

Les difficultés d'apprentissage de la numération

Aline Goudenhooft

▶ **To cite this version:**

Aline Goudenhooft. Les difficultés d'apprentissage de la numération. Education. 2018. dumas-02354223

HAL Id: dumas-02354223

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02354223

Submitted on 7 Nov 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les difficultés d'apprentissage de la numération

L'écrit réflexif présenté en vue de l'obtention du diplôme universitaire

Année 2017/2018

Soutenu par

Aline Goudenhooft

le 20 juin 2018

Sous la direction de Gwenaëlle Grietens

Formatrice en Mathématiques à l'ESPE de la Roche sur Yon

Sommaire

Introduction p.3

I- Partie théorique

A) Notre système de numération p.4

B) Les difficultés liées au langage p.4

a) Les confusions langagières

b) La désignation verbale des nombres

C) Le concept de nombre p.6

a) La définition d'un nombre p.6

b) Les représentations relatives à la désignation des nombres p.6

c) Les différentes utilisations des nombres p.7-8

D) Les difficultés liées à l'acquisition du concept de nombre p.9

a) Le dénombrement à la maternelle

b) La construction du nombre au cycle 2

c) le nombre zéro

E) Les enjeux de l'apprentissage de la numération p.10

II- Analyse des constats en fonction du cadre théorique p.11

III- Les remédiations apportées p.14

A) Le matériel de numération

B) Les cartes de numération

C) La cible

IV- Analyse des progrès d'Eva p.20

Conclusion p.21

Bibliographie p.22

Annexes p.23

Introduction

Je suis une enseignante stagiaire dans une classe de niveau simple de CM1 ayant un déséquilibre au niveau de la mixité car il y a 14 filles et 9 garçons. C'est une école élémentaire publique située en milieu rural comptant 9 classes de primaires. Les élèves accueillis sont issus de milieux sociaux très hétérogènes.

J'ai un élève ayant une AVSi car il a des difficultés pour garder une attention continue et un élève qui ne possède pas une bonne conscience phonologique (suivi orthophoniste depuis le CP) qui sera orienté dans un EGPA. Mais, plus particulièrement, j'ai une élève (Eva) qui ne maitrise pas la valeur positionnelle des chiffres de notre numération décimale. J'ai été vraiment déstabilisée par les difficultés de cette élève, je ne comprenais pas pourquoi elle ne comprenait pas, et surtout je ne voyais pas comment l'aider. Je suis allée voir mes collègues qui m'ont confirmé les difficultés anciennes de cette élève et leur désarroi face à ces difficultés.

J'ai donc choisi de réaliser cet écrit réflexif dans le domaine « nombres et calculs », plus précisément sur la numération.
À travers cet écrit, je répondrai à la question suivante : **Comment comprendre les difficultés des élèves en numération afin de construire une remédiation efficace au quotidien ? Pourquoi est-ce important de les prendre en compte pour construire les autres apprentissages en mathématiques ?**
Après cette brève présentation du contexte de la classe, j'apporterai des éclairages théoriques sur la didactique des nombres afin de mieux comprendre et moins appréhender cette matière. J'annoncerai une analyse des difficultés de cette élève en fonction du cadre théorique. Puis je développerai les méthodes et les choix effectués pour remédier à ces difficultés. Pour finir je proposerai une analyse des remédiations mises en place par rapport à cette élève mais également par rapport à ma posture d'enseignante.

I - Partie théorique

A) Notre système de numération

Notre ***système actuel de numération est appelé décimal*** car il utilise seulement ***dix symboles*****,** les chiffres arabes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, pour écrire les nombres. Ce système de numération est très performant car avec uniquement dix symboles, nous pouvons effectuer une infinité de possibilités de nombre.

Il procède toujours ***par groupement de dix*** (10 unités forment une dizaine, 10 dizaines forment une centaine, etc.) : c'est une numération en base 10.

De plus, selon sa position, le symbole indique une valeur particulière. Chaque position successive vers la gauche indique une valeur dix fois plus importante que celle juste à droite. Étant donné que dans notre système de numération, les chiffres n'ont pas la même valeur selon leur position dans l'écriture du nombre, on dit que c'est également un ***système de numération de position.***

B) Les difficultés liées au langage

a) Les confusions langagières

Il existe une confusion entre les termes employés dans le vocabulaire courant et le domaine mathématique des notions de chiffre et de nombre.

Un ***chiffre*** est tout d'abord un caractère, un symbole utilisé pour représenter un nombre tandis qu'un ***nombre*** exprime une valeur pouvant représenter des grandeurs, des quantités, des positions, etc. Il peut être qualifié de différentes manières : un nombre peut être pair, impair, décimal, complexe, entier, cardinal, ordinal, premier, etc.

Pourtant dans le langage courant, le nom ***chiffre*** peut aussi désigner le montant ou le total d'une somme. C'est par ce sens qu'on en vient parfois à confondre chiffre et nombre, puisque ce sens de chiffre désigne une valeur qui est exprimée concrètement par un nombre. Il faudrait mathématiquement parler de nombres et non

de chiffres : les nombres clés pour l'Europe, les nombres de l'actualité mondiale, les nombres relatifs au chômage, à l'emploi, aux scandales financiers… Néanmoins des expressions telles que « le chiffre d'affaires, les chiffres de la population, le chiffre des dépenses… » sont ancrées dans le langage courant et évoquent clairement pour tous des montants numériques.[1]

Cette confusion peut constituer un obstacle à la compréhension pour les élèves.

b) La désignation verbale des nombres

Selon Roland Charnay, le langage peut être un obstacle pour l'acquisition des nombres. Il n'y a pas toujours une correspondance exacte entre les « mots nombres » et les chiffres utilisés.[2]

Dans notre système de numération orale, il existe des ***nombres irréguliers*** ce qui demande aux élèves de les apprendre par cœur pour associer le « mot-nombre oral » à son écriture chiffrée. La langue française est l'une de celles qui présente le plus de difficultés car elle utilise des mots spécifiques pour les nombres de 11 à 16 et d'autres pour les dizaines *(vingt, trente, etc).* De plus les nombres au-delà de soixante ont des noms composés et certaines combinaisons renvoient à l'addition *(soixante-douze),* d'autres à la multiplication *(quatre-vingt-trois)* ou même aux deux opérations *(quatre-vingt-onze).*

Par exemple, dans le nombre *trois-cent-quatre-vingt-douze* uniquement le mot trois est traduit par le chiffre 3 avec référence à la valeur de son rang (cent). Par contre, les mots quatre, vingt, douze ne sont pas évoqués directement par leurs correspondances *(4 x 20 + 12 = 92*). Ainsi cela explique les difficultés rencontrées par les élèves dans les activités de transcodage traduit par 30042012 ou bien 3812.

[1] http://www.lesoir.be/archive/recup/1022431/article/actualite/mathiere-grise/mathactu/2015-10-21/chiffre-ou-nombre

[2] Roland Charnay, Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? - p.43

C) Le concept de nombre

D'après les programmes, « la construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. »[3]

a) La définition d'un nombre

Un nombre est un concept mathématique qui permet de se représenter ou d'imaginer une quantité et peut s'écrire avec des chiffres, des mots ou une lettre (π) et également d'ordonner ou nommer des éléments par une numérotation.

