



HAL
open science

L'enseignement des notions d'angle droit et de droites perpendiculaires

Anne-Justine Cornil

► **To cite this version:**

Anne-Justine Cornil. L'enseignement des notions d'angle droit et de droites perpendiculaires. Education. 2013. dumas-00862206

HAL Id: dumas-00862206

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00862206>

Submitted on 16 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MASTER SMEEF
SPECIALITE « PROFESSORAT DES
ECOLES »
DEUXIÈME ANNEE (M2)
ANNEE 2012/2013**

**L'enseignement des notions d'angle droit et de droites
perpendiculaires**

**NOM ET PRENOM DE L'ETUDIANT : CORNIL Anne-Justine
SITE DE FORMATION : Villeneuve d'Ascq
SECTION : M2 section 3**

**NOM ET PRENOM DU DIRECTEUR DE MEMOIRE : Anne-Cécile MATHE
DISCIPLINE DE RECHERCHE : Mathématiques**

Direction

365 bis rue Jules Guesde
BP 50458
59658 Villeneuve d'Ascq cedex
Tel : 03 20 79 86 00
Fax : 03 20 79 86 01
Site web : www.lille.iufm.fr

**L'ENSEIGNEMENT DES NOTIONS
D'ANGLE DROIT ET DE DROITES
PERPENDICULAIRES**

INTRODUCTION	1
PARTIE I	2
I) <u>Les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires dans les programmes du cycle 2 et du cycle 3</u>	2
1) Dans les programmes de 2008	2
2) Comparaison avec les programmes de 2002	4
II) <u>Réflexion didactique autour de l'articulation entre les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires</u>	4
1) Analyse mathématique des notions d'angles droits et de droites perpendiculaires .	4
a) Définition de la notion d'angle droit	5
b) Définition de la notion de perpendicularité	5
c) Une première approche de la différence entre l'angle droit et la perpendicularité	6
2) De l'angle droit aux droites perpendiculaires	6
a) Déconstruction dimensionnelle	6
b) Difficultés des élèves	8
3) L'équerre	9
a) Le statut de l'équerre	9
b) Les difficultés liées à cet instrument	10
III) <u>Problématique</u>	12
PARTIE II	13
I) <u>Présentation de la méthodologie</u>	13
II) <u>Analyse de manuels</u>	15
1) Apprentissages géométrique et résolution de problèmes au cycle 3, ERMEL	15
a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1	15
b) Instruments géométriques à disposition des élèves	16
c) Une activité introduisant les droites perpendiculaires	17
2) Capmath CE2 et CM1	23
a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1	23
b) Instruments à disposition des élèves	24
c) Une activité introduisant les droites perpendiculaires	25
3) Outils pour les Maths CE2 et CM1	28
a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1	28
b) Instruments à disposition des élèves	29
c) Une activité introduisant les droites perpendiculaires	29
4) Comparaison des manuels	32
III) <u>Conclusion et perspectives</u>	33
BIBLIOGRAPHIE	35

INTRODUCTION

J'ai choisi de m'intéresser à la géométrie à l'école primaire. Durant plusieurs stages, j'ai pu remarquer que les élèves avaient de nombreuses difficultés pour manier correctement certains instruments géométriques notamment l'équerre. Je me suis donc intéressée à la particularité de l'équerre et cela a amené ma réflexion sur les notions d'angles droits et de perpendicularité. Après plusieurs lectures, j'ai pu constater que passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires peut être assez complexe pour de nombreux élèves. Je me suis donc demandé quelle pouvait être les activités pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires.

Pour essayer de répondre à cette question, dans une première partie je reviendrai sur ce que les élèves doivent apprendre à l'école primaire par rapport à ces notions à travers les programmes. Puis, je mènerai une réflexion didactique sur ces deux notions afin de mieux définir les concepts et cerner les difficultés en jeu. Enfin je présenterai précisément ma problématique.

Dans une seconde partie, j'essaierai de voir comment se fait l'introduction des droites perpendiculaires à travers l'étude de quelques manuels. Tout d'abord je décrirai ma méthodologie d'analyse. Ensuite je décrirai plus finement pour chaque manuel une activité introduisant les droites perpendiculaires et l'analyserai. Je ferai ensuite une comparaison entre ces manuels par rapport à plusieurs points : l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires et la place des instruments. Pour conclure je présenterai quelques perspectives sur l'enseignement de ces notions.

PARTIE I

I) Les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires dans les programmes du cycle 2 et du cycle 3

1) Dans les programmes de 2008

Cycle 2

Dans les programmes de 2008, la notion d'angle droit apparaît au cycle 2 en CE1. Les élèves découvrent la notion d'angle droit à partir de figures usuelles telles que le carré et le rectangle. Ils utilisent aussi les instruments liés à cette notion (gabarit d'angle droit, équerre) au cours d'activité de reproduction ou de reconnaissance de ces figures particulières.

Le tableau ci-dessous présente les compétences et les connaissances à acquérir en CE1 concernant les notions d'angle droit et de perpendicularité (issues des progressions).

CE1
<ul style="list-style-type: none">- Décrire, reproduire, tracer un carré, un rectangle, un triangle rectangle.- Utiliser des instruments pour réaliser des tracés : règle, équerre ou gabarit de l'angle droit.- Percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs.- Connaître et utiliser un vocabulaire géométrique élémentaire approprié.

Le premier palier pour la maîtrise du socle commun se situe à la fin du CE1. Certaines compétences sont donc attendues concernant les notions d'angle droit et de perpendicularité. Ainsi à la fin du CE1, l'élève est capable de :

- reconnaître, nommer et décrire les figures planes et les solides usuels
- utiliser la règle et l'équerre pour tracer avec soin et précision un carré, un rectangle, un triangle rectangle
- être précis et soigneux dans les tracés, les mesures et les calculs ;

Cycle 3

La perpendicularité est une relation qui donne lieu à des connaissances à acquérir au cycle 3. En CE2, les élèves continuent à travailler sur l'angle droit notamment autour de figures particulières telles que le rectangle et le carré. Le terme « perpendiculaire » n'apparaît qu'à

partir du CM1 dans les programmes de 2008 (dans les progressions). Les compétences à acquérir concernant la perpendicularité font référence à des activités de contrôle instrumenté, de tracés et au vocabulaire géométrique à maîtriser.

La relation angle droit/perpendiculaire n'est pas évoquée.

Ce tableau présente les nouvelles compétences et connaissances à acquérir au cycle 3 en géométrie plane concernant les notions d'angle droit et de perpendicularité (issues des progressions).

CE2	CM1	CM2
<p><i>Dans le plan</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire, nommer et reproduire, tracer des figures géométriques : carré, rectangle, losange, triangle rectangle. - Vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle graduée et l'équerre. - Utiliser en situation le vocabulaire : côté, sommet, angle, milieu. - Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit <p><i>Problèmes de reproduction, de construction</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Reproduire des figures (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un modèle. - Construire un carré ou un rectangle de dimensions données. 	<p><i>Dans le plan</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre. - Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. - Décrire une figure en vue de l'identifier parmi d'autres figures ou de la faire reproduire. - Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit <p><i>Problèmes de reproduction, de construction</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes. 	<p><i>Dans le plan</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments. - Construire une hauteur d'un triangle. - Reproduire un triangle à l'aide d'instruments. <p><i>Problèmes de reproduction, de construction</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).

Le deuxième palier pour la maîtrise du socle commun se situe en fin de CM2. Les compétences attendues concernant les notions d'angle droit et de perpendicularité en fin de CM2 sont :

- reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision

2) Comparaison avec les programmes de 2002

Les programmes de 2002 bien qu'ils ne soient plus en vigueur me semblent plus détaillés. Ainsi, il est intéressant de comparer ces programmes avec ceux de 2008. Concernant la géométrie, les programmes de 2002 et de 2008 insistent tout deux sur le changement de statut des objets au cycle 3 :

« L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure » (BO hors-série n°3 du 19 juin 2008, p 23) ;

« Passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par explicitation de propriétés et recours à des instruments » (BO hors-série n°1 du 14 février 2002, p 83).

On a une différence entre les programmes de 2002 et 2008 concernant les instruments. Les instruments cités dans les programmes de 2008 sont l'équerre et le gabarit d'angle droit. Ce dernier apparaît dans les progressions du CE1 mais disparaît au profit de l'équerre pour le cycle 3. On peut noter que l'apparition de l'équerre traditionnelle dans les programmes de 2008 est plus précoce que dans ceux de 2002. En 2002, le gabarit d'angle droit était le seul instrument cité pour le cycle 2. L'équerre étant un gabarit d'angle droit, elle n'était pas exclue au cycle 2 mais son utilisation systématique était déconseillée. « L'équerre traditionnelle de l'écolier peut engendrer des représentations erronées relatives à l'angle droit (confusion avec le triangle). L'utilisation systématique de ce type de matériel ne sera exigée qu'au cycle 3 ; au cycle 2 on peut se limiter à l'utilisation de gabarits d'angle droit. » (Document d'application de 2002 de Mathématiques au cycle 2, p 26).

II) Réflexion didactique autour de l'articulation entre les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires

1) Analyse mathématique des notions d'angle droit et de droites perpendiculaires

Chacune de ces deux notions sont liées à deux nombreux concepts et peuvent être définies de différentes façons. Il faut donc définir précisément ces concepts.

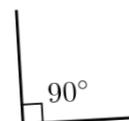
a) Définition de la notion d'angle droit

On retrouve de nombreuses définitions de l'**angle droit**, voici quelques exemples.

