et genres seconds de discours en linguistique, sur la base des travaux de Bakhtine, la notion de secondarisation a été reprise par plusieurs chercheurs en articulation avec différentes théories et est identifiée par Chesnais et Coulange comme un outil théorique pertinent pour étudier les phénomènes langagiers dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Par ailleurs, la recherche en didactique des mathématiques identifie de nombreux enjeux spécifiques à l'apprentissage de la géométrie et en particulier à la transition entre

---

<sup>1</sup> Nous reprenons l'expression « langage verbal » de Chesnais et Coulange (2022) pour désigner « la part de l'activité langagière, orale ou écrite, qui s'appuie sur les usages d'une « langue naturelle » (Bronkard, 2007) » (p86). Certains chercheurs ne font pas de distinction entre la langue naturelle et ses usages et parlent donc de « langue naturelle » ou « langage naturel » en mathématiques. Dans notre travail, langage verbal renvoie à l'usage de la langue naturelle dans l'activité mathématique.

primaire et secondaire : changement de paradigme géométrique (de géométrie instrumentée à géométrie déductive), raisonnement sur les points (déconstruction dimensionnelle et changements de regard sur les figures), notations et enjeux langagiers liés à ces changements.

A l'IREM<sup>2</sup> de Montpellier, les enseignants et chercheurs formant le groupe Didactique interrogent les enjeux langagiers autour de l'enseignement et de l'apprentissage de la notion de distance au collège d'une part et de la substitution dans les écritures symboliques au lycée d'autre part, deux éléments dont la « transparence » dans les classes est identifiée comme contribuant à des difficultés voire des inégalités d'apprentissages. Le collectif présente dans la Revue de Mathématiques pour l'école (Rmé) les résultats d'une expérimentation au collège avec passation de pré-tests et de post-tests (Chesnais et al., 2023). Ils montrent comment, avec une prise en charge des enjeux langagiers par les enseignants du groupe durant des séquences d'enseignement sur la distance, les productions de leurs élèves (et en particulier ceux d'éducation prioritaire) témoignent de degrés de conceptualisation des notions de cercle et de distance plus élevés. Ces productions présentent aussi des énoncés plus riches syntaxiquement autour de ces notions par rapport aux élèves des classes témoins en éducation prioritaire et en milieu ordinaire.

Ayant constaté, dans les productions langagières des élèves des classes expérimentales, des évolutions entre pré-test et post-test qualifiables en termes de secondarisation, nous questionnons les évolutions qui pourraient être identifiées durant la séquence d'enseignement. Ainsi, nous proposons dans ce mémoire, dans la continuité des travaux de ce groupe et de travaux de recherche menés sur ces questions (Chesnais, 2018b, 2018a ; Chesnais et al., 2022, 2023), de suivre une séquence d'enseignement sur les notions de distance et cercle dans une classe d'une enseignante du groupe, ainsi qu'une analyse en termes de secondarisation des productions langagières de ces élèves.

A la suite du développement de notre cadrage théorique présentant quelques enjeux de l'enseignement en géométrie, notre ancrage en Théorie des Champs Conceptuels et les travaux sur la secondarisation des discours qui nous ont servis d'appui, nous présenterons notre méthodologie contenant la description de l'expérimentation et la construction des

---

<sup>2</sup> Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques rassemblent enseignants et chercheurs autour des problématiques d'enseignement et de formation en mathématiques.

critères d'analyses des productions langagières. Nous poursuivrons avec l'exposition des résultats de ces analyses. Enfin, nous discuterons les résultats de cette étude ainsi que les perspectives de recherche qu'elle permet d'envisager.

## Partie 1 – Ancrage théorique

### **Enjeux dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie**

#### *De la géométrie instrumentée à la géométrie déductive*

Un des enjeux dans l'apprentissage de la géométrie au long du cursus scolaire est le passage progressif de la géométrie instrumentée à la géométrie déductive. Ces dénominations font référence à la distinction des différents paradigmes géométriques de Houdement et Kuzniak (2006) : la « géométrie naturelle » (GI) est ancrée dans la réalité et le sensible, la validation des raisonnements se fait par action sur les objets tandis que la « géométrie axiomatique naturelle » (GII) fait appel à des lois hypothético-déductives tout en gardant les représentations graphiques comme appui pour le raisonnement. La différence entre dessin et figure introduite par Laborde (1994), fait partie de cette distinction de paradigmes dans le sens où, dans GI on raisonne sur les dessins de figures géométriques (avec notamment l'omniprésence de la mesure dans les tâches) alors que dans GII on raisonne sur les figures géométriques via les propriétés et les relations entre les objets, les dessins de ces figures ne servant que d'appui notamment pour conjecturer.

La distinction entre figure et dessin n'est pas un objet d'enseignement à proprement parler mais permet d'expliquer certaines difficultés des élèves lors de l'apprentissage de la géométrie, notamment lors de la bascule attendue entre raisonner sur le dessin (avec la mesure) et raisonner sur la figure (avec les propriétés des différents objets).

Mais pour travailler sur les figures et savoir quelles propriétés utiliser, il faut pouvoir identifier sur quels objets on va raisonner. Or un enjeu d'apprentissage lié à cette identification est la déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005), liée au changement de regard sur les figures (Duval & Godin, 2005). Ceci désigne une difficulté pour les non experts à identifier dans une figure les objets de dimension inférieure qui la composent et une difficulté à analyser les représentations graphiques des figures géométriques selon ce qui est attendu (Duval & Godin, 2005, p8 et suivantes). Il est ainsi difficile pour les apprenants de comprendre qu'un objet 1D est composé d'objets 0D : comprendre qu'une ligne est un ensemble de points est un obstacle à franchir avant de pouvoir raisonner sur les points. Duval (2005) avertit que « avec les points nous sortons de toute visualisation » (p20) car les points n'apparaissent visuellement dans un dessin que lorsqu'ils sont l'intersection de lignes (lignes sécantes ou sommets de figures) et, lorsque ce n'est pas le cas, nous avons

besoin d'un codage symbolique pour les désigner dans l'ensemble des points de la figure (par exemple pour les extrémités ou le milieu d'un segment seul).

### *La question du langage en géométrie par Duval*

Dans ses travaux sur l'enseignement de la géométrie, Raymond Duval explicite la place du langage dans la géométrie : « [la géométrie] sollicite le geste, le langage et le regard. Là, il faut construire, raisonner et voir, indissociablement. » (Duval, 2005, p6). Il indique qu'il s'agit aussi d'une source de difficultés pour l'apprentissage puisque la géométrie repose sur l'articulation entre visualisation de formes et langage, deux registres de représentation<sup>3</sup> qui sont « utilisés d'une manière souvent contraire à leur fonctionnement cognitif normal en dehors des mathématiques » (Duval, 2005). Duval amorce ainsi la question du rôle du langage dans l'activité mathématique et en particulier dans les apprentissages de la géométrie.

### **Ancrage principal : la théorie des champs conceptuels**

Pour étudier les apprentissages, nous nous plaçons dans la théorie fondatrice en didactique qui, d'après Chesnais et Coulange (2022), met le plus en avant la question du langage et son rôle dans les apprentissages : la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990). En effet, Vergnaud donne de l'importance à une part langagière dans les apprentissages via les signifiants (langagiers ou non) qui forment, avec les classes de situation et les invariants opératoires, ce que Vergnaud appelle concept (1990).

*« le langage et les symboles mathématiques jouent un rôle dans la conceptualisation et l'action. Sans les schèmes et les situations, ils seraient vides de sens. » (Vergnaud, 1990, p. 168)*

Ainsi, nous associons l'apprentissage d'une notion à la conceptualisation de cette notion et considérons de fait, à la fois un processus et un produit, avec une place importante donnée aux moyens langagiers autour de cette notion. Nous estimons ainsi qu'il est possible d'identifier des niveaux de conceptualisation comme produit des apprentissages qui seraient attendus pour un niveau scolaire donné. De manière plus concrète, nous comprenons un niveau de conceptualisation comme « L'apprentissage d'une connaissance à un niveau scolaire donné est référé à l'idée de niveau de conceptualisation (Robert, 2008a), défini par l'acquisition de la disponibilité sur un ensemble de tâches des dimensions outil et objet de

---

<sup>3</sup> En référence aux registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993)

la connaissance visée, et comprend son organisation avec les connaissances antérieures ainsi que la maîtrise des signifiants (langagiers et non langagiers) associés. » (Chesnais, 2019, à partir des travaux de Robert, 2008)

Par conséquent, un niveau de conceptualisation correspond à un ensemble d'attendus pour un niveau scolaire donné que nous distinguons du degré de conceptualisation qui est un niveau atteint par un sujet à un moment donné, marqueur d'une étape atteinte dans le processus d'apprentissage. Lorsque l'on s'intéresse aux productions des élèves, on évalue leur degré de conceptualisation.

Pour notre travail, nous nous intéressons à la part langagière dans la conceptualisation, et en particulier, nous portons notre attention sur les spécificités du langagier en mathématiques.

## **La part langagière dans l'activité mathématique**

### *Les apports de Vergnaud*

Avec sa définition de concept, Vergnaud donne une importance au langage mais pour autant il postule que « les mathématiques ne sont pas un langage, mais une connaissance » (1991) et donc qu'il ne faut pas réduire les mathématiques aux « formes langagières et symboliques » qui permettent de les représenter (*ibid*, p.80). Pour autant, il va s'intéresser aux pratiques langagières spécifiques des mathématiques puisqu'il questionne les « rapports qu'entretiennent signifiants et signifiés ».

« La complexité n'est pas que dans le faire, elle est aussi dans le dire. L'énonciation des objets et de leurs propriétés est essentielle dans le processus de conceptualisation (Vergnaud, 2002, p. 14). », dans Barrier et al. (2019)

A propos des enjeux langagiers dans la conceptualisation, Vergnaud (1991) décrit un processus durant lequel un objet devient objet de discours et donc objet de réflexion. Il nomme ce processus nominalisation et présente des exemples sur la symétrie (repris et décrits par Chesnais et Coulange, 2022) dans lesquels il montre comment un prédicat dans un énoncé devient argument dans un énoncé suivant et devient donc objet sur lequel il est possible de raisonner. Ces notions de prédicat et argument<sup>4</sup> réfèrent à la logique mathématique.

---

<sup>4</sup> En logique, un prédicat permet d'exprimer une propriété ou une relation, le ou les arguments sont les valeurs ou variables sur lesquelles sont appliqués les prédicats. Par exemple, dans « Paul est plus grand que Pierre », « Paul » et « Pierre » sont les arguments et « est plus grand que » est le prédicat.

*L'analyse logique des concepts et du langage*

L'analyse logique des concepts et du langage permet d'identifier des enjeux d'apprentissage liés à la nature même des objets mathématiques ou aux pratiques langagières associées. Ces enjeux, s'ils ne sont pas correctement pris en charge, peuvent générer des difficultés. Barrier et al. (2019) proposent une synthèse des travaux qui se sont appuyés sur ce type d'analyses pour « mettre en évidence la manière dont les analyses logiques peuvent contribuer aux analyses didactiques » (p62). Dans cet article, les auteurs présentent des travaux concernant l'analyse logique des concepts mathématiques, l'analyse logique des énoncés et l'analyse logique de la validation. Pour notre travail, nous ne nous intéressons qu'aux deux premières.

L'analyse logique des concepts mathématiques prend ancrage dans la Théorie des Champs Conceptuels de Vergnaud (1990) en s'appuyant sur la définition de concept, en reprenant le système des invariants opératoires (qui sont de trois types logiques : propositions, fonctions propositionnelles et arguments) et ce que Vergnaud appelle le langage des prédicats. Barrier et al. (2019) indiquent que l'analyse logique des concepts « permet de poser la question du nombre et de la nature des objets mathématiques qui sont mis en jeu dans la situation, aussi bien sur le plan matériel que verbal » (p62) et introduisent la question des pratiques discursives propres aux mathématiques. Ils précisent que les pratiques langagières en mathématiques sont remplies d'implicites. Ces implicites sont partagés entre experts et deviennent parfois naturalisés, c'est-à-dire qu'ils ne sont plus identifiables comme implicites et deviennent une évidence telle qu'on ne se pose plus la question d'une explicitation quand on y fait appel.

En questionnant le nombre et la nature des objets en jeu dans une situation donnée, il est possible d'identifier des difficultés d'apprentissage et de mieux saisir les invariants opératoires lorsqu'on s'intéresse à l'activité des élèves. Ainsi, Barrier et al. (2019) reprennent l'exemple de l'apprentissage de la géométrie, à la transition entre primaire et collège, avec les difficultés liées à la déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005) et donc à l'identification et la manipulation d'objets de dimensions (et donc de natures) différentes. Ils empruntent ensuite l'exemple de la symétrie axiale qui peut être décrite de différentes manières (relation ternaire ou binaire, propriété d'une figure, objet) et donc correspondre à différents systèmes d'invariants opératoires selon l'arrière-plan logique choisi (selon l'arité des relations en jeu et la nature des objets concernés).

Dans Barrier et al. (2014), les auteurs décrivent leurs analyses logiques regardant « l'arité des prédicats (nombre d'objets) et [...] la nature des objets » comme « élémentaires ». Ils précisent qu'il ne s'agit que d'une première étape qui leur permet d'identifier plusieurs arrière-plans logiques. Cela laisse sous-entendre que se limiter au nombre et à la nature des objets en jeu est déjà informatif et permet d'identifier certaines choses mais qu'il serait possible de creuser plus loin l'analyse logique des concepts.

A propos de l'analyse logique des énoncés, Barrier et al. (2019) présentent des exemples de variations de signification, ambiguïtés et implicites que l'analyse logique permet de révéler. Ils présentent la pratique langagière mathématique experte comme une manipulation et des allers-retours entre différents langages plus ou moins formalisés. Ainsi, l'analyse logique permettrait « d'anticiper de possibles malentendus entre enseignant·e·s et élèves » (p71).

A titre d'exemple, les auteurs présentent une identification de différents usages du mot « et » dans les énoncés mathématiques. Ils en distinguent trois : comme conjonction des propositions (i.e. rapprochant deux énoncés similaires, permettant une économie dans la manière de dire), comme formation d'un couple dont les éléments sont mis en relation et comme énumération des éléments d'un ensemble. De cette distinction ils déterminent que « Savoir à quel usage du mot « et » on a affaire nécessite des connaissances relatives aux autres termes de l'énoncé dans lequel il est employé. » (Barrier et al., 2019, p71) mais soulignent, grâce à un exemple issu de travaux belges<sup>5</sup>, que ce n'est pas toujours suffisant. Ceci vient renforcer la question « des malentendus possibles entre l'intention de l'énonciatrice et l'interprétation de celui ou celle qui reconstruit la signification de l'énoncé » (p72).

L'analyse logique des concepts et du langage permet ainsi de porter un nouveau regard sur les concepts en jeu dans une situation et sur les moyens langagiers qui y sont associés. En prenant ce recul, il serait ainsi possible d'identifier des enjeux d'apprentissage n'apparaissant pas comme évident et par conséquent d'anticiper ou de comprendre l'origine

---

<sup>5</sup> Exemple créé par une équipe du Centre de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques : “les multiples de 3 et 4 sont des multiples de 12” et “les multiples de 6 et 9 sont des multiples de 3” sont deux énoncés construits de la même manière mais qui n'ont pas le même sens et le choix de la bonne interprétation s'appuie sur une connaissance des nombres en jeu.

de certaines difficultés d'élèves dans le processus de conceptualisation, aussi bien au niveau des objets en jeu qu'au niveau des moyens langagiers.

*Les pratiques langagières spécifiques aux mathématiques*

Avec l'analyse logique nous avons commencé à aborder quelques spécificités des pratiques langagières expertes en mathématiques : les consensus et implicites dans la communauté des mathématiciens, les manipulations et conversions entre différents registres, les différents usages du mot « et ». En dehors de l'analyse logique, d'autres chercheurs identifient d'autres spécificités dans les pratiques langagières en mathématiques.

Coulange (2014) souligne une polysémie du lexique mathématique, en pointant que la différence entre le sens quotidien d'un mot et son sens mathématique est source de malentendus et donc de difficultés dans l'enseignement des mathématiques. Elle présente l'exemple d'une enseignante qui tente de construire le sens mathématique des mots « sommet » et « diagonale », qui se trouve face à des discours d'élèves ancrés dans une signification quotidienne de ces mots avec des discours très éloignés de ce qu'elle recherche. L'enseignante peine à construire le sens recherché et ses stratégies s'avèrent parfois contreproductives, comme lorsqu'elle propose de regarder la définition du dictionnaire. Dans un autre exemple, Coulange (2014) relève une particularité de certains termes comme « sommet » ou « milieu »<sup>6</sup> qui désignent les relations fonctionnelles entre des objets de dimension différentes, ici entre un point (de dimension 0) et le carré (dimension 2) ou le segment (dimension 1) auquel ils appartiennent. L'emploi de ces termes sans explicitation des objets en jeu pourrait contribuer à masquer la nature de l'objet désigné par « sommet » ou « milieu », c'est-à-dire qu'il s'agit de points. Or cela rejoint la difficulté liée à la déconstruction dimensionnelle des figures (Duval, 2005). Il y a simultanément une difficulté pour identifier ces objets de dimension 0 et des moyens langagiers qui ne permettent pas d'explicitier directement la nature de ces objets.

Au-delà du lexique, Auger et Chesnais (2022), en appui sur différents travaux antérieurs dont ceux de Colette Laborde, signalent la particularité des énoncés mathématiques par rapport aux énoncés du français courant : plus de substantifs et d'adjectifs, une plus faible variété de verbes (principalement être et avoir). Les énoncés mathématiques, bien qu'utilisant des mots français, sont bien différents des énoncés du

---

<sup>6</sup> Coulange précise que c'est aussi le cas de « extrémité » et « centre » et d'autres.

français courant. Ceci vient renforcer les difficultés des apprenants à s'approprier les codes particuliers aux mathématiques. Auger et Chesnais (2022) se sont intéressées en particulier à la préposition « de », le mot le plus fréquent dans les énoncés mathématiques (en appui sur les travaux de Laborde, 1994) et en identifient quatre usages différents dans des locutions mathématiques :

1. Idée de point de départ : « distance de ... à ... »
2. Idée d'« appartenance »<sup>7</sup> : « le centre de ce cercle »
3. Expression concise d'une propriété de l'objet : « le cercle de centre O »
4. Idée d'« appartenance » mais avec une dimension générique : « équation de droite »

Ces différents usages sont d'autant plus explicites lorsque ces énoncés sont traduits dans d'autres langues pour lesquelles il ne s'agit pas du même mot (par exemple en anglais ou « de » devient respectivement « from », « of » et « with » dans les 3 premiers usages). Mais là où l'expert saura faire la distinction entre ces usages « évidemment naturalisés » (Auger et Chesnais, 2022), il est fort possible que l'apprenant puisse se retrouver en difficulté.

### **Analyser les évolutions des pratiques langagières : la secondarisation des discours**

Les éléments que nous venons de présenter concernent les pratiques langagières expertes en mathématiques et même si certains permettent de penser de potentielles difficultés d'enseignement et d'apprentissage, il ne s'agit pas encore de regarder les pratiques langagières des apprenants.

Malgré la place que Vergnaud donne au langage dans son appréciation des apprentissages, la question de la part langagière dans le processus de conceptualisation n'a globalement pas été saisie par la communauté didactique<sup>8</sup> aussi rapidement que le reste de sa théorie.

*« Mis à part ce qui semble donc être resté longtemps à l'état de projet dans les travaux de Vergnaud, cette question du langage verbal est ainsi plutôt restée « muette » ou implicite dans*

---

<sup>7</sup> Nous choisissons de rajouter des guillemets sur ce « appartenance » car, en considérant le sens mathématique donné à « appartient », le centre n'appartient pas au cercle.

<sup>8</sup> Même s'il faut noter les travaux de Laborde et Duval qui abordent la question du langage mais en des termes différents.

*les développements des premières théorisations développées dans le cadre de la didactique des mathématiques de tradition française. » (Chesnais et Coulange, 2022)*

La question du langage verbal dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques a réellement pris place dans les travaux en didactique des mathématiques au début des années 2010, avec notamment la création de groupes de didacticiens (comme le groupe LEMME<sup>9</sup>) et de productions collectives (thème de la 16<sup>e</sup> école d'été de recherche en didactique<sup>10</sup> en 2013, le numéro 54 de la revue Spirale<sup>11</sup> en 2014).

Parmi ces recherches en didactique des mathématiques sur le langage apparaît un nouvel<sup>12</sup> outil théorique provenant de travaux en didactique du français : la secondarisation des genres de discours.

### *Des travaux en didactique du français*

En reprenant la distinction entre genre premier et genre second de discours introduite par Bakhtine (1984), les chercheurs français Jaubert, Rebière et Bernié (2012, à partir de Jaubert et Rebière, 2001 et Jaubert, Rebière et Bernié, 2003) proposent d'envisager les évolutions des productions langagières comme un processus de passage d'un genre à l'autre : la secondarisation des genres de discours.

*« Les genres premiers des discours, peu élaborés, permettent de gérer, dans l'immédiateté de l'échange, les interactions de la vie quotidienne et ils sont étroitement liés à l'action. Les genres seconds du discours sont en revanche plus complexes. Ils recouvrent des pratiques langagières souvent écrites, mais pas uniquement, qui permettent de gérer des échanges culturels qui supposent la mise à distance de l'action et sa réorganisation, sur le plan langagier, selon des formes reconnues.*

*Cette distinction, si elle permet de rendre compte de la nature des discours en revanche est peu pertinente en milieu scolaire, pour rendre compte des apprentissages et de la transformation des concepts. En effet, c'est le processus de transformation progressive de la connaissance et du langage déjà-là qui nous importe, leur mise en travail liée au changement de contexte et de position énonciative. En effet, la question n'est pas de savoir si l'élève produit un genre premier ou second mais si dans les ébauches d'appropriation des outils culturels et sémiotiques, un nouveau comportement cognitif et langagier s'élabore, avec recours à des formes sémiotiques*

---

<sup>9</sup> Groupe Langage dans l'Enseignement et l'apprentissage des MathématiquEs, créé en 2013 (d'après Chesnais & Coulange, 2022, p95)

<sup>10</sup> Thème intitulé « Le langage dans les théories et recherches en didactique des mathématiques »

<sup>11</sup> Numéro intitulé « Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques »

<sup>12</sup> Nouveau pour les recherches en didactique des mathématiques mais déjà développé dans d'autres disciplines.

*plus conventionnelles et peu à peu stabilisées, propres au champ disciplinaire et aux principes qui régissent sa fonction énonciative. » (Jaubert et al., 2012)*

Le processus de secondarisation est donc la transformation progressive de discours premiers, ancrés dans une perception quotidienne des objets, vers des discours seconds, ceux-ci référés à des cultures précises et à des pratiques langagières spécifiques. En considérant cette évolution, il devient possible d'analyser les déplacements cognitifs et énonciatifs des élèves au cours des apprentissages.

En 2001, Jaubert et Rebière proposent l'analyse d'un corpus de productions langagières au cours d'une séquence d'enseignement de SVT pour étudier « des situations langagières susceptibles de favoriser les apprentissages conceptuels ». L'étude de quatre productions successives d'une même élève leur permet d'identifier des évolutions qu'elles déclinent en cinq points :

1. **Accroissement des informations pertinentes** : l'élève introduit les explications nécessaires à la compréhension du texte pour un destinataire extérieur ;
2. **Compréhension et mise à distance de l'activité au fil de la complexification du texte** : apparition d'une organisation du texte (introduction, explication et conclusion avec « alors... ») et explicitation de la problématique soulevée ;
3. **Positionnement dans la communauté scientifique** : d'un positionnement dans le monde quotidien vers un positionnement dans « l'instance énonciative des sciences à l'école » par l'évolution du lexique et une position d'énonciateur ;
4. **Réorganisation logico-causale** : d'une organisation « atomisée », à statique (juxtaposition avec liens sémantiques), puis chronologique (marquée par « puis » et « ensuite ») et enfin logico-causale ;
5. **Densité informative et mutations syntaxiques** : structures des phrases plus complexes, reformulations pour préciser les informations, mises en réseaux conceptuels et sémantiques ;

Ces évolutions semblent être indicatrices du processus de secondarisation des discours qui accompagne le processus de conceptualisation.

Les travaux de Jaubert, Rebière et Bernié, en appui sur des corpus dans différentes disciplines, y compris en mathématiques, permet d'envisager l'utilisation de la secondarisation des discours pour analyser les productions des apprenants indépendamment de la discipline scolaire considérée.

*La secundarisation dans les travaux en didactique des mathématiques*

La notion de secundarisation des discours est reprise en didactique des mathématiques en premier par Gobert (2013, 2014) puis par Coulange (2014) qui l'articulent avec leur ancrage en théorie des situations didactiques (en discutant le rôle du langage verbal dans les processus de dévolution et d'institutionnalisation). Chesnais (2018, 2021) la reprend aussi mais cette fois-ci avec un ancrage en théories de l'activité en didactique des mathématiques.

La secundarisation des discours devient un outil pertinent pour l'analyse de l'évolution des productions langagières en mathématiques car elle permet « d'identifier les processus de construction de pratiques spécifiques de la communauté discursive mathématique scolaire, incluant en horizon les pratiques de la communauté discursive mathématique de référence tout en accordant un rôle aux discours intermédiaires, parce qu'elle s'intéresse aux déplacements et dénivellations au cours du processus. » (Chesnais & Coulange, 2022, p108)

De plus, la secundarisation permet de considérer à la fois l'écart entre les productions des élèves et les formes expertes (ou du moins attendues pour un niveau donné) et aussi leurs transformations progressives vers des formes « plus mathématiques » en permettant « l'identification de pratiques intermédiaires et la manière dont elles se construisent comme pratiques langagières mathématiques dans la classe. » (Chesnais & Coulange, 2022)

*Secundarisation et théorie des champs conceptuels*

A l'instar de Chesnais (2018b), nous articulons secundarisation des discours et théorie des champs conceptuels en y rapprochant les notions de concepts quotidiens et concepts scientifiques. La distinction entre concepts quotidiens et concepts scientifiques est issue des travaux de Vygotski et a été reprise pour penser l'apprentissage dans le cadre de la didactique des mathématiques.

« [...] les premiers, appelés aussi « concepts spontanés » ([Rogalski, 2008], p. 438) sont les « concepts issus de l'interaction de l'enfant avec le monde des objets sans qu'il y ait eu d'intervention didactique », tandis que les seconds sont « issus de la production scientifique collective antérieure et [...] deviennent par la suite ailleurs des objets d'enseignement ». » (Chesnais, 2019, p8)

La distinction entre concepts quotidiens et concepts scientifiques s'accompagne de la notion de « double germination » pensée par Vygotski et reprise par Rogalski.

*« La germination des concepts scientifiques se fait du « haut » vers le « bas » [...] les concepts quotidiens frayent la voie à la germination des concepts scientifiques par les significations qu'ils assurent, et les concepts scientifiques préparent la voie par leur organisation et les médiations qu'ils proposent et « tirent » vers le haut les concepts quotidiens dans leur germination. [...] L'acquisition opérationnelle a lieu quand les deux types de concepts se sont rencontrés et que deux processus se sont engagés. Le premier processus est celui d'une réorganisation des concepts quotidiens, réorganisation qui va dans le sens d'un mode d'existence davantage organisé en système. Le second est un processus de prise de signification des concepts scientifiques pour devenir des concepts pour l'action. (Rogalski, 2003, p. 253). » (Chesnais, 2019, p57)*

En considérant que des concepts déjà présents peuvent être assimilés à des concepts quotidiens, des concepts nouveaux à des concepts scientifiques, et en rapprochant l'ancrage des seconds sur les premiers à la double germination, ces notions peuvent enrichir la manière de concevoir le processus de conceptualisation :

*« le rapport entre concepts quotidiens et scientifiques – pointé précédemment dans la citation de Rogalski – éclaire aussi la question de l'ancrage des connaissances nouvelles sur des connaissances anciennes. En effet, lorsque ces dernières sont suffisamment 'naturalisées', elles jouent un rôle similaire aux concepts quotidiens, c'est-à-dire à la fois de levier pour aider à la « prise de signification » des nouvelles connaissances, et d'obstacle. » (Chesnais, 2019, p66)*

Et si ces considérations éclairent l'appréhension des apprentissages en termes de conceptualisation, il est également possible de faire un parallèle avec l'évolution des discours (puisque c'est une part du processus de conceptualisation). C'est ce que propose Gobert (2014) en pensant la secondarisation des discours comme une succession de cycles : « un énoncé premier vers un énoncé second qui devient premier puis second pour être premier d'un second devenant à son tour premier ... » (p. 67).

En résumé, la notion de « double germination » liée à la distinction entre concepts quotidiens et concepts scientifiques permet de compléter la description du processus de conceptualisation mais aussi celui de secondarisation des discours, et fait office de lien. Ainsi, tout comme on considère un phénomène de double germination dans le processus de conceptualisation, entre concepts quotidiens et concepts scientifiques, nous considérons un

phénomène similaire entre énoncés premiers et énoncés seconds dans le processus de secondarisation. Ce phénomène rejoint d'ailleurs la notion « d'hybridation des discours » de Bakhtine (1984), selon laquelle tout discours est composé de fragments d'autres discours antérieurs (des « voix »), provenant du sujet lui-même ou de l'environnement extérieur (dans le cas d'une situation de classe, des discours de l'enseignants ou des camarades de classe).