Ce sont trois aspects fondamentaux du concept de nombre naturel. Dans un premier temps, ***l'aspect cardinal*** qui est mobilisé lorsque les nombres représentent une quantité ensuite dans un second temps, ***l'aspect ordinal*** du nombre pour exprimer un rang ou bien une position d'un élément dans un ensemble et pour finir ***l'aspect nominal*** afin de désigner ou d'identifier un élément dans un ensemble *(le dossard 8).*

b) Les représentations relatives à la désignation des nombres

Les nombres interviennent sous différentes formes dans l'environnement de l'enfant dès l'école maternelle. Nous pouvons distinguer trois représentations :

- analogique *(les doigts, les constellations, matériel de numération,…)*
- verbale *(mot exprimé oralement [sɛ̃k] ou par écrit « cinq »)*
- symbolique *(5 : en numération arabe – V : en numération romaine)*

« La capacité à passer d'un mode de représentation à un autre est une marque des progrès réalisés par les élèves dans leur maîtrise de la numération décimale. »[4]

Au fur et à mesure que les élèves avancent dans leur scolarité, l'objectif est de faire évoluer ces différentes représentations. Il faut leur faire prendre conscience que les nombres sont liés les uns avec les autres, c'est-à-dire un nombre peut avoir différentes écritures :

$$6 = 1+1+1+1+1+1 = 4+2 = 5+1 = 20-14 = 2\times 3 = \frac{12}{2} = \frac{60}{10} = \cdots$$

Les élèves devront maitriser cette relation entre les nombres afin de pouvoir choisir, en fonction du problème à résoudre, la meilleure écriture du nombre.

[3] Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 - Programmes de l'école maternelle
[4] Roland Charnay, Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? - p.42

c) Les différentes utilisations des nombres

Selon les programmes, « Au cycle 3, l'étude des grands nombres permet d'enrichir la compréhension de notre système de numération *(numération orale et numération écrite)* et de mobiliser ses propriétés lors de calculs.[5]

- Le nombre comme « Objet »

L'étude et l'acquisition de notre système de numération décimale se construisent de manière progressive sous sa ***désignation orale*** mais également sous sa ***désignation écrite*** appelée le code écrit des nombres. Il faut prendre en compte les spécificités propres à chaque type de désignation pour que les élèves puissent comprendre leur fonctionnement puis les travailler simultanément.

Nous avons déjà évoqué ci-dessus la difficulté pour l'apprentissage du code verbal *(les noms des nombres)* car la comptine numérique en langue française est irrégulière.

Pour bien utiliser les nombres, il faut avoir également compris comment ils sont construits, c'est- à-dire une connaissance des principes de la numération écrite *(groupement par 10 et système de numération de position).* N'oublions pas que l'inverse est vrai aussi : pour comprendre la numération, il faut utiliser les nombres dans des situations où leur usage prend sens.

Le nombre ne doit donc pas rester seulement un objet d'étude, mais il doit devenir un outil pour résoudre des situations numériques.

- Le nombre comme « Outil »

Le nombre est un outil universel que toutes les civilisations ont été contraintes de mettre en place pour résoudre des situations de la vie quotidienne.

L'objectif des mathématiques n'est pas seulement de comprendre ou de bien dire les nombres. Il faut aussi apprendre à agir sur eux et savoir les utiliser à bon escient, notamment pour mémoriser des quantités *(aspect cardinal)* ou le rang d'un élément au sein de positions ordonnées *(aspect ordinal),* pour comparer des collections ou encore pour anticiper le résultat d'une action sans avoir à la réaliser, c'est-à-dire effectuer des calculs. La priorité est de faire prendre conscience aux élèves de l'utilité des nombres.

[5] Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 - Programmes d'enseignement du cycle 2 au 4 – p.201

Les nombres doivent devenir des outils efficaces pour résoudre des problèmes mais aussi pour contrôler une réponse et débattre de sa validité.

D'un point de vue pédagogique, il faudra toujours veiller à présenter le nombre d'abord dans une situation fonctionnelle, où son utilisation prendra tout son sens pour répondre à une question mathématique. D'autres moments seront consacrés à l'étude de notre numération pour mieux la comprendre, et donc rendre son utilisation plus efficace.

D'après Régine Douady, « ces deux parties pédagogiques s'organisent selon un processus cyclique organisant les rôles respectifs de l'enseignant et des élèves, au cours duquel les concepts mathématiques jouent alternativement le rôle d'outil pour résoudre un problème et d'objet prenant place dans la construction d'un savoir organisé.»[6]

D) Les difficultés liées à l'acquisition du concept de nombre

a) Le dénombrement à la maternelle

Selon Rémi Brissiaud, un travail prématuré autour de la comptine numérique risque d'enfermer les enfants dans ce qu'il qualifie de comptage-numérotage. Les mots nombres sont utilisés mais ils ne sont que des numéros, des « dossards » attribués à chacun des éléments de la collection pointés lors du comptage. Ainsi les mots utilisés ne réfèrent pas aux quantités et les enfants ne parviennent pas à construire le concept de nombre comme mesure d'une quantité.

Exemple de dénombrement de trois livres :

- Le comptage-numérotage :

Un – deux - trois. (la comptine numérique)

L'enfant prononce un mot différent et cela implique une numérotation des différents livres. Il sait qu'il doit prononcer le dernier mot pour obtenir la bonne réponse mais l'idée de totaliser est absente, il parle donc de comptage numérotage.

- Associer un livre à chaque doigt de la main :

Un et encore un et encore un ou *deux et encore un* …. avec les doigts : trois

Cette méthode est plus pertinente pour la construction et compréhension du nombre.

[6] R. DOUADY, Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques : une réalisation dans tout le cursus primaire, IREM, Paris, 1984.

L'objectif est d'amener les élèves à conceptualiser le nombre « trois » à l'aide de ses multiples décompositions (3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1…) ce n'est pas seulement savoir compter jusqu'à trois. C'est savoir qu'une collection de 3 objets est formée d'un objet, d'un autre et encore d'un autre ou bien qu'une telle collection s'obtient également en réunissant deux objets et encore un autre objet, etc.
D'après Rémi Brissiaud, un élève ne peut accéder au niveau de conceptualisation des nombres sans s'approprier les stratégies de décomposition-recomposition car celles-ci jouent un rôle fondamental dans l'accès au nombre.
Il recommande fortement, chaque fois que c'est possible, de privilégier l'usage de la décomposition-recomposition.

b) La construction du nombre au cycle 2

Le principe de la numération décimale est à construire dès le CP. Comme l'une des premières utilisations du nombre est de désigner une quantité, il est légitime de privilégier, dans un premier temps, la tâche de dénombrement terme à terme aux groupements puis aux échanges.
Une procédure de dénombrement consiste à regrouper les éléments par paquets successifs de dix, d'abord les paquets de dix, puis les paquets de paquets de dix, etc. Cette organisation traduit la signification de la position de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre.

« L'introduction et l'utilisation du groupement par dix et de la règle d'échange dix contre un sont une étape longue et difficile dans l'apprentissage des nombres chez les élèves. Ces derniers ont beaucoup de mal à concevoir que dix unités d'un certain ordre deviennent une nouvelle unité mais qui n'a plus la même valeur. »[7]
Il est indispensable d'avoir fait et défait des paquets de dix objets pour comprendre ce qu'est une dizaine, qui sera désignée par « paquets de dix » le temps nécessaire pour ensuite introduire le terme « dizaine ».
Exemple d'échanges :
1 paille verte = un jour d'école 1 paille rouge = 10 jours d'école … 1 paille jaune = 100 jours d'école
L'évolution du CP au CM2 se fait au niveau du passage de collections réelles à des collections représentées sous différentes formes, c'est-à-dire aller vers l'abstraction.

[7] Catherine BOILLEAUT, Muriel FENICHEL (2007) *La numération cycle 2* – Bordas : Paris p.28

c) Le nombre zéro

Notre système de numération étant de type positionnel, nous utilisons le chiffre zéro afin de coder l'absence de groupements d'un certain ordre. Par exemple, dans 401 le « 0 » signifie qu'il n'y a pas de paquets de dix isolés. Il a un rôle très important car si nous l'enlevons, le nombre ne serait plus le même. Le zéro en tant que nombre permet d'exprimer une absence de quantité, il représente « le vide »,

E) Les enjeux de l'apprentissage de la numération

L'apprentissage des nombres naturels et du système de numération décimale est un objectif essentiel à l'école primaire.