- Deux droites sécantes définissent quatre angles deux à deux égaux. Lorsque ces quatre angles sont égaux, chacun forme un angle droit. (http://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_droit)
- Un angle droit est l'angle du quart de tour. (ERMEL, 2006, p 174)
- Un angle est droit s'il est égal à l'un de ses supplémentaires. (ERMEL, 2006, p174)
- L'angle droit peut être considéré comme un angle (le "coin") d'une figure particulière : rectangle ou carré.
- Un angle droit est un angle dont les côtés sont perpendiculaires. Il a pour mesure 90° . (L. Corrieu, 1999, p52)
- Un angle droit est un angle formé par deux droites (ou demi-droites, ou segments) perpendiculaires.

On peut noter que ces dernières définitions reposent sur la notion de droites perpendiculaires.

Les angles droits sont traditionnellement codés par un petit carré comme ceci.



b) Définition de la notion de perpendicularité

Quant à la notion de **perpendicularité**, pour la définir, il faut d'abord prendre en compte le fait que c'est une relation géométrique qui lie deux objets (segments, demi-droites ou droites au minimum) : une droite n'est pas perpendiculaire en soi mais est toujours perpendiculaire à une autre. Comme pour l'angle droit, on retrouve différentes définitions de la perpendicularité telles que :

- Deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent en formant quatre angles droits. (ERMEL, 2006, p 174)
- Deux droites qui se coupent à angle droit sont deux droites perpendiculaires. (R. TIMON, M. WOROBEL, 2004, p 130)
- D'après Leyssenne Pierre (1899) « Une ligne droite est perpendiculaire sur une autre quand elle ne penche ni d'un côté ni de l'autre ».
- « Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit et la droite placée au-dessus est dite

perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée.» (d'après Euclide, « Eléments »).

c) Une première approche de la différence entre l'angle droit et la perpendicularité

D'après le livre ERMEL (2006, p 173) « L'angle droit est un objet de base dont l'identification s'appuie sur des expériences perceptives de l'espace sensible (le coin d'une table, les deux aiguilles d'une horloge, deux plis sécants sur une feuille de papier...) ou psychomotrices (un changement de directions sur un chemin, un signe effectué avec deux doigts ...)». L'angle droit est donc un objet familier pour l'enfant : il le rencontre depuis son plus jeune âge. En effet, l'angle droit fait partie de son environnement : coins de nombreux objets du quotidien et coins de figures géométriques particulières (rectangle, carré).

L'angle droit et la perpendicularité sont tous deux des objets géométriques théoriques mais la différence réside dans la nature des objets considérés. Le concept d'angle droit est un objet de dimension 2, un **élément de surface**. La notion de perpendicularité, quant à elle, caractérise une relation entre des **objets de dimension 1** (des segments, des droites, des demi-droites...) : c'est un concept qui demande plus d'abstraction.

2) De l'angle droit aux droites perpendiculaires

a) Déconstruction dimensionnelle

• **D'un point de vue général**

Duval et Godin (2005, p 7) mettent en évidence le fait que, en dehors de la géométrie les figures sont avant tout vues comme des surfaces, des juxtapositions ou des superpositions de surfaces. Or les propriétés géométriques visées à la fin de l'école puis au collège portent sur des objets de dimension 1 (segment, droite...), voire de dimension 0 (point) : il s'agit par exemple d'égalité de longueurs de segments, du parallélisme ou de la perpendicularité de segments ou de droites : « l'organisation des objectifs d'enseignement, dès le primaire, donne la priorité aux droites, à leurs relations, à leurs propriétés. Et c'est en fonction de celles-ci que l'on fait travailler sur quelques figures de base (triangle, carré...). » « Or cette conception se heurte à la manière dont les élèves perçoivent les figures en dehors du contexte des mathématiques. »

Entrer dans la géométrie, percevoir les propriétés géométriques, nécessite donc un changement de regard sur une figure : il s'agit de passer d'un regard centré sur les surfaces

et leurs contours à un regard qui fait apparaître les droites, les points sous-jacents de ces figures. On parle de déconstruction dimensionnelle car l'on passe d'un regard centré sur des objets 2D (surfaces) à des objets 1D (droites, segments) et 0D (point). Ce changement de regard est requis uniquement en géométrie et exige un développement des capacités d'analyse visuelle des figures.

« La déconstruction dimensionnelle des formes impliquées par l'introduction des connaissances géométriques va à l'encontre des processus spontanés d'identification des figures ». Les enfants ne réussissent pas dès le début à décomposer une figure 2D en un ensemble de formes 1D. Ainsi, la capacité à une mobilité du regard sur les figures est un enjeu important de l'enseignement de la géométrie à la fin de l'école primaire.

- **Appliquée à l'angle droit et aux droites perpendiculaires**

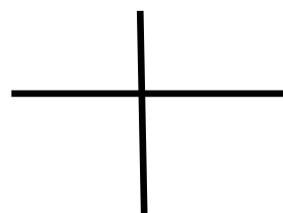
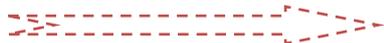
L'entrée dans le concept de la perpendicularité se fait par un travail sur la notion d'angle droit car ce dernier est une forme 2D, simple du point de vue perceptif (nombreux objets de l'environnement) et graphique (les deux traits ont la même origine). L'angle droit est omniprésent dans l'environnement, la connaissance de formes présentant des angles droits peut être un réel appui pour les apprentissages concernant la perpendicularité.

Cependant, pour passer de la notion d'angle droit à celle de perpendicularité il est essentiel que l'enfant change son regard sur les figures. Une déconstruction dimensionnelle est donc nécessaire. En effet, l'angle droit est un objet 2D alors que les droites, les segments perpendiculaires sont des objets 1D.

L'angle droit étant d'abord perçu comme le coin de figures particulières, l'un des tous premiers objectifs d'enseignement va consister à détacher cet angle droit de ces figures auxquelles il est attaché : le rectangle et le carré. On doit amener l'enfant à ne plus voir l'angle droit comme un coin (une surface) mais à voir que ce sont deux droites qui se coupent.



Angle droit = 2D

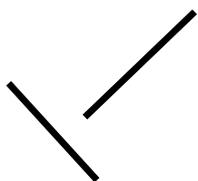


droites = 1D

b) Difficultés des élèves

J'ai choisi de me centrer sur les difficultés en lien avec la perpendicularité. A travers la lecture du livre ERMEL et ce que j'ai pu constater lors d'observations en classe, j'ai noté deux difficultés majeures ayant trait à cette notion.

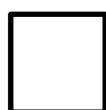
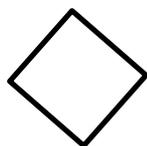
Comme la notion de perpendicularité met en jeu des formes 1D, elle est plus difficile à appréhender pour l'enfant. En effet, les droites sont des objets théoriques chargées de propriétés : dans certains cas la reconnaissance de droites perpendiculaires demande de prolonger les traits comme ci-dessous. Ici, l'enfant est face à des droites qui ne se coupent pas "visuellement".



Dans certaines situations, l'enfant doit donc parfois prolonger mentalement des traits ou faire abstraction d'une partie de ceux-ci pour percevoir des droites perpendiculaires.

Ce type de difficulté montre que les enfants ont souvent des problèmes pour voir et manipuler des objets 1D par rapport à des objets 2D. Un changement de regard sur les figures s'impose pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires.

De plus, l'un des obstacles principaux consiste aussi à penser que les droites perpendiculaires sont obligatoirement des droites verticales et horizontales. En effet, les enfants rencontrent sans cesse des angles droits dans leur environnement ce qui est un appui pour l'apprentissage du concept mais ces droites sont souvent en position verticale/horizontale. Ainsi la position horizontale/verticale peut représenter un obstacle aux apprentissages. D'ailleurs, lors d'un stage en CM1/CM2, j'ai eu l'occasion d'observer une séance de géométrie où les enfants devaient agrandir et reproduire une figure à partir d'un patron. J'ai pu voir en quoi la position verticale/horizontale est importante. Les élèves devaient commencer par tracer un carré qui sur le patron était positionné de façon oblique comme ci-dessous. J'ai pu constater que beaucoup d'élèves reproduisaient ce carré sur la feuille en le remettant en position plus "naturelle" et donc en traçant des droites perpendiculaires en position horizontale/vertical.



Ainsi on peut penser qu'un élève peut ne pas reconnaître un angle droit ou des droites perpendiculaires si ces droites ne sont pas en position verticale/horizontale. Il faut donc proposer de nombreuses figures où les droites perpendiculaires ne sont pas dans cette position pour amener l'enfant à reconnaître la perpendicularité quelle que soit la direction des droites.

3) *L'équerre*

Comme l'équerre sert à la fois à vérifier la présence d'un angle droit ou à le tracer ainsi qu'à tracer des droites perpendiculaires ou vérifier qu'elles sont perpendiculaires, il serait intéressant de savoir le rôle que peut jouer cet instrument dans cette déconstruction dimensionnelle. Il faut donc tout d'abord définir quelles sont les propriétés de l'équerre et son statut par rapport à la déconstruction dimensionnelle.

a) Le statut de l'équerre

- Un objet 1D et 2D

Tout d'abord, on peut noter que l'équerre a un statut qui peut être assez ambiguë pour l'élève. D'après Duval et Godin (2005, p 12) c'est à la fois un instrument 2D et 1D. Comme gabarit d'angle droit, elle permet de tracer ou vérifier la présence d'un angle droit qui est une surface donc un objet 2D. Elle permet aussi de tracer des segments ou droites (formes 1D) perpendiculaires ou de vérifier qu'ils sont perpendiculaires. Ainsi, en fonction du regard que l'on porte sur les figures, l'équerre peut donc être un instrument 2D (gabarit d'angle) ou un instrument 1D matérialisant une relation entre des objets 1D (droites, segments...)