### *Ce que nous retenons*

Pour ce travail, nous retenons pour la secondarisation des discours qu'il s'agit d'un outil théorique permettant d'étudier les évolutions des productions langagières des élèves. Nous retenons que le processus de secondarisation se caractérise par des enrichissements lexicaux mais aussi syntaxiques et au niveau du sens, qu'il ne faut donc pas se limiter à l'apparence de nouveaux mots dans les productions mais bien tenter de repérer d'autres évolutions dans la construction grammaticale des phrases et dans le sens que semblent ou tentent de mettre les élèves dans leurs énoncés.

Nous considérons, à l'instar de Chesnais et al (2023) que la pertinence de l'étude de l'évolution des discours vient de la place du langage dans la conceptualisation des objets : « *L'hypothèse essentielle est que l'évolution des discours fait partie intégrante du processus d'apprentissage : l'enrichissement des moyens langagiers accompagne (au sens où cela se fait de façon dialectique) l'évolution des capacités à résoudre des tâches impliquant la notion visée (i. e. l'enrichissement des classes de situation et des invariants opératoires, en suivant l'idée de l'apprentissage comme « conceptualisation » au sens de Vergnaud, 1990) » (p57).*

## **Inégalités scolaires : transparence et langage**

Dans la communauté scientifique, au-delà des didactiques des disciplines (sociologie, psychologie, sciences de l'éducation), des chercheurs se posent la question de la construction d'inégalités scolaires. Ainsi des collectifs de chercheurs comme le réseau RESEIDA<sup>13</sup> tentent d'identifier les facteurs déclencheurs ou favorisant la construction d'inégalités scolaires.

Ces recherches ont permis de révéler « certain nombre de phénomènes susceptibles de contribuer à la construction d'inégalités d'apprentissage, car responsables du fait que les

---

<sup>13</sup> REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages

élèves « fréquentent des univers de travail et de savoirs différenciés, et inégalement productifs en termes d'activité intellectuelle et d'apprentissages potentiels » ([Rochex & Crinon, 2011] p. 178). » (Chesnais, 2018b). Ces phénomènes se produisent « largement à l'insu des acteurs, et en particulier des enseignant·e·s » (Chesnais et al., 2023) ce qui amène certains chercheurs à relier ces phénomènes au caractère transparent<sup>14</sup> (Margolinas et Laparra, 2011) de certains savoirs.

Margolinas et Laparra (2011) qualifient de transparent des savoirs qui sont peu ou pas identifiés dans l'institution scolaire ou bien des savoirs qui ne sont pas identifiés par les enseignants comme étant des enjeux d'apprentissages en tant que tels, à prendre en charge explicitement et pouvant être source d'erreurs des élèves. Nous rejoignons ici Chesnais (2018b) qui différencie la transparence d'éléments de savoirs et la transparence de l'identification des objets de savoirs en jeu. Nous faisons également la différence entre la transparence de savoirs et la transparence d'enjeux. Ainsi nous tendons à qualifier d'enjeu transparent le rôle du langage, dans le sens où les spécificités des pratiques langagières en mathématiques ne sont pas forcément « visibles » pour les enseignants, sans pouvoir être qualifiées de savoirs.

Par ailleurs, certains chercheurs étudient le rôle du langage dans la différenciation des apprentissages, notamment au regard des inégalités sociales : « Cela joue alors un rôle particulièrement différenciateur dans les apprentissages puisque, précisément, les élèves sont inégalement outillés de ce point de vue selon leur milieu socioculturel (Lahire, 1993, Bautier, 2007) » (Chesnais et al., 2023).

Dans ces recherches autour des inégalités scolaires, nous retenons donc la question du rôle du langage dans les phénomènes de différenciation des apprentissages ainsi que le caractère transparent de ces phénomènes et de certains enjeux et savoirs.

## **Problématique**

La question du langage en mathématique et son rôle dans les apprentissages est investiguée sous divers point de vue dans les travaux en didactique des mathématiques. De premiers résultats révélés grâce à l'analyse logique des concepts et du langage, complétée par l'étude des pratiques langagières spécifiques aux mathématiques permettent d'envisager

---

<sup>14</sup> D'autres recherches mentionnent des phénomènes d'incidence ou d'invisibilité : « des phénomènes qualifiés d'incidence (Coulange 2011), de transparence (Margolinas & Laparra 2011) ou encore d'invisibilité (Bautier et al. 2011) des savoirs ou des enjeux des savoirs enseignés à l'école ... » (Coulange, 2014, p9)

de potentielles difficultés dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Du côté des pratiques langagières durant l'apprentissage, la secondarisation des discours semble être un outil pertinent pour analyser les évolutions des discours au cours du processus d'enseignement apprentissage au vu des pratiques expertes mais aussi par comparaison aux productions antérieures du sujet.

Les travaux de Jaubert et Rebière (2001) nous semblent particulièrement intéressants dans le suivi des productions langagières d'élèves au cours d'une séquence d'enseignement et dans les évolutions observées sur un corpus en sciences expérimentales. Nous proposons alors de construire une méthodologie similaire pour analyser des productions au long d'une séquence de mathématiques.

Il faudrait toutefois adapter leur méthodologie aux objets en jeu et donc élaborer des indicateurs spécifiques aux mathématiques et à l'enseignement des mathématiques. Il apparaît également que les analyses en termes de secondarisation s'avèrent assez complexes. Chesnais et al. (2023) présentent quelques critères (emploi du mot "distance" et prise en charge des relations par différents moyens syntaxiques) qu'ils relient explicitement au processus de secondarisation mais précisent bien les difficultés qu'ils ont rencontré dans leur tentative d'analyser les moyens langagiers utilisés par les élèves (idid., p62). Il semblerait qu'il reste encore à identifier quels indicateurs sont pertinents et utiles pour l'analyse de productions langagières en mathématiques et en fonction des questions à l'étude.

Cela rejoint ce que dit Chesnais (2018b) en appui sur une citation de Gobert<sup>15</sup> : il existe beaucoup d'indicateurs provenant de la linguistique qui ne se limitent pas qu'au lexique, et parmi cette multitude, il faut choisir ceux qui nous permettront de qualifier les évolutions que nous cherchons, tout en n'oubliant pas qu'« ils ne doivent pas être utilisés dans le seul but de mesurer les écarts à la norme des pratiques langagières mathématiques en termes de lexique et de syntaxe des énoncés. » (Chesnais, 2018b, p116). Et ce choix dépend des objets en jeu et des pratiques langagières associées.

*Si tous ces potentiels indicateurs semblent pertinents pour identifier des processus de secondarisation, la centration sur les effets en termes de conceptualisation qui m'intéresse particulièrement suppose de hiérarchiser cette liste en fonction des « pratiques spécifiques du*

---

<sup>15</sup> « Gobert pointe alors que « la palette méthodologique s'outille de toutes les ressources disponibles d'étude de la langue [...] » (p. 67). » (Chesnais, 2018b, p116)

*champ* » (Gobert, *ibid.*, p. 75), c'est-à-dire en fonction de préoccupations liées à l'épistémologie des mathématiques » Chesnais (2018b, p116 et p117)

Les analyses présentées par Chesnais et al. (2023) portent sur des productions lors d'un test après la séquence d'enseignement, donc des productions à un instant précis et en comparant les élèves entre eux. Or, il apparaît qu'un des atouts de la secondarisation des discours est la possibilité de prendre en compte les discours intermédiaires et les évolutions entre ces discours intermédiaires. Il nous semble alors tout à fait intéressant de tenter de sélectionner les indicateurs qui permettraient d'analyser ces productions intermédiaires.

Dans le prolongement des travaux du groupe Didactique de l'IREM de Montpellier, nous nous intéressons aux notions de distance et cercle pour lesquelles se posent déjà des questions autour du langagier (Chesnais et al., 2022, sur l'articulation entre distance et longueur, Auger et Chesnais, 2022, sur la préposition « de » et sur les prises en charge langagière des relations). Les travaux de ce groupe ont déjà soulevé les enjeux de la notion de distance et sa complexité mathématique (Cerclé et al., 2020, 2021) à la suite des travaux de Chevallard et Joshua :

*« Chevallard et Joshua (1982) [ont choisi la notion de distance] pour exemplifier le processus de transposition didactique et pointent notamment des difficultés dans le processus, liées au fait que la notion renvoie à la fois à une acception quotidienne, à une notion « intuitive » liée à la distance « physique » dans la géométrie d'Euclide, et à une notion issue du développement de l'analyse et des travaux sur les espaces à n dimensions en mathématiques ; le rapport entre ces trois aspects est différent suivant les versions des programmes et a notamment été largement bouleversé par la réforme dite « des mathématiques modernes ». » (Chesnais et al., 2023, p57)*

Toujours dans le prolongement des travaux de ce groupe, nous considérons aussi leur travail autour des inégalités scolaires et nous nous intéressons donc en partie à l'enseignement en éducation prioritaire où les enjeux autour du rôle du langage et des savoirs transparents sont particulièrement vifs (Chesnais et al., 2023).

Nous situons ainsi notre terrain d'étude en éducation prioritaire et en particulier chez une membre de ce collectif. En effet, les enseignants de ce collectif ont développé leurs pratiques grâce à leur travail dans ce groupe et sont plus sensibles aux enjeux didactiques autour de la notion de distance et autour des enjeux langagiers. Une de ces enseignants, dans la continuité d'un travail fait sur les échanges oraux (étudié dans un TD<sup>16</sup> de l'école

---

<sup>16</sup> TD 1 et 2 « Secondarisation des pratiques lors de l'articulation de registres de représentations sémiotiques verbaux et non verbaux. » du thème 3 « Importance de l'analyse sémiotique dans les recherches en didactique des mathématiques », par Bulf, Chesnais, Hache, Mithalal et Moulin

d'été de didactique d'octobre 2023), met en place un enseignement qui accorde une place importante aux productions langagières en particulier écrites, et à la notion de distance. C'est avec cette enseignante que nous avons choisi de mener notre expérimentation, mais nous y reviendrons plus en détail.

Nous interrogeons alors ce que l'étude des productions successives des élèves au cours d'une séquence d'enseignement sur la distance et le cercle peut nous indiquer sur les processus de secondarisation des discours et de conceptualisation. Plus précisément, nous posons les questions suivantes :

- A l'introduction de la notion de distance en 6ème, quels sont les moyens langagiers que les élèves emploient ? Comment leurs productions langagières peuvent-elles nous informer sur leur degré de conceptualisation de cette notion ?
- Quels sont les moyens langagiers employés par les élèves pour parler de cercle avant la séquence ? Comment évoluent-ils ?
- Quelles sont les évolutions, en termes de secondarisation, des productions langagières des élèves au cours de la séquence d'enseignement ? Est-il possible d'identifier des productions intermédiaires et des régularités entre les élèves ?
- Que pouvons-nous identifier comme indicateurs du processus d'évolution des productions langagières au cours de l'apprentissage d'une notion donnée ?
- Comment l'évolution des moyens langagiers employés par un élève peut-elle nous renseigner sur son degré de conceptualisation des objets en jeu (ici distance et cercle) ?

L'étude de l'intégralité de ces questions nous semble assez ambitieuse au vu du caractère exploratoire de ce travail. Si nous n'apportons pas de réponses complètes à toutes ces questions, ce sont celles qui ont guidé notre travail. Nous reviendrons sur les limites de ce travail dans la discussion.

Nous proposons donc une étude, à l'aide de la secondarisation des discours, de l'évolution des productions langagières au cours d'une séquence d'enseignement portant sur les notions de distance et cercle. En nous appuyant sur les travaux en didactique du français et en didactique des mathématiques, nous tentons de construire une analyse des productions langagières en adaptant l'étude de la secondarisation des discours aux notions choisies.

## Partie 2 – Expérimentation

Avant de faire la présentation de notre expérimentation, il nous semble important de mettre en avant quelques éléments d'analyse *a priori* autour des notions de distance et de cercle.

### **Les notions de distance et de cercle en 6ème**

Comme nous avons pu le mentionner plus tôt, nous choisissons de regarder les notions de distance et de cercle au regard de certaines particularités identifiées par la recherche mais aussi pour pouvoir nous appuyer sur les travaux du groupe IREM qui ont identifié la transparence de la notion de distance et les enjeux langagiers autour de ces notions. Nous reprenons également leurs travaux sur des productions langagières des élèves et leurs analyses en termes de secondarisation (Chesnais et al., 2023).

En particulier, nous nous appuyons sur quelques spécificités de la notion de distance présentés dans Chesnais et al. (2023) en appui sur Cerclé et al. (2020 ; 2021) ainsi que sur les enjeux langagiers autour de longueur et distance identifiés dans Chesnais et al. (2022). Plus, particulièrement nous soulevons quelques points qui éclaireront les enjeux d'apprentissages liés à ces notions ainsi que nos analyses.

#### *A propos de la notion de distance en 6ème*

Nous commençons par présenter des éléments d'analyse logique du concept de distance et du langage associé, en reprenant ce qu'ont développé Chesnais et al. (2023).

*« La complexité de la notion de distance, au début du collège, tient en partie au fait qu'il s'agit d'une relation, du point de vue de la logique d'une part, d'autre part au fait qu'elle porte sur des points, c'est-à-dire des objets de dimension 0. »* (Chesnais et al., 2023, p58)

Du point de vue de la logique, en 6ème, la distance est une relation entre deux objets, dans un premier temps, une relation entre des points. Il s'agit donc d'une relation entre des objets de dimension 0 or l'identification et la manipulation des objets de dimension 0 fait partie des enjeux en géométrie à l'entrée au collège, en lien avec le changement de regard sur les figures et la déconstruction dimensionnelle identifiés par Duval.

*« La définition de la distance entre deux points comme « longueur du segment joignant ces deux points » suppose ainsi d'articuler une relation entre objets de dimension 0 et une propriété d'un objet de dimension 1. »*

D'autres enjeux autour de la notion de distance sont la distinction et articulation entre longueur et distance qui ne se limite pas à une question de vocabulaire et qui tient plutôt de la différence des objets mathématiques en jeu (des points pour la distance, un segment pour la longueur). Faire la distinction entre longueur et distance nécessite de prendre en charge la relation entre les objets segments et points et donc, toujours en lien avec la déconstruction dimensionnelle, de réaliser que le segment relie les points ou que les extrémités du segment sont des points. L'articulation quant à elle se joue sur la définition de la distance en fonction de la longueur, la distance étant un type de longueur : « la distance entre deux points est la longueur du segment qui relie ces deux points ».

Dans un second temps, il est prévu en 6ème d'aborder la distance entre un point et une droite.

Dans ce cas, il est question d'une relation entre un objet de dimension 0 et un objet de dimension 1. Cette distance point-droite, abordée comme une extension de la notion de distance entre points, demande de repérer dans une droite les points qui la composent et d'identifier le point de cette droite qui est le plus proche du point hors de la droite pour définir cette distance point-droite. Encore une fois les enjeux autour des points sont importants, en lien avec la déconstruction dimensionnelle.

Regardons maintenant les pratiques langagières associées à cette notion de distance.

*« Par ailleurs, les formulations associées vont nécessiter – précisément du fait qu'il s'agit d'une relation – des constructions syntaxiques relativement complexes : on parle de « distance du point A au point B », « distance d'un point A à une droite d », ou encore « distance entre les points A et B ». » (Chesnais et al., 2023, p58)*

Les élèves sont habitués à mobiliser la longueur, qui est une propriété d'un objet, le segment. Or les constructions syntaxiques sont très différentes entre l'expression d'une propriété d'un objet et celle d'une relation entre des objets. Nous ajoutons une remarque sur les verbes employés. Lorsqu'il est question d'une propriété, nous pouvons observer l'emploi du verbe « avoir » comme dans « Le segment [AB] a une longueur de 4cm » tandis que, pour une relation, c'est le verbe « être » ou des verbes d'état qui peuvent apparaître comme dans « A est à (une distance de) 4cm de B ».

Dans les trois exemples de formulations présentés par Chesnais et al. (2023) (dans la citation précédente), nous pouvons remarquer la présence des mots « de » ou « et » qui, comme nous l'avons mentionné plus haut, ont plusieurs usages en mathématiques.

« (...) dans les activités mathématiques dès l'école primaire [(Chevallard et Joshua, 1982)], on va rapidement s'intéresser à des égalités de distances, ce qui, du point de vue logique, suppose de s'intéresser à des relations entre des relations, ou, pour le dire autrement, à des relations à 4 places, qui sont particulièrement complexes (Vergnaud, 1990) et qui nécessitent, pour être manipulés, des moyens langagiers très élaborés. » (Chesnais et al., 2023, p58)

Les tâches données aux élèves vont tendre à proposer des comparaisons de distances. Dès lors, il est question d'au moins quatre objets, le plus souvent des points<sup>17</sup> et de trois relations : deux relations de distance et une relation de comparaison. Les prises en charges langagières sont donc encore plus complexes.

Dans les pratiques langagières expertes, cette complexité est évacuée par l'utilisation des notations : « Comme le font remarquer Chevallard et Joshua (1986), ces difficultés sont écartées par les mathématiciens, dans le cas de la distance entre deux points, grâce à l'usage de la notation AB... ». Or les notations font aussi partie des enjeux en 6ème, et ici la notation de la distance est la même que la notation de la longueur, ce qui n'aide pas à faire la distinction entre les deux notions.

#### *A propos de la notion de cercle en 6ème*

Notre intérêt pour la notion de cercle vient dans la mobilisation de la notion de distance pour définir le cercle, et ce dès la fin du primaire :

« [la notion de distance] apparaît déjà dans les « attendus de fin d'année » des classes inférieures, notamment dans la définition du « cercle (comme ensemble des points à distance donnée d'un point donné) » (attendus de fin de CM1, avant-dernier niveau du primaire). »

Cette définition du cercle est pourtant complexe pour des élèves de fin de primaire et de début de collège. Elle suppose de passer d'une perception du cercle comme ligne à un ensemble de points (en lien avec la déconstruction dimensionnelle), points qui se caractérisent par une relation, la distance au centre, centre qui est lui aussi un point. Nous avons mentionné la complexité de la notion de distance, du fait que ce soit une relation, dans un premier temps entre deux objets. Dans la définition du cercle, il y a une infinité d'objets puisque ce sont tous les points qui sont à la même distance d'un autre point. Il y a une infinité d'objets et une infinité de relations d'égalité. La définition du cercle, sous une forme experte est donc très complexe au niveau de la conceptualisation mais aussi au niveau

---

<sup>17</sup> Il peut n'y avoir que trois points si un des points est commun, par exemple dans une comparaison des distances AB et AC.

langagier : « Le cercle est l'ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné » est un énoncé syntaxiquement assez complexe.

Chesnais et al. (2023) présentent un exercice (voir Annexe 7) tiré des évaluations nationales à l'entrée en 6ème (en 1999, 2000 et 2004) qui demande d'identifier, dans un nuage de points, le centre d'un cercle auquel appartiennent quatre points désignés, le tout en utilisant la règle graduée. La résolution de cet exercice s'appuie donc sur le fait que ces quatre points doivent être à égale distance de ce centre<sup>18</sup>. Dans les faits, « les statistiques présentées par le ministère à l'époque montrent que les élèves échouaient massivement à cet exercice, alors même que, comme dans les programmes actuels, cette définition était supposée travaillée en fin d'école élémentaire : par exemple, en 2004, si plus des trois quarts des élèves identifiaient le bon point, seuls 35 % utilisaient la procédure attendue et plus d'un quart des élèves utilisaient le compas. » (Chesnais et al., 2023).

Autour du cercle, une difficulté se présente lors de la caractérisation et la désignation du cercle.

*« (...) caractériser un cercle (ce qui, du point de vue mathématique, signifie le désigner sans équivoque) suppose de préciser l'un des ensembles d'éléments suivants : son centre et la longueur de son rayon / son centre et un segment qui en est un rayon/ son centre et un point lui appartenant / un segment qui en est un diamètre / son centre et la longueur de son diamètre, ou encore trois points. Plusieurs travaux ont par ailleurs montré la complexité de ce concept et des formulations associées (Bulf et Celi 2016, Beaugrand et alii 2021, Mathé et alii à paraître). ».* (Auger & Chesnais, 2022, p10)

La caractérisation du cercle peut passer (entre autres) par le centre du cercle et son rayon. Or, le mot « rayon » désigne à la fois un segment qui relie le centre du cercle à un point du cercle et la longueur d'un tel segment ou la distance entre le centre du cercle et un point du cercle (voire la mesure de ces grandeurs). Si à l'oral, il n'y a pas forcément de distinction, lors du passage à l'écrit les notations viennent préciser s'il s'agit du rayon-segment<sup>19</sup> ou du rayon-longueur : « le cercle de centre A et de rayon [AB] » et « le cercle de centre A et de rayon AB » se prononce de la même manière (sauf si les crochets sont

---

<sup>18</sup> Quelques d'éléments d'analyse a priori de cette tâche sont présentés dans l'article.

<sup>19</sup> À l'instar de Chesnais et al. (2023), nous empruntons « la proposition de Mathé et al. (2022) de désigner par « rayon-segment » l'usage du mot rayon qui renvoie au segment joignant un point du cercle à son centre et « rayon-longueur » l'usage du mot qui renvoie à la longueur commune à ces rayons. » et nous empruntons à Chesnais et al. (20223) l'ajout « « rayon-mesure » lorsque le mot renvoie à la mesure, dans une unité donnée, du rayon-longueur. »

prononcés comme « le segment »). Et dans les pratiques langagières, si un cercle n'a pas un nom (exemple « le cercle  $C_1$  »), il est couramment désigné par son centre et son rayon.

Ces particularités, autant sur les notions en elles-mêmes que sur le langagier associé, témoignent d'enjeux d'apprentissage qui sont transparents car relevant de subtilités naturalisées pour les experts. Nous nous appuyons en partie sur ces remarques pour construire nos analyses.

## **Recueil de données**

### *Terrain d'étude*

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, ce travail est en appui sur les travaux du groupe Didactique de l'IREM de Montpellier. Ce collectif d'enseignants du second degré et d'enseignantes-chercheuses travaille depuis plusieurs années sur la notion de distance « apparue comme un objet d'apprentissage et d'enseignement problématique à l'issue d'un premier travail sur la notion de repérage (Cerclé et al., 2021) » (Chesnais et al., 2023, p 56).

Lors du XVIIIème colloque de la CORFEM<sup>20</sup>, le groupe propose un atelier pour souligner que l'articulation entre longueur et distance ne se limite pas à une « question de vocabulaire » et pour montrer « comment un regard sur le langage donne un autre point de vue sur le rapport entre le travail du raisonnement mathématique, la compréhension des objets mathématiques, et le rôle du langage mathématique dans le raisonnement et dans l'apprentissage » (Chesnais et al., 2022, actes du colloque).

Dans un article paru dans la revue Rmé (Chesnais et al., 2023) ce groupe présente une expérimentation menée par trois enseignants expérimentés, avec la mise en place de situations qui portent une attention particulière au rôle du langage (que ce soit via la production d'énoncés ou par la mise en place régulière de moments d'échanges à l'oral) et la passation de pré-tests et post-tests dans les classes expérimentales et dans des classes témoins.

Chesnais et al. (2023) montrent que le travail du groupe sur le rôle du langage et sur les enjeux autour des notions de distance et cercle semble amener les enseignants à

---

<sup>20</sup> La COMmission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques du second degré est une commission inter-IREM qui « se donne pour buts d'accompagner la formation des formateurs d'enseignants ou de futurs enseignants de mathématiques, ainsi que d'échanger, de mutualiser et d'élaborer un ensemble de ressources pour la formation. » (extrait du site <https://www.univ-irem.fr/-corfem->, consulté le 22 mai 2024)

construire des séquences qui permettent aux élèves à la fois d'« accéder à un certain degré de conceptualisation du cercle comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné » (p 65) mais aussi, du point de vue langagier d'« améliorer leur capacité à rendre compte langagièrement de raisonnements portant sur ces objets » (p 65).

Nous avons ainsi choisi d'organiser notre expérimentation dans le prolongement de leurs travaux, bénéficiant ainsi à la fois de premiers résultats sur les particularités de ces notions (Chesnais et al., 2022, 2023) et d'enseignants donnant au rôle du langage une place importante dans leurs pratiques professionnelles et pour lesquels ces notions sont beaucoup moins transparentes.

C'est une enseignante du groupe (nommée Mme N dans cet écrit) qui a accepté de nous accueillir dans une de ses classes de 6ème. Il ne s'agit donc pas d'une enseignante tout à fait ordinaire, du fait de sa participation à ce groupe depuis plusieurs années. Par ailleurs, les expérimentations des années précédentes dans ses classes ont permis d'observer des évolutions qui ont pu être qualifiées en termes de secondarisation (Chesnais et al., 2023), mais aussi des quantités de productions langagières des élèves remarquables pour des classes d'éducation prioritaire. Cette enseignante en particulier accorde une place importante aux productions langagières des élèves en proposant beaucoup de moments d'échanges collectifs oraux lors de ses cours et en organisant régulièrement la production d'écrits au long de la séquence. Elle propose dans son projet de séquence une grande partie sur la notion de distance, presque la moitié des séances accordées au chapitre distance et cercle. Les enjeux langagiers et les enjeux autour des notions de distance et cercle sont moins « transparents » (au sens de Margolinas et Laparra, 2011 et Chesnais, 2018b) dans ses classes que dans des classes ordinaires.

Ce choix a forcément une incidence sur l'expérimentation puisqu'alors nous étudions un processus d'apprentissage particulier, dans une classe avec un enseignement appuyé sur la recherche qui prend en compte, prend en charge et essaie de favoriser le travail langagier au sein du processus d'apprentissage. De plus, Mme N enseigne dans un collège d'éducation prioritaire où les enjeux langagiers sont d'autant plus vifs. Un objectif aurait pu être d'étudier un processus d'apprentissage ordinaire, avec un enseignant moins sensibilisé aux enjeux langagiers et autour des notions de distance et cercle, mais aussi avec un enseignement en dehors d'un réseau d'éducation prioritaire. Nous avons préféré étudier en

premier un processus pour lequel nous savons qu'il est possible de relever relativement facilement<sup>21</sup> des traces du processus de secondarisation dans les évolutions des productions. Ce travail pourrait être prolongé par l'étude du même processus dans un cadre d'enseignement ordinaire. Le terrain d'étude que nous avons choisi nous permet de garantir un recueil de productions langagières suffisamment grand pour s'assurer d'observer des évolutions dans les productions des élèves que l'on puisse caractériser en termes de formes de secondarisation.

### *Description de l'expérimentation*

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, nous choisissons de suivre l'évolution des productions langagières d'élèves au cours d'une séquence d'enseignement portant sur les notions de distance et de cercle. Pour ce faire, Mme N nous a accueillis dans l'une de ses classes de 6ème de janvier à mars 2024. Le choix de cette classe s'est fait sur la répartition des heures de cours en classe entière dans la semaine de sorte que cela nous permette d'assister à tous ces cours.

### Sélection des élèves

L'analyse des discours de tous les élèves de la classe eut été trop coûteux. Nous avons donc sélectionné quatre élèves à observer en particulier. Pour choisir ces élèves parmi les 24 élèves de cette classe, nous nous sommes appuyés sur les pré-tests organisés par le groupe Didactique de l'IREM de Montpellier<sup>22</sup> et sur une pré-observation en décembre 2023. Les pré-tests nous permettent d'évaluer de façon approximative le degré de conceptualisation des notions de cercle, distance et des autres notions associées (points et segment notamment) des élèves et la quantité d'écrit qu'ils produisent lorsqu'ils répondent à des questions.

Pour la quantité d'écrit, nous regardons le nombre de mots dans les réponses et en particulier dans deux tâches (voir Annexe 7) : la justification dans l'exercice du nuage de

---

<sup>21</sup> Il y a évidemment une secondarisation des discours dans toute classe puisqu'il y a un apprentissage. Cependant, puisque cette enseignante prend plus en charge les enjeux langagiers et qu'elle fait régulièrement produire de l'écrit à ses élèves, cette secondarisation est plus facilement observable par la quantité de productions langagières de ces élèves et par le « niveau » de secondarisation atteint. Les énoncés produits par les élèves de cette enseignante sont plus « secondarisés » que dans des classes ordinaires (comme montré dans Chesnais et al., 2023).

<sup>22</sup> Le groupe Didactique de l'IREM de Montpellier a décidé de reconduire l'expérimentation qu'ils ont présenté dans Chesnais et al. (2023) et ont organisé une nouvelle session de pré-tests qui nous a permis de récupérer des productions des élèves avant l'observation.

points (pré-test1, premier exercice) et la définition du cercle (pré-test1 deuxième exercice) qui sont les écrits qui supposaient a priori le plus de justification écrite.

Nous cherchons pour cette expérimentation, des élèves ayant un niveau moyen et qui produisent suffisamment d'écrit. En effet, nous avons besoin de nous assurer que les élèves n'ont pas un degré de conceptualisation et une maîtrise des moyens langagiers liés à la distance et au cercle trop avancés, auquel cas la marge de progression serait potentiellement moins importante et il serait moins probable d'observer beaucoup d'évolutions dans leurs productions langagières. Toutefois, il ne faut pas que les élèves que nous allons observer soient en trop grandes difficultés en mathématiques pour s'assurer qu'ils ne décrocheront pas pendant la séquence. Par économie, nous nous contentons d'une évaluation approximative à partir de la réussite ou l'échec aux différents exercices.