« Au cycle 3, l'élève devra franchir une nouvelle étape dans l'abstraction et entrer dans une généralisation des principes de la numération étudiés jusqu'alors, en utilisant des puissances de dix de plus en plus grandes et de moins en moins signifiantes (10 ou 100 « parlent » mieux que 10 000 ou 100 000…). Cette étape est décisive et elle n'a rien d'évident ou de naturel. »[8]

Des lacunes ou une mauvaise compréhension de notre système de numération peuvent empêcher les élèves d'accéder à la compréhension de savoirs importants comme justifier les procédures de comparaison des nombres, les techniques de calcul ou, plus tard, l'écriture à virgule des nombres décimaux.
Donc nous pouvons affirmer qu'une mauvaise construction du système de numération est la cause d'une grande partie des difficultés des élèves au cycle 3.

[8] site internet : Les nombres au cycle 3 – Apprentissages numériques

II – Analyse des constats en fonction du cadre théorique

En période 1, début septembre, j'ai commencé tout d'abord la séance de numération par une dictée de dix nombres ne dépassant pas les unités de mille dans le but de consolider les acquis antérieurs *(des révisions de CE2).* Cette séance de consolidation devait permettre aux élèves de raviver des savoirs étudiés, supposés acquis, mais qui, pour certains auront besoin d'être « revisités » car je me suis très vite rendue compte qu'Eva avait des difficultés à écrire les nombres en chiffres.
Lorsque je dictais le nombre « mille-quarante », elle écrivait le nombre suivant «140» mais encore quand je dictais le nombre « quatre-mille-huit », l'élève était complètement perdue et elle ne savait pas du tout comment elle devait écrire le nombre donc elle s'est résignée à mettre une croix *(cf Annexe 1).* Nous remarquons dans cette production d'Eva que les nombres qu'elle n'a pas réussi à écrire sont les nombres : 1040, 1070 (elle écrit 170), 2010 (elle écrit 210) et 4008 où elle ajoute une croix.
L'obstacle repéré dans la numération orale est qu'elle ne maitrise pas la numération de position, c'est-à-dire la valeur positionnelle de chaque chiffre dans un nombre et le codage pour marquer l'absence de groupements d'un certain rang par un zéro.

La notion de groupements successifs par dix est reprise à l'occasion d'une situation de dénombrement d'une grande collection d'objets. J'ai proposé un exercice d'entrainement qui provient du livre Cap Maths - CM1 du guide de l'enseignant sur une fabrication de crayons. Cet exercice consiste à ranger des crayons dans des pochettes de dix crayons et les pochettes dans des cartons de 10 pochettes qui représentent les valeurs respectives des dizaines et des centaines. *(cf Annexe 2).*
Il s'agit ici de permettre aux élèves de revoir le lien entre la position d'un chiffre dans un nombre et la valeur qu'il représente mais également de distinguer chiffre et nombre de dizaines, de centaines dans un nombre.
Comme mon élève ne maitrise pas la valeur positionnelle des chiffres dans un nombre, il lui est très compliqué de comprendre l'intérêt du regroupement par 10 et par conséquent elle ne maitrise pas non plus les égalités du type 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités.

Dès la première question, elle se retrouve bloquée car elle ne fait pas la relation entre le nombre de pochettes qui peuvent être remplies et le chiffre des dizaines *(35 crayons).* Je lui propose donc de résoudre ce problème en effectuant la manipulation avec ses crayons pour qu'elle puisse comprendre et elle a alors trouvé la réponse. Lorsqu'elle est passée à la question 2, elle s'est de nouveau retrouvée bloquée car le nombre de crayons est considérablement plus grand *(250 crayons)* donc elle ne pouvait plus passer par la manipulation. Comme on lui demande le nombre de pochettes, c'est-à-dire le nombre de dizaines et le nombre de caisses qui correspond au chiffre des centaines, elle est dans l'incapacité de résoudre cette question.
« Au cours du cycle 3, certains élèves ont toujours des difficultés à voir dans les écritures chiffrées autre chose que les « chiffres » qui le composent : dans 4 537 par exemple, ils sont capables de repérer que 5 est le chiffre des centaines, mais ne parviennent pas à envisager 5 comme la « trace » de 500[9]. » Cette difficulté engendre également qu'ils ne sont pas capables, pour un nombre donné, de déterminer le nombre de dizaines, de centaines…On peut donc dire que, si les élèves n'ont pas compris comment fonctionnait notre numération, ils ne peuvent accéder à la représentation experte qui permet de traduire un problème.

Pour continuer de se familiariser avec les nombres, j'ai proposé aux élèves de travailler sur leur comparaison. « À l'entrée au CM1, les élèves devraient être capables de comparer les nombres, en utilisant une procédure implicite ou explicite.[10] »
Cependant je me heurte toujours au même problème de cette élève qui se révèle également dans cet apprentissage. Par exemple dans la comparaison de ces deux nombres : « 1 637 et 1 642 », elle me dit que le nombre 1637 est le nombre le plus grand car 7 est plus grand que 2. Eva remarque bien que les deux premiers chiffres sont identiques *(le 1 et le 6)* mais ne maitrisant pas la valeur des chiffres dans un nombre, elle compare donc les unités et estime que ce sont ces dernières qui ont le plus de « poids ». Nous lisons les nombres de gauche à droite mais pour savoir chaque valeur des chiffres dans un nombre, il nous faut commencer par la droite.

[9] Marie-Lise PELTIER, Joël BRIAND, Bernadette NGONO, Danielle VERGNES, Livre du professeur – Euro Maths : CM1 – Paris : Hatier. p.24
[10] Guide de l'enseignant - Cap Maths – CM1 – HATIER p.15

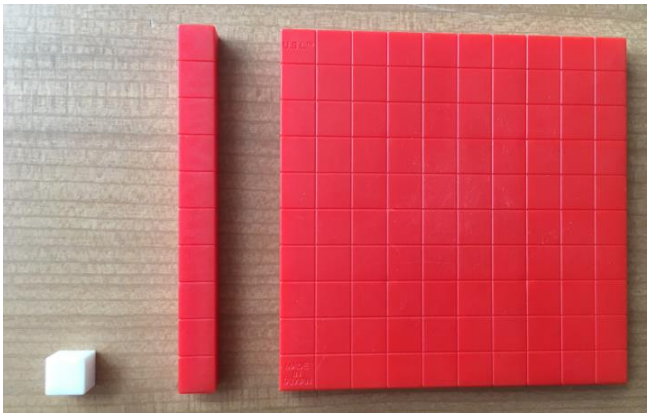
Ainsi, le sens d'une connaissance ne se décrète pas, chacun doit le construire lui-même à partir de l'utilisation qu'il en a, des problèmes auxquels il l'associe. Cette appropriation individuelle se réalise sur la durée, dans la confrontation à des situations variées dans leurs contextes et dans leurs structures. Elle ne se réalise pas non plus au même moment pour tous les élèves. Ainsi, pour chacun, les conceptions du nombre évoluent avec les limites du domaine numérique qu'il connaît, avec les utilisations du nombre qu'il perçoit ou qu'il maitrise (dénombrement, comparaison, calcul, …).

III- Les remédiations apportées

L'objectif est de mettre en place des situations qui permettent de donner du sens à la numération décimale et plus particulièrement par la manipulation.

A) Le matériel de numération

Le matériel de numération que j'ai emprunté à ma collègue de CP est composé de nombreux petits cubes blancs en plastique représentant les unités, de plusieurs barres rouges striées en dix pour représenter les dix unités soient des dizaines et de quelques plaques rouges striées également laissant apparaître les 100 unités pour représenter les centaines *(cf Annexe 3).*



Le matériel de manipulation proposé permet de découvrir le fonctionnement de la numération décimale et les relations entre les unités, les dizaines et les centaines.
Le but est que l'élève comprenne l'intérêt de passer par des regroupements de 10 afin de faciliter le comptage pour ensuite lui montrer le lien avec notre système de numération. C'est-à-dire qu'elle prenne conscience de la relation entre les égalités suivantes : 10 unités = 1dizaine et 10 dizaines = 1 centaine = 100 unités.