- L'équerre, un objet de référence

En CE1, l'angle droit est souvent abordé comme le coin d'un petit carré ou rectangle. Ce coin est la première image mentale que l'enfant a pour se représenter l'angle droit. Comme l'équerre est l'instrument où l'on voit le mieux l'angle droit, elle peut donc matérialiser la connaissance que l'enfant a de l'angle droit et devenir un objet de référence.

L'équerre peut aussi être un objet de référence pour désigner le concept en situation de communication. En effet, d'après le livre ERMEL (2006, p 69-70) « les élèves manquent souvent de mots précis pour désigner un objet ou une action. Ils utilisent alors des gestes ou des objets usuels. Dans une phase transitoire, un instrument peut constituer un support pour faciliter une communication. Lors d'échanges, il peut s'avérer utile pour visualiser un

concept ou une action. Par exemple, pour désigner un angle droit, les élèves vont montrer le coin d'un tableau, d'une feuille, d'un rectangle, puis le coin d'une équerre. Pour désigner deux droites perpendiculaires, ils vont montrer une verticale et une horizontale, deux doigts correctement écartés, puis les deux bords d'une équerre. Cette équerre devient peu à peu un objet de référence. Ainsi quand un élève voudra dire que deux droites sont perpendiculaires, il joindra la parole et le geste et il dira 'les deux traits sont comme ...' et montrera les bords de l'équerre ». L'équerre peut donc être un objet de référence pour visualiser et désigner les concepts.

b) Les difficultés liées à cet instrument

- **D'un point de vue général**

L'équerre est un instrument qui possède de nombreuses propriétés autre que la perpendicularité.

OFFRE, PERRIN-GLORIAN et VERBAERE (2006, p 10) montrent les nombreuses utilisations de l'équerre. En effet, l'équerre, instrument porteur du concept de perpendicularité, a pour fonction première de tracer des perpendiculaires, des angles droits ou de les vérifier. Mais à l'école, l'équerre sert aussi à tracer des droites parallèles avec plusieurs méthodes : celle issue du théorème de la perpendiculaire commune et celle utilisant la technique du glissement à partir de n'importe quel angle de l'équerre. Ces auteurs mentionnent que cette dernière méthode est très souvent présente dans de nombreux manuels scolaires.

Par ailleurs, si l'on regarde de plus près les équerres du commerce possédées par la plupart des élèves, on voit que cet instrument a d'autres propriétés :

- L'alignement
- 2 autres angles qui ne sont pas des angles droits
- Graduation

L'équerre du commerce est aussi souvent transparente. Cela permet certains raccourcis : en un seul placement de l'équerre on peut tracer un segment perpendiculaire à un autre en faisant coïncider le 0 de la graduation avec le segment déjà tracé. Ceci permet par exemple de tracer des rectangles ou des carrés très rapidement. On pourrait donc penser que la transparence est un avantage car on a une économie de gestes. Mais selon Bernard OFFRE, Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN et Odile VERBAERE (2006, p 10), cette économie gestuelle s'accompagne d'une économie conceptuelle car les bords du rectangle sont pris en

compte mais pas les droites qui les portent. Ces auteurs supposent donc que l'usage répété de ce type de raccourcis peut conduire certains élèves à l'amalgame des propriétés en question.

Pour résumer : « l'équerre usuelle cumule trois fonctions possibles : contrôler ou construire des angles droits (ou d'autres angles fixés), tracer des traits droits, mesurer et, en association avec une règle, tracer des parallèles »

- **Lors d'une situation en classe**

Par ailleurs, lors d'un stage en CM1/CM2, j'ai eu l'occasion d'observer une séance de géométrie où les enfants devaient agrandir et reproduire une figure à partir d'un patron. J'ai donc pu voir certaines difficultés pour tracer des droites perpendiculaires.

De plus, bien que les angles droits fussent codés sur le patron, une grande majorité des élèves n'utilisaient pas l'équerre pour tracer un carré : ils traçaient les côtés du carré avec la règle en utilisant les graduations. Chez certains, l'équerre n'apparaissait qu'à la fin de la construction pour vérifier et valider la construction. Ils utilisaient donc l'équerre essentiellement comme un outil de reconnaissance de la perpendicularité.

Ainsi les élèves, en utilisant la règle plutôt que l'équerre, utilisent des instruments qui ne sont pas attendus pour effectuer leur construction. Le livre ERMEL (2006, p 73) qualifie ces usages d'usages détournés.

Concernant les élèves qui utilisaient l'équerre pour tracer, les difficultés étaient :

- certaines hésitations concernant le choix de l'angle de l'équerre
- mauvais placement de l'équerre : un des côté n'est pas bien positionné contre la droite à laquelle on doit tracer une perpendiculaire
- mauvaise manipulation : l'équerre bouge facilement au cours de l'utilisation rendant le tracé imprécis

A travers cette situation, on peut voir que les propriétés de l'équerre du commerce qui ne sont pas relatives à la perpendicularité peuvent perturber les élèves.

III) Problématique

Passer de la notion d'angle droit à la notion de perpendicularité nécessite un changement de regard sur les figures : un passage d'une vision en termes de surfaces à une vision en termes de droites. Un processus mental (une déconstruction dimensionnelle) qui demande du temps doit s'effectuer. Il faut donc se demander comment aménager ce passage. Ainsi, **quelles activités peut-on proposer aux élèves pour faciliter le passage de la notion d'angle droit à la notion de perpendicularité ?**

L'équerre, instrument privilégié de la perpendicularité, a aussi un rôle important à jouer dans ce passage. Autour de cette question principale, il est donc aussi nécessaire de s'interroger sur la place de cet instrument dans l'articulation entre l'angle droit et la perpendicularité. Quel travail peut-on faire autour de l'équerre pour faciliter le changement de regard de l'élève sur les figures ?

PARTIE II

I) Présentation de la méthodologie

Comme la problématique concerne le type d'activités que l'on peut mettre en place en classe, on peut envisager deux manières possibles pour essayer d'y répondre :

- Observation de séances réalisées en classe
- Analyse de manuels

La première option est intéressante car l'on peut observer des procédures et des difficultés des élèves non envisagées par les manuels. De plus, observer les élèves permet de constater la pertinence et l'efficacité de certaines situations.

En prenant la seconde option, on peut analyser et comparer les activités proposées dans différents manuels qui introduisent la perpendicularité. Ce qui est intéressant avec les manuels, c'est qu'ils proposent de nombreuses situations. Ils sont des outils qui ne proposent pas forcément une situation qui fonctionne avec tous les élèves mais offrent de nombreuses pistes. Il y a donc il me semble une plus grande richesse au niveau des activités possibles pour introduire la perpendicularité.

Ainsi comme ma réflexion s'est principalement portée sur les activités que l'on peut proposer aux élèves pour faciliter le passage de l'angle droit aux droites perpendiculaires, j'ai décidé d'analyser des manuels pour découvrir le maximum de situations que l'on peut faire en classe. De plus, de nombreux enseignants utilisent ou s'inspirent de manuels scolaires ainsi ces derniers peuvent être le reflet de ce qui est fait en classe.

Dans les programmes, le terme perpendiculaire apparaît au CM1. Mais il est fort possible que ce soit déjà abordé en CE2, même sans citer le terme, pour préparer le passage de la notion d'angle droit à la notion de droites perpendiculaires. Ainsi, bien que mon analyse se soit principalement portée sur des manuels de CM1, je me suis aussi intéressée à des manuels de CE2 pour voir quelle était la progression globale sur la notion de perpendicularité et ainsi voir l'articulation entre ces deux notions.

J'ai choisi les manuels suivants ainsi que les guides du maître correspondant :

- *Capmath CE2* et *Capmath CM1*

- *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes, cycle 3*, ERMEL
- *Outils pour les maths CE2* et *Outils pour les maths CM1*

J'ai choisi ces manuels car ce sont des manuels que j'ai vu durant différents stages.

Pour analyser ces manuels, j'ai décidé de me centrer sur plusieurs points. Je vais d'abord observer la progression proposée sur les notions d'angles droits et de perpendicularité du CE2 au CM1. Ensuite, je vais m'intéresser particulièrement aux instruments à disposition des élèves et s'il y a une évolution au cours des séances. Enfin, je choisirai une séance qui introduit les droites perpendiculaires afin de la décrire et de l'analyser.

Ensuite, je comparerai ces différents manuels notamment au niveau de l'articulation entre les deux notions et la place des instruments.

II) Analyse de manuels

1) *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, ERMEL*

a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1

J'ai repris le tableau de progression du manuel (p 184).