Ces deux indicateurs nous ont permis d'écarter quelques élèves mais nous avons affiné notre sélection lors d'une pré-observation durant laquelle nous avons observé la participation orale et la collaboration entre binômes d'élèves pendant les séances d'exercice. En effet, l'objectif initial<sup>23</sup> était une analyse de tous les discours produits par les élèves observés, donc autant à l'oral qu'à l'écrit. Nous cherchons donc des élèves qui s'impliquent suffisamment à l'écrit et à l'oral, autant dans les temps collectifs avec l'ensemble de la classe que dans les temps de travail en binômes.

Enfin, nous avons pris en compte les conseils de l'enseignante pour identifier et écarter les élèves très bons ou très en difficultés ainsi que pour confirmer nos observations sur la participation orale en classe. Nous avons ainsi sélectionné quatre élèves que nous nommerons Th, Sa, Fe et As. Ces élèves sont placés en binômes dans le plan de classe : As et Th d'un côté et Fe et Sa de l'autre.

Ce sont donc quatre élèves « moyennes<sup>24</sup> » même si Th semble être un peu plus en difficultés et As un peu plus à l'aise. Fe et Sa communiquent beaucoup pendant les temps d'exercices et s'entraident. As et Fe demandent beaucoup la parole lors des échanges collectifs, pour poser des questions et pour répondre aux exercices.

---

<sup>23</sup> Nous revenons sur l'évolution de cet objectif dans notre description de la construction de critères et dans les limites de ce travail.

<sup>24</sup> Ce sont quatre filles mais ce n'était pas un choix volontaire. Nous considérons que le genre des élèves observés ne rentre pas dans les variables de notre étude même si son impact pourra être évoqué dans la discussion.

### Aspects techniques

La séquence d'enseignement est répartie sur dix-sept séances de fin janvier à fin mars, pour un total de vingt-et-une heures (certaines séances durant deux heures). Pour chaque séance, nous récupérons trois types de données : des enregistrements vidéo, des enregistrements audios et des scans ou photographies des tâches.

Pour chaque séance, une caméra est placée en fond de classe de manière à filmer l'ensemble de la classe : les élèves de dos, l'enseignante et le tableau. L'objectif étant à la fois de récupérer les échanges collectifs (en repérant quel élève prend la parole) et de garder une trace de ce que l'enseignante écrit ou projette au tableau. Une autre caméra est placée sur un côté de la classe pour filmer les quatre élèves observées en particulier afin de compléter les enregistrements audios sur les tables et pour repérer au besoin une modification des écrits après correction de la tâche.

Pour pouvoir récupérer à la fois les interventions dans les échanges collectifs, les échanges avec l'enseignantes et les échanges entre les élèves, nous avons placé sur les tables des élèves observées des enregistreurs. Les enregistrements étaient lancés dès le début de la séance et n'étaient pas coupés pendant l'intégralité de la séance.

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, cette enseignante met en place des moments de productions écrite assez régulièrement durant la séquence, productions qu'elle récupère la plupart du temps. Ces productions lui servent pour une part d'appui pour son enseignement mais ce sont aussi des données pour les recherches menées à l'IREM de Montpellier. Ces productions écrites prennent la forme soit d'exercices qu'elle relève puis redistribue à la séance suivante, soit de feuilles blanches sur lesquelles elle demande aux élèves d'écrire un bilan, une définition ou une méthode. Nous avons donc scanné l'intégralité de ces productions écrites. Pour compléter notre corpus de productions écrites, nous avons aussi photographié les cahiers d'exercice des élèves que nous avons suivi.

Pour tenter de récupérer des tentatives de productions ainsi que les productions successives, nous avons demandé et rappelé régulièrement aux élèves de ne pas effacer leurs écrits et de plutôt barrer leurs réponses s'ils voulaient recommencer. Nous avons donc pris en compte les productions barrées dans une partie de nos analyses.

### Construction de la séquence

Nous introduisons ci-après une brève description de la séquence d'enseignement en soulignant les moments-clés du scénario. Nous avons déposé en annexe une version

développée séance par séance de la séquence (Annexe 1) ainsi que la numérotation et la présentation des énoncés des exercices proposés (Annexes 2.A, 3 et 4).

La séquence d'enseignement est partagée en deux parties : une première partie sur la notion de distance qui s'est déroulée de fin janvier jusqu'aux vacances d'hiver, une seconde sur la notion de cercle qui s'est étendue de la rentrée des vacances d'hiver jusqu'à fin mars.

La partie sur distance aborde en premier lieu la distance entre points, avec sa mise en articulation avec la longueur du segment puis la construction de la définition. Par la suite, la distance entre un point et une droite est abordée avec une découverte de la méthode (du point de vue matériel) qui est généralisée pour construire la définition.

La partie sur cercle commence par un exercice qui fait le lien entre la distance et le cercle (exercice 11) : les élèves doivent décrire la zone dans laquelle peut brouter une chèvre attachée à un poteau par une corde. Un approfondissement de cette activité (avec un obstacle que la chèvre doit contourner) permet de discuter des éléments nécessaires pour décrire un cercle : son centre et son rayon. L'enseignante propose ensuite des programmes de construction pour travailler le vocabulaire et faire un rappel sur rayon et diamètre.

L'exercice nuage de points (exercice 17) permet à l'enseignante de construire, dans un échange oral en collectif, la définition du cercle. Par la suite, elle propose une série d'exercices pour travailler les propriétés du cercle, dont la construction d'un triangle en connaissant les longueurs des côtés.

### **Constitution du corpus**

La séquence d'enseignement s'est avérée plus longue et riche que ce que nous avions anticipé, il y a trente-deux exercices dont la plupart présente des productions langagières verbales écrites, et nous avons plus de dix-sept heures d'enregistrement des séances (par caméra et par enregistreur) ce qui fait énormément de données. Nous avons donc choisi de nous concentrer dans ce travail sur les productions écrites et en particulier les productions langagières verbales. Par le temps et les moyens nécessaires pour pousser l'analyse jusqu'aux productions langagières orales, nous avons choisi de les écarter pour ce travail. Nous ne considérons pas pour autant que le processus de secondarisation se limite aux productions langagières écrites, nous admettons que pour l'étudier dans son intégralité il faudrait prendre en compte les productions orales.

Nous choisissons de faire une sélection parmi les tâches. Nous écartons des exercices entiers, ceux qui n'amenaient pas à produire des énoncés verbaux, pour lesquels nous n'avons pas récupéré de traces écrites des raisonnements ou encore qui ne portent pas directement sur les notions que nous visons. Enfin, pour certains exercices, nous sélectionnons uniquement les tâches qui amènent à produire des énoncés verbaux et favorisons les tâches qui demandent d'explicitier la démarche. Nous réduisons ainsi notre corpus à vingt tâches listées en annexe 2.C et dont les énoncés sont en annexes 3 et 4.

Pour construire le corpus de données à analyser, nous avons retranscrit ces productions en restant les plus fidèles possible. Nous avons donc respecté l'orthographe des élèves et essayé d'indiquer au maximum les ratures et corrections. Nous introduisons ainsi les codages suivants : nous notons entre crochet et suivis de « -barré » toute rature, si tant est que ce soit lisible ; nous notons entre crochet et suivis de « -rajouté » les mots qui ont visiblement été rajoutés *a posteriori* ; nous notons [- pas fini] les productions qui ont été interrompues. Nous prenons compte de la disposition spatiale dans la mesure du possible mais nous ne la codons pas.

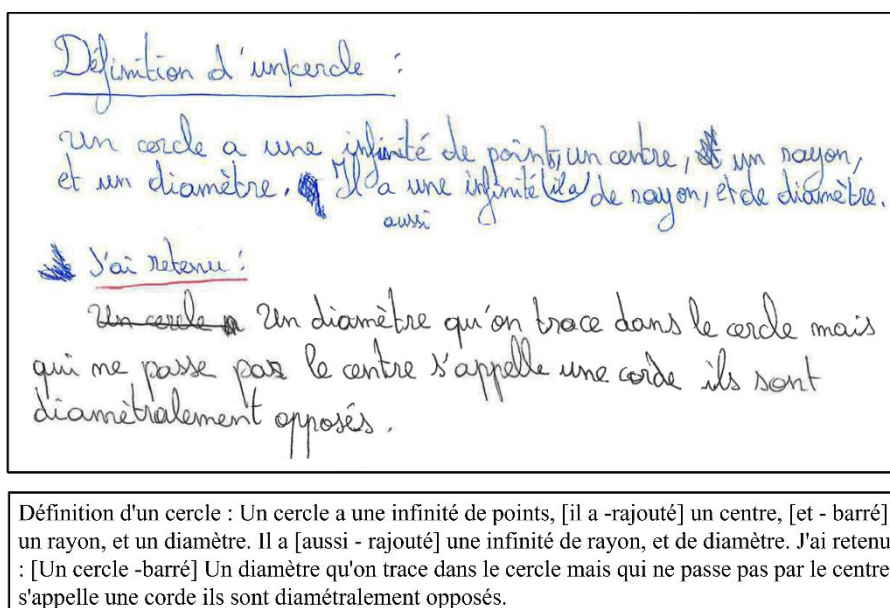


Figure 1 – Exemple de transcription

L'ensemble des productions des quatre élèves pour ces vingt tâches est en annexe 5, un « Abs » désigne une absence de l'élève tandis qu'un « / » signifie que l'élève n'a pas traité la tâche.

## **Analyse des productions**

Pour pouvoir qualifier les évolutions des productions en termes de secondarisation, nous devons créer des critères en fonction des notions en jeu puisqu'il y a en partie une comparaison aux formes expertes, notamment sur les constructions syntaxiques.

La construction de nos critères d'analyse s'appuie donc à la fois sur les travaux en didactiques du français et des mathématiques sur la secondarisation des discours et sur les éléments d'analyse a priori des notions que nous avons présentées plus tôt.

### *Classification des tâches*

Avant de pouvoir construire les critères d'analyse nous devons aussi classer les différentes tâches. Au vu de la variété des tâches proposées, nous avons tenté de les rassembler pour pouvoir les analyser avec les mêmes critères et faire ressortir les évolutions sur l'ensemble des tâches de même type.

En appuis sur les travaux de Butlen et Pezard (2003), nous présupposons une distinction, pour une tâche donnée, entre le type d'énoncé demandé et le type d'énoncé produit. Dans les types d'énoncés demandés, nous introduisons une distinction reflétant le degré de contextualisation : nous considérons d'une part une demande d'énoncés généralisés et d'énoncés contextualisés d'autre part. Lorsqu'il est demandé de donner la longueur d'un segment nommé dans la consigne, l'énoncé attendu est un énoncé contextualisé ; lorsqu'il est demandé d'écrire la définition de la distance, l'énoncé attendu est un énoncé généralisé.

Dans notre corpus, nous identifions une nuance à porter sur les énoncés attendus contextualisés. Certaines tâches contextualisées demandent une justification de la réponse donnée qui peut faire appel à une propriété. Ces tâches nous intéressent particulièrement car, lorsqu'une distance ou une longueur est demandée, la justification peut être appuyée sur la mesure ou sur la mobilisation de propriétés (par exemple celles du cercle). Nous choisissons donc d'analyser différemment les tâches qui amènent à produire un énoncé contextualisé de « preuve » de celle qui amènent à produire un énoncé contextualisé « classique ».

La séquence portant sur deux notions, nous distinguons les tâches qui portent uniquement sur la distance, des tâches qui portent sur le cercle. Comme la notion de distance peut être retrouvée dans toutes les productions puisqu'elle est liée à la notion de cercle (par la définition visée de celui-ci comme ensemble de points à distance donnée d'un point

donné), nous considérons que les tâches qui portent sur la notion de cercle peuvent aussi mobiliser la distance. Nous obtenons une catégorie de tâches « D » pour distance et une catégorie « CD » pour cercle et distance. Nous avons ainsi d'une part les tâches pour lesquelles nous n'appliquerons que les critères spécifiques à la distance, d'autre part les tâches pour lesquelles nous appliquerons les critères spécifiques au cercle et, le cas échéant, les critères spécifiques à la distance.

Ensuite, nous séparons ces deux catégories une nouvelle fois, selon les types d'énoncés attendus présentés ci-dessus : « G » pour généralisés, « CP » pour contextualisés de preuve, et « CC » pour contextualisés « classique ».

Dans le cas de notre corpus, nous obtenons cinq catégories de tâches, n'ayant pas identifié de tâches D-CP (portant sur la distance et demandant une preuve). La répartition des tâches dans ces catégories est en annexe 6.

Nous avons classé comme D-G les trois tâches qui portent sur la description de la méthode pour « trouver » la distance point-droite car nous considérons que les consignes demandent un énoncé généralisé (bien que l'enseignante donne des noms aux objets). Nous reviendrons dans les résultats sur l'application des critères à ces productions particulières.

### *Construction des critères d'analyse*

#### Pour toutes les productions

##### Reprise directe de la consigne

Pour chaque production, nous avons choisi d'isoler les parties qui constituent une reprise directe de la consigne de la tâche. En effet, nous considérons que, si elle est présente, cette partie ne peut pas être analysée comme le reste de la production. En reprenant la consigne, l'élève copie des formulations expertes mais qui ne sont donc a priori pas représentatives des moyens langagiers dont l'élève dispose réellement. En revanche, il est intéressant de noter si l'élève reprend effectivement la consigne, car cela nous semble montrer que la formulation a quand même au moins un peu de sens pour l'élève, sinon elle ne serait pas reprise.

L'ensemble des consignes orales ou écrites pour chacune des tâches est en annexe 4.

### Hors sujet

Comme pour la reprise directe de la consigne, nous nous laissons la possibilité d'écarter un morceau de la production qui est hors sujet, où l'élève répond de manière trop éloignée de ce qui est demandé dans la tâche.

### Erreurs de catégories

A l'instar de Chesnais et al. (2022), nous choisissons de repérer les « erreurs de catégories » dans les productions, c'est-à-dire lorsqu'il est associé à un objet une propriété ou une relation qui ne lui correspond pas. Dans notre cas, nous serons particulièrement attentifs aux mentions de longueur d'un point ou de distance d'un segment, mais aussi à toute autre erreur de catégorie concernant les points et les segments. Nous reviendrons sur les interprétations possibles de ces erreurs dans les résultats.

### Notations

Nous avons distingué des erreurs de catégorie les erreurs de notation. Les notations étant en cours d'apprentissage en 6<sup>ème</sup>, nous pensons que des erreurs sont tout autant indicatrices d'un apprentissage en cours, y compris au niveau de l'appropriation des codes de formalisation spécifiques aux mathématiques.

### Autres

Nous codons par ailleurs les extraits de productions qui ne sont pas hors sujet mais pour lesquels nos critères ne semblent pas permettre de décrire ce qui les caractérise. Nous y reviendrons dans la discussion des résultats.

## Pour les productions Distance-Généralisé

### Partition de l'énoncé

Lorsque c'est nécessaire, dans un premier temps, nous séparons la production à analyser en deux parties : la partie qui est effectivement un énoncé généralisé et la partie qui est un ou des exemple(s), et donc contextualisée. Ce seront deux parties de production qui vont être analysées différemment.

En effet, comme le notent Butlen et Pezard (2003), lorsqu'il est demandé aux élèves de produire un énoncé généralisé, il est possible de distinguer des énoncés plus ou moins formalisés et décontextualisés : « Nous distinguons notamment des exemples seuls, des énoncés intermédiaires se caractérisant par des exemples génériques illustrant l'énoncé

formel d'une propriété ou d'une définition et des énoncés formalisés sans exemple » (Butlen et Pezard, 2003, p51).

Donc, là où Butlen et Pézard choisissent de regarder l'intégralité de l'énoncé produit par l'élève, nous proposons de séparer et d'analyser chaque partie des énoncés de manière différenciée. Notre partition permet de ne pas exclure les potentiels exemples formulés par les élèves qui présentent les moyens langagiers mobilisés<sup>25</sup> avec la notion. Nous admettons qu'en 6ème, il n'est pas encore possible pour la majorité des élèves de produire des énoncés entièrement décontextualisés. De plus, nous pourrions discuter de leur compréhension de la notion de définition ou de généralité ce qui rejoint le besoin de Butlen et Pézard de construire une catégorisation des énoncés produits par les élèves.

Pour analyser la partie exemple, nous appliquerons les critères spécifiques aux productions d'énoncés contextualisés « classiques » (D-CC) puisque nous considérons qu'il s'agira d'un énoncé de ce type.

#### D-G partie énoncé généralisé

Voici la liste des critères que nous proposons pour la partie « énoncé généralisé » :

- Nombre d'objets
- Nature des objets
- Distance comme relation (entre quoi) ou propriété (de quoi)
- Présence du mot « longueur » ou mention de grandeur/mesure
- Lien explicite avec la longueur du segment qui relie les points ?

Pour analyser les productions du point de vue de l'analyse logique, nous regardons le nombre d'objets mentionnés et leur nature. Cela nous permet d'évaluer dans quelle mesure les élèves sont capable de prendre en charge langagièrement la distance comme une relation entre deux points (que nous relions à un certain degré de conceptualisation). D'après ces deux critères, nous déduisons le troisième : avec deux objets (ou plus), il est question d'une relation, sinon, d'une propriété. Entre parenthèses, il ne reste plus qu'à noter la nature des objets dont il est fait mention.

---

<sup>25</sup> Nous reprenons la distinction entre connaissance mobilisable et disponible utilisée par Chesnais à partir des travaux de Robert : « Robert (2008a) distingue ainsi les connaissances mobilisables et disponibles, les premières désignant celles que l'élève est capable d'utiliser dans une tâche où la connaissance à utiliser est indiquée, les secondes correspondant à celles pouvant être mobilisées spontanément par l'élève. » (Chesnais, 2018b, p8)

Comme la définition de la distance, et la manière dont elle est introduite, s'appuie sur la notion de longueur, nous regardons si l'élève fait le lien entre les deux notions. Ce lien commence par la mention de « longueur » puis se poursuit par l'explicitation du lien entre la longueur du segment et la distance entre les extrémités. Selon l'avancée dans la séquence, il n'est pas forcément attendu une mention explicite de ce lien dans les productions mais nous cherchons des traces d'une expression de ce lien, via la présence du mot « longueur » ou d'une mention de grandeur ou de mesure.

#### Pour les productions Distance-ContextualiséClassique

Voici la liste des critères que nous proposons pour la partie « énoncé contextualisé classique » :

- Emploi du mot « distance »
- Distance : Relation complète/incomplète
- Nombre d'objets
- Nature des objets
- Distance comme relation (entre quoi) ou propriété (de quoi)
- Si « distance », forme syntaxique pour rendre compte de la relation
- Forme syntaxique correcte ?
- Désignations des points Nom/Nature/Nom+Nature
- Deux objets distingués l'un de l'autre ?
- Contraction pour plus de deux objets ?
- Comparaison de distances
- Égalité de distances
- Prise en charge syntaxique de l'égalité
- Égalité : Relation complète/incomplète
- Égalité : Forme contractée ?

Dans les énoncés contextualisés, nous cherchons les occurrences du mot « distance » pour distinguer les énoncés qui mobilisent explicitement la notion de distance (en employant le mot « distance ») des énoncés qui la mobilisent implicitement et des énoncés qui mobilisent la longueur. Un énoncé qui mobilise implicitement la notion de distance signifie ici un énoncé dans lequel nous ne trouvons pas le mot distance mais qui traite de distance, par exemple « Le point A est situé à 4cm du point B ».

A l'instar de Chesnais et al. (2023), nous regardons si les formulations autour de distance traduisent une relation complète, c'est-à-dire que, s'il est question explicitement de distance, tous les objets sont cités. Ainsi, « la distance entre O est de 4cm » traduit une relation incomplète, il manque le deuxième objet. Selon le contexte, l'un des objets peut être implicite, avec par exemple l'utilisation d'un pronom qui renvoie à une phrase précédente (par exemple « Sa distance à B est de 4cm ») ou à l'énoncé si l'élève considère qu'il n'y a pas d'ambiguïté sur les objets en jeu.

Pour l'analyse un peu plus fine, nous regardons toujours le nombre d'objets mentionnés et leur nature. Toujours grâce au nombre et à la nature des objets, nous regardons s'il s'agit d'une relation ou d'une propriété.

S'il est question d'une relation entre deux objets (ou plus), nous pouvons retrouver dans l'énoncé produit les mots qui permettent de rendre compte de la relation. Dans les formulations syntaxiques correctes autour de distance, nous pouvons retrouver « entre... et ... » (exemple : « la distance entre A et B ») ou « de...à... » (exemple : « la distance de A à B »). Cependant, il est intéressant de noter toutes les formes syntaxiques qui sont produites par les élèves pour repérer celles qui sont intermédiaires et observer leur évolution vers les formes expertes et correctes ainsi que le moment où l'élève emploie des formes correctes.

Comme nous analysons des énoncés contextualisés, les objets seront dans la plupart des cas nommés. Et comme les objets OD font l'objet d'un travail particulier en 6<sup>ème</sup> (en lien avec la déconstruction dimensionnelle et la manipulation d'objets de dimension différentes), nous regardons en particulier si les élèves désignent les points par leur nom et/ou leur nature : nous considérons qu'il y a une distinction à faire entre un énoncé qui ne mentionne que les noms des points et un énoncé qui mentionne la nature et le nom des objets. Nous pourrions penser de prime abord que cela pourrait indiquer un degré de conceptualisation différent mais nous ne pouvons pas nous limiter à ce critère. En effet, dans les formulations expertes, la nature de l'objet disparaît puisque s'instaure l'implicite lié à la notation qui permet à l'expert de déduire qu'il s'agit forcément d'un point, là où, dans un énoncé produit par un apprenant, nous pourrions questionner l'acquisition de cet implicite<sup>26</sup>. Nous notons aussi les énoncés qui ne mentionnent que la nature des objets, qui

---

<sup>26</sup> Il s'agit même d'un enjeu cité dans les programmes. Là où les notations peuvent être introduites dès le CM, elles ne peuvent pas être exigées des élèves et doivent donc systématiquement être précisées par la nature de l'objet, ce qui n'est plus nécessairement le cas en 6<sup>ème</sup>.

traduit pour nous un manque de désignation précise des objets dont il est question et qui tient donc de l'acquisition en cours des règles de formalisations (ex : « la distance du point A au point est de 8cm », il manque le nom du second point).

Dans cet apprentissage des règles de formalisation, les élèves vont tenter de faire des contractions des énoncés, (comme c'est le cas dans les formulations expertes) mais pour lesquelles il n'est pas possible a priori de dire s'il s'agit d'une compréhension suffisante des concepts et des moyens langagiers qui autorise ces contractions ou s'il s'agit de l'évacuation de quelque chose trop difficile à formuler pour le moment et qui donc ne paraît pas correct à l'élève. Nous notons en particulier les contractions au niveau des objets : pour deux objets, s'ils sont distingués (soit par leurs noms soit par un ajout comme « l'un... l'autre »), et pour plus de deux objets, la présence d'une contraction (par exemple dans la comparaison de distances avec un point commun).

Comme nous avons pu le mentionner plus tôt, les tâches qui mobilisent la notion de distance demandent souvent de comparer des distances ou de s'appuyer sur des égalités de distances. Il est donc question de nouvelles relations : dans la comparaison de distances, nous mettons en relation (au moins) deux distances pour indiquer laquelle a la plus grande (ou plus petite) mesure ; dans l'égalité de distances, nous mettons en relation (au moins) deux distances en indiquant qu'elles ont la même mesure. Il y a donc une autre relation à prendre en charge au niveau langagier. Nous avons donc choisi de mettre en évidence si la tâche demandait une comparaison de distances ou une égalité de distances, et de coder comment l'élève prend en charge ces relations au niveau de la syntaxe et, pour la relation d'égalité, s'il s'agit d'une relation complète et s'il y a présence d'une forme contractée.

#### Pour les productions CercleDistance-Généralisé

De la même manière que pour les productions Distance-Généralisé, nous séparons les potentielles parties généralisées des exemples dans chaque production.

Dans les énoncés généralisés sur cercle et distance, les enjeux sont différents que ceux sur distance uniquement puisque les élèves ont déjà rencontré la notion de cercle avant la 6ème. Ici, notre attention se porte sur la définition du cercle comme un ensemble de points à distance donnée d'un point donné. Nous allons donc nous intéresser aux objets mobilisés par les élèves et comment ils les articulent.

Voici la liste des critères que nous proposons :

- Nombre de substantifs
- Mention de ...
  - o figure (ou forme)
  - o rayon(s)
  - o diamètre(s)
  - o centre
  - o point(s)
  - o corde(s)
  - o arc(s) de cercle
  - o autre ?
- Précisions
  - o Si rayon(s), combien ?
  - o Nature rayon(s) ?
  - o Si diamètre(s), combien ?
  - o Nature diamètre(s) ?
  - o Si centre, explicitation nature ?
  - o Si point(s), combien ?
  - o Si point(s), cercle, centre ou les deux ?
- Articulation entre les objets ?
- Mention de distance ?
- Mention de grandeur ou mesure ?
- Être/Avoir
- Proximité comme ensemble de points ?
- Caractérisation du cercle ?

Pour évaluer l'évolution des définitions du cercle, nous avons choisi de regarder le nombre de substantifs (ou noms communs) appartenant au lexique des mathématiques mentionnés par les élèves dans leurs productions. L'objectif est de repérer la diversité du lexique que les élèves relient à la notion de cercle, comme indicateur de quelques liens entre

différents objets<sup>27</sup>. Il s'agit pour nous d'une adaptation de l'« accroissement des informations pertinentes » identifié par Jaubert et Rebière (2001) dans les corpus de SVT même si nous gardons à l'esprit qu'en mathématiques, dans une définition experte, l'objectif n'est pas de lister tous les objets en lien avec une notion. C'est ici que nous forgeons une interprétation de « pertinentes » comme une évolution des choix des objets à mentionner comme étant en liant ou comme définissant le cercle. Par exemple, la mention de diamètre est intéressante car elle nous indique que l'élève fait le lien entre diamètre et cercle, mais elle n'est pas nécessaire à la définition du cercle, son positionnement dans l'énoncé a donc son importance.

Toujours au regard de la pertinence de la présence de ces substantifs, nous cherchons si la liste des substantifs mentionnés évolue : est-ce que de nouveaux objets apparaissent et/ou d'autres disparaissent ? Nous pensons ici identifier comment les productions successives pourraient s'enrichir en considérant qu'une augmentation de la variété du lexique peut indiquer la mise en relation de plus en plus d'objets avec la notion principale (ici le cercle). Cependant une diminution du nombre d'objet n'est pas nécessairement signe d'une régression. Au contraire, cela peut être indicateur d'une hiérarchisation des objets et de leurs liens avec la notion principale et donc d'une évolution de la perception de tous ces objets. Notre premier indicateur est donc le nombre de substantifs mentionnés et par la suite nous regardons à quels objets mathématiques ils font référence.

Nous attendons a priori certains substantifs : figure (ou forme), rayon(s), diamètre(s), centre, point(s), corde(s), arc(s) de cercle. Nous nous laissons la possibilité d'en avoir d'autres et nous verrons s'il y a une régularité dans les productions que nous n'avions pas anticipée.

Selon les substantifs mentionnés, nous regardons plus précisément quelques éléments qui nous intéressent particulièrement.

Pour rayon(s) et diamètre(s), nous regardons s'ils sont mentionnés au singulier ou au pluriel. En effet, d'un point de vue expert, nous pouvons dire qu'il y a une infinité de rayons-segments (et diamètres-segments) pour un cercle donné mais un seul rayon-longueur (et diamètre-longueur). Or pour les élèves cette distinction peut être difficile, d'autant qu'en

---

<sup>27</sup> Ici nous ne regardons pas les mêmes « objets » que dans les critères précédents autour de la distance où il était question du nombre d'objet au sens de l'analyse logique, à entendre comme le nombre d'arguments dans l'énoncé en lien avec la notion de relation. Ici « objets » renvoie au sens de notions ou concepts, que l'élève est capable de mettre en lien avec une notion donnée, pour nous le cercle.

pratique les experts utilisent un seul même mot que ce soit pour désigner le segment ou la longueur. Nous pensons donc qu'il peut être intéressant de pister la présence de ces deux sens du mot « rayon » (et « diamètre »). Pour autant nous ne nous limitons pas au nombre de rayons ou diamètres et nous préférons chercher une mention de la nature de ces objets pour ne pas associer trop vite une augmentation du nombre de rayons (ou diamètres) à une compréhension de la polysémie de ces termes.

S'il y a mention du centre du cercle, nous cherchons si l'élève explicite le fait que ce soit un point. En effet, comme mentionné par Coulange (2014), le fait que ce point soit désigné par sa fonction « centre » masque potentiellement la nature de l'objet qui est pourtant importante. Ce critère rejoint aussi l'enjeu de déconstruction dimensionnelle et donc de l'identification des objets de dimension 0 dans les figures.

Toujours autour des points, il nous paraît important de regarder le nombre ou plutôt la quantité de points que mentionne l'élève. La présence d'exactly un point dans l'énoncé produit par l'élève peut tout autant être la désignation du centre du cercle (seul point « visible ») que la désignation d'un point du cercle. Dans les deux cas, cela indique une identification d'un point dans la figure, ce qui est l'un des enjeux en géométrie à ce niveau. Nous regardons aussi si plus d'un point sont mentionnés mais nous ne restreignons pas à des nombres, nous laissons la possibilité de prendre en compte des indications non-dénombrables (beaucoup, plusieurs, ...) ainsi que des approximations (au moins deux points, environ, ...) ainsi que l'« infinité ». La mention de plusieurs points pourrait être, en plus d'une identification d'objets de dimension 0, un indicateur qui oriente vers la conception du cercle comme ensemble de points. Pour compléter, nous regardons si les points mentionnés sont explicités comme étant le centre du cercle, un ou des points du cercle voire les deux.