J'ai fait le choix de commencer par la manipulation du matériel de numération avec cette élève en activité pédagogique complémentaire (APC) car elle ne maitrisait pas la relation entre les unités/dizaines/centaines.
Pour la première étape, j'ai disposé sur la table un petit tas de cubes *(environ une vingtaine)* devant elle, je lui ai demandé de me dire « combien y avait-il de cubes ». Elle a directement opté pour le comptage un à un de chacun des petits cubes.

Pour la deuxième étape, je change une variable didactique qui est le nombre de cubes à compter, c'est-à-dire en augmentant considérablement le nombre de cubes *(environ une cinquantaine).* Mon objectif est de lui faire quitter sa représentation du comptage un à un pour induire le regroupement par 10. L'élève me regarde avec des grands yeux en me disant « je vais devoir compter tout ça » et elle reprend son comptage un à un des cubes. Maintenant je demande à l'élève s'il n'y avait pas une manière plus rapide pour compter les cubes et d'être sûr de ne pas se tromper. Elle me propose d'effectuer des paquets de 10. À l'aide de cet étayage, je veux lui faire observer que le comptage un à un est une méthode laborieuse et risque d'occasionner des erreurs.

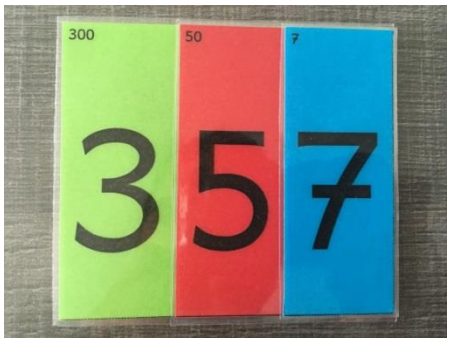
La troisième étape consiste à effectuer des échanges, les 5 paquets de 10 cubes blancs par 5 barres rouges qui représentent des dizaines. Je lui demande « comment s'écrit en chiffre le nombre de cubes que tu as compté » *(dans l'exemple c'est 54).* Maintenant je l'interroge sur ce que représente chacun de ces chiffres dans le nombre cinquante-quatre et ce qui dans le matériel correspond au chiffre « 5 » et ce qui correspond au chiffre « 4 ». Mon but est de lui faire remarquer la correspondance entre les groupements effectués et l'écriture chiffrée du nombre.

Pour finir, je lui demande à l'aide du matériel de me représenter le nombre 76, elle a de suite mis 7 barres rouges et 6 cubes pour les unités. Il faut se méfier de l'illusion de la seule réponse donnée. Il faut prendre le temps de contrôler le « comment », le résultat a été atteint au risque de se voir confronter à l'illusion de la réussite. Donc je lui ai demandé de me préciser pourquoi elle a fait le choix de mettre sept barres rouges. Elle a su me l'expliquer en me justifiant que sept barres étaient égales à 10+10+10+10+10+10+10 = 70 cubes = 7 dizaines.

J'ai continué à utiliser ce matériel au moins deux séances suivantes pour faire des échanges jusqu'aux centaines et pour vraiment stabiliser le lien avec la numération. Avec du recul, il aurait été préférable d'avoir un matériel plus adapté pour Eva, c'est-à-dire avoir des barres de dizaines sécables en unité. Je pense que ce matériel lui aurait mieux convenu et ainsi j'aurais eu moins besoin d'insister sur l'égalité entre les 10 unités et une dizaine.

B) Les cartes de numération

J'ai fabriqué des cartes de numération en me basant sur le matériel Montessori. Ce sont des cartes qui se superposent en laissant apparaître chaque chiffre du nombre. Il a été construit de manière à ce que chaque chiffre ait une couleur attribuée en fonction de sa position dans le nombre et également qu'au-dessus de chacun il y ait la représentation de sa valeur en nombre.





Le jeu de cartes au tout début allait jusqu'aux unités de mille uniquement *(nombre étudié au niveau CE2),* ensuite il a évolué au progrès de l'élève et au vu des programmes de cycle 3 *(cf Annexe 4)*.

De plus j'ai fait le choix de mettre pour les unités simples des couleurs qui correspondent à mes feutres Velléda. Mon but est de faire du lien entre ce que je fais en APC et en classe grâce à un repère visuel dû au code couleur. Lorsque j'utilise les termes unité/dizaine/centaine, je représente mon propos à l'aide du code couleur.

Ce matériel permet de travailler la numération de position : unités, dizaines, centaines, etc et de faire le lien entre l'écriture en chiffres du nombre et la lecture de ce nombre.

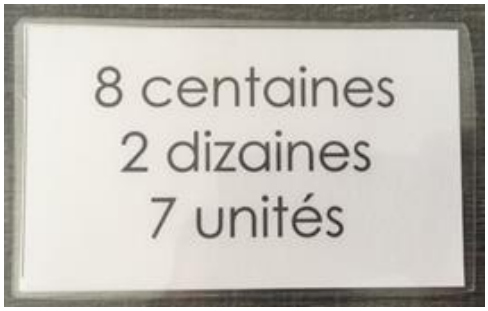
Mon élève estime que dans un nombre tel que « 102, le zéro ne sert à rien on ne l'entend pas » donc cet outil est aussi une nécessité pour mettre en évidence l'importance de coder la place de l'absence d'un groupement.

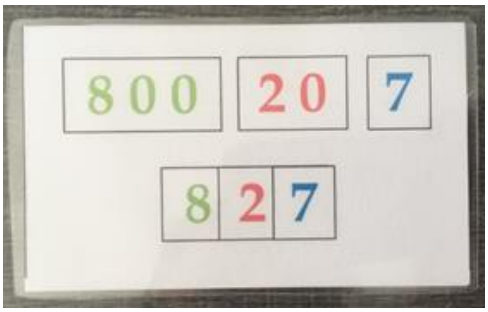
Deux activités ont été proposées avec ce matériel :

Pour la première, j'ai décidé de faire plus particulièrement de l'oral. L'objectif était que l'élève me dicte à voix haute les écritures chiffrées des nombres dans le but de lui faire comprendre le lien avec la valeur positionnelle des chiffres.

Cette séance de remédiation s'est faite en 2 étapes. La première étape consistait à ce que l'élève me lise le nombre écrit en chiffres que je lui imposais avec les cartes de numération. Pour la deuxième étape, je lui demandais de me dire la valeur de chacun des chiffres pour ensuite vérifier ces propos en enlevant chacune des cartes qui étaient superposées.

L'objectif de la deuxième activité était de retrouver le nombre en utilisant des cartes qui donnent uniquement des indications positionnelles sur les chiffres. De plus j'ai rajouté au dos de ces cartes, la réponse et également la décomposition comme avec les cartes de numération.





Les cartes ont été construites de deux manières différentes. Pour l'une, les valeurs sont demandées dans l'ordre et puis pour l'autre dans le désordre. Ces cartes ont évolué, j'ai tout d'abord demandé des nombres jusqu'aux centaines pour ensuite demander des nombres jusqu'aux unités de mille pour consolider les savoirs de CE2. J'ai surtout été vigilante sur le choix des nombres, j'ai demandé des nombres avec parfois l'absence d'un groupement pour répondre aux problèmes d'Eva *(cf Annexe 5)*

Il semble que ce matériel ait été plus bénéfique que le précédent car nous remarquons lors de deux dictées de dix nombres *(série 18 et 19),* Eva n'a fait aucune erreur dans l'écriture chiffrée *(cf Annexe 6).* Donc je peux affirmer que cet outil pédagogique a dû mieux correspondre aux besoins d'Eva sur la construction du sens de la position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre.