	Noms des situations	Objectifs	Objets et relations	Durée
C E 2	Rectangle à terminer 1	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser la connaissance du rectangle en tant qu'objet global pour identifier l'angle droit en isolant un de ses sommets - Introduire une terminologie adaptée : « angle droit » - Faire percevoir (sans l'institutionnaliser) qu'à chaque sommet d'un rectangle se trouve un angle droit 	Angle droit Perpendicularité (sans la nommer) de 2 côtés consécutifs d'un rectangle	2 séances
	Quatre droits pour un tour	<ul style="list-style-type: none"> - Percevoir que dans différentes représentations d'un même angle, seule l'ouverture est invariante et non la longueur des traits ou la surface - Envisager un angle droit comme angle du quart de tour (ou quart de l'angle plein) - Construire un angle droit - Fixer des éléments de vocabulaire : angle, report, « tour » 	Angle Egalité d'angles, comparaison d'angles Angle droit	3 séances
	Trait sur trait	<ul style="list-style-type: none"> - Identifier la nécessité d'un angle droit entre le trait et les droites permettant un pliage trait sur trait - Repérer les angles droits dans cette configuration et constater que chaque intersection de traits « fabrique » quatre angles droits 	Angle droit Perpendicularité (sans la nommer) de deux traits dans un pliage trait sur trait	2 séances
	Construire un angle droit	<ul style="list-style-type: none"> - Etablir le lien entre les différentes significations de l'angle droit par une situation de construction et identifier l'angle droit dans différentes configurations - Savoir utiliser correctement chacun des instruments : équerre, réquerre, téquerre, double pliage pour construire un angle droit - Utiliser à bon escient l'expression « angle droit » 	Angle droit	1 séance
	C'est d'équerre	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les instruments relatifs à l'angle droit à bon escient - Percevoir l'insuffisance du contrôle perceptif pour identifier des relations de perpendicularité ou construire des droites perpendiculaires 	Angle droit Angle « presque droit »	Entraînement (à faire en CE2 ou CM1)

C M 1	Rectangle à terminer 2	<ul style="list-style-type: none"> - Aborder la relation de la perpendicularité entre droites (traits, segments) en construisant un angle droit à partir de segments (traits) n'ayant pas d'extrémité commune - Renforcer la nécessité du recours à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et vérifier s'ils le sont effectivement - Introduire la terminologie « droite perpendiculaire » 	Angle droit Segments perpendiculaires	2 séances

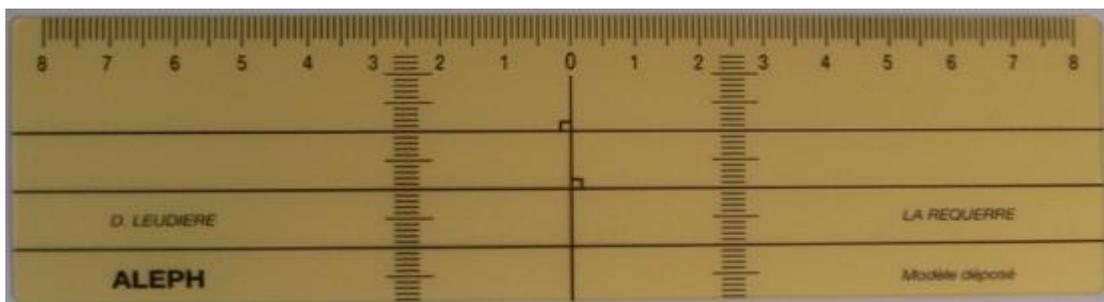
b) Instruments géométriques à disposition des élèves

Dès la première situation, les élèves ont à leur disposition une boîte à outil contenant de nombreux instruments relatifs à la perpendicularité : équerre, règle transparente graduée, gabarit de rectangle, réquerre, téquerre, gabarit d'angle droit ...

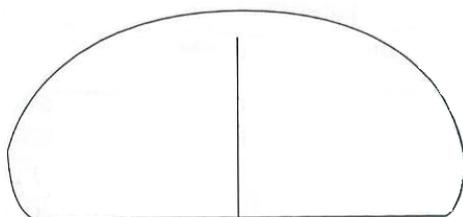
Voici une brève présentation de ces instruments non conventionnels extraite du manuel (p 76) :

« **Réquerre** : Il s'agit d'un rectangle transparent :

- le long côté étant gradué symétriquement par rapport à l'origine au milieu ;
- de largeur 5 cm, avec double graduation ;
- avec trois tracées à 2, 3 et 4 cm du bord gradué.



Téquerre : Il s'agit d'une plaque translucide avec un bord droit et une perpendiculaire tracée au milieu ».



Tous les instruments sont à totale disposition des élèves et ils ont le choix d'utiliser ceux qu'ils veulent. C'est assez intéressant car ainsi l'équerre, qui possède de nombreuses propriétés autre que la perpendicularité et peut souvent poser des difficultés de manipulation aux élèves, n'est pas le seul instrument privilégié. De plus, il me semble que des instruments comme la téquerre permettent de mieux visualiser deux droites perpendiculaires et donc de matérialiser la propriété géométrique. Ainsi, utiliser ce type d'instrument peut aider les élèves à acquérir une image mentale de deux droites perpendiculaires.

Il y a donc dans ce manuel une volonté de proposer aux élèves de nombreux outils relatifs à la perpendicularité pour aider le plus grand nombre possible d'élève à bien comprendre cette notion.

c) Une activité introduisant les droites perpendiculaires

J'ai choisi d'analyser l'activité de CM1 nommée Rectangle à terminer 2. C'est la première situation du manuel où le terme perpendiculaire est introduit. Dans la progression du manuel, cette situation « arrive après une série de situations qui ont permis à l'élève de rencontrer l'angle droit dans différents contextes, et après l'institutionnalisation du langage correspondant et celle des différentes procédures instrumentées caractéristiques de l'angle droit » (p 221).

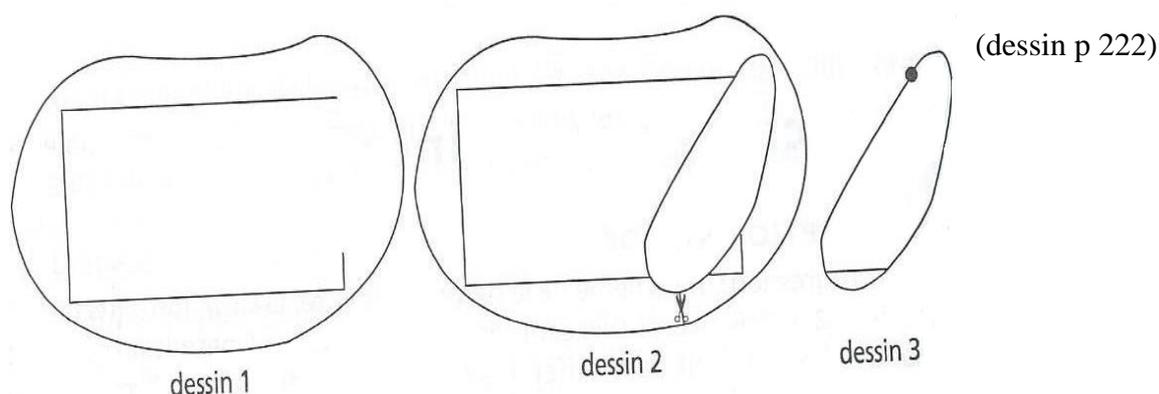
Description

Les objectifs de cette situation sont :

- Renforcer la perception de la relation de perpendicularité comme invariant de positions spatiales de segments
- Aborder la relation de perpendicularité entre droites (traits, segments) en construisant un angle droit à partir de segments (traits) n'ayant pas d'extrémité commune
- Renforcer la nécessité du recours à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et vérifier s'ils le sont effectivement
- Introduire la terminologie « droites perpendiculaires »

Elle se déroule sur deux séances. Les élèves ont à disposition la boîte à outils pour la géométrie. Cette situation est composée de 3 grandes phases.

Phase 1

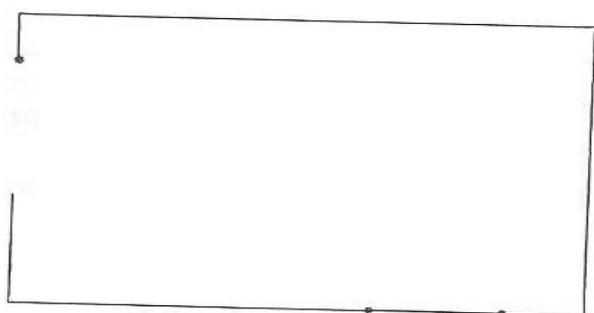


Les élèves ont à leur disposition le dessin 3 et doivent construire un segment perpendiculaire à un segment donné sans extrémité commune avec ce dernier.

Les procédures visées sont de tracer le côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité par le moyen de l'équerre ou d'un gabarit de rectangle. Mais comme les deux segments n'ont pas d'extrémités communes, cela peut entraîner un retour à des procédures perceptives : dessiner le côté par rapport à la forme globale du rectangle ou dessiner le côté avec utilisation perceptive de la perpendicularité. Après une recherche par binôme, les productions sont affichées au tableau et des élèves viennent trier les productions en trois groupes : 'réussi', 'on ne sait pas' et 'non réussi'. Ce classement est établi de façon perceptive.

Phase 2

On reprend le même problème que lors de la première phase mais avec un autre rectangle.