Comme mentionné plus tôt, nous nous intéressons à l'articulation entre les objets mobilisés pour définir un cercle. En effet nous considérons, par exemple, qu'un énoncé qui décrit le rayon du cercle comme le segment qui relie le centre du cercle au cercle (et encore mieux, à un point du cercle) témoigne d'un degré de conceptualisation supérieur des notions de rayon et de cercle qu'un énoncé qui dit que le cercle a un rayon. Nous considérons ainsi que la mise en relation des objets mobilisés comme une adaptation de la « réorganisation logico-causale » de Jaubert et Rebière. En effet, en mathématiques, l'enjeu n'est pas tant

sur une articulation logique dans les énoncés mais plutôt sur l'articulation ou les mises en relation des différents objets.

La définition du cercle visée faisant appel à la notion de distance, nous regardons si l'énoncé présente une mention de distance, ou à défaut d'une autre grandeur ou mesure (comme par exemple la longueur). Ici, s'il y a une mention de distance, nous appliquons les critères pour les productions D-CC pour analyser la partie de l'énoncé qui y fait appel.

En lien avec la mise en relation des objets, nous avons choisi de nous intéresser au verbe employé pour relier le cercle aux points (ou à défaut pour le décrire) : s'il s'agit du verbe « être » (ou un verbe d'état) ou du verbe « avoir ». L'utilisation du verbe « être » nous semble se rapprocher d'une description de la composition ou d'une caractérisation du cercle tandis que l'utilisation du verbe avoir se rapprocherait plus de la description ou de l'énumération des signes distinctifs ou propriétés du cercle.

De manière générale, nous essayons d'identifier si l'élève caractérise le cercle par son centre et son rayon ou uniquement par son centre ou par d'autres objets.

Dans une tentative de s'appuyer sur les moyens langagiers pour faire ressortir un degré de conceptualisation, nous créons un critère « proximité ». Celui-ci permet d'évaluer, en fonction de nos critères portant sur le langagier, si l'objet que décrit l'élève se rapproche de la définition du cercle en tant qu'ensemble de points. Il s'agit d'une tentative, un peu à la manière du classement effectué par Auger et Chesnais (2022), de séparer en catégories un spectre de productions possibles. Ce critère s'appuie principalement sur le nombre de points mentionnés et sur le verbe utilisé pour faire le lien entre le cercle et les points. Nous avons choisi de coder :

- **0** les définitions du cercle qui sont très éloignées de la définition attendue (pas de mention de points autre que le centre, indications d'une conception du cercle comme ligne sans mise en relation avec des points),
- **1** les définitions très proches ou correspondantes à la définition attendue (mention de plusieurs points voire d'une infinité de points, verbe « être » ou verbes d'état)
- **0,5** toutes les définitions intermédiaires (mentions d'un point du cercle ou une quantité finie de points appartenant au cercle, verbe « avoir » ex : « le cercle a plusieurs points »)

Ce critère reste assez arbitraire et mériterait d'être affiné pour être plus précis. Nous insistons sur le fait qu'il ne s'agit pas ici de se rapprocher d'une forme langagière experte mais bien d'une proximité du sens de l'énoncé, une approximation partielle d'un degré de conceptualisation.

#### Pour les productions CercleDistance-ContextualiséClassique

Pour ces productions nous avons principalement cherché les potentiels emplois du mot « cercle », avec les moyens langagiers pour le désigner ainsi que les potentiels moyens de parler de cercle sans employer le mot « cercle ». Voici donc les critères :

- Mention « cercle »
- Dénomination du cercle (centre, centre + rayon, autre)
- Mention de « point(s) » ?
- Mention « compas »

Les élèves ont déjà abordé la notion de cercle avant la 6<sup>ème</sup> mais nous cherchons à savoir dans quelles tâches ils vont effectivement utiliser le mot « cercle ».

Nous cherchons également les moyens langagiers employés par les élèves pour désigner un cercle en particulier, notamment pour le distinguer d'autres cercles dans une tâche. Ce critère se repose sur le lien entre désignation d'un cercle et sa caractérisation dans les pratiques expertes. Cela rejoint aussi le fait qu'il n'est pas évident pour les élèves que plusieurs cercles peuvent avoir le même centre et donc que désigner un cercle par son centre ne suffit pas.

Dans le prolongement de ce que nous regardons dans les énoncés CD-G, nous observons la mention de points, s'il s'agit de points appartenant au cercle ou du centre et, le cas échéant, d'une explicitation de la nature du centre du cercle.

Nous pistons aussi la mention de « compas » comme un indicateur d'une désignation du cercle mais dans un discours très ancré dans l'action et le matériel et donc un discours qui serait plus d'un genre premier.

Nous avons développé moins de critères sur cercle car il nous semble avoir identifié moins d'enjeux autour de ce concept n'étant pas liés aux enjeux sur distance.

Pour les productions CercleDistance-ContextualiséPreuve

Nous avons choisi d'analyser les productions CD-CP plus précisément par la possibilité de récupérer des traces des raisonnements des élèves et par la potentielle formulation des propriétés du cercle. Nous appliquons aussi les critères CD-CC aux productions CD-CP, avec les de critères supplémentaires suivants :

- Mesure (M) / Raisonnement (T) / Perceptif (P)
- Si T, points ou segments
- Si T, quelle propriété
- Si M, distance ou longueur ?
- Mention « longueur » ou « distance » ?

Notre premier critère s'inspire des analyses effectuées par le groupe IREM de Montpellier sur les tâches qui demandent une distance ou une longueur, ainsi que la justification du résultat. Pour cette justification, les élèves peuvent employer trois types de stratégies : passer par la mesure (noté M), par un raisonnement en appui sur des propriétés (noté T) ou par une observation d'une figure donc un raisonnement perceptif <sup>28</sup>(noté P). Le type de stratégie de résolution est à rapprocher des paradigmes géométriques, c'est donc un indicateur du positionnement de l'élève sur le raisonnement géométrique.

Si l'élève a produit un raisonnement (T), nous regardons sur quels objets ce raisonnement porte et s'il a cité une propriété. En effet, nous pouvons trouver des traces de raisonnement sans forcément pouvoir identifier la propriété mobilisée. Nous regardons en particulier si les raisonnements portent sur les segments ou les points car nous nous intéressons aux justifications de longueurs et de distances.

Toujours en appui sur les objets mentionnés, s'il a utilisé la mesure pour répondre, nous cherchons s'il s'agit de la mesure de la longueur ou de la distance, soit par la mention directe des mots « longueur » et « distance » soit par les objets mentionnés (par exemple,

---

<sup>28</sup> Donnons un exemple de raisonnement perceptif : dans une tâche où l'élève a tracé un segment [AB] de longueur 4cm ainsi qu'un cercle de centre A et de rayon 4cm, à la question « est-ce que cercle passe par le point B ? » un élève peut répondre « oui je le vois sur mon dessin », c'est ce que nous considérons comme raisonnement perceptif.

« j'ai mesuré de A jusqu'à B ça fait 4cm » nous semble être plutôt une mesure de la distance entre les points que de la longueur du segment).

Ces six ensembles de critères nous ont permis d'analyser les productions des quatre élèves aux vingt tâches de notre corpus. Nous reviendrons sur les limites de ces critères, autant sur la manière dont ils se sont appliqués que sur leur construction.

## Résultats

Nous considérons que les évolutions dans les productions langagières en termes de secondarisation peuvent être repérées de deux façons : soit dans la répétition d'une même tâche, soit dans la variété des tâches où peut être mobilisé une notion.

Avec le recueil de plusieurs productions, espacées dans le temps et répondant à chaque fois à la même tâche, il est possible d'observer le processus de secondarisation au niveau de l'enrichissement du lexique et des constructions syntaxiques d'une part, et de l'articulation logique de l'énoncé produit d'autre part. Il s'agit de la méthodologie employée par Jaubert & Rebière (2001) et donc probablement un moyen privilégié d'observer des traces du processus de secondarisation.

Avec le recueil des productions sur un ensemble de tâches différentes, l'enjeu se situe plutôt dans l'identification des tâches pour lesquelles sont mobilisés les notions et la pertinence de ces mobilisations. Il s'agit alors d'évaluer la diversification des tâches pour lesquelles les notions sont disponibles ainsi que les constructions syntaxiques, plutôt que la présence seule du lexique.

Pour revenir aux travaux de Jaubert & Rebière (2001), le corpus présenté porte sur une séquence d'enseignement en SVT au primaire. Il nous semble que l'enseignement des mathématiques se porte moins naturellement à la production de plusieurs énoncés éloignés dans le temps et répondant à une même tâche. Dans les faits, notre corpus de données présente des productions sur des tâches variées, avec la répétition de seulement deux tâches : la définition de la distance et la définition du cercle. De plus, ces tâches sont introduites par une enseignante qui est sensibilisée aux enjeux langagiers. Nous supposons que ces tâches n'apparaîtraient pas forcément dans un enseignement plus ordinaire. Ainsi, notre étude se trouve favorisée par la présence de ces deux tâches qui se répètent, à la fois pour nous permettre de repérer des traces du processus de secondarisation et pour favoriser

le processus de secondarisation chez les élèves. Cependant, nous aurions probablement pu identifier plus de choses avec une répétition de plus de tâches.

Nous choisissons de présenter dans un premier temps les évolutions observées sur la répétition de ces deux tâches puis les évolutions sur la variété des tâches proposées.

### *Evolutions des productions pour une tâche donnée*

Nous avons dans ce corpus deux répétitions de la tâche de production de la définition de la distance et trois répétitions de la tâche de production de la définition du cercle.

#### Définition de la distance

Pour les tâches pour de production de la définition de la distance, ce sont les exercices numérotés 2 et 14 dans le scénario. Dans les deux cas, l'enseignante a donné la consigne à l'oral puisqu'il s'agissait de productions écrites sur feuille blanche.

L'exercice 2 est proposé lors de la toute première séance de cette séquence après la découverte de la notion de distance dans l'exercice 1 et donc à la suite d'une explication de ce qu'est la distance. L'exercice 14 est proposé lors de la huitième séance, à la fin de la partie sur la notion de distance et après les vacances scolaires. La définition de distance entre deux points et de la distance entre point et droite a été institutionnalisée et écrite dans la leçon.

Voici la reconstitution des consignes à partir de transcriptions partielles :

2	On a parlé de distance entre des points. Et on a parlé d'autres choses. Vous allez m'écrire c'est quoi la distance entre deux points. Depuis tout à l'heure on en parle et peut-être que ça va vous donner une idée de pourquoi je vous pose cette question <sup>29</sup> . (...) Écrivez du coup c'est quoi pour vous la définition de la distance entre deux points. Avec un exemple si vous voulez. (...) D'abord la distance entre deux points [écrit au tableau]. Pour vous aider je vais écrire, deux points A et B.
14	Quand on a parlé de la distance, on a cherché à définir la distance dans quel cadre ? La distance des points. Il y a dans le cadre des points. On va garder ça comme ça. Vous allez m'écrire la définition dans le cadre des points. Comment on définit la distance dans le cas des points, c'est quoi la distance pour des points. Mais en utilisant le bon vocabulaire, je ne voulais pas donner des indications c'est pour ça que je cherche mes mots. Oui, la définition, c'est quoi la distance. Comment tu le définis. On a vu la distance avec les points mais avec autre chose aussi. Segment ? Plutôt point-droite oui. Moi je veux juste c'est quoi la distance dans le cas des points.

<sup>29</sup> La question mentionnée : « le point M est à égale distance des deux extrémités. Est-ce que quelqu'un peut me le dire autrement ? » en référence à l'énoncé de l'exercice 1

Pour la consigne de l'exercice 14, l'enseignante a essayé de ne pas donner les formes syntaxiques autour de distance pour évaluer les formes utilisées par les élèves. Elle a aussi essayé de ne pas indiquer elle-même les objets (entre points ou entre un point et une droite) mais seulement de reprendre les propositions des élèves. Elle finit par écarter la distance point-droite dans sa consigne.

Nous avons choisi d'écarter de ces résultats la tâche 10.b qui était une demande de la définition de la distance point-droite car les productions des élèves sont très éloignées de ce que nous attendions et des critères d'analyse que nous avons construits. Nous considérons donc qu'il n'est pas possible de qualifier les mêmes évolutions qu'avec les deux autres tâches. Nous reviendrons plus loin sur ce que nous observons sur les productions à la tâche 10.b.

Voici donc les productions des quatre élèves sur les tâches de définition de la distance :

	Première définition (2)	Deuxième définition (14)
Th	Une distance entre 2 points d'un segment c'est la longueur entre 2 ou plusieurs point. Exemple: La distance est de 10cm au total la moitié de 10 c'est 5 donc nous devons séparer de 5cm d'un côté et 5cm de l'autre aussi. Ce qui donne le milieu du segment (point) il ne nous reste plus qu'a le nommer. Ces signes/codage veulent dire égaux.	La distance est une longueur d'un point à un autre qui a une mesure.
Sa	La distance entre deux point c'est : une distance d'un point à l'autre. ex: ils sont tous à peu près à la même distance (comme ce qu'on a fait au tableau)	[La définition entre - barré] La définition de la distance c'est : 2 points (par exemple) [c'est - ces - 2 points sont - barrés] qui sont loin (distant) puis quand on trace ça fait un segment. La définition de la distance entre 2 points c'est un "segment" qui est distant.
Fe	La distance entre deux points A et B: [- pas fini]	Définition de la distance : [ La distance est un point qui se relie à un point - barré ]
As	Une distance entre deux points est un point d'un segment qui vas jusqu'à un autre point du même segment. Exemple 1 : La distance du point A au point B est de 8,3cm. Exemple 2: La distance du point A au point B est de 5 cm et la distance du point B au point C est de 5cm, donc la distance du point A au point C est de 10cm donc A et B, B et C sont égaux.	Définition [de la distance- rajouté] d'un point a un point : [La distance d'un point à un point est la longueur la plus petite - barré] La distance entre deux points [? - barré] sont l'extrémités du point A au point B et est la longueur des points [AB]

Notre analyse des productions permet d'observer la variation ou la co-occurrence de constructions syntaxiques autour de distance. Nous distinguons ainsi l'évolution d'une même construction syntaxique (par exemple de « La distance de A et B » à « La distance de A à B ») et la co-occurrence de deux constructions syntaxiques différentes dans un même énoncé (par exemple « La distance de A à B est la même que la distance entre B et C. »). Pour autant il nous paraît compliqué de tirer des conclusions uniquement de cette observation.

Th utilise « entre 2 points » et « entre 2 ou plusieurs points » dans son premier écrit et change pour « d'un point à un autre » dans le deuxième. Ces constructions syntaxiques sont toutes correctes, bien que dans le premier écrit il y a une reprise de la consigne qui a été énoncée à l'oral et écrite au tableau. D'ailleurs, les quatre élèves vont reprendre cette construction « entre deux points » dans leurs premiers écrits, reprenant la consigne.

Nous trouvons remarquable que deux élèves (As et Sa) utilisent dès le premier écrit les deux formes syntaxiques correctes : « entre deux points » pour les deux et « du point A au point B » pour As, « d'un point à l'autre » pour Sa. Rajoutons l'emploi de « ils sont tous (à peu près) à la même distance » par Sa, qui est une forme syntaxique complexe mais correctement employée.

Et si Sa emploie trois constructions correctes dans son premier écrit, dans le deuxième il n'y a plus que « entre 2 points ». As se distingue de ses trois camarades par sa mobilisation de noms de points dans ces deux écrits, dans le premier dans les exemples et dans le deuxième pour définir la distance.

Fe a visiblement rencontré des difficultés sur ces exercices puisqu'elle n'a pas écrit de définition dans son premier écrit et qu'elle a barré sa production dans le second. Nous remarquons tout de même, dans sa tentative barrée l'emploi de « point », la mention de deux points ainsi que la construction « un point qui se relie à un point » qui montre qu'elle sait que la distance porte sur des points (ce qu'elle a pu récupérer dans la consigne) mais n'arrive pas à produire une construction syntaxique correcte.

Le deuxième écrit de Sa présente une articulation claire entre points et segment lorsqu'elle écrit « 2 points (...) quand on trace ça fait un segment » et qui indique un lien entre segment et distance mais dont elle n'est pas certaine de l'exprimer correctement puisqu'elle met segment entre guillemets dans sa dernière phrase.

Les productions de Th nous ont interpellés sur plusieurs points : dans son premier écrit Th reprend la formulation « entre 2 points » de la consigne mais ne l'utilise pas dans ses exemples où elle écrit « La distance est de 10cm » ; elle est la seule élève à employer « mesure » dans un de ses écrits ; son deuxième écrit mentionne une « longueur d'un point à un autre » qui peut être interprété comme une erreur de catégorie.

Nous notons aussi l'erreur de catégorie « longueur des points  $[AB]$  » dans le deuxième écrit de As. Pour chaque cas d'erreur de catégorie de ce type, l'interprétation de ces erreurs pourrait être une considération, pour les élèves, des notions de longueurs et distance comme synonymes ou interchangeable. Nous pourrions aussi considérer ces erreurs de catégorie comme indicateur d'une distinction en cours des différents usages de chaque notion : quand faut-il utiliser « distance » et quand faut-il utiliser « longueur » puisque ces notions sont très proches ? Enfin, dans certains cas, la notion de longueur étant plus familière car travaillée depuis plus longtemps, une erreur de catégorie pourrait être interprétée comme un retour à une notion plus accessible que la distance pour l'élève. Malgré les difficultés d'interprétation, la diminution de la fréquence de ces erreurs de catégorie témoigne d'une meilleure conceptualisation et d'un discours qui évolue vers les pratiques langagières attendues.

Pour chaque élève, nous observons des évolutions entre leurs deux définitions de la distance mais il nous semble toujours difficile de pouvoir interpréter ces évolutions. Par exemple, nous remarquons que les trois élèves qui ont produit des définitions (As, Th et Sa) basculent du point de vue de la généralisation de l'énoncé : si les trois élèves produisent des énoncés illustrés par des exemples dans les premiers écrits il n'y en a plus dans les deuxièmes, ce qui rejoint ce qu'observaient Butlen & Pezard (2003). Mais cette bascule peut être liée à la consigne orale de l'enseignante qui propose aux élèves de mettre des exemples dans leurs productions du premier énoncé. Il nous paraît alors difficile d'évaluer l'impact de cette consigne sur les productions réelles des élèves, sachant que la demande de mettre des exemples vient des élèves, et en premier de As.

Même si As utilise des lettres dans le deuxième écrit, il nous semble qu'il s'agit quand même d'une généralisation, ce qui pourrait traduire une compréhension de certaines règles de formalisation en mathématiques.

Définition du cercle

Pour les tâches de production de la définition du cercle, ce sont les tâches numérotés 18, 19 et 22 dans le scénario. Ici aussi, les consignes ont été données à l'oral et en voici la reconstitution à partir de transcriptions partielles suivies des productions des élèves :

18	Pour ceux qui ont fini la deuxième partie, je leur demande d'écrire pour vous, c'est quoi un cercle finalement ?
19	Vous allez avoir une feuille chacun, vous allez écrire rapidement. Je donne la leçon après, là c'est juste pour voir et parce que ça vous aidera à apprendre. Tout le monde écrit la définition du cercle. (...) D'abord la définition du cercle et après ce que vous avez retenu.
22	Vous allez écrire ce que vous avez retenu, la notion, les définitions, les choses que vous avez retenu de la séance de vendredi. (...) Oui la définition entre autres.

	Première définition (18)	Deuxième définition (19)	Troisième définition (22)
Th	Définition d'un cercle: un cercle est une figure qui a un rayon, un centre et un diamètre. (Le cercle est défini par un point.)	Définition d'un cercle : Un cercle a une infinité de points, [il a -rajouté] un centre, [et - barré] un rayon, et un diamètre. Il a [aussi - rajouté] une infinité de rayon, et de diamètre. J'ai retenu : [Un cercle -barré] Un diamètre qu'on trace dans le cercle mais qui ne passe pas par le centre s'appelle une corde ils sont diamétralement opposés.	Définition d'un cercle : Un cercle [et - barré] est constitué de plusieurs points à une même distance d'un point appelé « le centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle. Vocabulaire que j'ai retenu : corde / rayon / diamètre / diamétralement opposé/arc de cercle / demi cercle
Sa	Définition cercle : [ - pas fini]	La définition du cercle. Un cercle [c'est un po -barré] a un rayon et un diamètre pour tracer un cercle il faut un [milieu - barré] centre [et un compas - barré]. Il ce trace avec un compas. Rayon. Un rayon c'est la moitié du cercle qui passe par le centre. Ce que j'ai retenu. J'ai retenu que [ la cercl - barré] le cercle a besoin d'un point pour etre former.	J'ai retenu la définition d'un cercle et le vocabulaire. Définition cercle : un cercle est constituer de tous les points située à [une - barré] la même distance d'un point appeler "centre du cercle". Cette distance est le rayon du cercle. [ Vocabulaire leçon. Tous les rayons d'un cercle ont la même longueur = OA, OE, OD. BC étant deux points du cercle, le segment [BC] est une corde du cercle. La corde P et E - barré]
Fe	/	Définition d'un cercle : Un cercle c'est une figure qui ce trace avec un compas et qui peut avoir une infinité de point. Le cercle peut avoir une infinité de point	Définition d'un cercle : un cercle est constitué de tout les points situés à une même distance d'un point appelé «centre du cercle». Cette distance est le rayon du cercle. que un [a - barré] cercle [est - barré] à une infinité de point. Un diamètre à la plus grande longueur possible pour un rayon.
As	cercle : le cercle est avec un centre, [plusieurs-barré] [infini - rajouté] rayons et [plusieurs-barré] [infini - rajouté] diamètres.	Un cercle : Un cercle à [le - barré] son centre, à une infinité de points, à [une - rajouté] infinité de rayons et de diamètres, peut avoir des cordes* et à un [segment - rajouté] diamétralement. *cordes: un point d'un cercle est un autre point du [un - barré] cercle qui passe pas par le centre. (schéma : un cercle de centre O, avec un rayon, un diamètre et une "cordes" [IH] légendés, des points marqués sur le cercle avec en légende : infinité de point "pas tous représenté")	Définition d'un cercle : Un cercle est constitué de plusieurs points qui ont la même distance à un seul point "le centre", un cercle à infini de diamètres, à infini de rayons [et le cercle a - barré]. En classe se que j'ai compris : un cercle [a infi - barré] [est constitué de - barré] a plusieurs points, d'un centre, d'infini de rayon, d'infini de diamètre, [peut avoir - barré] contient des arcs de cercle, peut avoir des cordes. Vocabulaire [et description - barré] (sous forme de liste : ) corde / rayon / diamètre / centre / point(s)

Pour les quatre élèves, le critère « proximité » semble indiquer qu'elle se rapprochent d'une perception du cercle comme ensemble de points. En effet, ce critère s'appuie sur le verbe employé pour faire le lien entre cercle et points, et sur la quantification des points dans l'énoncé.

Tout d'abord, dans les productions pour la tâche 18, seule Th mentionne un point : « le cercle est défini par un point ». Ensuite, pour la tâche 19 les quatre élèves utilisent le verbe « avoir » et seule Sa ne mentionne pas une infinité de points. Enfin, pour la tâche 22 les quatre élèves utilisent « est constitué de », Fe et Sa écrivent « tous les points ... » lorsque Th et As écrivent « plusieurs points ».

Ainsi, pour les quatre élèves nous observons dans leurs écrits des éléments qui semblent témoigner d'une avancée dans leur degré de conceptualisation du cercle comme un ensemble de points.

Au niveau du lexique présent, nous soulignons l'emploi de « compas » dans les énoncés 19 de Fe et Sa (qui d'ailleurs n'avaient pas produit d'énoncé pour la tâche 18). Il s'agit pour nous d'un indicateur d'une perception matérielle et ancrée dans l'action, ce qui est typique des énoncés premiers et donc un indicateur de secondarisation. Pour les deux élèves, ce mot n'est plus présent dans l'énoncé suivant. Il y a donc un détachement par rapport à l'action. De même pour le verbe tracer présent aussi chez Th dans l'énoncé 19 et qui n'est plus présent dans les énoncés 22. Il y a donc une mise à distance de l'aspect matériel entre les énoncés 19 et les énoncés 22.

Sur les définitions du cercle nous avons aussi cherché à repérer quels objets mathématiques étaient mis en lien avec le cercle en regardant les substantifs présents dans les énoncés, comment leur nombre a évolué et si des mises en relations entre les objets apparaissaient.

Pour les quatre élèves, le nombre d'objets mentionnés a augmenté même si les objets ont pu changer, par exemple avec l'apparition de « corde » (dans la tâche 19 pour As et Th, dans la 22 pour Sa) et de « arc de cercle » (dans la tâche 22 pour As et Th) ou avec la disparition de « figure » (pour Th et Fe). Nous rapprochons cette augmentation du nombre d'objets mais surtout le tri entre ces objets du phénomène d'« accroissement des informations pertinentes » identifié par Jaubert & Rebière (2001), dans une adaptation

spécifique aux mathématiques. En effet, dans les définitions mathématiques, l'objectif est plus de citer ce qui permet de caractériser l'objet plus que l'ensemble de ses propriétés, qui sont plutôt mises à part de la définition. Nous pourrions considérer que les productions de Sa, Th et As se rapprochent de cette forme puisqu'elles ont distingué une partie définition et une partie vocabulaire ou propriétés.

Nous avons aussi cherché à repérer si les objets mentionnés étaient mis en relation avec le cercle ou entre eux, ce qui correspondrait à une articulation des objets (équivalent de l'articulation logico-causale repérée par Jaubert & Rebière). Nous observons des articulations entre objets dans tous les énoncés pour la tâche 22 puisque les quatre élèves décrivent la relation de distance entre les points du cercle et le centre, et trois élèves (Th, Sa et Fe) font clairement le lien entre cette distance et le rayon du cercle par l'emploi de l'expression « cette distance est le rayon du cercle ». Nous repérons également une articulation entre le centre du cercle et le rayon du cercle dans la production 19 de Sa : « un rayon c'est la moitié du cercle qui passe par le centre ».

Nous observons aussi une évolution de la considération des points. Comme nous l'avons déjà dit, seule une élève mentionne un point dans la production 18 lorsque le mot points apparaît dans les quatre productions pour les tâches 19 et 22. Le mot « centre » lui, apparaît dans les productions 18 et As et Th, dans les productions 19 de Th, Sa et As mais sans qu'elles n'écrivent qu'il s'agit d'un point. Mais cette explicitation apparaît dans les quatre productions pour la tâche 22, accompagnée de la bascule entre « avoir des points » et « être constitué de points » pour les points du cercle. Ces évolutions sont indicatrices d'une avancée dans la perception des points, en lien avec la déconstruction dimensionnelle et le phénomène de masquage liés au lexique identifié par Coulange.

Pour finir sur ces définitions, nous observons beaucoup de similarités entre les productions des élèves pour la tâche 22. Dans le scénario, cet exercice est donné après la séance où la définition de cercle a été inscrite dans la leçon. Nous avons donc comparé la trace écrite de la leçon avec les productions des élèves (en isolant uniquement la définition, ce qui ressemble à la leçon), en mettant en avant les différences.

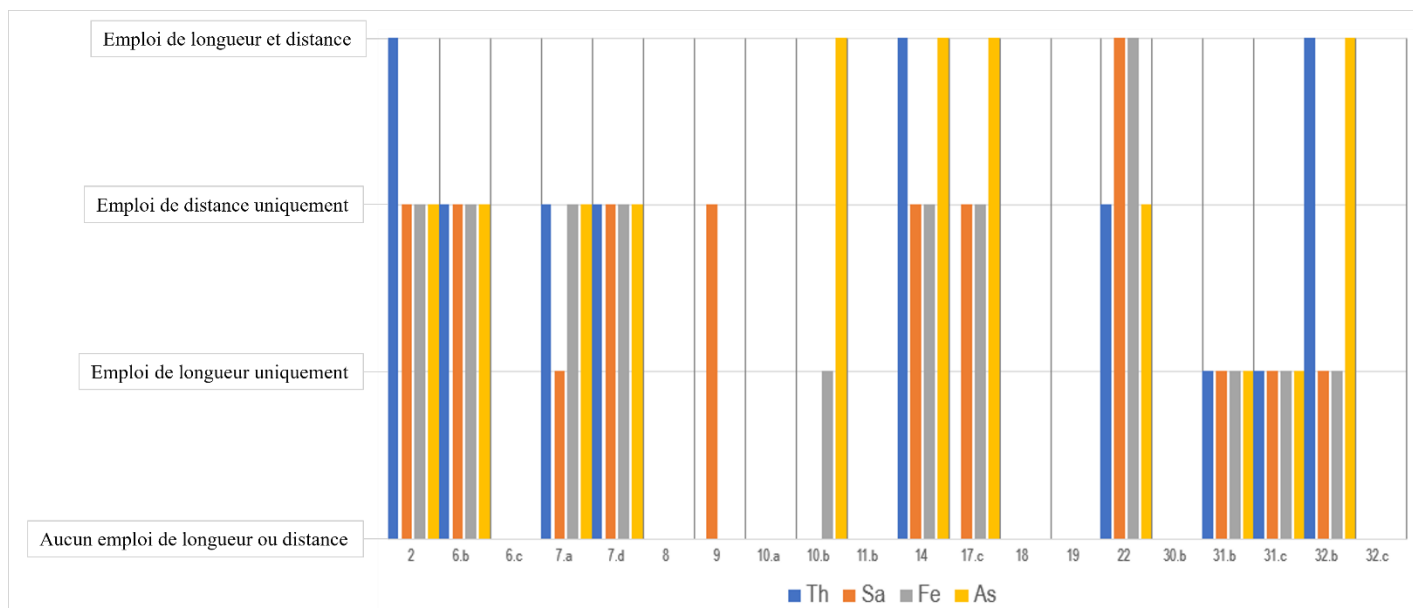
Leçon	Un cercle est constitué de tous les points à une même distance d'un point appelé « centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle.
Th	Un cercle est constitué de <b>plusieurs</b> points à une même distance d'un point appelé « le centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle.
Sa	Un cercle est constituer de tous les points <b>située à la</b> même distance d'un point appeler « centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle.
Fe	Un cercle est constitué de tout les points <b>situés</b> à une même distance d'un point appelé « centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle.
As	Un cercle est constitué de <b>plusieurs</b> points <b>qui ont la</b> même distance <b>à un seul</b> point « le centre », <b>un cercle à infini de diamètres, à infini de rayons.</b>

Pour Th, Sa et Fe les variations sont très légères ce qui montre qu'au-delà d'avoir appris leur leçon, celle-ci fait suffisamment sens pour qu'elles soient capables de la réécrire avec quelques variations qui ne changent pas le sens de l'énoncé. Nous pensons en effet que si cette définition ne faisait pas sens pour elles, même en l'apprenant par cœur, la restitution ne serait pas aussi proche que ce qu'elles ont produit. En témoigne l'écart avec leurs autres productions de définitions de distance au niveau de la structure syntaxique. Cette ressemblance avec la leçon est pour nous un exemple représentatif de l'hybridation des discours, avec le discours écrit de la leçon qui prend le dessus.