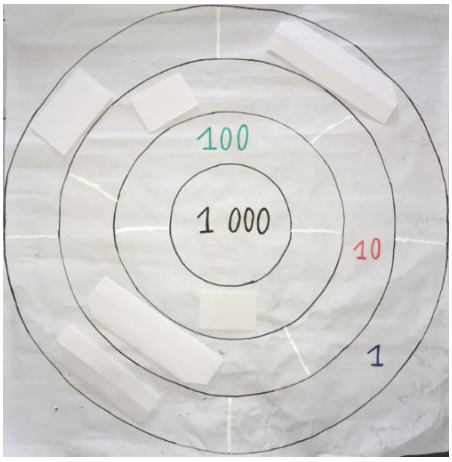
De plus cette situation a été ritualisée en groupe plus large d'APC, car en voyant que cet outil aidait Eva dans la compréhension de la construction du nombre, j'ai compris qu'il pouvait également correspondre à d'autres élèves.

C) La cible

La remédiation peut se faire en activité pédagogique complémentaire mais également en classe.

Pour faire face au problème récurrent de cette élève, j'ai décidé de faire une séance pour l'ensemble de la classe qui mélange deux disciplines : EPS et mathématiques.

J'ai créé quatre grandes cibles en papiers avec seulement 3 couronnes et un cercle au centre avec des points en puissance de dix.



La cible construite ainsi permet de faire le lien entre l'écriture chiffrée d'un nombre et sa décomposition canonique. L'objectif de cette dernière est toujours d'insister sur la valeur positionnelle de chacun des chiffres dans un nombre et l'écriture des nombres mais aussi sur l'importance du zéro dans un nombre.

Les élèves par groupe lancent des palets pour essayer de faire un maximum de points. Le but est de faire jouer les élèves dans la cour pour qu'ils s'approprient la situation proposée.

Chaque enfant lance un palet sur la cible en essayant de totaliser le plus de points *(viser le centre de la cible).* Les nombres inscrits dans les cases précisent le nombre de points que l'on obtient quand un palet tombe dans la case. Une fois tous les palets lancés, les élèves devaient décrire leur résultat en utilisant la décomposition canonique pour ensuite l'écrire en chiffre.

J'ai réutilisé cet outil de classe pour les activités pédagogiques complémentaires (APC). Mon choix de réinvestir cet outil est de pouvoir proposer des activités non décrochées de la classe. De plus, la cible a également évolué au progrès des élèves *(jusqu'aux centaines de mille)* et au vu des programmes de cycle 3 *(cf Annexe 7).*

L’objectif est de continuer à travailler sur l’importance et la place du zéro en numération tout en augmentant la grandeur des nombres.
La cible est affichée au tableau, je propose à l’aide d’aimants un nombre inconnu. L’élève doit écrire la décomposition canonique et ainsi retrouver le nombre. L’absence d’aimants dans une case précise qu’il y a une absence d’un groupement et qui apparaîtra dans le nombre par un zéro.
J’ai aussi proposé l’inverse, c’est-à-dire j’écrivais une décomposition d’un nombre et l’élève devait retrouver le nombre chiffré pour ensuite disposer les aimants correspondants sur la cible.
L’importance était vraiment de remédier à la difficulté d’écriture des nombres comme « 1040 » mais encore « 4008 » pour Eva, le codage du zéro dans un nombre.

Cette même difficulté s’est retrouvée aussi chez d’autres élèves. Donc j’ai proposé cette remédiation au petit groupe que j’avais déjà pour les cartes de numération en même temps qu’Eva.

IV- Analyse des progrès d'Eva

Les trois dispositifs présentés ont permis soit de déclencher, soit de stabiliser les connaissances. Cependant le premier matériel n'a pas été concluant pour les raisons évoquées tandis que le deuxième a permis de déclencher un début de compréhension et la cible a permis de stabiliser les connaissances sur notre système de numération décimale. Nous allons pouvoir le remarquer à travers l'analyse de ses progrès.

À la fin de la première période, j'ai pu constater une nette amélioration de la compréhension de notre système de numération pour Eva. Le codage d'un groupement absent par un zéro lors de la dictée de dix nombres est présent comme les nombres « 2003 - 9090 – 3303 – 5027 – 4040 – 8809 – 1066 – 1101 – 5007 etc… » *(cf Annexe 6 – série 18 et 19).* Nous pouvons dire que l'élève a acquis cette compétence : écrire des nombres en chiffre donné par sa désignation orale, car elle est capable sur deux séries différentes de n'effectuer aucunes erreurs sur les nombres. Ce progrès correspond au moment où j'ai effectué les ateliers Montessori donc je peux valider que ce matériel a été plus bénéfique pour Eva.
En plus de pouvoir observer les progrès d'Eva grâce aux traces écrites, il y a aussi son comportement qui a changé. Elle est devenue plus enthousiaste face à cette discipline, elle prend plaisir à comprendre et à apprendre, ce qui développe chez elle une motivation intrinsèque.
Dès le début de la seconde période, j'ai mis en place la séance avec la cible qui m'a permis en APC d'aller jusqu'aux centaines de mille pour les nombres. Nous pouvons encore observer les progrès d'Eva à travers une autre dictée de dix nombres. Les nombres comme « 205 400 – 150 900 – 130 042… » sont correctement écrits en fonction de ce qui a été dictés. *(cf Annexe 8 – série 12).* Nous pouvons donc affirmer que ce dernier dispositif a été encore plus bénéfique pour cette élève car les notions ont été stabilisées.

J'aimerais finir cette analyse sur l'effet de mon action sur les autres élèves. J'ai pu remarquer que certaines difficultés qu'avait Eva se retrouvaient chez d'autres élèves. Donc cette remédiation personnalisée a servi aussi pour certains élèves.

Conclusion

Maintenant je comprends pourquoi Eva ne comprenait pas et surtout j'ai pu lui venir en aide pour qu'elle puisse dépasser ses difficultés. Plus généralement, maintenant je sais comment mieux venir en aide aux élèves qui auraient des difficultés en numération.

Cette évolution s'est faite grâce aux diverses lectures sur la didactique des mathématiques qui m'ont permis d'approfondir mes connaissances de la discipline et des contenus à enseigner afin de construire des séances adaptées et mettre en place des dispositifs d'aides pour certains élèves.

Ma compréhension des difficultés des élèves est devenue plus fine et ma capacité à proposer des dispositifs plus appropriés a évolué, c'est-à-dire ajuster les remédiations au plus proche des besoins des élèves.

Je suis capable de mieux de comprendre comment les élèves apprennent, d'anticiper les prérequis et les procédures, de repérer les obstacles ou erreurs possibles des élèves.

Lors de la 3ème période, j'ai commencé à leurs apprendre la technique opératoire de la multiplication à deux chiffres. Lors du passage à la dizaine lorsqu'il fallait rajouter un zéro à la deuxième ligne, Eva s'est demandé pourquoi on rajoute un zéro. J'ai repassé, sans dire un mot, en rouge le chiffre des dizaines et également le zéro, elle a de suite dit d'elle-même « on multiplie le nombre par le chiffre des dizaines ».

Il est nécessaire d'être parfaitement au clair avec la signification de la position des chiffres dans l'écriture des nombres pour bien comprendre et maitriser les techniques de calcul. Une très bonne maîtrise de la numération est indispensable pour construire les algorithmes opératoires et les utiliser avec efficacité.

On peut donc dire que, si les élèves n'ont pas compris comment fonctionnait notre numération, ils ne peuvent accéder ni aux techniques opératoires et ni à la représentation experte qui permet de traduire un problème.

Pour conclure une bonne connaissance de la didactique des savoirs enseignés est nécessaire, dans toutes les matières, afin de pouvoir les enseigner, d'anticiper les écueils ou les difficultés des élèves et de pouvoir leur venir en aide correctement.