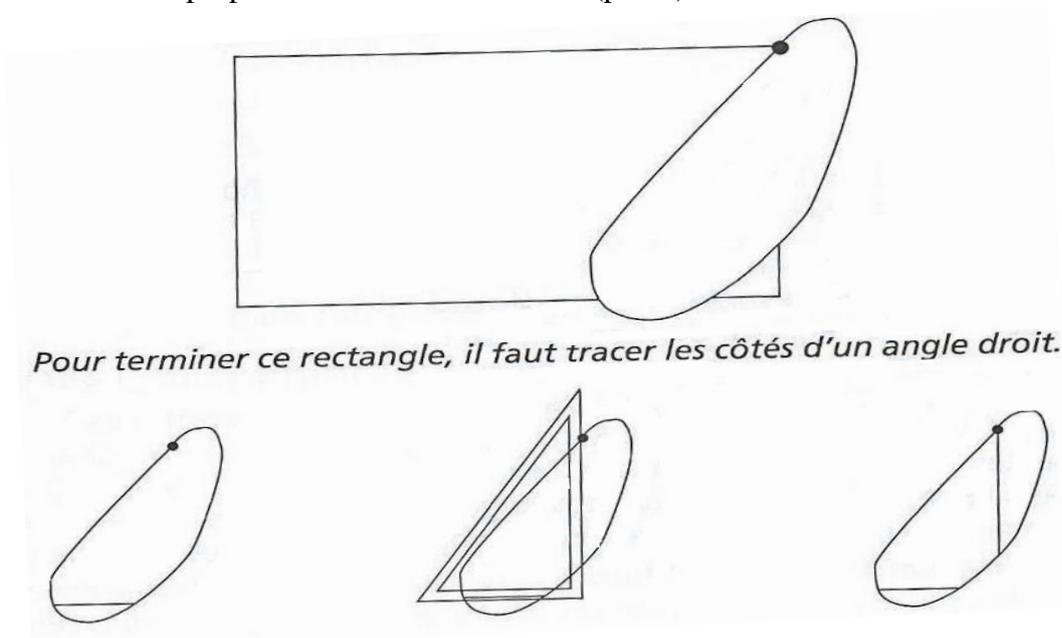
(Dessin p 225)

La procédure attendue est de dessiner le côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité par le moyen d'une feuille glissée sous la feuille de travail (de

façon à prolonger le trait donné) et de l'équerre. Les procédures précédentes (équerre ou gabarit de rectangle) sont aussi pertinentes. Ensuite, la mise en commun doit encore permettre de distinguer les productions réussies ou non. Mais cette fois-ci le débat doit pousser les élèves à abandonner la validation perceptive pour aller vers une explicitation

des procédures et l'utilisation des instruments. Les élèves devront en conclure que pour terminer un rectangle, il faut tracer les côtés d'un angle droit.

Le manuel propose la trace écrite suivante (p 226) :



A la fin de cette phase, la boîte à outil sera complétée par deux nouveaux instruments :

- Un transparent A5 sur lequel est dessiné un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 10 cm et 16 cm
- Un transparent A5 sur lequel est dessiné un rectangle de longueur 16 cm et de largeur 10cm

Phase 3

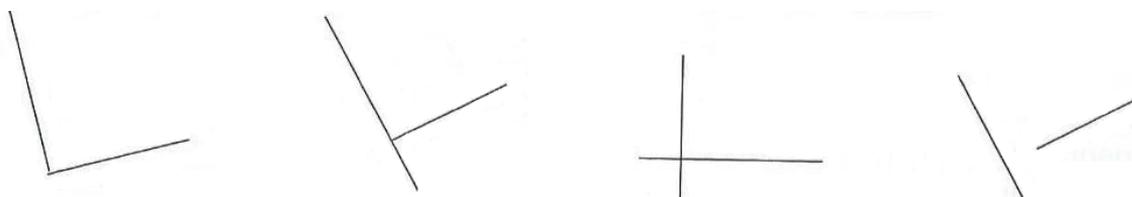
Cette phase permet une institutionnalisation.

Tout d'abord le maître présente une affiche sur laquelle on retrouve un coin de rectangle et la partie produite par les élèves dans la phase 1. Il rappelle que dans ces deux cas les traits correspondent à un angle droit mais que dans le deuxième cas on ne le voit pas directement mais que l'équerre permet dans les deux cas de montrer l'angle droit. Ensuite les élèves ont une fiche avec 'des paires de traits' (un épais et l'autre plus fin) dans différentes configuration et ils doivent déterminer quelle paire de trait peut recouvrir le coin d'un rectangle. Une discussion a ensuite lieu pour déterminer les solutions en vérifiant avec les instruments. Puis, le maître demande aux élèves ce que l'on peut dire d'un coin d'un rectangle et des paires de traits (les bonnes solutions). Le maître écrit les réponses des

élèves au fur et à mesure. Ces formulations n'utilisent pas forcément un langage géométrique et le maître fait deviner ou propose les formulations suivantes aux élèves :

- Les deux traits forment un angle droit.
- Les deux traits sont perpendiculaires.
- Le trait épais est perpendiculaire au trait fin.
- Le trait fin est perpendiculaire au trait épais.

Puis l'enseignant trace 4 droites perpendiculaires dans différentes orientations. Il dit qu'il y a 4 paires de traits perpendiculaires et demande aux élèves le nombre d'angle droit qu'ils voient (p 229) :



Si les élèves ne proposent pas de prolonger les traits, le maître le fera et dira « Quand deux traits sont perpendiculaires, si je les prolonge, je peux toujours marquer quatre angles droits ». On pourra introduire un nouvel outil : un transparent A5 sur lequel sont dessinées deux droites perpendiculaires.

Le manuel propose cette trace écrite (p 229) :

Quand deux traits sont perpendiculaires...

<i>Je peux marquer un angle droit</i>	<i>deux angles droits</i>	<i>quatre angles droits</i>
<i>ou je ne peux pas marquer d'angle droit...</i>		
<i>Mais, dans tous les cas, si je prolonge les traits, je peux marquer quatre angles droits.</i>		

Analyse

Dans cette situation, la perpendicularité est abordée à partir de la notion d'angle droit notamment du coin d'un rectangle à construire. On retrouve notamment cette idée dans les objectifs : « aborder la relation de perpendicularité entre droites en construisant un angle droit ... ». Les élèves commencent par manipuler un objet 2D (construire un angle droit, le coin du rectangle) pour arriver à une relation entre des objets 1D (droites perpendiculaires). Cette situation permet de vraiment faire du lien entre ces objets 2D et 1D. En effet, en phase 3, on part d'un coin du rectangle vers des 'paires de traits' et l'enseignant questionne les élèves sur le lien à faire entre ces deux objets. De plus, on retrouve cette volonté de faire du lien au niveau des formulations dans lesquelles sont établies des relations explicites entre des objets 1D et 1D (« le trait fin est perpendiculaire au trait épais ») et des relations entre des objets 1D et 2D (« les deux traits forment un angle droit »). Ces nombreux liens explicites peuvent permettre aux élèves de passer plus facilement de l'angle droit aux droites perpendiculaires.

Par ailleurs, cette situation insiste sur le fait que deux droites peuvent être perpendiculaires même si elles ne se coupent pas 'visuellement'. En effet, dans la phase 1, il n'y a pas d'extrémités communes entre les deux segments et les élèves doivent s'imaginer l'angle droit. Pour cette première phase, les distances sont plus petites et facilitent donc la reconstitution mentale du coin du rectangle et donc de l'angle droit. Dans la phase suivante, les distances sont plus grandes ce qui complexifie la tâche : cela pousse donc les élèves à prolonger les traits.

Cette situation est donc très pertinente car deux droites ne se coupent pas forcément "visuellement" et cette activité permet aux élèves de comprendre que des droites peuvent être perpendiculaires sans que cela se voie. En effet, ils ont construit un angle droit mais on ne le voit pas directement sur leur production. Cela les pousse à acquérir des réflexes tels que prolonger les traits en les traçant ou en plaçant l'instrument et à terme mentalement. Acquérir ce type de réflexes est donc très important puisque le fait de ne pas reconnaître des droites perpendiculaires qui ne se coupent pas "visuellement" est un problème récurrent chez les élèves.

De plus, il y a aussi une volonté de pousser progressivement les élèves à se servir systématiquement des instruments. Au début la première mise en commun est validée de façon perceptive : l'enseignant ne demande pas forcément d'explicitier les procédures et d'utiliser les instruments. Cependant dans la mise en commun suivante les élèves sont poussés à se justifier et donc penser à avoir recours aux instruments. D'ailleurs c'est exactement l'un des objectifs de la géométrie au cycle 3 : « passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure » (BO 2008, p 23). Au niveau des instruments, de nouveaux instruments sont proposés aux élèves tout au long de la situation. Cela permet de donner le maximum d'outils aux élèves. De plus, ces nouveaux outils peuvent être plus simples d'utilisation. Prenons l'exemple du triangle sur transparent, il est facile à utiliser et précis : cet instrument met simplement en jeu la perpendicularité (ex : pas de graduations ce qui évite les usages détournés).

Pour terminer, on peut remarquer que les droites perpendiculaires proposées dans la trace écrite par exemple sont dans différentes orientations. Cela évite d'associer perpendiculaires à horizontal/vertical. De plus, il y a encore une insistance sur le fait que deux droites peuvent être perpendiculaires sans qu'elles ne se croisent visuellement.

d) Conclusion

Dans cette activité, on part d'une restauration d'un coin d'un rectangle (objet 2D) : les élèves reconstruisent l'angle droit en utilisant l'équerre. Ensuite en jouant sur les distances entre le morceau du rectangle donné et le point, les élèves sont poussés à prolonger les bords de ce rectangle pour tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point. On aboutit donc à des relations entre droites et donc entre objets 1D.

Les élèves dans cette situation effectuent donc une déconstruction dimensionnelle entre l'angle droit (objet 2D) et les droites perpendiculaires (objets 1D).