#### *Émergence et évolution des usages du lexique*

Au vu de la variété des tâches, nous cherchons à identifier des évolutions sur des éléments qui peuvent apparaître dans la majorité des tâches. Nous avons ainsi comparé les emplois de distance et longueur dans les différentes tâches et ce pour chaque élève.

Pour construire le graphique suivant, nous avons codé, pour chaque élève et pour chaque tâche : 0 pour l'absence de « longueur » et de « distance » dans l'énoncé, 1 pour la présence de « longueur », 2 pour la présence de « distance » et 3 pour la présence de « longueur » et de « distance ».

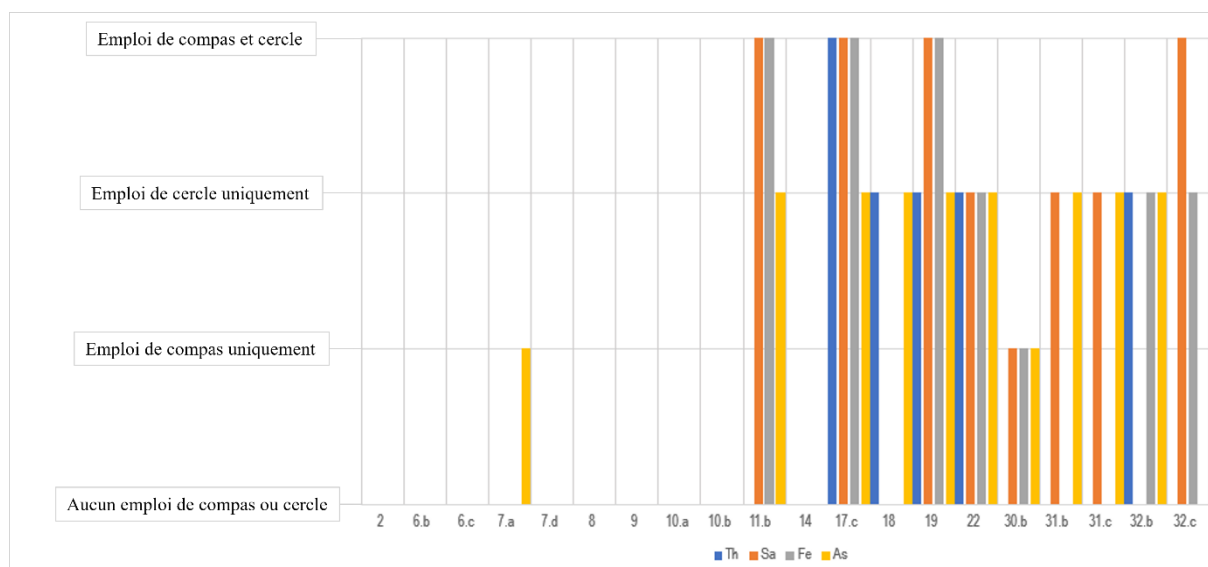


Ce graphique nous indique les emplois de « distance » ou « longueur » dans chaque tâche. Nous pouvons ainsi remarquer que Th est la seule qui mentionne distance et longueur dans la tâche 2 qui est la définition de distance. Ce graphique permet aussi d'observer les tâches pour lesquelles chaque élève utilise le mot « distance » ainsi que l'emploi simultané de « distance » et « longueur », majoritairement dans les énoncés de Th et As.

Rappelons que la séquence est partagée en deux parties, l'une sur la distance et l'autre sur le cercle. Les tâches 2 à 10.b et la tâche 14 correspondent à la première partie de la séquence, les tâches 11.b et 17.c à 32.c à la seconde partie. Il est intéressant de remarquer que l'emploi de seul de « longueur » n'apparaît pas beaucoup dans les tâches de la première partie mais majoritairement dans les exercices 31 et 32. Ceci est probablement lié à la présence du mot « longueur » dans les énoncés (voir Annexe 3) et la complexité de ces exercices qui ne permet pas de mobiliser la distance.

Nous pouvons aussi observer qu'il y a peu de tâches pour lesquelles aucune élève n'emploi « longueur » ou « distance ». Ce graphique ne souligne pas les tâches pour lesquelles les élèves n'ont pas produit d'énoncé. Or nous savons que les quatre élèves ont produit des énoncés à la tâche 19 par exemple et qu'aucun de ces énoncés ne mentionne « longueur » ou « distance », de même pour la tâche 30.b qui est le programme de construction du triangle connaissant les longueurs de ses côtés.

Nous avons également comparé, de manière similaire, les emplois de cercle et compas<sup>30</sup>.



Ce graphique montre que l'emploi isolé de « compas » n'apparaît que rarement, une occurrence pour As dans l'exercice 7.a, une occurrence dans l'exercice 30.b. Il y a légèrement plus d'occurrence de « compas » avec « cercle ». Nous remarquons également que pour la tâche 31, seules Sa et As mobilisent le cercle, sur une tâche où la justification peut pourtant s'appuyer sur les propriétés du cercle.

Nous remarquons dans la tâche 32.c, que Sa emploie « compas » et « cercle ».

Sa	32.c	J'ai pris 8 cm avec le compas puis j'ai tracer un arc de cercle sur la droite (d) pour savoir ou placer le point T ( $ST=OP=8cm$ )
----	------	--

En regardant sa production complète<sup>31</sup>, nous pourrions interpréter l'emploi de « compas » comme une trop grande complexité de la tâche pour qu'elle puisse mobiliser le cercle pour raisonner et elle se rabat sur un langagier qu'elle maîtrise plus, qui est la description des actions matérielles.

<sup>30</sup> En codant 0 pour l'absence de « compas » et de « cercle » dans l'énoncé, 1 pour la présence de « compas », 2 pour la présence de « cercle » et 3 pour la présence de « compas » et de « cercle ».

<sup>31</sup> Qui souligne par ailleurs une limite de notre codage, la présence de « cercle » dans l'expression « arc de cercle » devrait pouvoir être interprété de manière différente que l'emploi de « cercle ».

*Le cas particulier de l'élève As*

Lors de l'analyse des productions des quatre élèves nous avons parfois eu du mal à retrouver le sens des énoncés de As. Cette élève produit des énoncés très originaux dans lesquels nous avons relevé pas mal d'erreurs de catégories, qui s'accompagnent parfois d'erreurs sur les notations :

N° tâche	Production As
6.b	Leurs distances sont presque pareilles alors que le <b>point [AG]</b> est plier alors [HK] est droit mais plus petit
10.b	La distance du point A au point B est la <b>longueur du point B, A et la (d) et au point d'intersection.</b>
11.b	Elle pourra brouter à <b>3cm de diamètre du point P</b> . La zone est a 3cm du point P en cercle
14	(...) La distance entre deux points sont <b>l'extrémités du point A au point B</b> et est la <b>longueur des points [AB]</b>
32.b	La longueur du segment [OP] est de 8cm. On sais que : <b>RS a un rayon de 4cm</b> et que <b>[OP] € (d)</b> . Si <b>[RS] a un rayon de 4cm</b> [ et que tout les points du cercle sont à égale distance du cercle - rajouté ] alors le segment [OP] est de 8cm car c'est un diamètre. Donc $OP = 8cm$

Nous rajoutons un commentaire sur la tâche 6.b. Cette tâche est extraite de l'activité « ligne brisée » (voir annexe 3 pour l'énoncé vierge) où l'enjeu était de comparer les longueurs d'une ligne brisée et d'un segment ainsi que les distances entre les extrémités. Dans sa réponse, As emploie le déterminant « Leurs » qui signale un implicite. Pour As, il est clair de quelles distances il est question. Elle ne perçoit pas la nécessité d'explicitier de quelles distances elle parle. De plus, lorsque nous cherchons à interpréter son énoncé, même avec une mise en contexte, il nous est difficile de savoir si elle cherche vraiment à parler de distances ou de longueurs.

Si ses productions langagières sont parfois difficiles à interpréter, elle semble comprendre les points importants comme lorsqu'elle mentionne les points A et B, la droite (d) et le point d'intersection dans sa tentative de définition de la distance point-droite (10.b), ou qu'elle mentionne le point P et la longueur (voire distance qui a pu être remplacé par diamètre) 3cm ainsi que le cercle dans la tâche 11.b.

De plus, ces écrits montrent qu'elle tente de s'appropriier les notations mathématiques, que ce soit celles des longueurs, des segments et même du symbole « appartient » (codé €

ici). C'est probablement en essayant de s'appropriier les codes de formalisation et les notations spécifiques aux pratiques langagières en mathématiques qu'elle finit par produire des énoncés aussi originaux.

### *Résultats ponctuels*

Nous avons quelques résultats ponctuels que nous souhaitons présenter. Nous n'avons pas su les articuler avec nos autres résultats mais nous estimons qu'ils pourraient poser de nouvelles questions.

Nous avons observé dans quelques productions ce que nous supposons être de potentielles inversions de mots :

Élève	Tâche	Production	Hypothèse mot inversé
As	11.b	Elle pourra brouter à 3cm de <b>diamètre</b> du point P. La zone est a 3cm du point P en cercle.	Distance
Sa	10.b	La définition. La <b>définition</b> entre le point A et la droite (d) est [ - pas fini]	Distance
As	32.b	La longueur du segment [OP] est de 8cm. On sais que : RS a un rayon de 4cm et que [OP] € (d). Si [RS] a un rayon de 4cm [ et que tout les points du cercle sont à égale distance du <b>cercle</b> - rajouté ] alors le segment [OP] est de 8cm car c'est un diamètre. Donc $OP = 8cm$	Centre

A chaque fois, en remplaçant un seul mot, nous obtenons des énoncés corrects, et ces mots à remplacer se ressemblent (commençant pas la même lettre). Nous pourrions faire l'hypothèse que les élèves ont inversé les mots parce que les énoncés sont difficiles à prendre en charge pour eux et que les usages de chaque mot ne sont pas encore bien définis.

Dans la production 7.a de Fe, « La plus grande distance est C et A et la plus petite est C et B. J'ai mesurer. » nous pourrions faire l'hypothèse que « C et A » et « C et B » soient des tentatives de notations des distances CA et CB, d'autant plus que cela a pu être observé par ailleurs pour la désignation de segments (Chesnais, 2009). Nous pourrions penser, en lien avec l'analyse logique, que le fait de désigner un objet (un segment ou une distance) à partir de deux objets (les deux points extrémités du segment ou les deux points en relation) ne va pas si facilement de soi.

Nous avons aussi remarqué chez Fe et Sa une expression particulière : « le point A et G » (Sa, 6.b), « le point Z et Y » (Fe, 7.b), « le point M et N » (Fe, 8). Nous pensons qu'il peut y avoir plusieurs interprétations possibles. Nous pouvons penser qu'il s'agit de tentatives de formes contractées pour désigner deux points, ce qui serait lié notamment au fait que dans les énoncés en français courant, les répétitions sont à limiter alors qu'en mathématiques dire « le point A et le point B » est tout à fait correct. Mais les pratiques langagières expertes en mathématiques tendent aussi à réduire les énoncés, mais ici ce serait avec la disparition de « point ». Cette formulation pourrait alors être une fusion des expressions « les points A et B » et « le point A et le point B » voire « A et B ». Il nous semble assez difficile de pouvoir déterminer précisément ce qui amène à cette expression.

Enfin, nous avons remarqué l'apparition de « infinité de points » entre les productions 18 et 19 chez trois de nos quatre élèves et nous avons donc tenté de faire un lien avec ce qui s'est passé entre les deux productions. En effet, ce sont deux exercices qui se sont enchaînés et donc il nous semblait plus facile de faire des hypothèses sur ce qui a pu déclencher ce changement. Nous aurions pu nous attendre à cette évolution à la suite de l'activité nuage de point (exercice 17, dont l'énoncé est en annexe 3) qui sert d'appui à l'enseignante pour construire la définition du cercle, et qui travaille explicitement la conception du cercle comme ensemble de points. La tâche 18 donnée directement après l'activité montre que les élèves n'ont pas identifié l'enjeu de l'activité et n'ont pas fait le lien avec la définition du cercle. Par la suite, pendant la correction de l'activité, l'enseignante a orchestré une construction collective d'un bilan de l'activité en tentant de commencer à définir ce qu'est un cercle en insistant sur le « nombre » de points. A la séance suivante, après avoir demandé aux élèves de quoi ils se rappelaient, elle a projeté ce qui avait été construit la veille pour poursuivre la discussion sur « plusieurs » ou « infinité » de points ainsi que sur le vocabulaire (rayon, diamètre, corde, arc de cercle, points diamétralement opposés). A l'issue de ces échanges, une définition du cercle était écrite au tableau. L'enseignante a ensuite caché la définition du tableau<sup>32</sup> avant de distribuer les feuilles blanches pour la tâche 19. Les productions 19 sont donc à la suite de la construction

---

<sup>32</sup> Le tableau de cette salle est un tableau triptyque, elle a inscrit les éléments de la discussion (dont la définition) sur le panneau central et a refermé les panneaux

de la définition. Nous trouvons que la comparaison de ces productions assez rapprochées dans le temps permet de mettre en avant les effets de la construction collective de la définition et comment le travail de cette enseignante permet des évolutions dans les productions des élèves. Il serait d'autant plus intéressant de comparer le contenu des discussions collectives avec les productions écrites des élèves pour tenter d'identifier les discours qui ont nourri les productions.

#### *La sensibilité des écrits au contexte*

Parmi nos hypothèses initiales, nous pensions possible de pister les évolutions de l'emploi de « distance » dans la majorité des tâches de notre corpus puisque nous l'avions identifié comme notion commune et pouvant être mobilisée dans la majorité des tâches. Il s'avère que ces emplois n'étaient pas si fréquents.

D'autre part, nous avons constaté que nos critères ne s'appliquaient pas aux productions sur la distance point-droite (tâches 7.d, 8, 9, 10.a et 10.b) que nous avons récupérées, ces productions étant très éloignées de ce que nous nous attendions à analyser, notamment dans les descriptions de la méthode où distance n'apparaît pratiquement pas (que ce soit le mot ou la notion).

Nous déduisons de ces observations que les productions des élèves dépendent très fortement du contexte des tâches. Lorsque la tâche s'avère trop complexe au regard du degré de conceptualisation atteint par les élèves, il n'est plus possible pour les élèves soit de mobiliser la distance, soit de produire des énoncés avec distance avec des formes syntaxiques correctes.

#### *Productions des élèves au post-test 2024*

Les élèves que nous avons observées ont passé les post-tests du groupe IREM fin mai. Nous avons récupéré leurs productions qui ont été analysées avec les mêmes critères que dans l'expérimentation de l'année dernière (présentée dans Chesnais et al., 2023).

Le premier exercice du post-test est une adaptation du premier exercice du pré-test (voir Annexe 7), et quelques éléments d'analyse a priori sont proposés dans Chesnais et al. (2023) à la page 60.

*« La tâche consiste à retrouver le centre d'un cercle dans un nuage de points (marqués par une croix et nommés), dont 4 sont annoncés comme appartenant au cercle. La consigne demande aux élèves d'utiliser uniquement la règle graduée. Le nuage a été légèrement modifié (voir la*

*version originale en annexe) pour rendre moins évidente l'identification visuelle du cercle et du centre. Il a par ailleurs été demandé aux élèves de justifier leur réponse.» (Chesnais et al., 2023, p60)*

Voici les justifications produites par les quatre élèves que nous avons suivies.

Élève	Post-test, exercice 1, question 1
Th	Je pense que le centre du cercle est J car J est a la même distance des points B, C, D, E.
Sa	Je pense que le centre est J car en mesurant du point J aux points demandés sa faisait la même distance partout
Fe	Le centre de ce cercle sera le point J. car quand je mesure tout les points jusqu'au centre tout les points font 4,2.
As	Je pense que le point J est le centre du cercle car, les points B, C, D et E ont tous la même distance aux points J. Donc les points E, D, B et C sont les rayons du cercle de 4,2 cm de rayon.

Rappelons les codages des réponses présentés dans Chesnais et al. (2023).

Dans un premier temps, une réponse (prenant en compte la justification verbale écrite et les tracés dans la figure) est codée par 1 si elle témoigne d'un raisonnement à partir d'une propriété du cercle pour trouver le centre. La réponse est codée 0 dans les autres cas, en particulier lors d'une utilisation du compas.

Ensuite, il est extrait des réponses si le raisonnement porte sur des points (et donc des distances) ou sur des segments (et donc des longueurs). Enfin, l'emploi du mot « distance » est recherché.

Les quatre élèves ont justifié leur identification du centre par une mobilisation d'une propriété du cercle, elles raisonnent toutes sur les points et seule Fe ne mentionne pas « distance » mais « mesure ».

Regardons maintenant leurs productions à la question 2 de ce premier exercice. Dans cette question, il s'agit de reformuler une phrase d'élève, Ylan, qui est « mal dite ». La phrase en question est :

« Ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C. »

Voici les éléments d'analyse a priori présentés dans Chesnais et al. (2023) :

*« L'analyse a priori de cette deuxième question montre qu'elle suppose de corriger « longueur de B » (resp. « longueur de C »), soit en évoquant les segments [HB] (resp. [HC]), soit en évoquant une relation entre B et H (resp. entre C et H). (...) La relation d'égalité était, quant à elle, déjà prise en charge dans la phrase d'Ylan, même si elle pouvait être modifiée, par exemple en parlant de grandeurs « égales » plutôt que d'être « la même ». Notons toutefois que cela pose des difficultés aux élèves, en particulier en lien avec l'accord en nombres (du fait que plusieurs choses sont égales à une seule et même chose). On trouve par exemple des phrases du type : « [JC] [JB] [JD] [JE] est égal a 4 cm ». »(Chesnais et al., 2023, p63)*

Regardons les propositions des quatre élèves :

Élève	Post-test, exercice 1, question 2
Th	ça ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au point H n'est pas la même que la distance du point H au point C.
Sa	ça ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au H n'est pas la même distance que le point C au H.
Fe	ça ne peut pas être le point H parce que la longueur du point B n'est pas le même que la longueur du point C
As	je pense que sa ne peut pas être H le centre car la longueur HB=6,8 et HC=2,3 et que pour former un cercle, il faut que les infinis de points ont la même longueur.

Pour cette question, le codage est plus qualitatif. Tout d'abord, sont codées comme réussies les phrases qui corrigent l'énoncé d'Ylan sans erreur de catégories et en prenant en charge les relations (de « non » égalité voire de distance). L'énoncé initial présentant une erreur de catégorie avec une longueur de point, nous regardons si les élèves ont corrigé en utilisant les distances entre points ou les longueurs de segments.

Pour cet exercice, Th et Sa ont très bien réussi à corriger la phrase d'Ylan, l'énoncé de Th est même un énoncé tout à fait correct et exemplaire de pratiques expertes. Pour Sa, il manquerait seulement un « de » après le « que » (ou plutôt un « du »). La proposition de As est encore une fois un peu difficile à interpréter mais elle a quand même identifié que l'enjeu de l'exercice se trouvait au niveau des « longueur de B » et « longueur de C » puisqu'elle remplace par l'expression des longueurs avec les notations. Enfin, Fe ne corrige

pas vraiment la phrase, elle rajoute seulement le mot « point » devant le « B » et le « C », elle n'identifie donc pas l'enjeu autour de l'erreur de catégorie.

Enfin, l'exercice 2 de ce post-test propose une nouvelle fois de faire produire aux élèves une définition du cercle

Élève	Post-test, exercice 2
Th	Un cercle est [constitué de - rajouté] plusieurs points a la même distance du centre du cercle. Cela se nomme un rayon.
Sa	Un cercle est constitué de plusieurs points [située - rajouté] a une même distance d'un point appeler "centre du cercle" Cette distance est appeler "rayon du cercle".
Fe	Un cercle est constitués de plusieurs points situés a une même distance d'un point appelé centre du cercle. Cette distance est appelé rayon du cercle.
As	Un cercle est constitué d'une infini de points qui ont la même distance et d'un centre.

Les productions des élèves Th, Sa et Fe sont très similaires aux productions lors de la tâche 22 et donc encore proches de la définition présente dans la leçon. Mais ce post-test se déroule deux mois après cette leçon. Cela montre bien que ces élèves mettent beaucoup de signification derrière ces énoncés et qu'ils sont restés ancrés, ce qui témoigne d'un degré de conceptualisation avancé. Ces énoncés sont aussi plutôt corrects au niveau de la syntaxe ce qui montre une appropriation des pratiques langagières.

Encore une fois, As se démarque par l'originalité de son énoncé mais certains éléments importants sont présents : le verbe « être », la notion d'infinité de points, la notion de distance, la présence du centre. Il semble qu'il manque à As une part de conceptualisation sur l'aspect relationnel.

Replaçons maintenant les résultats de ces élèves d'une classe expérimentale par rapport aux résultats des classes témoins. Nous récupérons les pourcentages présentés dans Chesnais et al. (2023)<sup>33</sup>.

---

<sup>33</sup> Il aurait été intéressant de replacer ces élèves dans les pourcentages de réussite sur l'année 2023-2024 mais les post-tests n'ont pas encore été passés dans toutes les classes et donc le corpus n'est pas encore complet. Les tests étant les mêmes que l'année dernière, nous considérons que les pourcentages, aux vu des effectifs, seront similaires.

Dans les classes témoins d'éducation prioritaire, 26% des élèves mobilisent une propriété dans l'exercice du nuage de points, contre 58% des élèves dans les classes expérimentales d'éducation prioritaire. Parmi les élèves qui mobilisent une propriété, 46% des élèves des classes expérimentales d'éducation prioritaire raisonnent sur les points et sur les distances pour moins de 2% dans les classes témoins d'éducation prioritaire.

Nos quatre élèves mobilisent une propriété qui découle de la définition du cercle comme ensemble de points à distance donnée d'un point donné et raisonnent sur les points et les distances. Elles font donc partie de ces 58% et 46% d'élèves. Nous pouvons donc dire qu'elles ont toutes atteint le niveau de conceptualisation visé par cette tâche.

La deuxième question de cet exercice montre que, du point de vue langagier, deux des quatre élèves produisent des énoncés particulièrement bien construits.

Enfin, le deuxième exercice vient confirmer l'observation d'un degré de conceptualisation du cercle élevé et une appropriation des formes expertes bien avancée, surtout pour des élèves d'éducation prioritaire. Ces deux exercices montrent donc que, globalement, les élèves que nous avons suivies ont atteint un niveau de secondarisation dans leurs discours assez élevé (un peu moins pour Fe mais son énoncé à la question 1 est tout de même remarquable) et un degré de conceptualisation du cercle avancé.

#### *Limites des analyses*

Nous identifions plusieurs limites de nos critères qu'il nous paraît important de discuter.

Notre critère « désignation des points » qui permet de regarder si l'élève mentionne la nature et/ou le nom d'un point nous semble moins significatif a posteriori. Contrairement à ce que nous pensions en premier lieu, lorsqu'un élève mentionne un point par son nom mais qu'il n'explique pas sa nature, nous ne pouvons pas assurer qu'il est conscient de mentionner un objet de cette nature. Rien ne nous assure, quand un élève écrit « A », qu'il sait qu'il désigne un point. De manière analogue, la présence du mot « point » ne signifie pas que l'élève met réellement du sens derrière ce mot, en particulier au moment où l'élève apprend à manipuler ces objets. De plus, il n'est pas possible de savoir, lorsqu'un élève n'écrit que le nom du point, s'il est à un degré de conceptualisation où il ne maîtrise pas encore la désignation du point ou s'il est à un degré de conceptualisation plus avancé où il s'est approprié les pratiques expertes et donc l'implicite que « A » signifie « le point A ».

Notre évaluation singulier/pluriel pour les mentions de rayon et distance nous semblait un moyen d'indiquer un début de distinction ou au moins de prise de conscience de la distinction entre rayon-longueur et rayon-segment mais cela ne nous paraît pas suffisant, notamment car, dans les pratiques expertes, l'expression « le rayon du cercle » désigne le rayon-longueur et « un rayon du cercle » un rayon-segment, donc le singulier peut désigner les deux. Dans certaines tâches, nous pourrions avoir un rayon-segment tracé (voire étant le segment qui a permis de tracer le cercle) et qui pourrait être désigné comme « le rayon » à la fois comme rayon-segment et comme rayon-longueur. Donc de notre évolution de « un rayon » à « une infinité de rayon » nous ne pouvons conclure que d'une augmentation du sens donné à « rayon » mais pas jusqu'à la maîtrise ou la conscience de la polysémie, en mathématiques<sup>34</sup>, de ce mot.

Enfin, les tâches sur distance point-droite qui n'ont pas pu être analysées aussi bien que le reste du corpus montrent que nos critères ne permettent pas d'analyser toutes les productions sur distance. En particulier, les énoncés produits à la tâche 10.b, qui était une définition de la distance, ne correspondent pas aux critères que nous avons prévus et nous n'avons pas pu comparer ces productions aux autres définitions de la distance.

---

<sup>34</sup> Car le mot « rayon » fait partie du lexique qui a un ou des sens différents en dehors des mathématiques : rayon de soleil, rayon comme rangée dans un magasin, et d'autres.

## Conclusion

### Rappel des principaux résultats

Notre méthodologie, par le suivi de productions langagières au long d'une séquence d'enseignement, par la construction de critères d'analyses en appui sur des éléments d'analyse *a priori* des savoirs et sur les pratiques langagières expertes, nous permet de repérer certaines évolutions que nous pouvons considérer comme traces de secondarisation des discours.

Nous observons des phénomènes d'augmentation du lexique et des usages de ce lexique ainsi que d'augmentation de mises en relation des objets au cours de la séquence, phénomènes que nous relient aux phénomènes d'accroissement des informations pertinentes et de réorganisation logico-causale identifiés par Jaubert & Rebière (2001). L'application de nos critères d'analyse révèle également la variabilité des productions langagières des élèves ainsi qu'une sensibilité des écrits au contexte des exercices ce qui complique le repérage et le suivi des usages du lexique et des constructions syntaxiques associées.

Notre corpus souligne aussi la créativité des élèves dans la production d'énoncés mathématiques et présente des exemples de l'appropriation en cours des règles de formalisation spécifiques aux mathématiques : la nécessité d'explicitier les objets en jeu, les implicites qui sont acceptés, les notations des différents objets, les « bonnes » formes contractées. Ceci soulève aussi les enjeux langagiers autour de la nécessité de formes langagières adaptées aux objets sur lesquels se base le raisonnement, ici les points. Ces formes n'apparaissent pas si facilement car elles sont éloignées des formes langagières sur des objets de dimension supérieure, entre autres lorsqu'il n'est plus question de la propriété d'un objet de dimension 1 mais d'une relation entre deux objets de dimension 0 (et encore une fois en lien avec la déconstruction dimensionnelle).

### Discussion des résultats

Avec la comparaison des productions des quatre élèves au post-test et pendant la séquence, nous pouvons conclure que nous avons réussi à attraper le développement du processus de secondarisation qui mène à un niveau de conceptualisation avancé. Les énoncés produits par ces élèves sont très aboutis en termes de secondarisation des discours, légèrement plus aboutis pour Th et Sa que pour As et Fe mais ces dernières produisent quand

même des énoncés éloignés de ce que produisent des élèves ordinaires d'éducation prioritaire.

Notre étude témoigne donc du processus particulier de conceptualisation dans les classes de Mme N et permet d'envisager l'identification des éléments qui permettent d'atteindre de tels degrés de conceptualisation.

Pour autant il reste beaucoup de choses à explorer. Nous n'avons pas poussé très loin les hypothèses autour des interprétations des erreurs de catégories ni sur l'analyse des tâches pour lesquelles apparaissent les différences formes langagières pour rendre compte de la distance entre les points. Nous ne nous sommes pas non plus saisis des mots ou morceaux de phrases barrés et ou rajoutés dans les productions.