Bibliographie

Le bulletin officiel de l'éducation national – BO spécial n°2 du 26 mars 2015 – *Les programmes de l'école maternelle*

Le bulletin officiel de l'éducation national - BO spécial n°11 du 26 novembre 2015 – *Les programmes d'enseignement du cycle 2 au 4*

Roland CHARNAY (2013) *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ?* Paris : Hatier.

Claude BARNIER, Philippe BRUNET, Éric EVRARD, François GHORIS, Bruno POULY, Michel REMY, Guy SAINTQUENTIN (2001) *Activités numériques Cycle 3 (Outils pour les cycles).* Centre Régional de Documentation Pédagogique du Nord-Pas-de-Calais.

Régine DOUADY (1984) *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques : une réalisation dans tout le cursus primaire*, IREM, Paris.

Rémi BRISSIAUD, André OUZOULIAS, Christiane BOULARD, Martine RIOU (2004) *J'apprends les maths GS – Livre du maître* – Paris : Retz

Catherine BOILLEAUT, Muriel FENICHEL (2007) La numération cycle 2 – Bordas : Paris

Roland CHARNAY, Georges COMBIER, Marie-Paule DUSSUC, Dany MADIER (2010) *Guide de l'enseignant - Cap Maths : CM1* – Paris : Hatier.

Marie-Lise PELTIER, Joël BRIAND, Bernadette NGONO, Danielle VERGNES, (2009) *Livre du professeur – Euro Maths : CM1* – Paris : Hatier.

Webographie

Les représentations des nombres :
http://ien-montpellier-nord.ac-montpellier.fr/IMG/pdf/Representation_des_nombres_Boule.pdf

Les nombres au cycle 3 – Apprentissages numériques :
Ministère éducation nationale
http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/loire/saint-chamond/IMG/pdf/nbres_decimaux_au_C3.pdf

http://www.lesoir.be/archive/recup/1022431/article/actualite/mathiere-grise/mathactu/2015-10-21/chiffre-ou-nombre

Annexes

Annexe 1 : Dictée de nombre – Début de la période 1

Annexe 2 : Exercice - la fabrique de crayons

Annexe 3 : le matériel de numération

Annexe 4 : les cartes de numération

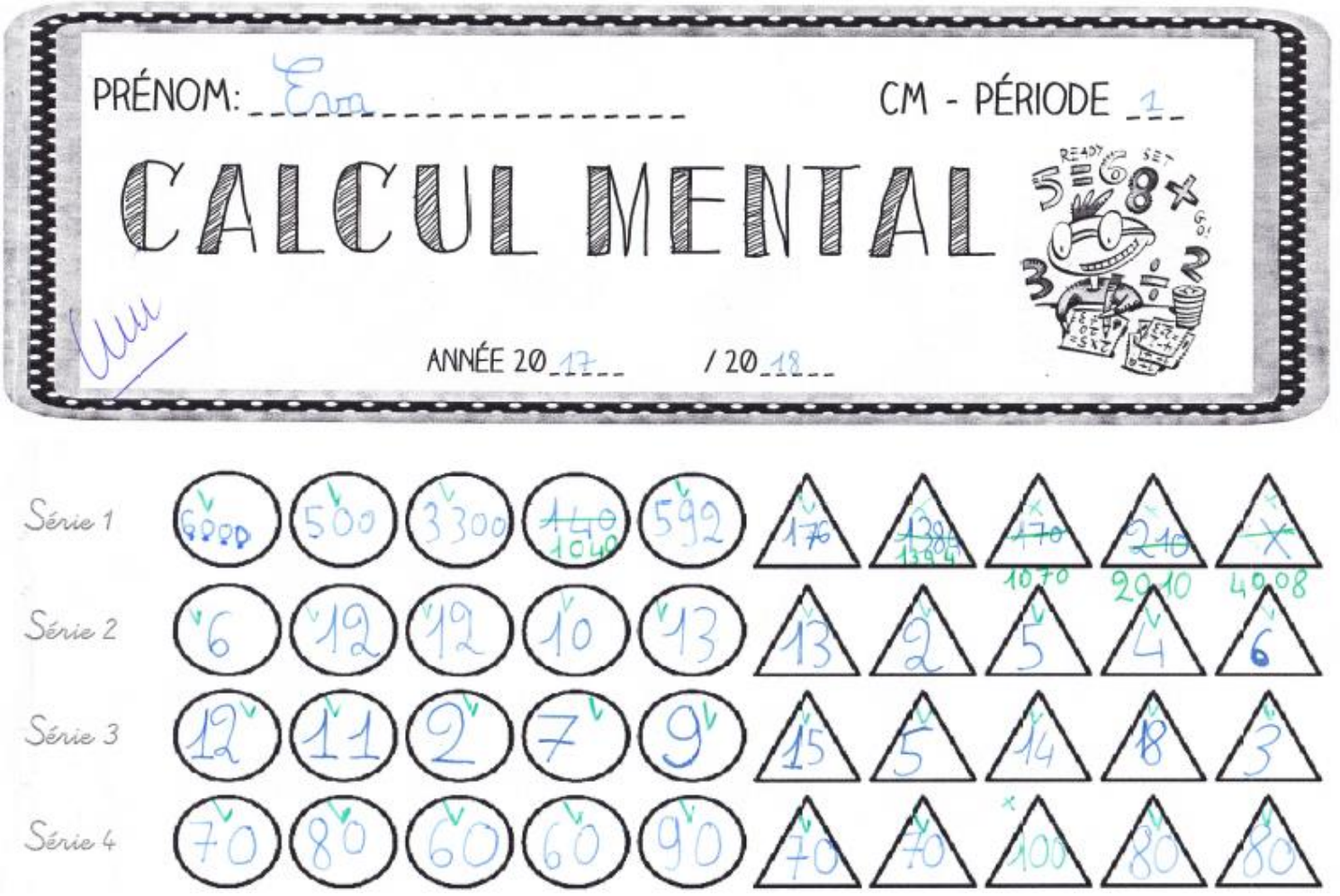
Annexe 5 : les cartes du nombre à retrouver

Annexe 6 : Dictée de nombre – Fin de la période 1

Annexe 7 : la cible

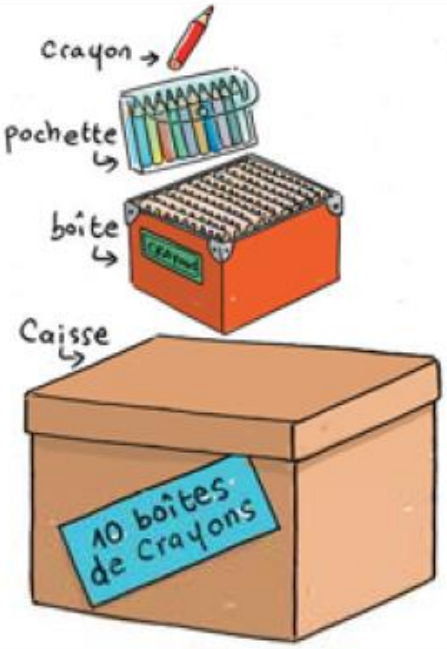
Annexe 8 : Dictée de nombre – Début de la période 2

Annexe 1


PRÉNOM: Eva
CM - PÉRIODE 1
CALCUL MENTAL
ANNÉE 20 17 / 20 18
Série 1
Série 2
Série 3
Série 4

Annexe 2

Une machine fabrique des crayons et les range de la façon suivante :
– dès que 10 crayons sont fabriqués, ils sont emballés dans une pochette en plastique ;
– dès que 10 pochettes en plastique sont remplies, elles sont placées dans une boîte ;
– dès que 10 boîtes sont remplies, elles sont placées dans une caisse.