2) Capmath CE2 et CM1

- a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1

<p style="text-align: center; color: red; font-weight: bold;">C E 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Angle droit à partir du carré Prendre conscience que les 4 coins du carré sont superposables Définir l'angle droit comme étant un « coin » du carré Utiliser un gabarit d'un carré pour reconnaître des angles droits - Angle droit avec des figures particulières Utiliser un gabarit pour identifier et tracer un angle droit Prendre conscience qu'un rectangle a 4 angles droits Utiliser les propriétés relatives aux angles et aux côtés pour reconnaître un carré, un rectangle) - Reconnaissance des angles droits avec l'équerre Identifier l'angle droit sur une équerre Utiliser l'équerre pour reconnaître des angles droits - Tracer des angles droits Savoir placer une équerre pour tracer un angle droit dont un côté est tracé - Reproduire, construire un triangle rectangle, un carré, un rectangle Mobiliser les propriétés relatives aux côtés et aux angles pour construire un carré, un rectangle et un triangle rectangle Utiliser l'équerre pour tracer un angle droit - Droites perpendiculaires Savoir ce que sont deux droites perpendiculaires, Savoir reconnaître et tracer deux droites perpendiculaires - Angle droit et pliage Obtenir un angle droit par pliage d'une feuille de papier
<p style="text-align: center; color: red; font-weight: bold;">C M 1</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Angle droit, droites perpendiculaires Enrichir la connaissance de l'angle droit en introduisant une nouvelle conception (quart de plan) Consolider la notion de droites perpendiculaires - Reconnaissance des droites perpendiculaires - Tracer des droites perpendiculaires Tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné placé sur la droite ou extérieur à la droite

b) Instruments géométriques à disposition des élèves

En CE2, la première situation sur l'angle droit par du carré, les élèves utilisent donc un gabarit de carré. Pour les séances suivantes, les élèves utilisent un gabarit d'angle droit. Plus tard, l'équerre est introduite avant les droites perpendiculaires lors d'une séance consacrée à la découverte de cet instrument. Les élèves les plus en difficulté continuent à utiliser un gabarit d'angle droit.

En CM1, les élèves utilisent principalement l'équerre. Cependant, d'autres instruments sont aussi présentés aux élèves pour vérifier la perpendicularité : la téquerre et des droites perpendiculaires sur calque.

Il y a donc une certaine évolution et richesse au niveau des instruments proposés aux élèves : gabarit de carré, gabarit d'angle droit et équerre, téquerre ... Même si l'équerre est l'instrument privilégié par ce manuel, ce n'est pas le seul instrument proposé.

Par ailleurs, ce qui est intéressant dans ce manuel c'est qu'il propose une situation spéciale pour découvrir l'équerre et apprendre à la manier. Elle est composée de trois phases : la découverte de l'équerre, la façon de l'utiliser et des exercices d'entraînement. Pour la première phase, l'enseignant a préparé un lot d'équerres : équerres avec angle de 45° d'autres avec des angles de 60° et 30° , une équerre sans graduation, une équerre qui n'est pas évidée. Il montre ces équerres aux élèves et demande « Comment se nomment ces instruments de géométrie et à quoi servent-ils ? ». Ensuite il fait émerger les différences (taille, autres angles, graduation ou non, évidée ou non) et le point commun (angle droit). La présence de l'angle droit est validée en superposant les équerres entre elles avec en plus un gabarit d'angle droit. Les élèves sont ensuite sollicités pour savoir comment placer l'équerre. Après discussion, la procédure est explicitée.

Ainsi je trouve que cette situation est pertinente par rapport au choix de présenter de nombreuses équerres et de les amener à identifier l'angle droit d'une équerre en faisant abstraction des autres propriétés superflues de l'équerre du commerce. En effet, comme j'ai pu le remarquer dans la partie I, ces propriétés de l'équerre du commerce qui ne sont pas relatives à la perpendicularité peuvent perturber l'élève. Il y a donc dans ce manuel une tentative spéciale d'approche de l'équerre visant à diminuer les difficultés des élèves relatives à l'utilisation de cet instrument.

c) Activité introduisant les droites perpendiculaires

J'ai choisi d'analyser la situation de CE2 qui introduit la notion de droites perpendiculaires.

Description

Voici une description basée sur les explications du guide du maître de ce manuel (p 188, 189).

Les objectifs de cette séance sont :

- Savoir ce que sont deux droites perpendiculaires
- Savoir reconnaître et tracer deux droites perpendiculaires

Cette situation est composée de 3 phases et d'exercices d'entraînement. Les élèves vont définir la notion de droites perpendiculaires puis ils vont devoir les reconnaître et les tracer.

Phase 1 : Définition de la notion de droites perpendiculaires

Le maître a tracé en amont deux droites perpendiculaires qui ne sont pas en position horizontal/vertical et a codé les angles droits. Le maître dit aux élèves : « j'ai tracé deux droites qui se coupent en formant un angle droit » et contrôle avec l'équerre. Ensuite le maître définit la notion de perpendicularité : « deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont appelées des droites perpendiculaires ». L'enseignant recueille les réactions des élèves et les pousse à remarquer la présence de quatre angles droits et vérifier avec l'équerre. La conclusion de cette phase pourra être du type : « deux droites perpendiculaires forment 4 angles droits ».

Phase 2 : Reconnaissance de droites perpendiculaires

1 Trouve les figures formées de deux droites perpendiculaires :

a. à vue d'œil. b. en utilisant l'équerre.

2 Trace avec les instruments de ton choix une deuxième droite qui passe par le point marqué. Cette droite et celle qui est déjà tracée doivent être perpendiculaires.

(manuel p 80)

Les élèves doivent reconnaître des droites perpendiculaires à l'œil nu puis en utilisant l'équerre. S'ensuit une correction collective où l'enseignant recense les solutions trouvées à l'œil nu et demande à ses élèves si l'utilisation de l'équerre les a fait changer d'avis pour certaines figures. Cette discussion aboutira sur le fait qu'une reconnaissance visuelle ne suffit pas et qu'il faut avoir recours aux instruments.

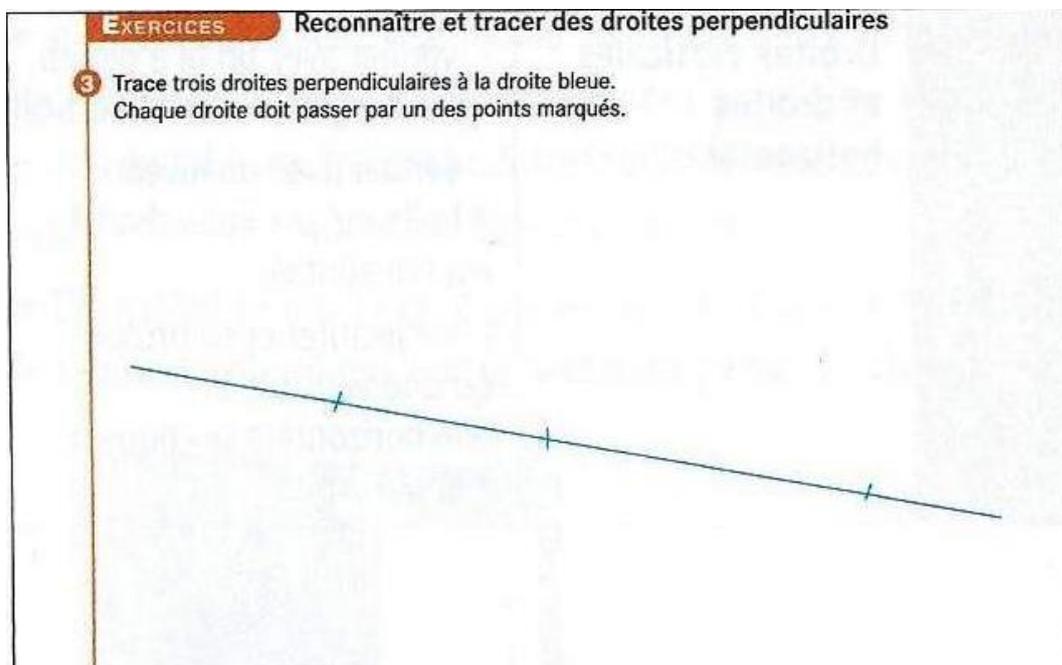
Phase 3 : Tracé de droites perpendiculaires

Le maître distribue aux élèves une feuille sur laquelle est tracée une droite oblique avec un point marqué sur cette droite. Les élèves doivent tracer avec l'instrument de leur choix une deuxième droite qui passe par le point marqué et est perpendiculaire à la première. Ensuite, une mise en commun permettra de recenser les procédures des élèves. Ces procédures pourront être de type perceptif (tracé au jugé) ou instrumenté :

- Tracé d'un angle droit avec ou sans prolongation du trait de l'autre côté de la droite
- Tracé de deux angles droits de part et d'autre de la droite déjà tracée

Le maître reproduit la figure au tableau et les élèves viennent tester leurs procédures pour mettre en défaut les tracés au jugé d'abord. Ensuite, on teste la procédure qui consiste à tracer un angle droit mais sans prolonger les traits : le maître fera remarquer en référence aux droites perpendiculaires tracées au tableau en phase 1 qu'il faut prolonger les traits. La procédure correcte attendue est celle qui met en œuvre la définition donnée en début de séance : tracé d'un angle droit dont le côté est porté par la droite puis prolongation du trait de l'autre côté de la droite. Après discussion sur les tracés, c'est cette méthode qui sera préférée. Les élèves referont le même tracé en appliquant cette méthode.

Exercices d'entraînement (cahier de géométrie et mesure p 23)



4 Utilise ton équerre pour trouver deux droites perpendiculaires.
 Repasse ces deux droites en bleu.
 Si tu trouves deux autres droites perpendiculaires, repasse-les en rouge.

Analyse

Dans cette situation, la définition des droites perpendiculaires est donnée par l'enseignant dès le début. Le lien entre la notion de perpendicularité et l'angle droit est donc donné uniquement par cette définition. La situation doit leur permettre de comprendre cette définition pour pouvoir reconnaître et tracer des droites perpendiculaires.