### **Limites et ouverture**

Nous identifions plusieurs limites à notre travail mais qui nous semblent, pour certaines, ouvrir d'intéressantes perspectives de recherche.

Tout d'abord, notre projet initial portait sur une analyse des évolutions des productions langagières verbales orales et écrites, d'où la mise en place d'un dispositif expérimental comprenant l'enregistrement vidéo et audio des séances. Nous souhaitions étudier l'articulation entre oral et écrit ainsi que l'influence des différents exercices ou échanges collectifs sur les productions individuelles, en regard avec la notion d'hybridation des discours notamment. Nous n'avons pas anticipé une aussi grande quantité de productions écrites et la construction des critères, juste pour les écrits, s'est avérée plus compliquée pour nous que prévu. Nous avons assumé dès le départ qu'il était possible de construire une grille d'analyse systématique et précise, ce qui n'a pas exactement été le cas, en partie à cause de la sensibilité au contexte des exercices, qui oblige une part d'analyse a priori de chaque tâche plus importante qu'anticipé. Il a donc été choisi de se concentrer d'abord sur les écrits, se réservant l'analyse des productions orales et l'articulation avec le scénario pour une étude ultérieure. Nous avons aussi écarté les dessins et figures qui peuvent être pourtant très informatifs, notamment dans les exercices qui demandent de produire des définitions. Cette partie graphique pourrait tout à fait faire l'objet d'une étude ultérieure, notamment en lien avec les degrés de généralisation des énoncés de distance.

Nous avons mentionné aussi que les quatre élèves observées sont des filles. Nous pourrions tout à fait questionner les effets de genres sur la prise de parole en classe, qui plus

est en mathématiques, ainsi que sur la production d'écrit. Nous avons considéré que ce n'était pas le sujet de notre étude à l'heure actuelle, et si la question des effets de genre sur la secondarisation des discours pourrait être posée, il ne s'agirait peut-être pas d'une recherche uniquement didactique mais plutôt sociologique.

Notre terrain d'étude n'était pas neutre non plus. Mme N, par sa participation aux travaux du groupe, propose un enseignement dans lequel la prise en charge des enjeux langagiers est nettement plus poussée que dans la plupart des classes ordinaires. C'est précisément ce qui nous a permis de mener cette étude exploratoire des productions langagières au long de la séquence à la recherche de traces du processus de secondarisation.

Les résultats présentés dans Chesnais et al. (2023) montrent bien la complexité de ce processus de secondarisation en lien avec la complexité du processus de conceptualisation. Les résultats des tests du groupe IREM montrent quant à eux que le travail de cette enseignante permet aux élèves d'atteindre un certain niveau de conceptualisation (attesté par la capacité à mobiliser la définition du cercle correctement dans l'exercice 3 du post-test) et de produire des discours élaborés, proches des discours experts, du moins, beaucoup plus élaborés et beaucoup plus proches des discours experts que dans les classes témoins et ce, même dans hors éducation prioritaire. L'étude des énoncés produits par les élèves ayant suivi un tel enseignement renseigne donc sur les étapes qui seraient nécessaire pour favoriser la conceptualisation et l'appropriation des discours experts autour des notions de distance et cercle.

## Bibliographie

- Auger, N., & Chesnais, A. (2022). Enjeux syntaxiques dans les apprentissages mathématiques et plurilinguisme. In C. Hache & C. Mendonça Dias (Éds.), *Plurilinguisme et mathématiques*. (Lambert Lucas, p. 93-114).
- Bakhtine, M. (1984). *Esthétique de la création verbale* (Paris : Gallimard.).
- Barrier, T., Chesnais, A., & Hache, C. (2014). Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54(1), 175-193. <https://doi.org/10.3406/spira.2014.1042>
- Barrier, T., Durand-Guerrier, V., & Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématiques. *Éducation et didactique*, 13(1), 61-81. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.3793>
- Butlen, D., & Pezard, M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisations en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(1), 41-78.
- Cerclé, V., Chesnais, A., Destribats, A., Dutaut, S., Gosselin, E., Leberre, J., & Nyssen, L. (2021). Le repérage au collège et au lycée : des enjeux d'apprentissage au croisement des cadres numérique, géométrique, algébrique et fonctionnel (deuxième partie). *Petit x*, 115, 29-63.
- Cerclé, V., Chesnais, A., & Nyssen, L. (2020). Le repérage au collège et au lycée : des enjeux d'apprentissage au croisement des cadres numérique, géométrique, algébrique et fonctionnel (première partie). *Petit X*, 113, 59-88.
- Chesnais, A. (2009). *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Université Paris-Diderot.
- Chesnais, A. (2018a). La différenciation des pratiques enseignantes en mathématiques entre éducation prioritaire et milieu «ordinaire» : déterminants et marges de manœuvre. In B. Fouquet-Chauprade & A. Soussi (Éds.), *Pratiques pédagogiques et enseignement prioritaire* (p. 183-210).
- Chesnais, A. (2018b). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement*. [Note de synthèse pour HDR, Université de Montpellier]. <https://hal.science/tel-02046178>

- Chesnais, A. (2021). Comment un ancrage didactique en théorie de l'activité amène à repenser le point de vue de l'élève. In H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job, A.-C. Mathé, A. Pressiat, M. Schneider, & F. Vandebrouk (Éds.), *Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure*.
- Chesnais, A., Cerclé, V., Constatin, C., Daval, N., Destribats, A., Dutaut, S., Lefort, J., Lahmouche, N., Lefaucheur, J., & Nyssen, L. (2022). Le rapport entre distance et longueur : enjeu de vocabulaire ou enjeu de raisonnement? *Actes du XVIIIème colloque CORFEM, Nantes 2022*.
- Chesnais, A., & Coulange, L. (2022). Rôle du langage verbal dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Synthèse et perspectives en didactique des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 214, 85-121. <https://doi.org/10.4000/rfp.11357>
- Chesnais, A., Destribats, A., Lefort, J., Lahmouche, N., & Bejaud, M. (2023). Prendre en charge des objets transparents de la classe de mathématiques pour mieux faire apprendre tous les élèves : distance et langage. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 240, 55-68. <https://doi.org/10.26034/vd.rm.2023.4117>
- Coulange, L. (2014). Les pratiques langagières au cœur de l'institutionnalisation de savoirs mathématiques. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54(1), 9-27. <https://doi.org/10.3406/spira.2014.1034>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- Duval, R., & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, n° 76, 7-27.
- Gobert, S. (2013). Construire des significations dans et par le langage. In A. Bronner, C. Bulf, C. Castela, J.-P. Georget, M. Larguier, B. Pedemonte, A. Pressiat, & É. Roditi (Éds.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. Grenoble : La Pensée sauvage.

- Gobert, S. (2014). Déplacements dans le processus de secondarisation. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54(1), 65-84. <https://doi.org/10.3406/spira.2014.1037>
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175-193.
- Jaubert, M., & Rebière, M. (2001). Pratiques de reformulation et construction de savoirs. *Aster*, 33(1), 81-110. <https://doi.org/10.4267/2042/8777>
- Jaubert, M., Rebière, M., & Bernié, J.-P. (2003). L'hypothèse "communauté discursive" : d'où vient-elle ? où va-t-elle ? *Les Cahiers de Théodile*, 4, 51-80.
- Jaubert, M., Rebière, M., & Bernié, J.-P. (2012). *Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs: l'hypothèse énonciative*. Texte disponible sur [Forumlecture.ch](http://Forumlecture.ch).  
[https://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012\\_3\\_Jaubert\\_Rebiere\\_Bernier.pdf](https://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf)
- Laborde, C. (1994). Enseigner la géométrie : permanences et révolutions. *Bulletins de l'APMEP*, 396, 523-548.
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J.-Y. Rochex & J. Crinon (Éds.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 19-32). Rennes : PUR. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00779196>
- Robert, A. (2008). Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. (p. 45-68). Toulouse : Octarès.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2), 133-170.
- Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 96(1), 79-86. <https://doi.org/10.3406/rfp.1991.1350>

## Annexes

Annexe 1 – Reconstitution de la séquence.....	72
Séance 1.....	72
Séance 2.....	72
Séance 3.....	73
Séance 4.....	73
Séance 5.....	73
Séance 6.....	74
Séance 7.....	74
Séance 8.....	75
Séance 9.....	75
Séance 10.....	75
Séance 11.....	75
Séance 12.....	76
Séance 13.....	77
Séance 14.....	77
Séance 15.....	77
Séance 16.....	77
Séance 17.....	77
Annexe 2 – Liste des exercices du scénario et découpage en tâches .....	78
Annexe 2.A – Liste des exercices .....	78
Annexe 2.B – Découpage de certains exercices en tâches .....	80
Annexe 2.C – Tâches du corpus.....	81
Annexe 3 – Énoncés des exercices.....	82
Annexe 4 – Consignes écrites ou orales du corpus .....	96
Annexe 5 – Productions des élèves .....	98
Annexe 5.A – Productions de Th .....	98
Annexe 5.B – Productions de Sa.....	99
Annexes 5.C – Productions de Fe .....	100
Annexes 5.D – Productions de As.....	101
Annexe 6 – Répartition des tâches pour les analyses .....	102
Annexe 7 – Énoncés des exercices des tests du groupe IREM .....	103
Annexe 8 – Productions des élèves au post-test.....	105
Annexe 8.a – Transcription des réponses.....	105
Annexe 8.b – Productions originales .....	106
Th : Post-test, exercices 1 et 2.....	106
Sa : Post-test, exercices 1 et 2 .....	107
Fe : Post-test, exercices 1 et 2 .....	108
As : Post-test, exercices 1 et 2.....	109

## Annexe 1 – Reconstitution de la séquence

Nous reconstituons a posteriori le contenu de la séquence, séance par séance. Les descriptions et énoncés des exercices sont présentés dans l'annexe 2 ou dans l'annexe 3 pour les consignes orales.

### *Séance 1*

Exercice 1 : productions milieu

Correction collective

Exercice 2 et 3 : Définition distance entre deux points et Définition milieu d'un segment

### *Séance 2*

Retours sur les exercices 1 et 2

Construction collective de la définition de distance entre points

Trace écrite dans la leçon :

#### **I) Distance entre deux points**

**Définition :** La distance entre deux points A et B est la longueur du segment d'extrémités le point A et le point B. On note ce segment  $[AB]$  et sa longueur  $AB$ .

Le milieu d'un segment est le point de ce segment qui est à la même distance de ses extrémités.

#### **Exemple :**

Tracer le segment  $[AB]$  tel que  $AB = 4,8$  cm.

Placer le point I, milieu du segment  $[AB]$ . Coder la figure.

Que peut-on dire de AI et IB ?

*Séance 3*

Correction de l'exercice 4 fait à la maison

Discussion sur les codages des longueurs sur une figure et sur les notations

Trace écrite dans la leçon :

**Remarque 1 :** Lorsque deux segments  $[AB]$  et  $[CD]$  ont la même longueur, on écrit  $AB = CD$ .

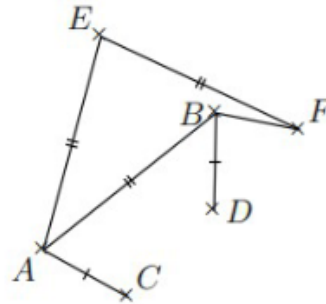
Sur une figure, on peut l'indiquer en plaçant sur chacun des deux segments le même symbole (appelé codage).

**Exemple :**

La figure ci-contre a été codée.

Le codage de cette figure nous apprend que :

- $AE = EF = AB$  ;
- $AC = BD$ .



Exercice 5, à finir en devoirs

*Séance 4*

Correction exercice 5

Exercice 6 : activité ligne brisée

Correction activité 6 et trace écrite

**Remarque 1 :** Le compas peut servir à comparer des longueurs ou reporter une longueur.

*Exemple 4 :* On trace le segment  $[AB]$  tel que  $AB = 3,2$  cm. À l'aide du compas et de la règle graduée, on place  $C$  tel que  $AC = 3 \times AB$  :

*Séance 5*

Exercice 7 : activité distance point-droite

Exercice 8 : rédaction méthode distance point-droite

*Séance 6*

Retour sur l'exercice 7 et sur la méthode

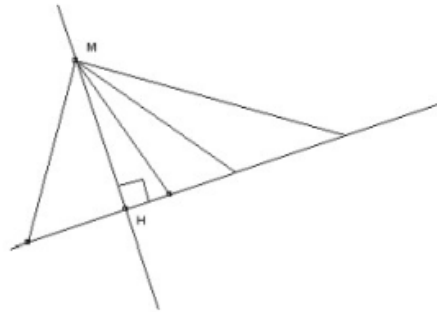
Exercices 9 et 10 : à nouveau rédaction de la méthode puis de la définition de la distance point-droite

Trace écrite dans la leçon :

**II) Distance d'un point à une droite**

La distance d'un point à une droite est la longueur du plus petit segment qui relie ce point et un point de la droite.

La distance du point M à une droite (d) est la distance entre le point M et le point H, **ped de la perpendiculaire** menée de M à la droite (d).



---Vacances scolaires d'hiver ---

*Séance 7*

Retour sur distance point-droite

Exercice 11 : activité Blanchette la biquette

Correction de l'activité

Distribution de l'exercice 12 à faire en devoirs

Exercice 13 : programmes de construction 1

Correction du premier programme de construction de l'exercice 13 avec discussion sur la définition du diamètre.

*Séance 8*

Exercice 14 : Définition de la distance « dans le cadre des points »

Correction

Lors de la séance 8, les élèves de cette classe ont passé des tests pour une recherche menée par Aurélie Chesnais et Nathalie Auger sur le plurilinguisme.

*Séance 9*

Correction de l'exercice 12

Discussion sur la désignation et caractérisation d'un cercle (centre et rayon)

Correction partielle exercice 13

Exercice 14

Exercices 15 et 16 en devoirs

*Séance 10*

Exercice 17 : activité nuage de points

Exercice 18 : définition du cercle à la suite de l'activité

Correction et discussion sur le rayon/un rayon

Construction de la définition du cercle

*Séance 11*

Reprise de la définition du cercle construite la veille

Exercice 19 : définition du cercle après la construction collective

Trace écrite dans la leçon :

**Vocabulaire :**

- Tous les rayons d'un cercle ont la même longueur  $OA = OE = OD$
- B et C étant deux points du cercle, le segment [BC] est une corde du cercle.
- La corde [DE] passant par le centre O, est appelé diamètre.
- On dit que D et E sont diamétralement opposés.
- Le centre du cercle est le milieu de tous les diamètres.
- Un diamètre a la plus grande longueur possible pour une corde.
- La longueur du diamètre est le double de celle du rayon.
- $\widehat{BC}$  est un arc de cercle et  $\widehat{DE}$  est un demi-cercle



Exercices 20 et 21 en devoirs.

*Séance 12*

Exercice 22 : ce qui a été retenu. L'objectif initial de cet exercice était de faire écrire aux élèves tout ce qu'ils avaient retenu sur les précédentes séances, depuis le début de la séquence. Dans les faits, la grande majorité des élèves ont écrit uniquement une définition du cercle, parfois accompagnée des propriétés ou de vocabulaire autour du cercle.

Retour sur les productions à l'exercice 22 et discussion sur la définition du cercle.

Exercice 23 et correction

Exercice 24 et correction

Discussion des propriétés du cercle

Trace écrite dans la leçon :

**Propriétés:**

Pour un cercle de centre O et de rayon r :

- Si un point est à une distance r du centre O, alors ce point appartient au cercle.
- Si un point appartient au cercle, alors sa distance au centre O est égale à r.

Exercices 25 et 26 et corrections

Exercice 27 en devoirs.

*Séance 13*

Correction des exercices 20 et 21

Exercice 28 : plan de la ville. Exercice pas fini en classe mais pour lequel il a été demandé de ne pas le finir à la maison.

*Séance 14*

Suite exercice 28 et correction

Exercice 29 en devoirs

*Séance 15*

Correction exercice 29

Exercice 30 : construction triangle

Correction de l'exercice 30

*Séance 16*

Exercice 31 et correction

*Séance 17*

Exercice 32 et correction

## Annexe 2 – Liste des exercices du scénario et découpage en tâches

### Annexe 2.A – Liste des exercices

N°	Titre	Description	N° séance	En classe /à la maison
1	Productions milieux	Repérer les oublis et les erreurs dans trois productions d'élèves	1	En classe
2	Définition distance entre deux points	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	1	En classe
3	Définition milieu d'un segment	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	1	En classe
4	Ex6p103	Production de phrases contenant le mot "milieu" à partir d'une figure codée	2	A la maison
5	Ex40p108	Placement de trois points alignés connaissant 2 distances	3	En classe, finit à la maison
6	Ligne brisée	Comparaison longueurs d'un segment et d'une ligne brisée, comparaison des distances entre les extrémités	4	En classe
7	Distance point-droite	Placement de points sur une droite "à la distance la plus petite possible" d'un point hors de la droite	5	En classe
8	Méthode distance point-droite 1	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	5	En classe
9	Méthode distance point-droite 2	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	6	En classe
10	Méthode et distance point-droite	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	6	En classe
11	Blanchette la biquette	Déterminer la zone accessible par une chèvre accrochée à un poteau par une corde dont la longueur est donnée	7	En classe
12	Approfondissement Blanchette	Le poteau est maintenant au coin d'une cabane	7	A la maison
13	Programmes de construction 1	6 programmes de construction autour du cercle	7	En classe, finit à la maison
14	Définition distance	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	8	En classe
15	Ex31p107	Ecrire les programmes de construction correspondant à deux figures	9	A la maison

16	Ex32p107	Ecrire la description des étapes de la construction d'une figure	9	A la maison
17	Nuage de points	Dans un nuage de points, placer ou trouver les points à distance $x$ d'un point.	10	En classe
18	Définition cercle 1	<i>Consignes orales individuelles et consigne orale collective, voir annexe 4</i>	10	En classe
19	Définition cercle 2	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	11	En classe
20	Ex4p102	Vocabulaire centre/rayon/diamètre/corde	11	A la maison
21	Ex11p104	Vocabulaire rayon/diamètre	11	A la maison
22	Ce qui a été retenu	<i>Consigne orale, voir annexe 4</i>	12	En classe
23	Ex23 manuel Indigo	Trouver les distances entre les intersections de deux cercles et leurs centres respectifs	12	En classe
24	Points du cercle ou du disque	Au tableau, discussion autour des points appartenant (ou non) au cercle ou au disque	12	En classe
25	Ex36p107	Colorier l'ensemble des points à moins de $x$ cm d'un point nommé	12	En classe
26	Ex38p107	Identifier les points qui appartiennent à l'intersection de deux disques	12	En classe
27	Ex39p107 <sup>35</sup>	Identifier les points situés au-deçà et au-delà d'une distance	12	A la maison
28	Plan de la ville	Placement de points représentant des lieux à partir d'indications contextualisées	13 et 14	En classe
29	Boîte à secrets	Retrouver l'emplacement d'une boîte par rapport aux indications de distance par rapport à des arbres	14	A la maison
30	Construction triangle	Construire un triangle à partir des longueurs des côtés	15	En classe
31	Programmes de construction 2	Construire deux cercles et justifier les longueurs des segments d'extrémités intersection-centre	16 et 17	En classe, finit à la maison
32	Programmes de construction 3	Construire un cercle et placer un point sur une droite passant par le centre, tel qu'il soit à une distance égale au diamètre d'un point du cercle, en justifiant la méthode	17	En classe, finit à la maison

<sup>35</sup> Nous n'avons pas compris l'objectif de l'exercice, la description n'est probablement pas l'objectif réel de l'exercice.

*Annexe 2.B – Découpage de certains exercices en tâches*

Nous avons découpé en tâches les exercices pour lesquels nous voulions isoler une ou plusieurs tâches à analyser. Ce tableau permet de remettre en perspective chaque tâche analysée dans l'ensemble de l'exercice d'où elle est extraite.

N°ex	Titre	N° tâche	Description
6	Ligne brisée	6.a	Comparaison des longueurs des deux lignes
		6.b	Comparaison des distances entre les extrémités des deux lignes
		6.c	Bilan de l'activité
7	Distance point-droite	7.a	Comparaison distances entre C et deux points de la droite A et B
		7.b	Placement d'un point R sur (d) avec une distance CR minimale
		7.c	Placement d'un point E sur (d) avec une distance DE minimale
		7.d	Méthode pour placer rapidement un point Y sur la droite (d) avec une distance YZ minimale.
11	Blanchette la biquette	11.a	Hachurer la zone accessible
		11.b	Décrire mathématiquement la zone
		11.c	Hachurer la zone accessible (dimensions différentes)
17	Nuage de points	17.a	Entourer les points à 4cm du point Z.
		17.b	Placer 10 points à 4cm de Z.
		17.c	Sans mesurer, trouver tous les points à la distance EM de E. Expliquer la démarche.
31	Programmes de construction 2	31.a	Construction de la figure
		31.b	Donner la longueur AD et justifier
		31.c	Donner la longueur BE et justifier
32	Programmes de construction 3	32.a	Construction de la figure.
		32.b	Sans mesurer, donner la longueur OP et justifier.
		32.c	Placer un point T sur (d) avec $ST=OP$ et expliquer la démarche.

*Annexe 2.C – Tâches du corpus*

Sélection des tâches pour lesquelles nous avons analysé les productions des élèves

N°	Titre
2	Définition distance entre deux points
6.b	Ligne brisée, q2
6.c	Ligne brisée, Bilan
7.a	Distance point-droite, q1
7.d	Distance point-droite, q4
8	Méthode distance point droite 1 (M et N)
9	Méthode distance point droite 2 (A et B) dans le cahier d'exercices
10.a	Méthode distance point droite 3 (A et B)
10.b	Définition distance point droite
11.b	Blanchette la biquette
14	Définition distance
17.c	Nuage de points
18	Définition cercle 1
19	Définition cercle 2
22	Ce qui a été retenu
30.b	Construction triangle
31.b	Programmes de construction 2
31.c	Programmes de construction 2
32.b	Programmes de construction 3
32.c	Programmes de construction 3

### Annexe 3 – Énoncés des exercices

#### Exercice 1 : Productions milieu

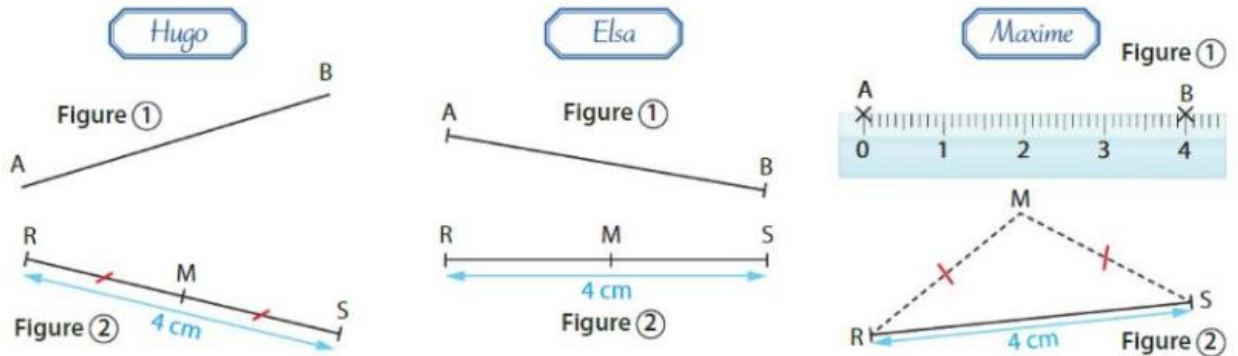
Le professeur a donné des consignes pour réaliser trois figures.

Figure ① : « Tracer un segment  $[AB]$  qui mesure 4 cm. »

Figure ② : « Tracer un segment  $[RS]$  de longueur 4 cm puis placer le point  $M$  de ce segment qui est à égale distance des deux extrémités. »

Figure ③ : « Tracer un segment  $[EF]$  de 5,2 cm de longueur puis placer le milieu  $I$  de ce segment. »

Voici les productions de trois élèves pour les figures ① et ②.



1. Certaines productions comportent des erreurs ou des oublis. Lesquelles ?
2. Que signifient les codages ajoutés par Hugo et Maxime sur leur figure ② ?
3. Construire la figure ③.

#### Exercice 2 : Définition distance entre deux points

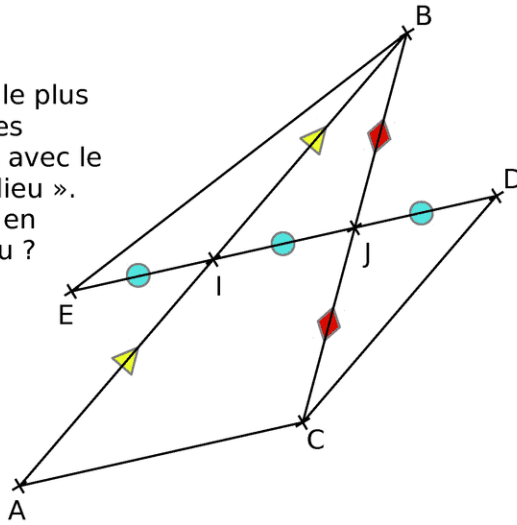
Production écrite sur feuille libre, consigne orale (voir Annexe 4)

#### Exercice 3 : Définition milieu d'un segment

Production écrite sur feuille libre, consigne orale (voir Annexe 4)

## Exercice 4 : Ex6p103 (2p125 sur le manuel en ligne)

**2** Écris le plus de phrases possibles avec le mot « milieu ». Combien en trouves-tu ?

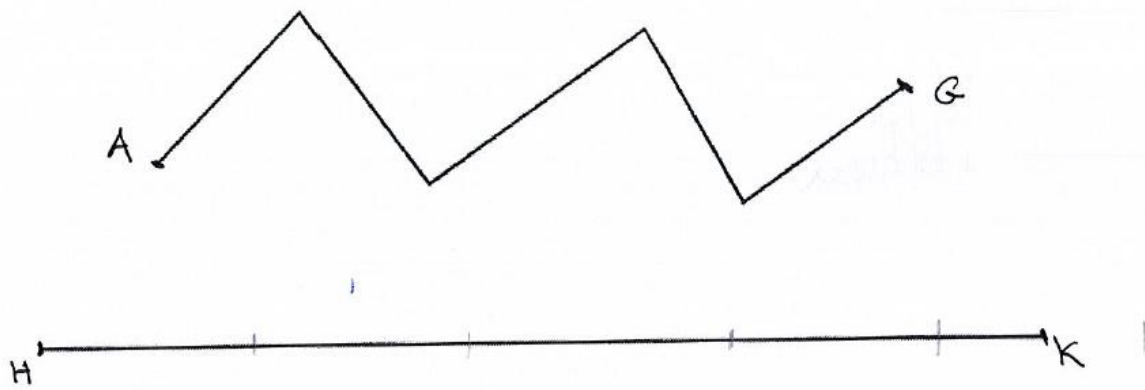


## Exercice 5 : Ex40p108 (36p130 sur le manuel en ligne)

**36** *Dans l'ordre ou dans le désordre ?*

- a. Place trois points A, B, C tels que :
  - A, B et C sont alignés.
  - $AB = 3$  cm et  $AC = 5$  cm.
- b. Combien y a-t-il de possibilités ?
- c. Calcule BC dans chacun des cas.
- d. Écris une phrase pour caractériser précisément chaque position du point B.

Exercice 6 : Ligne brisée



1) En utilisant l'instrument de votre choix, comparer la longueur des deux lignes ci-dessus.

.....  
.....  
.....  
.....

2) Que peut-on dire de la distance entre le point A et le point G et la distance entre le point H et le point K ? Expliquer votre réponse.

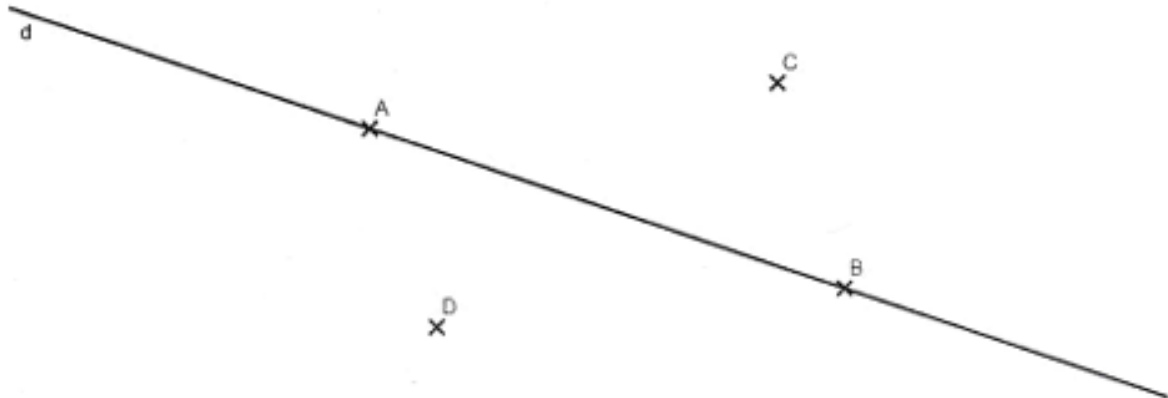
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3) Bilan : Que peut-on retenir de cette activité ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Exercice 7 : Distance point-droite

Ci-dessous, on a tracé une droite (d), on a placé deux points A et B qui appartiennent à (d) et deux points C et D n'appartenant pas à (d).