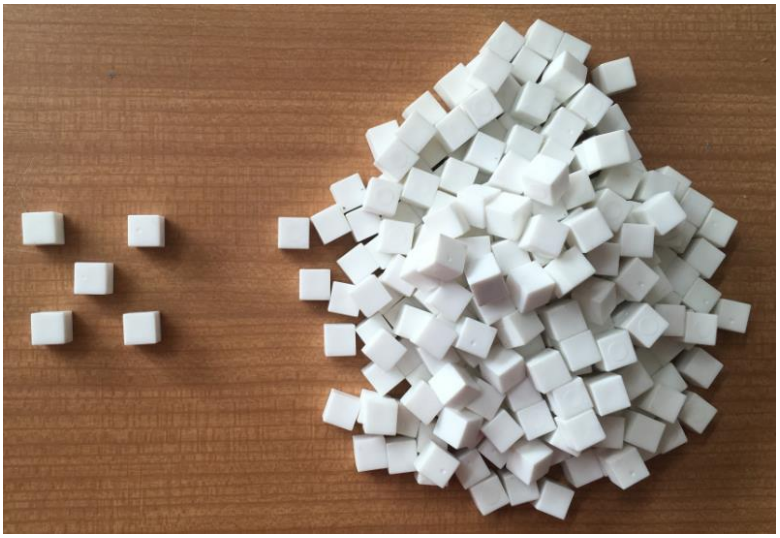
1. La machine vient de fabriquer 34 crayons. Combien de pochettes ont été remplies ?

2. En 5 minutes, la machine fabrique 250 crayons. Combien de pochettes et de boîtes sont remplies au bout de 5 minutes ?

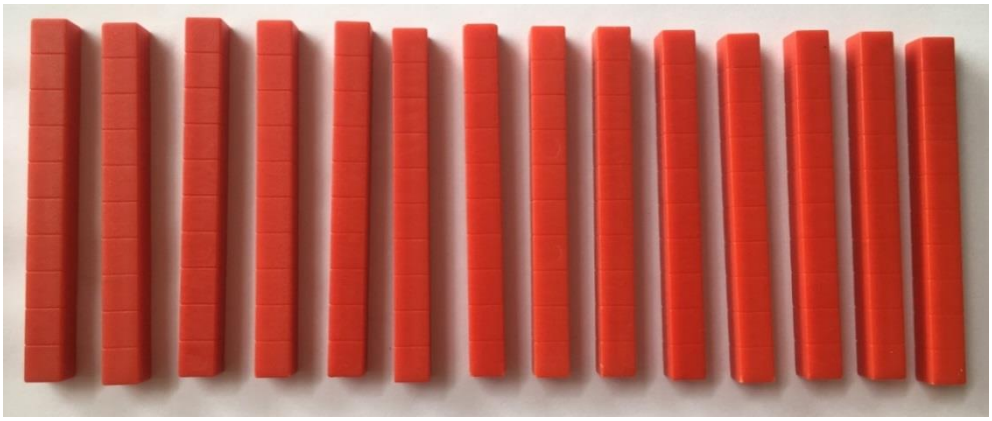
3. Lorsque 2 706 crayons ont été fabriqués, combien de pochettes, de boîtes et de caisses ont été remplies ?

Annexe 3

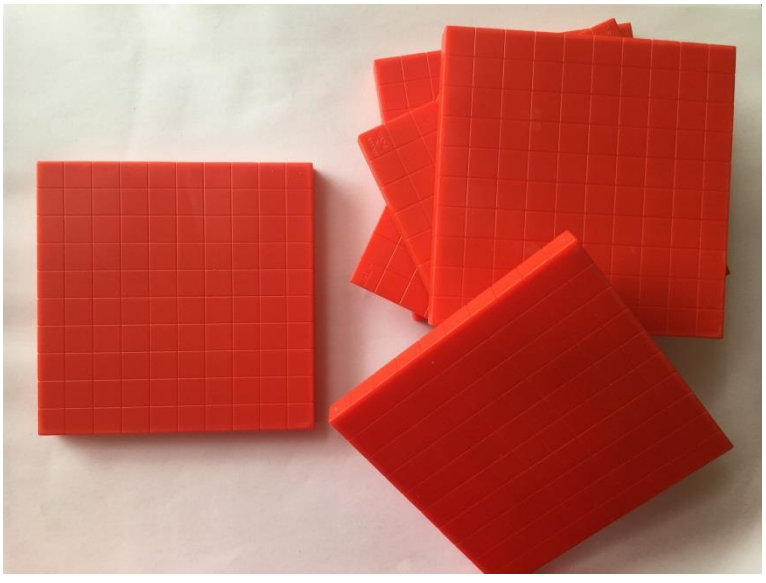
Les unités :



Les barres de dizaines :



Les plaques de centaines :



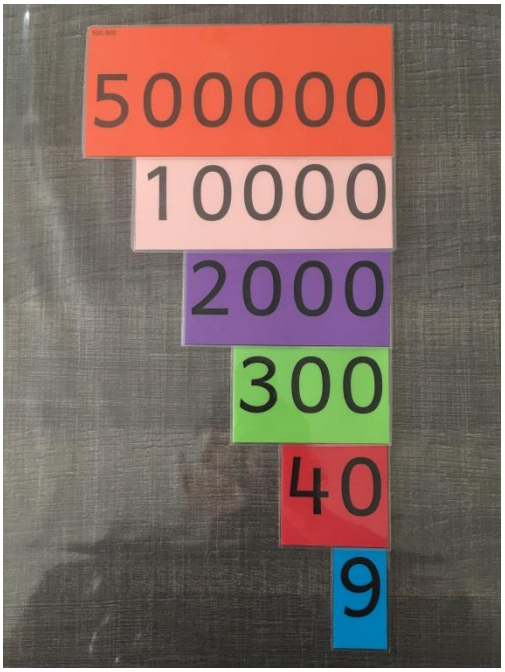
Annexe 4





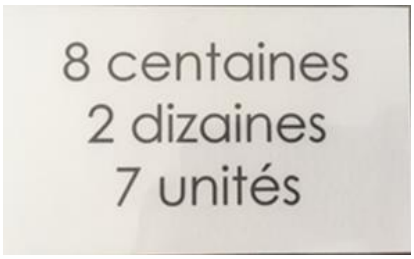
L’évolution du jeu de cartes :

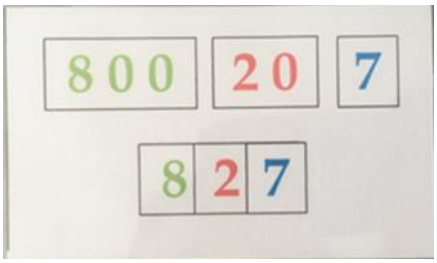


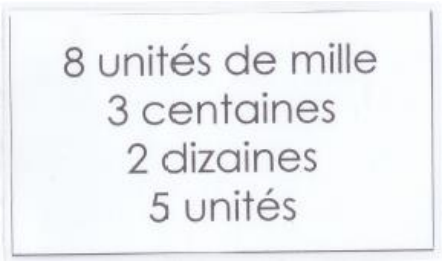


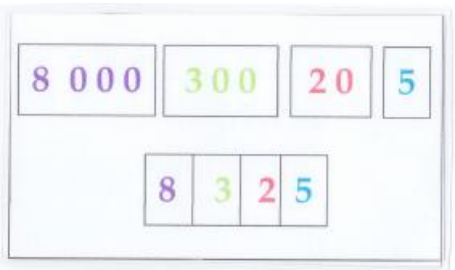
Annexe 5

Jeu de cartes dans l'ordre :



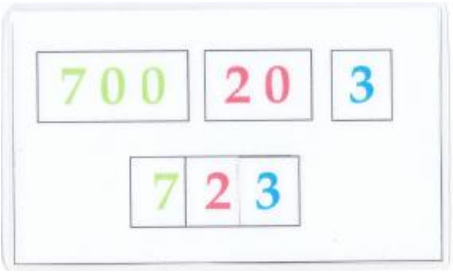






Jeu de cartes dans le désordre :