Pour la reconnaissance des droites perpendiculaires, le choix des figures est très intéressant. Elles ont été choisies pour mettre en défaut certaines procédures erronées des élèves. En effet, les figures C et D montrent aux élèves qu'il ne suffit pas que l'une des droites soit parallèle à un bord de la feuille pour que ces droites soient perpendiculaires. De plus, les droites perpendiculaires proposées ne sont pas seulement en position horizontal/vertical. Certains élèves réduisent la notion de perpendicularité à horizontal/vertical et c'est important de montrer que des droites sont perpendiculaires sans être dans cette position (figure B et F). On insiste aussi sur ce fait dans l'exercice 4 d'entraînement puisqu'il faut repérer des droites perpendiculaires dans une figure complexe où les solutions ne sont pas dans cette position spéciale. En effet, il y a une droite horizontale et une autre droite très proche de la verticale et les élèves peuvent penser que ces deux droites sont perpendiculaires mais ce n'est pas le cas.

Par ailleurs, cette situation permet aux élèves de comprendre en quoi il est nécessaire d'avoir recours à un instrument pour vérifier la présence d'angle droit. En effet, le fait de leur demander de faire des hypothèses sans instrument sur le fait que des droites sont perpendiculaires puis de les pousser à vérifier avec l'instrument leur montre qu'on ne peut pas se contenter d'une reconnaissance perceptive. De plus, c'est pareil pour tracer des

droites perpendiculaires : dans la mise en commun de la seconde phase les procédures de type perceptif sont mises en défaut par le recours à l'instrument. Ainsi, cette séance aide les élèves à se rendre compte qu'une reconnaissance seulement visuelle n'est pas juste et qu'il faut toujours la compléter par un contrôle avec l'équerre. De plus, cette situation insiste sur le fait de prolonger les traits. En effet, la procédure qui est préférée est celle où l'on prolonge le trait.

d) Conclusion

Dans cette situation les élèves doivent reconnaître et tracer des droites perpendiculaires. La notion de perpendicularité est définie par le maître dès le début de la séance. C'est par cette définition et l'observation de droites perpendiculaires que les élèves retrouvent les angles droits formés et donc construisent le lien entre les droites perpendiculaires et l'angle droit. Dans cette situation, on passe plutôt d'objets 1D à un objet 2D.

3) *Outils pour les maths CE2 et CM1*

a) Progression globale sur les notions de perpendicularité et d'angle droit du CE2 au CM1

En CE2, il n'y a pas de situations consacrées exclusivement à la notion d'angle droit. On retrouve cette notion à travers la reconnaissance et la reproduction de figures telles que le carré, le rectangle et le triangle rectangle.

C E 2	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser la règle graduée et l'équerre Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit d'angle droit → Réappropriation des instruments - Reconnaître, décrire et nommer un carré, un rectangle, un losange Utiliser en situation le vocabulaire : côté, angle Vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle et l'équerre → Reconnaissance qui s'appuie sur l'identification des propriétés de la figure donc sur la reconnaissance des angles droits - Reproduire et tracer un carré, un rectangle, un losange Reproduire et tracer une figure en utilisant la règle graduée et l'équerre - Reconnaître, décrire et nommer le triangle et ses cas particuliers Utiliser en situation le vocabulaire : côté, angle Vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle et l'équerre - Reproduire et tracer un triangle rectangle Reproduire et tracer une figure en utilisant la règle graduée et l'équerre
-------------	--

C M 1	- Connaître le vocabulaire et les instruments de la géométrie
	Connaître le vocabulaire de la géométrie Savoir utiliser les instruments
	- Identifier et tracer des droites perpendiculaires
	Identifier et vérifier avec ou sans instruments des droites perpendiculaires Tracer des droites perpendiculaires

b) Instruments géométriques à disposition des élèves

L'équerre et le gabarit d'angle droit sont les instruments principalement utilisés dans les situations de ce manuel.

c) Activité introduisant les droites perpendiculaires

J'ai choisi d'analyser l'activité de CM1 concernant les droites perpendiculaires.

Description

Les objectifs sont :

- Identifier et vérifier avec ou sans instruments des droites perpendiculaires
- Tracer des droites perpendiculaires

Voici le descriptif de la situation proposé par le guide du maître (p 82) :

► Découverte collective de la notion



- Faire découvrir collectivement la situation de recherche et lire les questions. Les élèves connaissent la notion de perpendicularité : ils trouveront par simple perception visuelle que des piquets ne sont pas perpendiculaires au sol (b, c et f).
Faire remarquer que l'œil est l'un des premiers outils de la géométrie, mais que sa perception peut parfois tromper et qu'il ne permet pas toujours d'obtenir la précision demandée : il faut donc toujours utiliser des instruments pour vérifier.
- Distribuer une demi-feuille blanche cartonnée A4 et demander de la plier, puis de la replier en faisant correspondre les deux parties : on obtient ainsi un angle droit. Le marquer par un carré rouge. Présenter ce nouvel instrument comme étant un gabarit : *Peut-il remplacer l'équerre pour vérifier si deux droites sont perpendiculaires ?* → *Oui, car il a un angle droit.*
Certains élèves pourront rester dubitatifs et protesteront que ce gabarit n'a pas de graduations. Leur faire remarquer que les graduations ne sont pas indispensables pour vérifier la perpendicularité et que l'équerre n'est pas un instrument de mesure de longueurs.
- Tracer au tableau deux droites sécantes non perpendiculaires, deux droites perpendiculaires et une droite seule. Proposer de vérifier la perpendicularité des deux couples de droites avec le gabarit. S'assurer du bon positionnement de l'angle.

Demander à un élève de venir tracer une droite perpendiculaire à la droite isolée : vérifier le positionnement du gabarit et le tracé que l'élève devra continuer à la règle pour répondre à la définition de droite et non de demi-droite.

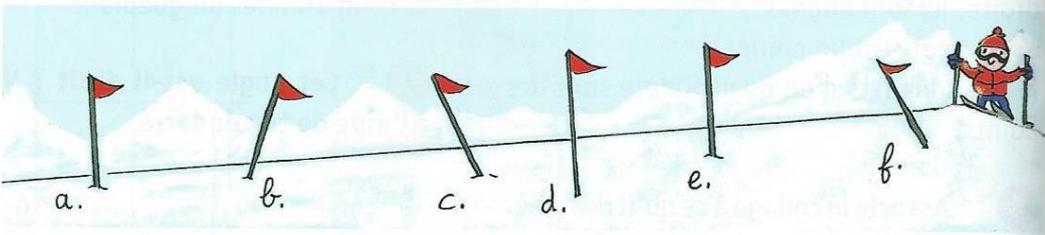
- Distribuer la fiche **Cherchons** sur laquelle est reproduite l'illustration de façon géométrique. Demander aux élèves de vérifier la perpendicularité des droites (avec le gabarit ou l'équerre). Faire verbaliser et écrire au tableau la réponse :
→ *Les droites (a), (d) et (e) sont perpendiculaires à la droite (x).*
- Faire observer les figures de la leçon pour le tracé de droites perpendiculaires : toujours sur le schéma de la fiche **Cherchons** , faire placer deux points G et H sur la droite (x), puis demander de tracer, avec l'équerre, deux autres droites (y) et (z) perpendiculaires à (x) passant par ces points.

Difficultés attendues

À ce stade, la notion de perpendicularité est en général bien maîtrisée visuellement. La difficulté concerne la maîtrise de l'équerre, voire la reconnaissance de son angle droit. Ne pas hésiter à le marquer d'une gommette et à aider les élèves à positionner l'équerre sur la droite.

Voici la situation de recherche du manuel (p 96) :

Sur cette piste de ski, on a planté des piquets pour le super slalom.



Cherchons

- Quels piquets forment un angle droit avec la piste ?
- Comment peux-tu le vérifier ?

Voici la fiche Cherchons proposé sur le CD-ROM accompagnant le guide du maître :

Géométrie • Cherchons **Outils Maths**

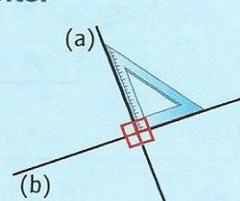
Nom Date

Identifier et tracer des droites perpendiculaires

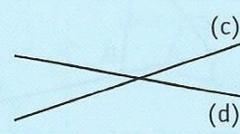


Voici la leçon proposée dans le manuel (p 96) :

Deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent en formant des angles droits.



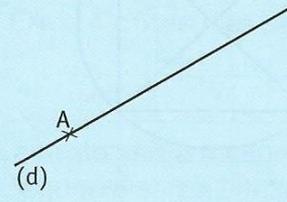
Les droites (a) et (b) sont perpendiculaires.
On note $(a) \perp (b)$.



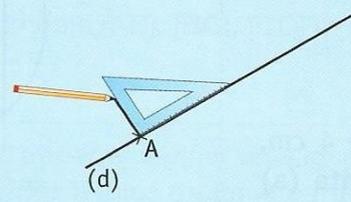
Les droites (c) et (d) ne sont pas perpendiculaires.

Pour vérifier que deux droites sont perpendiculaires, on utilise l'équerre.