1) Comparer la distance entre C et B avec la distance entre C et A. Expliquer votre démarche.

.....  
 .....  
 .....

2) Placer un point R sur la droite (d) tel que la distance entre C et R est la plus petite possible.

3) Placer un point E sur la droite (d) tel que la distance entre D et E est la plus petite possible.

4) Placer un point Z qui n'appartient pas à la droite (d). Trouver une méthode pour placer le plus rapidement possible un point Y sur la droite (d) tel que sa distance avec le point Z est la plus petite possible. Expliquer votre méthode.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Exercice 8 à 10 : Méthode distance point droite 1, Méthode distance point droite 2, Méthode et définition distance point droite

Les exercices 8 à 10 (partie méthode) sont sensiblement les mêmes et les consignes ont été données à l'oral (voir annexe 4).

Exercice 11 : Blanchette la biquette

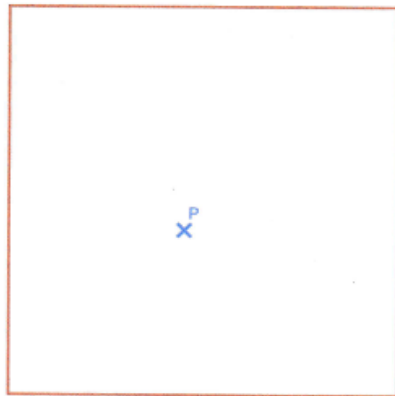
**Les aventures de Blanchette la biquette**

1. Blanchette est dans un pré clôturé qui a la forme d'un carré de 8 m de côté. Elle est attachée à un piquet par une corde de 3 m.



Nous avons représenté le pré ci-dessous, par un carré de 8 cm de côté. Le piquet auquel est attachée la corde est représenté par le point P. Sur cette représentation, la corde mesurera donc 3 cm.

Hachure la partie du pré que Blanchette va pouvoir brouter.



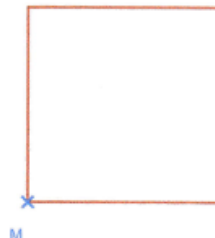
2. Donner une description mathématique de la zone où Blanchette va pouvoir brouter.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

3. Blanchette est maintenant attachée à un coin d'un pré carré de 4 m de côté et sa corde mesure 5 m.

Le pré a été représenté ci-dessous par un carré de 4 cm de côté. Le coin auquel est attaché Blanchette est représenté par le point M. Sur cette représentation, la corde mesurera donc 5 cm.

Hachure la zone que Blanchette peut brouter.



## Exercice 12 : Approfondissement blanchette

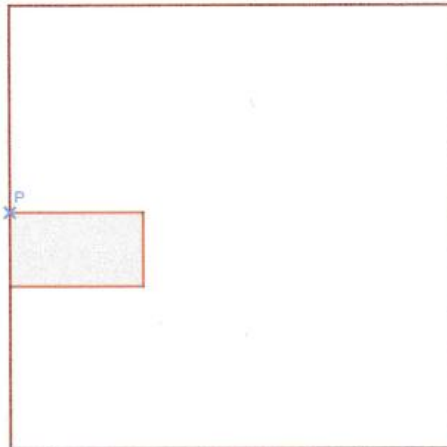
**Les aventures de Blanchette la biquette (approfondissement)**

Blanchette est attachée par une corde de 6 m fixée au coin P d'une cabane dans un pré carré de 10 m de côté comme l'indique ce plan.

Sur le plan le pré a été représenté par un carré de 10 cm de côté.

Elle ne peut pas rentrer dans la cabane.

Hachure la zone que Blanchette peut brouter.



## Exercice 13 : Programmes de construction 1

Enoncés :

**• Programme de construction géométrique n°1**

- Placer un point, nommer le O.
- Tracer le cercle de centre O et de rayon 6 cm.
- Tracer un rayon, nommer le [OA].
- Tracer un cercle qui a pour diamètre le segment [OA].

**• Programme de construction géométrique n°2**

- Placer un point, nommer le O.
- Tracer le cercle de centre O et de rayon 4 cm.
- Tracer un diamètre, nommer le [AB].
- Tracer le cercle de centre A et de rayon 3 cm.
- Tracer le cercle de centre B et de rayon 5 cm.

**• Programme de construction géométrique n°3**

- Tracer le segment [AB] de longueur 5 cm.
- Placer le point C sur [AB] tel que  $AC = 2$  cm et  $BC = 3$  cm.
- Tracer le cercle de centre A et de rayon 2 cm.
- Tracer le cercle de centre B et de rayon 5 cm.
- Tracer le cercle de centre C et de rayon 3 cm.

**• Programme de construction géométrique n°4**

- Tracer le segment [MN] tel que  $MN = 8$  cm.
- Tracer le cercle de centre M et de rayon 4 cm.
- Tracer le cercle de centre N et de rayon 4 cm.
- Nommer O le point d'intersection des deux cercles et du segment [MN].
- Tracer le cercle de centre O et de rayon 4 cm.

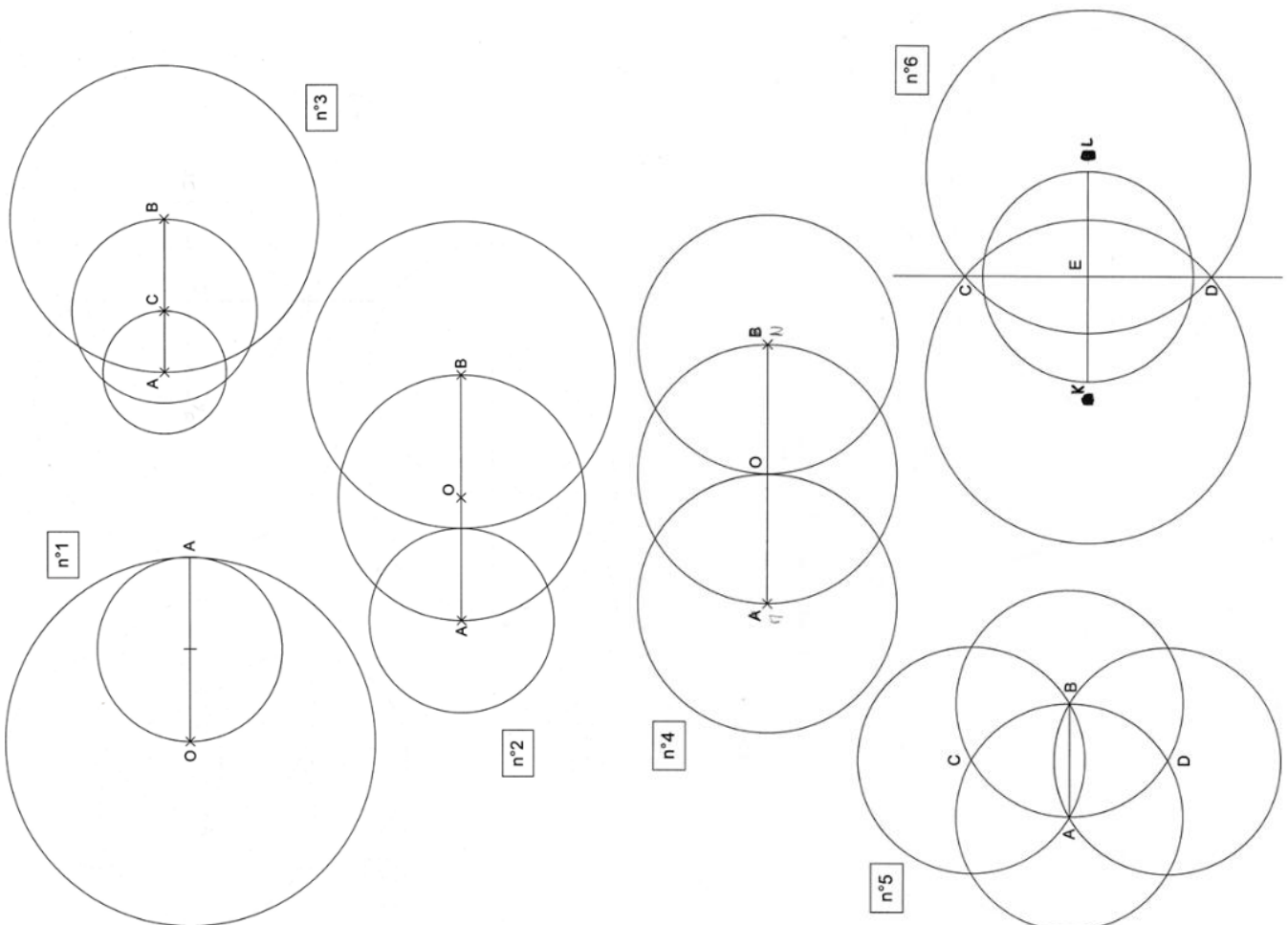
**• Programme de construction géométrique n°5**

- Tracer le segment [AB] tel que  $AB = 3,5$  cm.
- Tracer le cercle de centre A passant par B.
- Tracer le cercle de centre B passant par A.
- Nommer C et D les points d'intersection de ces deux cercles.
- Tracer le cercle de centre C passant par A et par B.
- Tracer le cercle de centre D passant par A et par B.

**• Programme de construction géométrique n°6**

- Tracer le segment [KL] tel que  $KL = 6,5$  cm.
- Tracer un cercle de centre K et de rayon 5 cm.
- Tracer un cercle de centre L et de rayon 5 cm.
- Nommer C et D les points d'intersection de ces deux cercles.
- Tracer la droite (CD).
- Nommer E le point d'intersection de (CD) avec [KL].
- Tracer le cercle de centre E et passant par K et L.

Solutions :

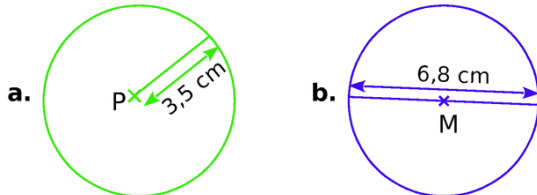


## Exercice 14 : Définition distance

Production écrite sur feuille libre, consigne orale (voir Annexe 4)

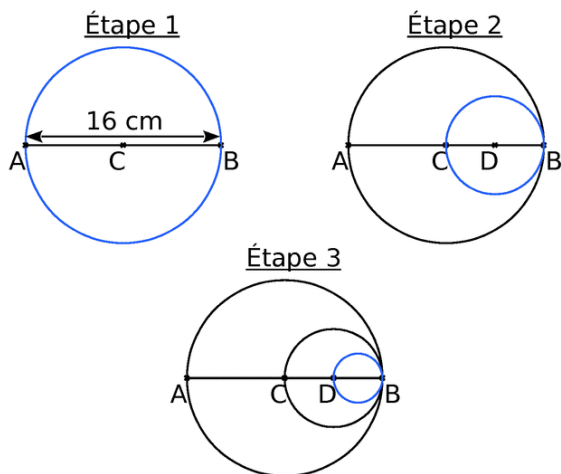
## Exercice 15 : Ex31p107 (27p129 sur le manuel en ligne)

**27** Écris un programme de construction pour chaque figure puis construis-la.



## Exercice 16 : Ex32p107 (28p129 sur le manuel en ligne)

**28** Écris un texte pour décrire les différentes étapes de cette construction.



## Exercice 17 : Nuage de points

**Partie n°1**

Sur le nuage de points ci-dessus,

- Entourer tous les points qui sont situés à 4 cm du point Z.
- Placer 10 nouveaux points qui sont situés à 4 cm du point Z (il n'est pas nécessaire de les nommer).

**Partie n°2**

Sans mesurer, trouver tous les points qui sont situés à la distance EM du point E. Expliquer votre démarche.

## Exercice 18 : Définition cercle 1

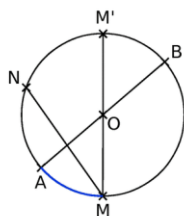
Consignes individuelles pour les élèves qui avaient fini l'exercice précédant (activité nuage de points) puis consigne collective (voir Annexe 4)

## Exercice 19 : Définition cercle 2

Production écrite sur feuille libre, consigne orale (voir Annexe 4)

## Exercice 20 : Ex4p102 (4p124 dans le manuel en ligne)

4 À l'aide de la figure ci-contre, recopie et complète chaque phrase par le mot qui convient.

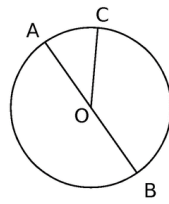


- Le point O est le ... du cercle.
- Le point O est le ... de [AB].
- Le segment [OA] est un ... du cercle.
- Le segment [AB] est un ... du cercle.
- La portion du cercle qui se trouve entre les points A et M est un ...
- Le segment [MN] est une ... du cercle.
- Les droites (AB) et (MM') sont ...

## Exercice 21 : Ex11p104 (7p126 dans le manuel en ligne)

**7** *Vocabulaire*

a. Écris deux phrases décrivant la figure, en utilisant les mots « rayon » et « diamètre ».



b. Recopie et complète les phrases suivantes.

- Le point O est le milieu du ... .
- Le point O est une extrémité du ... .
- Le point O est le ... du cercle.
- A et B sont les ... du ... [AB].
- La portion de cercle comprise entre les points A et C est l'...

## Exercice 22 : Ce qui a été retenu

Production écrite sur feuille libre, consigne orale (voir Annexe 4)

## Exercice 23 : Ex23 manuel Indigo

**23** Samir a tracé un cercle de centre V et de rayon 8 mm, puis un cercle de centre W et de rayon 1,6 cm. Il a ensuite noté D et H les deux points d'intersection de ces deux cercles. Mais il a taché son cahier !

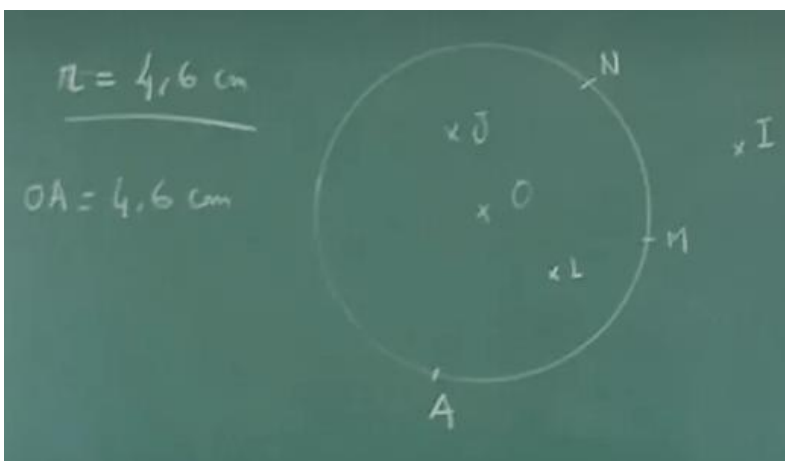
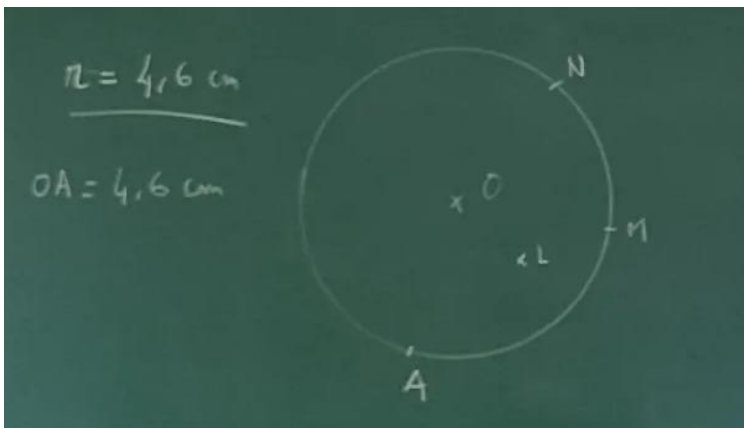
DV =  
 DW =  
 HV =  
 HW =

• Aider Samir à retrouver les longueurs ci-dessus.

## Exercice 24 : Points du cercle ou du disque

Exercice collectif et à l'oral uniquement.

L'enseignante a tracé, au compas, un cercle au tableau et a noté la mesure du rayon du cercle. Elle a ensuite organisé une discussion collective sur les points appartenant au cercle et les points appartenant au disque, ce qui a permis de définir le disque.



Exercice 25 : Ex36p107 (32p129 dans le manuel en ligne)

**32** *Zone de points*

- a.** Place un point A. Colorie en vert l'ensemble des points situés à moins de 4 cm de A.
- b.** Place un point B. Colorie en bleu l'ensemble des points situés à moins de 3,2 cm de B.

Exercice 26 : Ex38p107 (34p129 dans le manuel en ligne)

**34** *Intersection*

- a.** Trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
- b.** Colorie en rouge tous les points situés à moins de 3 cm de A.
- c.** Colorie en bleu tous les points situés à moins de 4 cm de B.
- d.** Où se situe le milieu de [AB] ? Pourquoi ?
- e.** Que peut-on dire des points appartenant à la fois à la zone rouge et à la zone bleue ?

Exercice 27 : Ex39p107 (35p129 dans le manuel en ligne)

**35** *Œil du cyclone*

- a.** Trace un segment [CD] de longueur 3,5 cm.
- b.** Colorie en rouge tous les points situés à moins de 2,5 cm du point C et à plus de 2,5 cm du point D.
- c.** Colorie en vert tous les points situés à plus de 2,5 cm du point C et à moins de 2,5 cm du point D.
- d.** Où se situe le milieu de [CD] ? Pourquoi ?

Exercice 28 : Plan de la ville



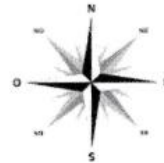
Evariste doit réaliser une maquette de la ville de Géocity. Il n'a qu'un plan très partiel de cette ville qu'il ne connaît pas. Son ami Léonhard, géocitien, lui envoie par SMS les informations permettant de reconstituer le plan.

Vous devez l'aider à rétablir le plan de la ville nécessaire pour la réalisation de sa maquette. Il faut retrouver avec précision la position des lieux manquants et les matérialiser avec une croix. Voici la liste des SMS reçus :



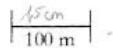
SMS 1 : « La **Mairie** et l'**Eglise** sont toutes les deux sur la route nationale. »  
 SMS 2 : « La **Boulangerie** est située sur la route nationale. Elle est à égale distance de la **Mairie** et de l'**Eglise**. »  
 SMS 3 : « Le **Collège** est au Nord-Est de la ville. Il se situe à 500 m de la **Mairie** et à 200 m de l'**Eglise**. »  
 SMS 4 : « Le **Stade** est sur la route départementale, tout comme le **Collège**. La **Boulangerie** est au carrefour des routes nationale et départementale. La distance qui sépare la **Boulangerie** du **Stade** est la même que celle qui sépare l'**Eglise** du **Collège**. Le **Stade** est au Sud-Ouest de la ville »

Placer sur le plan ci-dessous les points B, C et S.  
 Laisser les traits de construction apparents.



X  
Mairie

X  
Eglise



Exercice 29 : Boîte à secrets

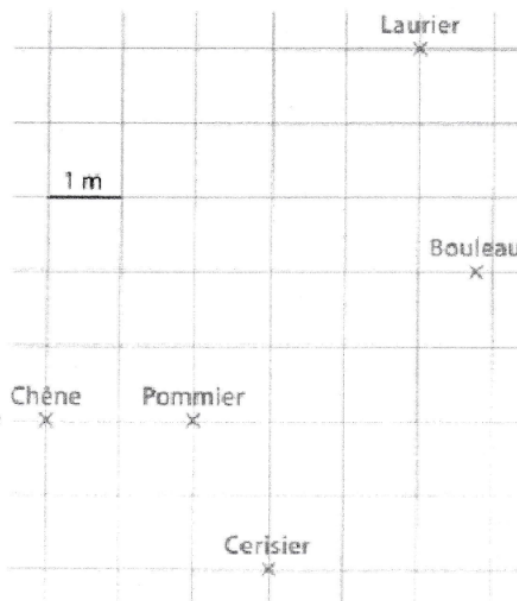
Nina, de retour chez ses grands-parents, recherche sa boîte à secrets qu'elle avait enterrée dans le jardin aux dernières vacances.

Elle se souvient l'avoir placé à 5,5 m du chêne et à 3,5 m du bouleau.

1) Les souvenirs de Nina lui permettent-ils de localiser précisément sa boîte à secret ? Justifier.

2) Elle se souvient à présent l'avoir enterrée à plus de 4,5 m du pommier. Peut-elle alors trouver la position exacte de sa boîte ? si oui, la noter sur le plan.

Voici un plan du jardin des grands parents



## Exercice 30 : Construction triangle

- 1) Construire le triangle EFG tel que :  $EF = 5,5 \text{ cm}$  ;  $FG = 4 \text{ cm}$  et  $EG = 7,5 \text{ cm}$
- 2) Écrire le programme de construction qui a permis de construire le triangle EFG.

## Exercice 31 : Programmes de construction 2

1. Tracer un segment [RS] de longueur 4 cm.
2. Tracer une droite (d) qui passe par le point R (mais ne passe pas par le point S).
3. Tracer le cercle de centre R qui passe par le point S.
4. Ce cercle coupe la droite (d) en deux points O et P. Sans mesurer, donner la longueur OP en justifiant la réponse.
5. Placer un point T appartenant à la droite (d) tel que  $ST = OP$ . Expliquer la démarche.

## Exercice 32 : Programmes de construction 3

- a) Tracer un segment [AB] de longueur 5,5 cm.
- b) Tracer le cercle ( $C_1$ ) de centre A et de rayon 4 cm.
- c) Tracer le cercle ( $C_2$ ) de centre B et de rayon 3 cm.
- d) Nommer D et E les points d'intersection des deux cercles.
- e) Quelle est la longueur AD ? Justifier votre réponse.
- f) Quelle est la longueur BE ? Justifier votre réponse.

## Annexe 4 – Consignes écrites ou orales du corpus

N°	Titre	Consignes
2	Définition distance entre deux points	<p>1--22-01_dv3 33:50 à 34:12            “On a parlé de distance entre des points. Et on a parlé d’autres choses. Vous allez m’écrire c’est quoi la distance entre deux points. Depuis tout à l’heure on en parle et peut-être que ça va vous donner une idée de pourquoi je vous pose cette question. (la question mentionnée est à 28:47 : “le point M est à égale distance des deux extrémités (lecture de l’énoncé). Est-ce que quelqu’un peut me le dire autrement ?”)</p> <p>1--22-01_dv3 à 34:44 à 35:05            “Écrivez du coup c’est quoi pour vous la définition de la distance entre deux points. // avec un exemple si vous voulez.”</p> <p>L’enseignante complète la consigne à 38:50            “D’abord la distance entre deux points (écrit au tableau). Pour vous aider je vais écrire, deux points A et B. ”</p>
6.b	Ligne brisée, q2	<i>Que peut-on dire de la distance entre le point A et le point G et la distance entre le point H et le point K ? Expliquez votre réponse</i>
6.c	Ligne brisée, Bilan	<i>Bilan : Que peut-on retenir de cette activité ?</i>
7.a	Distance point-droite, q1	<i>Comparer la distance entre C et B avec la distance entre C et A. Expliquer votre démarche.</i>
7.d	Distance point-droite, q4	<i>Placer un point Z qui n’appartient pas à la droite (d). Trouver une méthode pour placer le plus rapidement possible un point Y sur la droite (d) tel que sa distance avec le point Z est la plus petite possible. Expliquer votre méthode.</i>
8	Méthode distance point-droite 1	<p>5--05-02_dv1 de 47:28 à la fin + 5--05-02_dv2 à 00:00            “Vous allez placer un autre point, qu’on va appeler M, comme vous voulez, qui n’appartient pas à la droite (d). // Là je vous ai trop aidé et je veux que vous le fassiez tout seuls. Un point M qui n’appartient pas à la droite (d).”            (Intervention d’une élève sur “le plus rapidement possible”)            Si je place un point M ici (trace au tableau) on vous demande de dire la méthode la plus simple, au lieu de tâtonner avec la règle. Parce que sinon tu vas mesurer, tu vas essayer de mesurer, de tourner la règle. Là je vous demande de l’écrire.</p> <p>5--05-02_dv2 à 00:57            Je répète la consigne : vous placez un point M, différent de tous les autres points qu’on a placés, vous allez tous utiliser la méthode qu’on vient d’expliquer, qui fait qu’on trouve facilement le point qui appartient à la droite qui est le plus proche ou qui a la distance la plus petite. Je le fais avec vous. Donc l’instrument, on vient de voir c’est l’équerre. Je vais le faire mais je ne vais pas expliquer et vous, vous allez devoir écrire la méthode.</p> <p>5--05-02_dv2 à 01:42            Je répète : placez tous un point M, là où vous le voulez, qui n’appartient pas à la droite (d). Vous l’avez placé ? Maintenant vous allez faire comme moi. Vous avez bien compris que pour trouver, je vais pas parler, je vais faire, le point qui appartient à la droite qui a la distance la plus petite par rapport à M, vos camarades ont conclu que c’était le plus efficace c’est d’utiliser l’équerre. Je vais le faire, faites-le avec moi. Je ne vais rien dire, je fais le geste mais vous, vous allez écrire. On va appeler ce point-là (...) N. Ici on a placé le point N qui a la distance la plus petite, le point N qui appartient à la droite qui a la distance la plus petite de M. Ce que je vous demande maintenant c’est de reprendre la feuille après l’avoir fait et d’écrire la méthode (...) Comment on peut l’expliquer.”</p>
9	Méthode distance point-droite 2	<p>6--09-02_dv1 à 12:21            “Vous allez prendre votre cahier d’exercice. // Tout le monde trace une droite, mais on ne suit pas les lignes du cahier, nommez-la (d). // Vous placez un point A, là où vous voulez, juste que le point ne doit pas être, appartenir à la droite (d). Et maintenant, trouvez une méthode pour placer (interruption) un point qui appartient à la droite mais qui est à la distance la plus petite possible avec le point A. // On va nommer le point B. // Placer le point B qui appartient à la droite (d) tel que la distance entre le point A et le point soit la plus courte, la plus petite possible. Après tu écris la méthode.”</p>
10. a Et 10. b	Méthode et définition distance point-droite	<p>6--09-02_dv1 à 31:00, après correction des écrits sur le cahier d’exercice (cf. Ex n°9) et retour sur la définition de la distance entre deux points            “ La définition qu’on vient de redire ici, j’aimerais bien que vous l’appliquiez pour définir la distance d’un point à une droite. Ici (montre les deux points M et N) c’était d’un point à un point, ici (en montrant la droite (d) et le point A) c’est d’un point à une droite. C’est la longueur... la longueur de quoi ? (...) c’est la longueur du segment [BA] mais c’est ce segment c’est n’importe quel segment ?”</p> <p>Rappel sur la distinction distance/longueur à la suite de la question de As à 32:22</p> <p>6--09-02_dv1 à 37:21</p>

		<p>“Comment on peut définir, on était proche hein. Vous avez dit c’est la longueur du segment [AB]. Mais ce segment-là, il est particulier. Comment on peut le dire ça ? On va toujours parler de A et B on généralisera après. On va partir de cet exemple. Mourad dit que c’est la longueur de la droite perpendiculaire. Est-ce qu’une droite a une longueur ? Non. Donc c’est la longueur de quoi ? Oui la longueur du segment. Mais ce segment [AB], il faut quand même dire... Qu’est-ce qu’il a de particulier ce segment ? On va dire c’est le segment perpendiculaire à la droite (d). Déjà on est proches. On va dire plutôt c’est la longueur du segment d’extrémités le point A... le segment il est d’extrémités le point A et ? Et le point B c’est n’importe quel point ? C’est l’intersection entre la droite (d) oui et le segment.”</p> <p>6--09-02_dv1 à 39:35</p> <p>“Pour qu’on parte sur la même chose on va garder le point A et le point B. Vous allez tracer rapidement une droite, encore une fois, placer un point, chercher, en utilisant, cette fois-ci, tous, l’équerre (...) et placer le point B qui appartient à la droite (d) tel que le point B... (...) On est en train de chercher la distance du point A à la droite (d), la plus petite. Vous allez écrire dans un premier temps la méthode et après vous définissez.”</p> <p>6--09-02_dv1 à 41:44</p> <p>“Dans un premier temps, écoutez bien. On trace une droite (d), on place un point A qui n’appartient pas à la droite (d), ensuite on cherche, on place le point qui appartient à la droite (d) le plus, qui a la distance la plus petite possible avec le point A, et on écrit d’abord la méthode, comment vous avez fait. Oui parce que tout à l’heure tout le monde n’a pas dit j’utilise l’équerre donc on va voir si vous avez retenu un minimum.”</p>
11.b	Blanchette la biquette	<i>Donner une description mathématique de la zone ou Blanchette va pouvoir brouter.</i>
14	Définition distance	<p>8--29-02_dv2 à 00:56</p> <p>“Quand on a parlé de la distance, on a cherché à définir la distance dans quel cadre ? La distance des points. Il y a dans le cadre des points. On va garder ça comme ça. Vous allez m’écrire la définition dans le cadre des points. Comment on définit la distance dans le cas des points, c’est quoi la distance pour des points. Mais en utilisant le bon vocabulaire, je ne voulais pas donner des indications c’est pour ça que je cherche mes mots. Oui, la définition, c’est quoi la distance. Comment tu le définis. On a vu la distance avec les points mais avec autre chose aussi. Segment ? Plutôt point-droite oui. Moi je veux juste c’est quoi la distance dans le cas des points.”</p>
17.c	Nuage de points	<i>Sans mesurer, trouver tous les points qui sont situés à la distance EM du point E. Expliquer votre démarche.</i>
18	Définition cercle 1	<p>10--07-03_dv1 à 20:40</p> <p>“Pour ceux qui ont fini la deuxième partie, je leur demande d’écrire pour vous, c’est quoi un cercle finalement ?” (Consigne passée collectivement à 20:40 mais passée individuellement aux élèves en avance)</p>
19	Définition cercle 2	<p>11--08-03_dv1 à 28:30 après la construction collective de la définition du cercle</p> <p>“Vous allez avoir une feuille chacun, vous allez écrire rapidement. Je donne la leçon après, là c’est juste pour voir et parce que ça vous aidera à apprendre. Tout le monde écrit la définition du cercle. (...) D’abord la définition du cercle et après ce que vous avez retenu.”</p>
22	Ce qui a été retenu	<p>12--11-03_dv1 à 01:35</p> <p>“Vous allez écrire ce que vous avez retenu, la notion, les définitions, les choses que vous avez retenu de la séance de vendredi. (...) Oui la définition entre autres.”</p>
30.b	Construction triangle	<i>Écrire le programme de construction qui a permis de construire le triangle EFG</i>
31.b	Programmes de construction 2	<i>Quelle est la longueur AD? Justifier votre réponse.</i>
31.c	Programmes de construction 2	<i>Quelle est la longueur BE? Justifier votre réponse.</i>
32.b	Programmes de construction 3	<i>Ce cercle coupe la droite (d) en deux points O et P. Sans mesurer, donner la longueur OP en justifiant la réponse.</i>
32.c	Programmes de construction 3	<i>Placer un point T appartenant à la droite (d) tel que ST = OP. Expliquer la démarche.</i>