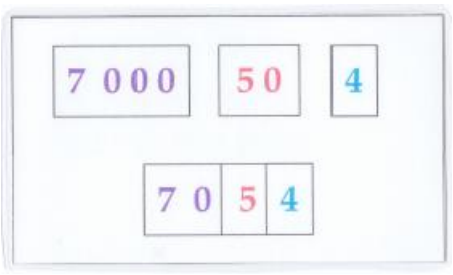




Jeu de cartes avec absence d'un groupement :







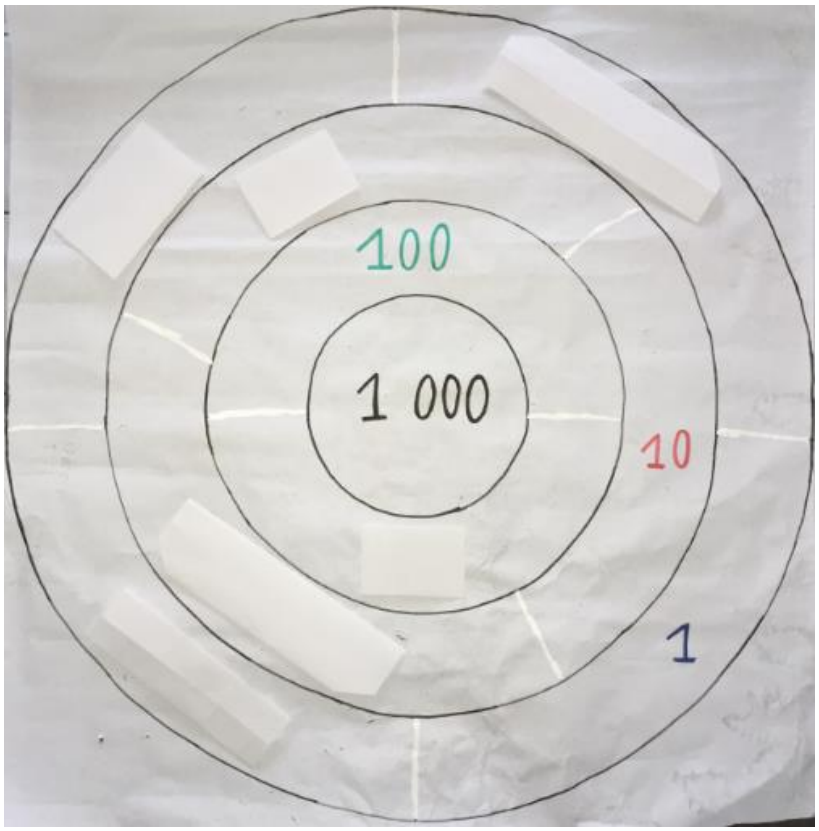


Annexe 6

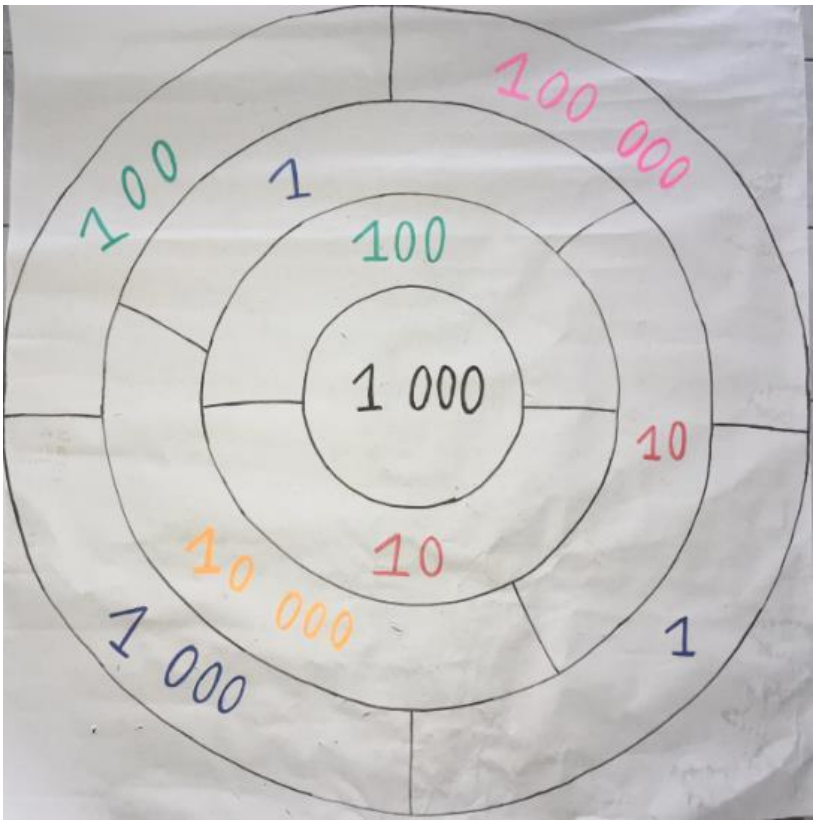
Les progrès d'Eva - période 1



Annexe 7

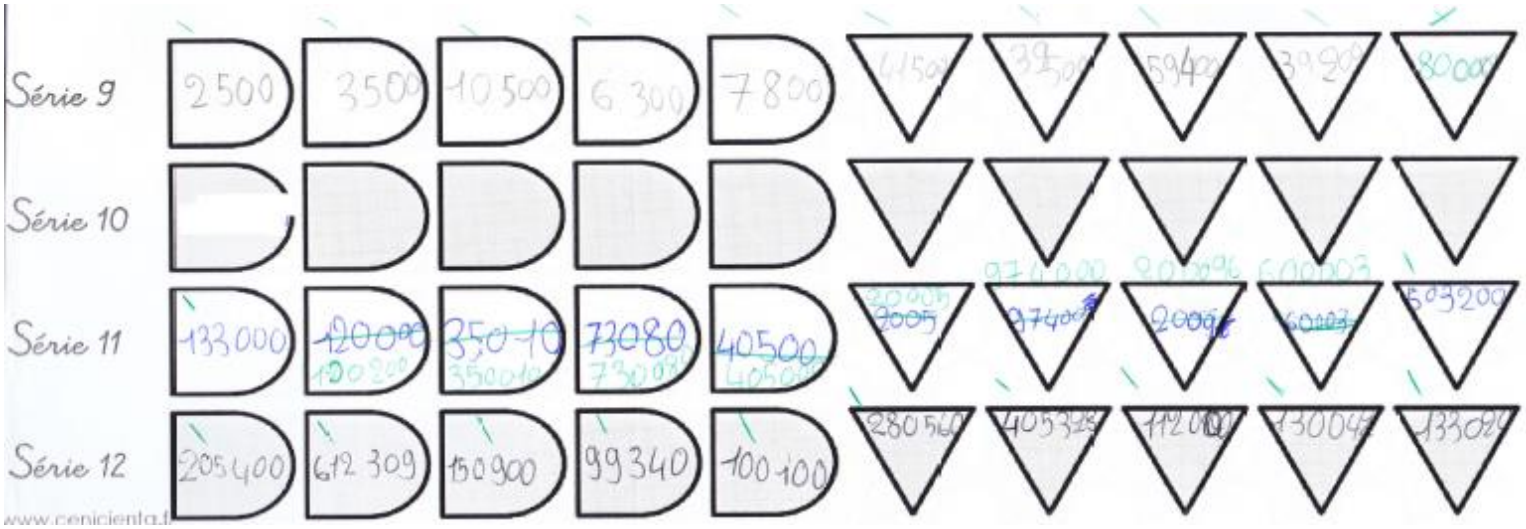


L'évolution de la cible :



Annexe 8

Les progrès d'Eva – période 2



Mots clés

Activités pédagogiques complémentaires

Didactique

Numération

Remédiation