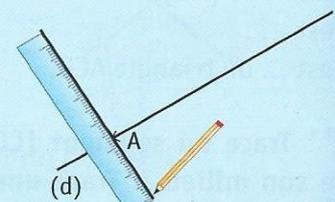
Pour tracer des droites perpendiculaires :



1 On trace une droite. On marque un point sur la droite.



2 On place l'angle droit de l'équerre. On trace la seconde droite.



3 On prolonge la seconde droite avec la règle.

Analyse

La situation part d'une reconnaissance perceptive d'angle droit. La seconde question pousse les élèves à avoir recours aux instruments et donc à ce que les élèves prennent l'habitude d'utiliser un instrument pour ne pas se fier exclusivement à l'œil. Par rapport aux instruments, c'est intéressant de faire construire aux élèves un gabarit d'angle droit et d'insister sur le fait que cet outil peut remplacer l'équerre. Le guide du maître prévoit certaines réticences de la part des élèves sur le fait qu'il n'y a pas de graduations sur ce gabarit. C'est donc assez pertinent de faire comparer ces deux instruments pour bien rappeler aux élèves que l'équerre est avant tout un instrument qui met en jeu la perpendicularité. Le caractère dépouillé du gabarit peut donc aider certains élèves.

Par contre, ce qui est assez surprenant c'est qu'après avoir présenté le gabarit obtenu par pliage l'enseignant pose la question suivante : « Peut-il remplacer l'équerre pour vérifier si deux droites sont perpendiculaires ? ». En effet, si l'on regarde les manuels « Outils pour les maths » du CE1 au CM1 c'est la première fois que le terme perpendiculaire apparaît. Or ici il n'apparaît pas pour être défini mais le manuel semble considérer que c'est acquis puisque cette question est posée en phase de recherche. D'ailleurs le guide du maître précise (p 82) « les notions de perpendicularité et d'angle droit sont connues des élèves depuis le CE1 » et insiste plutôt sur le maniement des instruments. Il me semble donc que cette situation présente une certaine incohérence. Il serait peut-être plus judicieux de modifier la question en remplaçant le terme perpendiculaire par angle droit. On peut aussi envisager de donner directement la définition que l'on retrouve dans la leçon.

C'est le même constat pour la suite de la situation : l'enseignant demande à un élève de venir au tableau pour tracer une droite perpendiculaire à une droite tracée. Cependant le descriptif de la situation ne fait référence à la leçon où la méthode est expliquée que bien après. Ainsi, je ne vois pas comment les élèves peuvent faire si l'on suit ce déroulement à part s'ils connaissaient déjà la notion. Dans ce cas, ce n'est pas une découverte comme cela est qualifié dans le guide du maître.

d) Conclusion

Dans cette situation on ne sait pas vraiment comment sont introduites les droites perpendiculaires. Les concepts d'angles droits et de droites perpendiculaires sont mélangés dès le début : on parle au début d'angle droit puis on passe rapidement aux droites

perpendiculaires sans réel lien. Les angles droits ne sont pas vus comme des coins de figures (élément 2D) mais on est directement dans une vision 1D en termes de droites. Il n'y a pas de travail préalable sur l'angle droit et donc il ne semble pas y avoir de réelle articulation entre la notion d'angle droit et celle de droites perpendiculaires.

4) Comparaison des manuels

a) Articulation entre les deux notions

Chaque manuel a une progression différente pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires. Cependant on peut quand même constater quelques points communs et différences pour aménager ce passage.

Tout d'abord chaque manuel associe les deux notions notamment au niveau des définitions.

Dans leurs progressions, le manuel ERMEL et le manuel CAPMATH partent de l'angle droit à partir de figure (coin d'un carré, d'un rectangle) donc l'angle droit est vu comme un élément 2D. Ces deux manuels effectuent un travail sur l'angle droit contrairement au manuel Outil pour les Maths où cette notion n'est vue qu'à travers la description et la reproduction de figures particulières.

De plus, le manuel ERMEL aménage une déconstruction dimensionnelle puisqu'il propose une situation où l'on passe progressivement d'un objet 2D à des objets 1D ce qui n'est pas le cas du manuel CAPMATH. Concernant Outils pour les maths, il n'y a pas de réelle articulation entre les deux notions et donc pas de déconstruction dimensionnelle.

b) La place des instruments

Chaque manuel insiste sur le fait que les élèves doivent avoir recours aux instruments et se méfient d'une simple reconnaissance perceptive. L'équerre est donc utilisée dans de nombreuses activités pour chacun de ces manuels. Cependant ce ne sont pas les seuls outils utilisés. En effet, le manuel ERMEL met à disposition des élèves à chaque séance une boîte à outil avec des instruments originaux (téquerre, réquerre) et de nouveaux instruments simples d'utilisation s'ajoutent au fil des séances. Le manuel CAPMATH propose aussi des instruments tels que la téquerre. Quant au manuel Outils pour les maths, c'est principalement l'équerre et le gabarit d'angle droit qui sont utilisés.

Par ailleurs pour certains manuels, l'utilisation de l'équerre n'est pas systématique. En effet, le manuel ERMEL n'impose pas l'utilisation de l'équerre : les élèves peuvent choisir un instrument dans la boîte à outils. C'est aussi le cas de Capmath où les élèves ont à leur disposition de nombreux instruments. Par contre, dans les exercices proposés par Outils pour les maths l'utilisation de l'équerre est systématique.

De plus, Capmaths et Outils pour les maths proposent des situations spécifiques à la découverte de l'équerre et de son maniement. Ermel quant à lui prévoit d'institutionnaliser à la fois le langage et la manipulation des différents instruments dans la situation 4 « Construire un angle droit ».

III) Conclusion et perspectives

A partir de l'analyse de ces manuels, j'ai pu retenir quelques éléments utiles pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires.

Tout d'abord au niveau de la progression sur ces notions, je pense qu'un travail préalable sur l'angle droit comme l'ont fait Ermel et Capmath est nécessaire. Il est important de partir d'une vision 2D. En effet, en partant de l'angle droit comme un coin du carré ou du rectangle vu comme élément 2D, il me semble que le passage de l'angle droit vers les droites perpendiculaires et donc vers la vision 1D sera facilité. Cependant ce passage doit s'effectuer avec du lien entre les visions 2D et 1D comme le fait Ermel pour qu'une déconstruction dimensionnelle puisse s'opérer.

Par ailleurs, j'ai trouvé très intéressant la façon dont sont amenées les formulations par rapport aux droites perpendiculaires dans Ermel : les élèves essaient de deviner. Je trouve ça plus pertinent que de donner la définition directement comme le fait Capmath.

En ce qui concerne les instruments, il me semble important de proposer de multiples instruments aux élèves afin de montrer aux élèves que l'équerre n'est pas le seul instrument de la perpendicularité. Il semble donc intéressant de laisser les élèves choisir les instruments durant les activités. Cependant, comme il y a des difficultés récurrentes chez les élèves dans le maniement de l'équerre, il semble judicieux de consacrer du temps à la découverte de cet instrument comme le fait Capmath.

Concernant les figures à proposer aux élèves, il me semble qu'elles devraient être dans des orientations différentes pour que les élèves n'associent pas la position horizontal/vertical à la notion de perpendicularité. De plus, il est essentiel de leur proposer des couples de droites qui ne se croisent pas visuellement pour que les élèves prennent l'habitude de prolonger les traits.

BIBLIOGRAPHIE

- BO hors-série n°3 du 19 juin 2008
- BO hors-série n°1 du 14 février 2002
- R. CHARNAY, J. DOUAIRE, 2006, ERMEL, *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*, Editions Hatier.
- R. CHARNAY, G. COMBIER, M-P DUSSUV, D. MADIER, 2011, manuel *Capmath CE2*, Hatier
- R. CHARNAY, G. COMBIER, M-P DUSSUV, D. MADIER, 2011, *Capmath CE2 le guide de l'enseignant*, Hatier
- R. CHARNAY, G. COMBIER, M-P DUSSUV, D. MADIER, 2010, manuel *Capmath CM1*, Hatier
- R. CHARNAY, G. COMBIER, M-P DUSSUV, D. MADIER, 2010, *Capmath CM1 le guide de l'enseignant*, Hatier
- L. CORRIEU, 1999, *Dictionnaire du professeur des écoles : enseignement des mathématiques*
- Document d'application de 2002, *Mathématiques (cycle 2)*
- R. DUVAL, M. GODIN, 2005, *Les changements de regard nécessaires sur les figures*, Grand N n°76.
- M-L FREY-TOURNIER, F. REALE-BRUYAT, P. GROS, 2012, *Outils pour les maths CE2*, Magnard
- M-L FREY-TOURNIER, F. REALE-BRUYAT, P. GROS, 2012, *Outils pour les maths CE2 Guide du maître*, Magnard

- LEYSENNE P., 1899, *La première année d'arithmétique – Cours Moyen (9 à 11 ans)*, Editions Armand Colin & Cie, Paris
- B. OFFRE, M-J PERRIN-GLORIAN, O. VERBAERE, 2006, *Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2*, Grand N n°77.
- I. PETIT-JEAN, M. ROUSSEAU, S. CARLE, 2011, *Outils pour les maths CMI*, Magnard
- I. PETIT-JEAN, M. ROUSSEAU, S. CARLE, 2011, *Outils pour les maths CMI Guide du maître*, Magnard
- R. TIMON, M. WOROBEL, 2004, manuel *MATH CE2 Pédagogie de l'essai*

Site utilisé :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_droit

Résumé :

Les notions d'angle droit et de perpendicularité sont en lien direct. Cependant l'angle droit est un objet vu comme une surface (élément 2D) alors que les droites perpendiculaires sont vues comme des éléments 1D. Ainsi aborder les droites perpendiculaires doit se faire en lien avec la notion d'angle droit. Un travail préalable sur cette dernière notion est essentiel. Mais pour passer de l'angle droit aux droites perpendiculaires, une déconstruction dimensionnelle doit se faire : passer d'un regard centré sur des objets 2D à des à des objets 1D et 0D.

Mots clés :

Droites perpendiculaires, angle droit, équerre, déconstruction dimensionnelle