## Annexe 5 – Productions des élèves

### Annexe 5.A – Productions de Th

N°	Description	Productions langagières Th
2	Définition "distance entre deux points"	Une distance entre 2 points d'un segment c'est la longueur entre 2 ou plusieurs point. Exemple: La distance est de 10cm au total la moitié de 10 c'est 5 donc nous devons séparer de 5cm d'un côté et 5cm de l'autre aussi. Ce qui donne le milieu du segment (point) il ne nous reste plus qu'a le nommer. Ces signes/codage veulent dire égaux.
6.b	Comparaison des distances entre les extrémités des lignes	On peut dire que il y a une distance donc même si le segment n'est pas droit il y aura toujours une [-pas fini]
6.c	Bilan activité ligne brisée	/
7.a	Comparaison distance entre C et deux points A et B de la droite	La distance de C et B est plus petite que C et A (j'ai mesurer avec la règle), Je l'ai comparé.
7.d	Méthode pour placer un point Y sur la droite à la distance plus petite possible d'un point Z	J'ai placer mes points le plus près possible de la droite (d). Pour que la distance des points soient la plus près possible avec la règle j'ai placer mon point très près du 0.
8	Méthode pour placer un point N sur la droite à la distance plus petite possible d'un point M donné	La droite (d) est perpendiculaire [a la droite - barré] on met un coté de l'équerre au segment N et M et on trace la perpendiculaire
9	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (cahier d'exercice)	Abs
10.a	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (feuille blanche)	Abs
10.b	Définition distance point-droite	Abs
11.b	Description de la zone	La zone où blanchette va pouvoir brouter c'est approximativement le centre du carré.
14	Définition "distance"	La distance est une longueur d'un point à un autre qui a une mesure.
17.c	Démarche pour trouver les points à la distance EM de E	J'ai pris mon compas, puis j'ai mis la pointe (du compas) sur le point E, puis le crayon sur le M et j'ai tracer un cercle ensuite les points G et H faisait parti du cercle. (Le tracé partait sur les points G et H)
18	Définition cercle 1, à la suite de l'activité nuage de points	Définition d'un cercle: un cercle est une figure qui a un rayon, un centre et un diamètre. (Le cercle est défini par un point.)
19	Définition cercle 2	Définition d'un cercle : Un cercle a une infinité de points, [il a -rajouté] un centre, [et - barré] un rayon, et un diamètre. Il a [aussi - rajouté] une infinité de rayon, et de diamètre. J'ai retenu : [Un cercle -barré] Un diamètre qu'on trace dans le cercle mais qui ne passe pas par le centre s'appelle une corde ils sont diamétralement opposés.
22	Ce que j'ai retenu	Définition d'un cercle : Un cercle [et - barré] est constitué de plusieurs points à une même distance d'un point appelé « le centre du cercle ». Cette distance est le rayon du cercle. Vocabulaire que j'ai retenu : corde / rayon / diamètre / diamétralement opposé/arc de cercle / demi cercle
30	Programme construction du triangle	/
31.b	Longueur AD et justification	La longueur de AD est de 4cm , car nous avons un rayon de 4cm et que tout les rayons ont la même longueur
31.c	Longueur BE et justification	La longueur de BE est de 3cm , car le le rayon est de 3cm et que tout les rayons ont la même longueur
32.b	Longueur OP et justification	La longueur du segment [OP] est de 4cm, car sa distance est égale [ à un rayon - barré] [au diamètre - rajouté] du cercle. (Le rayon du cercle mesure 2cm)
32.c	Justification placement T sur (d) avec $ST = OP$ .	Ma démarche: nous devons d'abord mesurer la [long - barré] mesure du segment [OP]. Puis prolonger la droite (d) et le [-pas fini]

## Annexe 5.B – Productions de Sa

N°	Description	Productions langagières Sa
2	Définition "distance entre deux points"	La distance entre deux point c'est : une distance d'un point à l'autre. ex: ils sont tous à peu près à la même distance (comme ce qu'on a fait au tableau)
6.b	Comparaison des distances entre les extrémités des lignes	La distance entre le point A et G est de 14cm. La distance entre le point H et K est de 13,7cm.
6.c	Bilan activité ligne brisée	/
7.a	Comparaison distance entre C et deux points A et B de la droite	Le segment (CB) mesure 3,1cm. Le segment (CA) mesure 5,8cm. La plus grande longueur est 5,8cm donc, (CA) est plus grand que (CB)
7.d	Méthode pour placer un point Y sur la droite à la distance plus petite possible d'un point Z	Pour le 2 j'ai placer le point R en dessous du point C (sur la droite d). Pour le 3 j'ai placer le point E au dessus du D (sur la droite d). Pour le 4 j'ai placer le point Z le plus près de la droite (puisque on ma demander de placer le point Y sur la droite est que ce soit le plus petit possible) puis j'ai placer le point Y sur la droite d et la distance entre Y et Z et très proche.
8	Méthode pour placer un point N sur la droite à la distance plus petite possible d'un point M donné	M et N font un angle droite c'est pour avoir la plus petite mesure
9	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (cahier d'exercices)	J'ai utiliser mon équerre pour trouver la distance la plus petite, j'ai placer l'angle droit de l'équerre sur la droite, puis je l'ai alignés à la [ - pas fini]
10.a	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (feuille blanche)	Le point B est le point d'intersection de la droite (d). Comment j'ai trouvé le point B? J'ai aligné mon instrument de géométrie sur la droite (d), j'ai tracer, mis le point b et mis un angle droit car c'est un segment avec un angle droit il est perpendiculaire avec la droite (d).
10.b	Définition distance point-droite	La définition. La définition entre le point A et la droite (d) est [ - pas fini]
11.b	Description de la zone	J'ai pris 3cm avec le compas puis je l'ai placer sur le point P et j'ai tracer un cercle pour savoir quelle espace a Blanchette pour brouter.
14	Définition "distance"	[La définition entre - barré] La définition de la distance c'est : 2 points (par exemple) [c'est - ces - 2 points sont - barrés] qui sont loin (distant) puis quand on trace ça fait un segment. La définition de la distance entre 2 points c'est un "segment" qui est distant.
17.c	Démarche pour trouver les points à la distance EM de E	[Je pense que c'est les points : [G - barré] P, Q, S et F car j'ai l'impression qu'ils sont à la même distance - barré ] Je pense que ce sont les points M F et G car avec mon compas j'ai pris la distance de [point - barré ] segment [EM] puis j'ai tracé un [cercle - barré] cercle puis j'ai regardé qu'elle point aller sur le cercle . [ et vo -barré]
18	Définition cercle 1, à la suite de l'activité nuage de points	Définition cercle : [ - pas fini]
19	Définition cercle 2	La définition du cercle. Un cercle [c'est un po -barré] a un rayon et un diamètre pour tracer un cercle il faut un [milieu - barré] centre [et un compas - barré]. Il ce trace avec un compas. Rayon. Un rayon c'est la moitié du cercle qui passe par le centre. Ce que j'ai retenu. J'ai retenu que [ la cercl - barré] le cercle a besoin d'un point pour etre former.
22	Ce que j'ai retenu	J'ai retenu la définition d'un cercle et le vocabulaire. Définition cercle : un cercle est constituer de tous les points située à [une - barré] la même distance d'un point appeler "centre du cercle". Cette distance est le rayon du cercle. [ Vocabulaire leçon. Tous les rayons d'un cercle ont la même longueur = OA, OE, OD. BC étant deux points du cercle, le segment [BC] est une corde du cercle. La corde P et E - barré]
30	Programme construction du triangle	J'ai tracer le segment [FG] de 4cm j'ai tracer EF EG et le point E est l'intersection (tracés au compas sur le schéma)
31.b	Longueur AD et justification	La longueur de AD est de 4cm car D appartient au cercle C[1 - exposant] de centre A ( le rayon fait 4cm) et AD est un rayon du cercle.
31.c	Longueur BE et justification	La longueur de BE est de 3cm car E appartient au cercle C[2 - exposant] de centre B ( le rayon fait 3cm) et BE est un rayon du cercle.
32.b	Longueur OP et justification	La longueur de [OP] est 8cm car RS est de 4cm $OP=4cm \times 2 = 8cm$ car la longueur d'un diamètre et le double de celle d'un rayon
32.c	Justification placement T sur (d) avec $ST = OP$ .	J'ai pris 8 cm avec le compas puis j'ai tracer un arc de cercle sur la droite (d) pour savoir ou placer le point T ( $ST=OP=8cm$ )

## Annexes 5.C – Productions de Fe

N°	Description	Productions langagières Fe
2	Définition "distance entre deux points"	La distance entre deux points A et B: [- pas fini]
6.b	Comparaison des distances entre les extrémités des lignes	La distance entre le point A et le point G est de 14,7cm et la distance entre le point H et le point K est de 13,7cm.
6.c	Bilan activité ligne brisée	/
7.a	Comparaison distance entre C et deux points A et B de la droite	La plus grande distance est C et A et la plus petite est C et B. J'ai mesurer.
7.d	Méthode pour placer un point Y sur la droite à la distance plus petite possible d'un point Z	J'ai placer le point Z en dehors de la droite (d) et le point Y sur la droite (d) et que le point Z soit le plus près possible du point Y. Pour que le point Z et Y à la distance la plus petite possible.
8	Méthode pour placer un point N sur la droite à la distance plus petite possible d'un point M donné	On a tracer le point M et N avec l'équerre pour que sa soit le plus petit possible.
9	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (cahier d'exercices)	J'ai tracer une droite avec un instrument de géométrie
10.a	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (feuille blanche)	D'abord on trace une droite (d) avec un instrument de géométrie puis on place le point A qui n'appartient pas à la droite (d) puis je prend un autre instrument et on trouve le point B qui appartient à la droite (d) puis on trace le segment [AB] qui a un angle droit.
10.b	Définition distancepoint-droite	Définition : La longueur relié au point A au point B.
11.b	Description de la zone	J'ai fait un cercle avec le compas est la zone c'est le cercle parce que c'était l'endroit où Blanchette pouvez brouter
14	Définition "distance"	Définition de la distance : [ La distance est un point qui se relie à un point - barré ]
17.c	Démarche pour trouver les points à la distance EM de E	J'ai tracer un cercle avec le compas pour trouver tous les point qui sont situés à la distance EM du point E
18	Définition cercle 1, à la suite de l'activité nuage de points	/
19	Définition cercle 2	Définition d'un cercle : Un cercle c'est une figure qui ce trace avec un compas et qui peut avoir une infinité de point. Le cercle peut avoir une infinité de point
22	Ce que j'ai retenu	Définition d'un cercle : un cercle est constitué de tout les points situés à une même distance d'un point appelé «centre du cercle». Cette distance est le rayon du cercle. que un [a - barré] cercle [est - barré] à une infinité de point. Un diamètre à la plus grande longueur possible pour un rayon.
30	Programme construction du triangle	J'ai tracer un segment EF j'ai pris le compas et mesurer 4 cm - 7,5 cm pour faire un [tran -barré] triangle.
31.b	Longueur AD et justification	La longueur du segment [AD] est de 4cm. Car le centre [de - barré] A de rayon 4cm donc le segment [AD - barré] [AD] dois faire 4cm.
31.c	Longueur BE et justification	La longueur du segment [BE] est de 3cm. Car le centre B de rayon 3cm donc le segment [BE] dois [fa - barré] faire 3cm.
32.b	Longueur OP et justification	La longueur du segment [OP] est de 8cm. Car puisque le rayon du cercle fait 4 cm donc si le centre R est de rayon 4cm le segment [OP] doit faire le double du rayon donc 8cm.
32.c	Justification placement T sur (d) avec ST = OP.	J'ai tracer un cercle de 8cm pour trouver le point T. Car puisque le segment [OP] fait 8cm et que on à dit que ST = OP c'est pour sa que j'ai tracer le cercle de 8cm.

## Annexes 5.D – Productions de As

N°	Description	Productions langagières As
2	Définition "distance entre deux points"	Une distance entre deux points est un point d'un segment qui vas jusqu'à un autre point du même segment. Exemple 1 : La distance du point A au point B est de 8,3cm. Exemple 2: La distance du point A au point B est de 5 cm et la distance du point B au point C est de 5cm, donc la distance du point A au point C est de 10cm donc A et B, B et C sont égaux.
6.b	Comparaison des distances entre les extrémités des lignes	Leurs distances sont presque pareilles alors que le point [AG] est plier alors [HK] est droit mais plus petit
6.c	Bilan activité ligne brisée	On peut retenir que même si le [AG] est pas "droit" sa ne veut pas dire qu'il sera plus petit mais peut-être plus grand et aussi que "plier" est une manière de le raccourcir.
7.a	Comparaison distance entre C et deux points A et B de la droite	Ils ne font pas la même distance $CB < CA$ . J'ai pris mon compas j'ai placée la pointe sur C et la pointe du crayon sur B et ensuite j'ai comparé à A et C.
7.d	Méthode pour placer un point Y sur la droite à la distance plus petite possible d'un point Z	Exemple: Placer un point C tel que la distance entre C et Z la plus petite possible. La crois est avec deux parties «+» je prend la plus proche du point. «Je ne m'en souvient plus exactement»
8	Méthode pour placer un point N sur la droite à la distance plus petite possible d'un point M donné	On doit faire glisser un côté de l'équerre jusqu'au point M et il faut un angle droit sur la droite
9	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (cahier d'exercice)	Il faut avoir un angle droit entre le point A, B et (d) pour que le point A soit le "plus proche du point B" pour avoir l'angle droit il faut glisser un côté de l'équerre sur la droite.
10.a	Méthode pour placer un point B sur la droite à la distance plus petite possible d'un point A donné (feuille blanche)	On trace le segment perpendiculaire A et B à la droite (d).
10.b	Définition distance point-droite	La distance du point A au point B est la longueur du point B, A et la (d) et au point d'intersection.
11.b	Description de la zone	Elle pourra brouter à 3cm de diamètre du point P. La zone est à 3cm du point P en cercle.
14	Définition "distance"	Définition [de la distance- rajouté] d'un point a un point : [La distance d'un point à un point est la longueur la plus petite - barré] La distance entre deux points [? - barré] sont l'extrémités du point A au point B et est la longueur des points [AB]
17.c	Démarche pour trouver les points à la distance EM de E	Je n'est pas mesuré j'ai reportée la longueur du [segment -rajouté ] [EM] et j'ai tracé un cercle du centre E et de rayon EM. Ensuite tout les points qui étaient situés sur le cercle était à la même distance que le segment [EM] mais toujours avec le centre E. Donc [EM]=[EG]=[EF]
18	Définition cercle 1, à la suite de l'activité nuage de points	cercle : le cercle est avec un centre, [plusieurs-barré] [infini - rajouté] rayons et [plusieurs-barré] [infini - rajouté] diamètres.
19	Définition cercle 2	Un cercle : Un cercle à [le - barré] son centre, à une infinité de points, à [une - rajouté] infinité de rayons et de diamètres, peut avoir des cordes* et à un [segment - rajouté] diamétralement. *cordes: un point d'un cercle est un autre point du [un - barré] cercle qui passe pas par le centre. infinité de point "pas tous représenté"
22	Ce que j'ai retenu	Définition d'un cercle : Un cercle est constitué de plusieurs points qui ont la même distance à un seul point "le centre", un cercle à infini de diamètres, à infini de rayons [et le cercle a - barré]. En classe se que j'ai compris : un cercle [a infini - barré] [est constitué de - barré] a plusieurs points, d'un centre, d'infini de rayon, d'infini de diamètre, [peut avoir - barré] contient des arcs de cercle, peut avoir des cordes. Vocabulaire [et description - barré] (sous forme de liste : ) corde / rayon / diamètre / centre / point(s)
30	Programme construction du triangle	Tracer le segment [EF] de 5,5cm. Utiliser le compas de 4cm d'écart et de centre F. Utiliser le compas de 7,5cm d'écart et de centre E. Vérifier le segment [EG] de 7,5cm. Vérifier le segment [FG] de 4,0cm. Vérifier le segment [FE] de 5,5cm.
31.b	Longueur AD et justification	La longueur de AD est de 4cm car le point D fait partie du cercle [C1 et - rajouté] de centre A et donc est de 4cm. "le [cercle de centre - rajouté] A est de rayon 4cm".
31.c	Longueur BE et justification	La longueur BE est de 3cm car le point E fait partie du cercle [C2 et - rajouté] de centre E et donc de rayon 3cm. "[le - barré] le cercle de centre B est de rayon 3cm". Exemple sur la [feuille - barré] représentation.
32.b	Longueur OP et justification	La longueur du segment [OP] est de 8cm. On sais que : RS a un rayon de 4cm et que [OP] € (d). Si [RS] a un rayon de 4cm [ et que tout les points du cercle sont à égale distance du cercle - rajouté ] alors le segment [OP] est de 8cm car c'est un diamètre. Donc $OP = 8cm$ .
32.c	Justification placement T sur (d) avec $ST = OP$ .	[Ma démarche est on prolonge le rayon [RS] du côté de R et on - barré ] Ma démarche est de mesurer le segment [OP] [est - barré] et de [le - barré] placer [T - rajouté] sur la droite tel que [A - barré] [ [SD] - crochets barrés] $SD = 8cm$ .

**Annexe 6 – Répartition des tâches pour les analyses**

N°	Titre	Distance (D) / Cercle Distance (CD)	Généralisé (G) Contextualisé Classique (CC) Contextualisé Preuve (CP)
2	Définition distance entre deux points	D	G
6.b	Ligne brisée, q2	D	CC
6.c	Ligne brisée, Bilan	D	G
7.a	Distance point-droite, q1	D	CC
7.d	Distance point-droite, q4	D	G
8	Méthode distance point droite 1 (M et N)	D	G
9	Méthode distance point droite 2 (A et B) dans le cahier d'exercices	D	G
10.a	Méthode distance point droite 3 (A et B)	D	G
10.b	Définition distance point droite	D	G
11.b	Blanchette la biquette	CD	CC
14	Définition distance	D	G
17.c	Nuage de points	CD	CC
18	Définition cercle 1	CD	G
19	Définition cercle 2	CD	G
22	Ce qui a été retenu	CD	G
30.b	Construction triangle	CD	CP
31.b	Programmes de construction 2	CD	CP
31.c	Programmes de construction 2	CD	CP
32.b	Programmes de construction 3	CD	CP
32.c	Programmes de construction 3	CD	CP

## Annexe 7 – Énoncés des exercices des tests du groupe IREM

Pour l'année 2023-2024, le groupe Didactique de l'IREM de Montpellier a repris les pré-tests et post-tests passés l'année précédente et les ont modifiés en fonction des difficultés et résultats obtenus. En particulier, le pré-test a été découpé en deux sujets pour être un peu moins lourd pour les élèves et il a été passé dans des classes témoins.

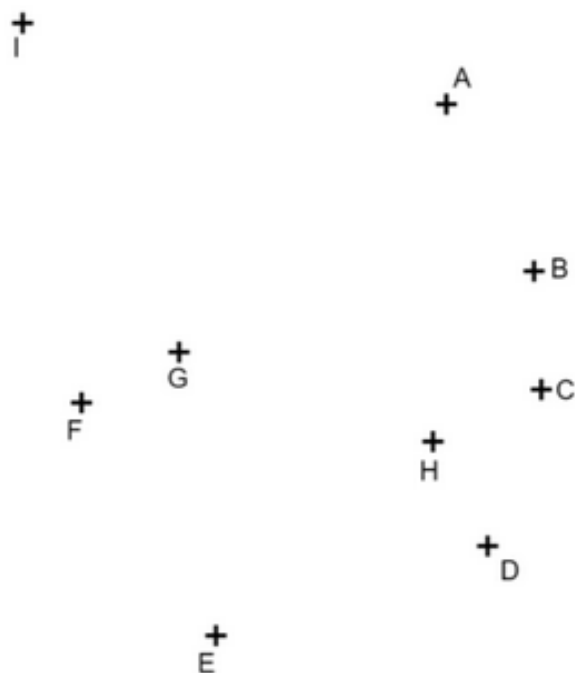
Les exercices consultés pour la sélection des élèves sont extraits du pré-test1. Le premier exercice est une reprise des évaluations nationales d'entrée en 6ème sans modifications du sujet (à contrario de l'exercice présenté dans Chesnais et al., (2023)) :

### Exercice 1 :

Les points A, B, C et D sont sur un même cercle.

Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle.



Le centre du cercle est le point : .....

Explique comment tu as trouvé :

.....

Le second est une demande de la définition du cercle :

**Exercice 2 :**

Écris la définition d'un cercle.

.....

.....

.....

.....

.....

Dans les post-tests, nous avons regardé les deux exercices qui correspondent aux exercices du pré-test ci-dessus.

L'exercice 1 est l'exercice sur lequel ont été effectuées les analyses présentées dans Chesnais et al. (2023), il s'agit d'une adaptation de l'exercice des évaluations nationales, l'exercice 2 est identique au pré-test.



Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle.

Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.
2. Ylan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Ylan a raison mais que c'est mal dit. Corrige la phrase d'Ylan :

**Exercice 2 :**

Écris la définition d'un cercle.

.....

.....

.....

.....

## Annexe 8 – Productions des élèves au post-test

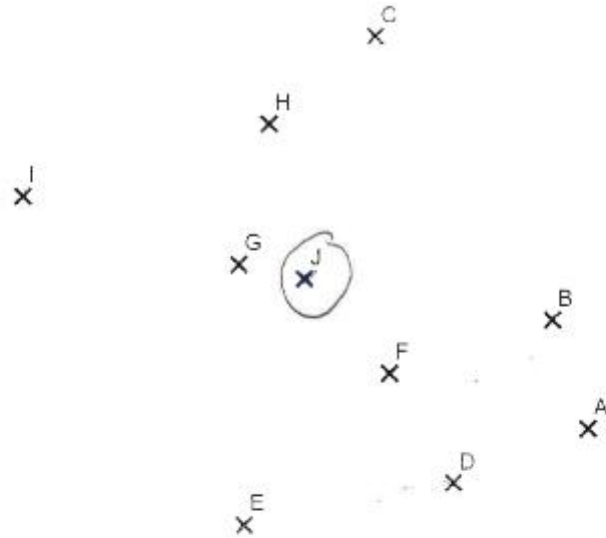
### Annexe 8.a – Transcription des réponses

Tâche	Élève	Productions
Post test, exercice 1, question 1	Th	Je pense que le centre du cercle est J car J est a la même distance des points B, C, D, E.
	Sa	Je pense que le centre est J car en mesurant du point J aux points demandés sa faisait la même distance partout
	Fe	Le centre de ce cercle sera le point J. car quand je mesure tout les points jusqu'au centre tout les points font 4,2.
	As	Je pense que le point J est le centre du cercle car, les points B, C, D et E ont tous la même distance aux points J. Donc les points E, D, B et C sont les rayons du cercle de 4,2 cm de rayon.
Post test, exercice 1, question 2	Th	ça ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au point H n'est pas la même que la distance du point H au point C.
	Sa	ça ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au H n'est pas la même distance que le point C au H.
	Fe	ça ne peut pas être le point H parce que la longueur du point B n'est pas le même que la longueur du point C
	As	je pense que sa ne peut pas être H le centre car la longueur $HB=6,8$ et $HC=2,3$ et que pour former un cercle, il faut que les infinis de points ont la même longueur.
Post test, exercice 2	Th	Un cercle est constitué de ["constitué de" a été rajouté] plusieurs points a la même distance du centre du cercle. Cela se nomme un rayon.
	Sa	Un cercle est constitué de plusieurs points située [située a été rajouté] a une même distance d'un point appeler "centre du cercle" Cette distance est appeler "rayon du cercle".
	Fe	Un cercle est constitués de plusieurs points situés a une même distance d'un point appelé centre du cercle. Cette distance est appelé rayon du cercle.
	As	Un cercle est constitué d'une infini de points qui ont la même distance et d'un centre.

Annexe 8.b – Productions originales

Th : Post-test, exercices 1 et 2

Exercice 1 :



Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle.  
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.

Je pense que le centre du cercle est J car J est à la même distance des points B, C, D, E

2. Yan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Yan a raison mais que c'est mal dit. Corrige la phrase d'Yan pour qu'elle soit correcte:

Ca ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au point H n'est pas la même que la distance du point H au point C.

Exercice 2 :

Écris la définition d'un cercle.

Un cercle est plusieurs points à la même distance du centre <sup>constitué de</sup> du cercle. Cela se nomme un rayon,

Sa : Post-test, exercices 1 et 2**Exercice 1 :**

Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle.  
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.

Je pense que le centre est J car en mesurant du point J aux points demandés ça faisait la même distance partout.

2. Yan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Yan a raison mais que c'est mal dit. Corrige la phrase d'Yan pour qu'elle soit correcte:

ça ne peut pas être le point H parce que la distance du point B au H n'est pas la même distance que le point C au H.

**Exercice 2 :**

Écris la définition d'un cercle.

Un cercle est constitué de plusieurs points <sup>à une</sup> à une même distance d'un point appelé « centre du cercle ». Cette distance est appelée « rayon du cercle ».

## Fe : Post-test, exercices 1 et 2

**Exercice 1 :**

Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle.  
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta **règle graduée**, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.

Le centre de ce cercle sera sera le point J.  
car quand je mesure tout les points j'en jusqu'au  
centre tout les points font 4,2.

2. Ylan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Ylan a raison mais que c'est mal dit. Corrige la phrase d'Ylan pour qu'elle soit correcte:

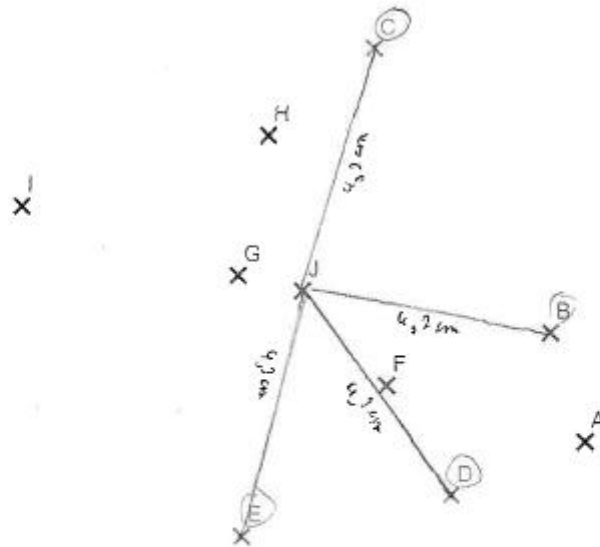
ça ne peut pas être le point H parce que  
la longueur du point B n'est pas la même que  
la longueur du point C.

**Exercice 2 :**

Écris la définition d'un cercle.

un cercle est constitué de plusieurs points  
situés à une même distance d'un point appelé  
centre du cercle. cette distance est appelé rayon  
du cercle

## As : Post-test, exercices 1 et 2

**Exercice 1 :**

Dans le nuage de points ci-dessus, les points B, C, D et E sont situés sur un même cercle. Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.

En utilisant ta **règle graduée**, trouve le centre de ce cercle puis réponds aux questions.

1. Explique pourquoi tu penses que le point que tu as trouvé est bien le centre du cercle.

Je pense que le point J est le centre du cercle car, les points B, C, D et E ont tous la même distance aux points J. Donc les points E, D, B et C sont les rayons du cercle de 4,2 cm de rayon.

2. Ylan dit que : « ça ne peut pas être le point H parce que la longueur de B n'est pas la même que la longueur de C ». Le professeur dit qu'Ylan a raison mais que c'est mal dit. Corrige la phrase d'Ylan pour qu'elle soit correcte:

Je pense que ça ne peut pas être H le centre car la longueur  $HB = 6,8$  et  $HC = 2,3$  et que pour former un cercle, il faut que les infinis de points ont la même longueur.

**Exercice 2 :**

Écris la définition d'un cercle.

Un cercle est constitué d'une infinité de points qui ont la même distance et d'un centre.